



Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998

Resultados de matemática en cuarto grado de secundaria

SUMARIO

1/ Presentación	1
2/ Análisis de los ítemes	4
Manejo de conceptos, símbolos y términos	5
Aplicación de algoritmos ..	8
Interpretación de expresiones gráficas	11
Resolución de problemas	12
3/ Conclusiones	17
Notas	18
Anexos	19

BoletínUMC

Nº 16

Elaborado por: Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) y el Grupo de Análisis para el Desarrollo (GRADE).

El boletín forma parte de la serie denominada Boletín Crecer que se publicó con ese nombre hasta el número 7.

Lima, enero de 2002

1. PRESENTACIÓN

El presente boletín de análisis de preguntas de la prueba CRECER¹ 1998 ha sido escrito por personal de la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) del Ministerio de Educación y el Grupo de Análisis para el Desarrollo (GRADE) con el objetivo de complementar la información del boletín CRECER 5/6, en el que se presentaron los resultados globales de la evaluación realizada en matemática y lenguaje. En el presente boletín se incluyen las tasas de acierto de las preguntas o ítemes de matemática en cuarto grado de secundaria por departamento, gestión (estatal y no estatal) y género. Si bien los resultados del boletín 5/6 dan una idea de la posición relativa de grupos de estudiantes, no ofrece información sobre sus habilidades, tema que sí se tratará en este boletín. En los boletines UMC 10 al 15 se presentó el análisis de ítemes de lógico-matemática y comunicación integral de las pruebas que se aplicaron a estudiantes de cuarto y sexto grados de primaria. En boletines complementarios se presentan los resultados de lenguaje en cuarto y quinto grados de secundaria, de matemática en quinto grado de secundaria y producción de textos en quinto grado de secundaria.

En el presente documento se exponen los resultados de algunas preguntas, de modo que el lector pueda aproximarse al nivel de logros que alcanzan los estudiantes peruanos. A los resultados de cada pregunta les siguen comentarios que aportan ideas para su interpretación. Por ejemplo, se analiza por qué los estudiantes eligieron cada opción de respuesta equivocada (llamada *distractor* en la terminología de evaluación). También se incluyen referencias al contexto educativo peruano actual.

Se debe tener en cuenta que en la evaluación nacional que aquí se reporta resultaba imposible incluir todas las capacidades del currículo, por lo que fue necesario seleccionar algunas sobre la base de una serie de consultas. Muchas de las capacidades que no se consideraron en la evaluación de 1998

serán incluidas en la evaluación que realizará la UMC en noviembre del presente año².

Este boletín puede ser de interés para muchas personas e instituciones, pero está especialmente dirigido a docentes y estudiantes de educación. No pretendemos con estos comentarios dar recomendaciones universales sobre enseñanza porque pensamos que el trabajo de aula depende, en gran medida, de las decisiones técnico-pedagógicas de cada docente, hechas sobre la base de las necesidades de los estudiantes con quienes trabaja y de los recursos con los que cuenta. Nuestra intención es hacer un breve análisis que ayude al lector a formarse una imagen del rendimiento escolar ante cada pregunta en particular. Esperamos que el presente boletín, como los anteriores, lo ayude a reflexionar sobre su práctica pedagógica.

Los ítemes que presentamos no están exentos de cuestionamientos. Al analizar los resultados de cada pregunta a menudo los especialistas han encontrado que el resultado se podría deber a problemas de aprendizaje de los estudiantes, pero también a deficiencias en la formulación de las preguntas. Se debe tomar en cuenta que la de 1998 fue la primera evaluación nacional en secundaria. Esta experiencia ha dejado muchas lecciones tanto en el análisis de los resultados como en la formulación de las preguntas. A pesar de las deficiencias mencionadas, se decidió publicar los resultados porque pensamos que es preferible difundir información, aunque imperfecta, advirtiendo sobre sus limitaciones, que guardarla hasta que pruebas y resultados sean impecables. Por todo lo anterior nos gustaría que los ítemes de la prueba de 1998 fueran analizados por el lector de manera crítica.

Evaluación a escala nacional y evaluación en el aula

La *Estructura curricular básica de educación secundaria de menores*, actualmente en experimentación, ha estado en revisión durante los últimos años. De manera similar a

la de primaria, la nueva estructura curricular de secundaria se basa en un enfoque de aprendizaje de competencias y no de enseñanza de contenidos como se promovía en el currículo anterior. Además, en el nuevo currículo se enfatiza la búsqueda de una participación más activa del estudiante en su propio aprendizaje. Esta participación debería incluir tanto aspectos cognoscitivos como afectivos y de conducta. Sin embargo, dado su carácter experimental, esta nueva estructura aún no ha sido generalizada, hecho que debería ocurrir progresivamente en los próximos años.

La prueba CRECER 1998 incluyó solamente preguntas del dominio cognoscitivo, a pesar de que reconocemos la importancia del desarrollo del dominio afectivo —por ejemplo, actitudes y valores—, y de las conductas —por ejemplo, de respeto hacia el medio ambiente— como parte fundamental del proceso educativo. La evaluación del dominio afectivo supone procedimientos bastante más complejos que los requeridos para la evaluación del dominio cognoscitivo (muchos países no incluyen la evaluación de contenidos afectivos y conductuales cuando hacen evaluaciones a escala nacional). La UMC tiene prevista para el 2001 la evaluación de actitudes ligadas al currículo.

Por otro lado, el currículo experimental de secundaria promueve que los estudiantes demuestren sus aprendizajes de diferentes maneras. Por lo tanto, la evaluación, a cargo de los docentes y también de los estudiantes mismos, debe incluir variedad de metodologías, que finalmente reflejen la competencia de los estudiantes para resolver exitosamente situaciones problemáticas relacionadas con su contexto. Así, la evaluación en el aula debería estar orientada a que los estudiantes muestren su competencia en dominios, tareas y contextos diferentes. En consecuencia, no consideramos que el formato de opción múltiple, predominantemente utilizado en la evaluación de 1998, sea la única o

la mejor forma de evaluación en el aula, aun cuando podría ser empleada eventualmente por el docente. Por eso, para acortar la brecha que siempre existirá entre la evaluación a escala nacional y la evaluación que realiza el docente en el aula, en la evaluación del 2001 se incorporarán nuevas metodologías de evaluación del desempeño inspiradas en un currículo por competencias.

Adicionalmente, el nuevo currículo requerirá flexibilidad por parte del docente, lo cual no es posible en una evaluación estandarizada a escala nacional que debe permitir comparaciones; por tanto, esta se elabora sobre la base de elementos del currículo que deberían ser comunes en todos los centros educativos. En esa medida, la evaluación nacional puede reflejar de modo inexacto los énfasis curriculares de un centro educativo en particular, pero es útil como diagnóstico de los aprendizajes en el ámbito general.

Lo anterior está dirigido a hacer evidente que existen notables diferencias entre la evaluación que puede hacer un docente en su aula y la que se puede llevar a cabo en un operativo a escala nacional. Tal vez la más notable sea que los docentes pueden a menudo evaluar procesos, mientras que en la evaluación nacional solo se pueden evaluar aprendizajes adquiridos. En otras palabras, para el docente la evaluación es, principalmente, un instrumento más para facilitar el logro de aprendizajes de los estudiantes, ya que la información sirve para planificar nuevas sesiones de aprendizaje; en cambio, en las evaluaciones nacionales de la UMC se busca básicamente un macrodiagnóstico de las fortalezas y necesidades de aprendizaje de los estudiantes peruanos. Se trata de fines diferentes, pero, al mismo tiempo, complementarios.

La evaluación de 1998

En la evaluación que realizó la Unidad de Medición de la Calidad Educativa, se utilizaron pruebas que fueron administradas durante la última semana de noviembre y prime-

ra de diciembre de 1998. Estas pruebas tuvieron una serie de características que se describen brevemente en esta sección para ayudar al lector a interpretar los resultados que se exponen más adelante. Como se dijo antes, en el boletín CRECER 5/6 se presentan los resultados generales de esta evaluación e información complementaria a la del presente documento.

Modelo de evaluación

Las pruebas fueron diseñadas sobre la base del currículo vigente para el grado al momento de la evaluación. Como modelo teórico de evaluación se adoptó el de *normas*. Esto significa que la información que se generó, y que se presenta aquí, mide el rendimiento relativo y no absoluto. En otras palabras, las pruebas no fueron diseñadas de modo que se pudiera decir que por encima de un cierto puntaje un estudiante domina los conocimientos previstos en el currículo para el grado.

Para lograr estas pruebas de normas se ejecutaron pruebas piloto previas al diseño de la versión final, luego de las cuales se fueron eliminando aquellos ítemes que resultaron demasiado difíciles o demasiado fáciles para los estudiantes. La distribución de rendimientos que se obtiene con estas pruebas a escala nacional es *normal*, es decir, permite distinguir claramente aquellos grupos con rendimientos relativamente altos y bajos. Por otro lado, los ítemes que se incluyeron en la prueba, y se presentan en este informe, deben ser considerados como conocimientos mínimos que los estudiantes del cuarto grado de secundaria deberían tener. Para más detalles ver la discusión referida a cada ítem en particular.

Por las consideraciones anteriores, no se debe interpretar un rendimiento de 50% o más como aceptable en sí mismo. En general, la interpretación de los resultados debe hacerse de manera relativa, y para ello se presenta, luego del análisis de cada ítem, un gráfico con los promedios de los estudiantes de cada departamento del Perú en or-

den decreciente. Además, en el anexo se presentan los resultados de todos los departamentos, por tipo de gestión (estatal y no estatal) y por género de los estudiantes, en todos los ítemes presentados en el boletín. De este modo, cada lector podrá hacer las comparaciones que crea convenientes.

Se debe tener en cuenta que para poder concluir que el rendimiento de los estudiantes en un ítem es satisfactorio o no, más allá de que sea relativamente alto o bajo, es necesario interpretar el porcentaje de acierto sobre la base de los requerimientos del currículo para el grado. Por ello, a los resultados de cada ítem se añaden comentarios que deberían ayudar al lector a formarse una idea del nivel de logro de los estudiantes peruanos.

Los resultados de los ítemes se presentan agrupados de acuerdo con la habilidad requerida en su solución, para facilitar la lectura y el análisis. No pretendemos con ello decir que la evaluación que se ha realizado de cada una de las habilidades presentadas o de las capacidades del currículo sea exhaustiva.

Se ha seleccionado un poco menos de la tercera parte de los ítemes administrados en 1998 para ser presentados en este informe³. Los criterios utilizados para seleccionar los ítemes han sido principalmente: reflejar el rendimiento de los estudiantes en todas las habilidades evaluadas; ilustrar al lector sobre el rango de rendimiento de los estudiantes (para este fin se han seleccionado ítemes con rendimientos variados, algunos altos y otros bajos); e identificar errores comúnmente cometidos por los estudiantes en la selección de distractores errados. Más que un documento con recomendaciones pedagógicas, el presente informe es uno de análisis de resultados. Esperamos que su lectura sirva de inspiración para que el lector se formule preguntas que lo lleven a respuestas innovadoras sobre la práctica pedagógica o a investigaciones que redunden en propuestas que contribuyan al mejoramiento de logros de aprendizaje en el Perú.

La muestra

La muestra fue diseñada para ser representativa a escala nacional de los estudiantes de centros educativos polidocentes completos de zonas urbanas. Se evaluaron estudiantes de aproximadamente 570 centros educativos; participaron alrededor de 17 000 estudiantes de cuarto y sexto grados de primaria, y cuarto y quinto grados de secundaria. Los resultados fueron representativos, además, de los estudiantes de cada departamento, de los estudiantes en centros educativos estatales y no estatales, y, por último, de hombres y mujeres.

La muestra no incluyó a estudiantes de centros educativos rurales. Al respecto, la UMC tiene prevista para noviembre próximo una evaluación que incluirá centros educativos urbanos y rurales de todo el país.

Procedimientos logísticos

Para la administración de las pruebas se formó una Red Administrativa Nacional, contando para ello con la colaboración de Direcciones Regionales y Subregionales de Educación, las USE y las ADE. Se elaboraron manuales de administración de los instrumentos y se capacitó a los examinadores —la mayoría de ellos docentes— para que los procedimientos fueran similares en todos los centros educativos. Se tuvo especial cuidado en que ningún docente evaluara a sus propios estudiantes.

Estructura del presente boletín

A la introducción que aquí se presenta le sigue una extensa sección con el análisis de los ítemes. Esta sección empieza con unas breves precisiones conceptuales relativas al área curricular objeto de análisis. Luego se presenta un análisis para cada ítem organizado en función de las habilidades requeridas para su solución.

Al final del boletín se presentan dos anexos. En el primero figuran los porcentajes de acierto para cada ítem por departamento, y se indica, además, el promedio nacional, por departamento y por ítem. En

este análisis se notarán grandes diferencias entre departamentos, que corresponden, en general, a las comentadas en el boletín CRECER 5/6. En este primer anexo se presentan, además, los resultados en cada ítem por género y gestión (estatal o no estatal). Los resultados sugieren grandes diferencias por gestión y relativamente pequeñas por género. Como se indicó en el boletín CRECER 5/6, se debe tener cautela al interpretar los resultados por gestión y departamento, en la medida en que los estudiantes más pobres son en general quienes tienen peores rendimientos. Así, las diferencias entre departamentos y por gestión podrían deberse en parte a aspectos educativos, pero también a que los estudiantes de centros educativos estatales, sobre todo en los departamentos de relativo peor rendimiento, provienen en general de familias con menos recursos socioeconómicos. Por cierto, enseñar a estudiantes que viven en contextos poco favorables es una tarea muy ardua para los docentes de esos centros educativos.

En el segundo anexo del boletín se incluye una copia de los ítems analizados en el cuerpo del informe, de modo que el o la docente que lo desee pueda fotocopiarlos directamente y administrarlos a sus estudiantes. Así podrá estimar sus aprendizajes relativos frente a otros

grupos (por ejemplo, el país, los estudiantes de un departamento en particular, o los de centros educativos no estatales).

2. ANÁLISIS DE LOS ÍTEMES

2.1. CARACTERÍSTICAS DE LAS PRUEBAS

Las pruebas que se aplicaron en la evaluación del rendimiento en el área de matemática en cuarto grado de educación secundaria fueron de dos tipos:

- Una prueba objetiva con 45 ítems de opción múltiple con cuatro alternativas de respuesta cada una, siendo una de ellas la respuesta correcta. Estos ítems se distribuyeron en dos cuadernillos (forma 1 y forma 2) y se incluyeron cinco ítems comunes en cada forma. Las formas 1 y 2 se asignaron aleatoriamente a los estudiantes.
- La prueba de resolución de problemas o prueba de desempeño con preguntas de respuesta abierta extensa, orientadas no solamente a medir los logros sino los procedimientos que siguen los alumnos y las alumnas al resolver los problemas, en el planteamiento de estos, en la aplicación de estrategias y en la verificación de resultados. Esta

prueba estuvo constituida por nueve ítems que se distribuyeron en dos cuadernillos (forma 1 y forma 2) con tres ítems comunes en cada forma, que también se aplicaron simultáneamente.

Las pruebas permiten evaluar habilidades que los alumnos y las alumnas de cuarto grado de educación secundaria han desarrollado como producto de la experiencia acumulada en su aprendizaje de matemática durante la educación básica. Las capacidades evaluadas en las pruebas fueron definidas sobre la base del análisis de los programas curriculares oficiales de los cuatro primeros grados del nivel de educación secundaria vigentes al momento de la evaluación, por medio de una consulta nacional que alcanzó diversas instancias⁴.

Las pruebas incluyeron contenidos relacionados a:

- Aritmética
- Álgebra
- Geometría
- Estadística

2.2. DEFINICIONES UTILIZADAS

Para la elaboración de las pruebas, la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) definió los conceptos siguientes en términos de habilidades.

Tabla 1
HABILIDADES EVALUADAS

- **Manejo de conceptos, símbolos y términos:** Habilidad que implica ser capaz de entender el significado de un conjunto de conceptos y principios fundamentales de la matemática, así como el manejo adecuado del lenguaje simbólico propio del área.
- **Aplicación de algoritmos:** Habilidad referida a la ejecución de rutinas operativas de carácter instrumental relacionadas con las competencias del área.
- **Resolución de problemas:** Habilidad que implica ser capaz de buscar, seleccionar o producir, y aplicar estrategias heurísticas y razonamientos plausibles para dar respuesta a una pregunta.
- **Interpretación de expresiones gráficas:** Habilidad que implica saber identificar y/o relacionar datos que se presentan en gráficos, diagramas, tablas.

A continuación se presentan el análisis del rendimiento de los estudiantes y la interpretación de los resultados en once ítemes seleccionados de la prueba objetiva. Los resultados obtenidos serán comentados a fin de ayudar a la comprensión de lo que ellos significan en el marco de una nueva orientación metodológica.

La estructura de este análisis comprende:

- **Ítem analizado:** Se reproduce el ítem tal como fue presentado en la prueba y se indican, además, la numeración original y la forma a la cual corresponde.
- **Resultados:** Se expresa en porcentajes de respuesta elegida para cada una de las alternativas, considerando la totalidad de los alumnos evaluados a escala nacional. Junto a esta información se presenta también el porcentaje de omisión de respuesta al ítem respectivo. En el recuadro se resalta en negrita el porcentaje alcanzado en la alternativa correcta.
- **¿Qué se evaluó?:** En esta sección se especifica la capacidad evaluada.
- **Habilidad evaluada:** Hace referencia a una de las habilidades definidas anteriormente (ver tabla 1).
- **Análisis de las alternativas:**
 1. Análisis de la respuesta correcta: En ella se describen algunas de las estrategias que probablemente aplicaron los alumnos para resolver correctamente el ítem.
 2. Análisis de los distractores: Se exponen algunas hipótesis para explicar los errores en los que incurrieron los alumnos al responder el ítem.
- **Comentarios:** En esta sección se resaltan aspectos significativos en torno a lo evaluado, en particular sobre la(s) dificultad(es) en la solución del ítem. Esta sección, que cierra el análisis del ítem, intenta llevar a los docentes a una indagación sobre qué es lo que pudo haber ocurrido para que los alumnos acertaran o se equivocaran en sus respuestas, y ayudar a la reflexión acerca de lo que se necesita en las sesiones de aprendizaje que programa el docente para que los logros de los alumnos sean mejores.
- **Promedio de acierto por departamentos:** En esta última parte se presenta un gráfico con el promedio de acierto del ítem analizado, por departamentos □

MANEJO DE CONCEPTOS, SÍMBOLOS Y TÉRMINOS

ÍTEM 3 – FORMA 1

¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió obtener información sobre la capacidad de reconocer y comparar las equivalencias entre unidades del sistema monetario peruano.

Habilidad evaluada

Manejo de conceptos, símbolos y términos.

ANÁLISIS DE LAS ALTERNATIVAS

Análisis de la respuesta correcta

La elección de la respuesta correcta **C** (52%) permite suponer que los alumnos reconocen las equivalencias entre cantidades de dinero expresadas en diferentes unidades del sistema monetario peruano.

Análisis de los distractores

- La elección de la alternativa **A** (3%) implica que probablemente los alumnos no tienen fijadas las equivalencias entre nuevos soles y céntimos de nuevo sol, razón por la que se equivocan al asumir que cinco nuevos soles no equivalen a 10 monedas de 50 céntimos y que una moneda de un nuevo sol equivale a 10 monedas de 5 céntimos.
- Los alumnos que eligieron la alternativa **B** (11%) probablemente asumieron equivocadamente que una moneda de un nuevo sol equivale a 10 monedas de 5 céntimos.
- La elección de la alternativa **D** (32%) muestra que probablemente los alumnos se equivocaron al determinar a cuántos céntimos equivale un nuevo sol, asumiendo que un nuevo sol no equivale a 100 céntimos.

Ítem 3 - Forma 1

Indicar con verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- Un nuevo sol equivale a 100 céntimos.
- Una moneda de cinco nuevos soles equivale a 10 monedas de 50 céntimos.
- Una moneda de un nuevo sol equivale a 10 monedas de 5 céntimos.

A) VFV
B) VVV
C) VVF
D) FVF

Resultados: A) 3% B) 11% **C) 52%** D) 32% Omitidos 2%

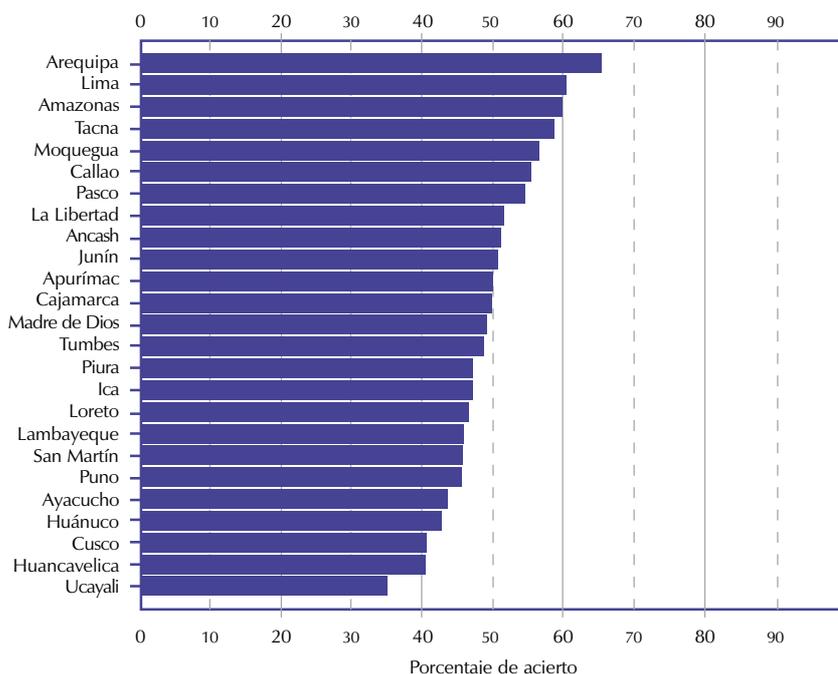
COMENTARIOS

- De los resultados obtenidos podemos concluir que al menos 46% de los estudiantes evaluados no conoce con precisión las equivalencias entre diversas unidades de nuestro sistema monetario. Llama la atención que el 32% de los evaluados no sepa que un nuevo sol equivale a 100 céntimos y que el 14% afirma que un nuevo sol equivale a 10 monedas de 5 céntimos. Se esperaba obtener mayores logros en esta capacidad, puesto que corresponde a contenidos desarrollados desde el nivel de educación primaria, aun más, considerando que se trata de equivalencias entre unidades mone-

tarias que se manejan en situaciones cotidianas de compra y venta.

- Dada la utilidad de la capacidad eferida en la solución de problemas de la vida diaria, es necesario posibilitar a los alumnos experiencias en las que realicen canjes de monedas de diferentes valores detallando sus unidades, planteen y resuelvan situaciones problemáticas de compra y venta con cantidades que se expresen utilizando decimales, a fin de darles la oportunidad de manejar equivalencias entre nuevos soles y céntimos.

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem por departamentos.



ÍTEM 5 – FORMA 1

¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió obtener información sobre la capacidad de reconocer conceptos y propiedades de ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una secante.

Habilidad evaluada

Manejo de conceptos, símbolos y términos.

ANÁLISIS DE LAS ALTERNATIVAS

Análisis de la respuesta correcta

La elección de la alternativa **A** (40%) permite suponer que probablemente los alumnos conocen las propiedades de los ángulos que forman dos rectas paralelas cortadas por una secante, y reconocieron directamente que los ángulos conjugados internos 4 y 6 son suplementarios. También es probable que algunos alumnos apoyados en otras propiedades como la congruencia de ángulos alternos internos (4 y 5); y la suma de las medidas de los ángulos adyacentes (5 y 6) hayan determinado que los ángulos 6 y 4 son suplementarios.

Análisis de los distractores

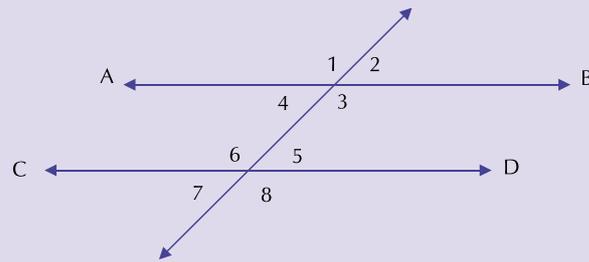
- La elección de las alternativas **B** (15%), **C** (15%) y **D** (23%) pone en evidencia la dificultad de los estudiantes para identificar, en el grupo de ángulos formados por dos rectas paralelas y una secante, el conjunto de ángulos que tienen igual medida y aquellos que son suplementarios. Así, quienes marcaron las alternativas **B**, **C** o **D** probablemente asumen que los ángulos opuestos por el vértice, los ángulos correspondientes y los ángulos alternos externos, respectivamente, son suplementarios.

COMENTARIOS

- El 53% (la suma de B, C y D) de los alumnos evaluados responden equivocadamente, lo que pone en evidencia la dificultad de estos estudiantes para especificar las propiedades y las re-

Ítem 5 - Forma 1

En la figura, las rectas AB y CD son paralelas.



Los dos ángulos cuyas medidas deben sumar 180° son:

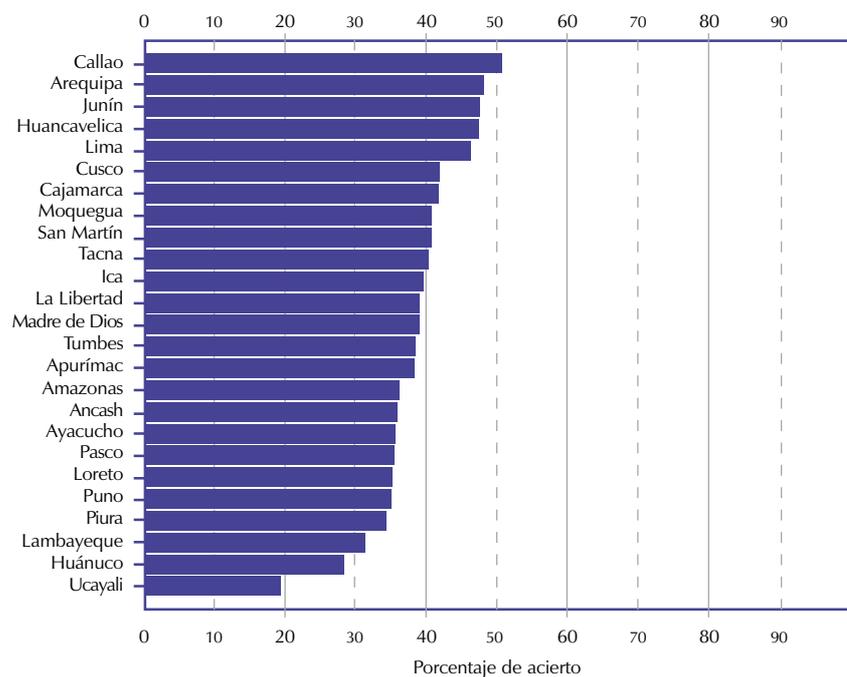
- A) $\angle 4$ y $\angle 6$
- B) $\angle 1$ y $\angle 3$
- C) $\angle 2$ y $\angle 5$
- D) $\angle 2$ y $\angle 7$

Resultados: A) 40% B) 15% C) 15% D) 23% Omitidos 7%

laciones entre las medidas de los pares de ángulos que se identifican cuando dos rectas paralelas son cortadas por una secante. El reconocimiento de las diferentes clases de pares de ángulos referidas debe darse a través de actividades de construcción que realicen los mismos alumnos utilizando material concreto como rompecabezas, regla, escuadra, transportador y compás. Es recomendable que formulen conjeturas acerca de

sus propiedades y que las verifiquen experimentalmente. Así mismo, es importante que, a partir de las relaciones básicas que ellos descubran, puedan realizar deducciones que les permitan efectuar algunas demostraciones cortas acerca de la propiedades de tales pares de ángulos.

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem por departamentos.



APLICACIÓN DE ALGORITMOS

ÍTEM 6 - FORMA 1

¿Qué se evaluó?

Los resultados de la aplicación del ítem, permiten tener información sobre la capacidad de resolver una ecuación de primer grado con valor absoluto.

Habilidad evaluada

Aplicación de algoritmos.

ANÁLISIS DE LA ALTERNATIVAS

Análisis de la respuesta correcta

La elección de la respuesta correcta **B** (27%) permite suponer que los alumnos aplican correctamente la definición de valor absoluto, considerando que $|x| = a$ si y solo si: primero $a \geq 0$ y segundo $x = a$ ó $x = -a$. Así mismo, lleva a pensar que efectúan correctamente la transposición de términos o aplican la propiedad de la monotomía o cancelación de la adición. Por otro lado, es probable que algunos alumnos reemplazaron directamente los valores de las alternativas en la ecuación presentada comprobando la igualdad al aplicar la definición de valor absoluto.

Análisis de los distractores

- La elección de la alternativa **A** (33%) implica que probablemente los alumnos reemplazaron en la ecuación los valores que corresponden a esta alternativa (comprobación), considerando por error el valor absoluto: $|x - 2|$.
- Quienes eligieron la alternativa **C** (10%) probablemente se equivocaron al efectuar la transposición de términos en la ecuación, pasaron el término -2 sin cambiarle el signo, y obtuvieron así $|x| = 3$, de donde concluyeron 3 y -3 .
- De modo similar a lo registrado en el caso de alternativa **A**, la elección de la alternativa **D**

Ítem 6 - Forma 1

¿Cuáles son los valores de "x" que satisfacen la siguiente ecuación?

$|x| - 2 = 5$

A) 7 y -3
 B) 7 y -7
 C) 3 y -3
 D) 7 y 3

Resultados: A) 33% **B) 27%** C) 10% D) 21% Omitidos 9%

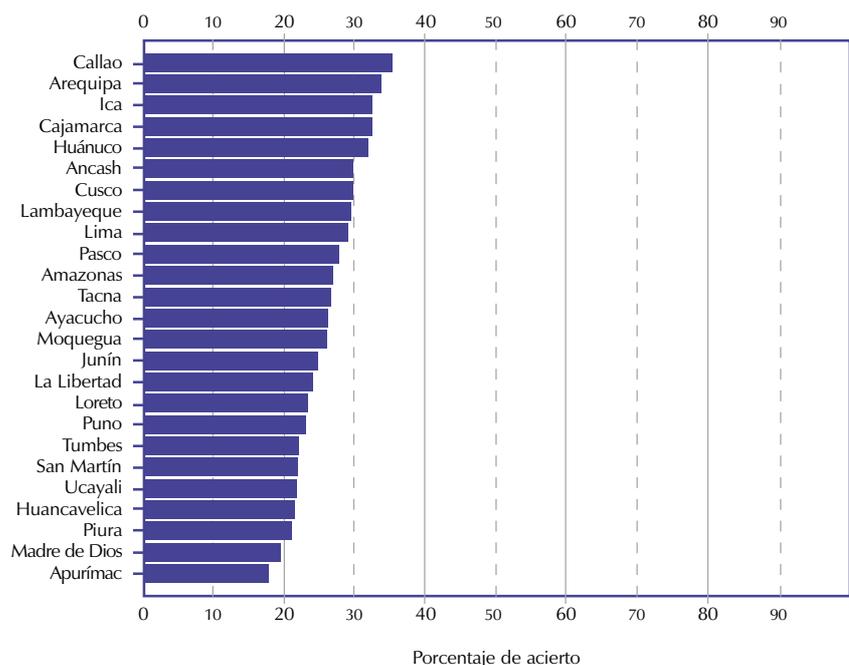
(21%) evidencia dificultades en el manejo del concepto de valor absoluto y además dificultades en la transposición de términos en una ecuación.

COMENTARIOS

- Es preocupante el hecho de que solo el 27% responda correctamente y el 9% no elija ninguna respuesta. Probablemente, estos últimos no supieron cómo proceder.
- El 54% de las respuestas de los alumnos (A y D) pone en evidencia su dificultad para aplicar correctamente la definición de

valor absoluto. Solo el 10% interpreta correctamente este concepto, pero se equivoca al efectuar los cálculos. El manejo del significado de valor absoluto supone un proceso largo, que implica varias experiencias de su aplicación. Por ejemplo, la representación gráfica de la función valor absoluto hecha por los mismos alumnos constituye una excelente ayuda para que entiendan su significado.

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem por departamentos.



ÍTEM 19 - FORMA 1

¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió obtener información sobre la capacidad de reconocer y aplicar propiedades de ángulos inscritos en una circunferencia.

Habilidad evaluada

Aplicación de algoritmos.

ANÁLISIS DE LAS ALTERNATIVAS

Análisis de la respuesta correcta

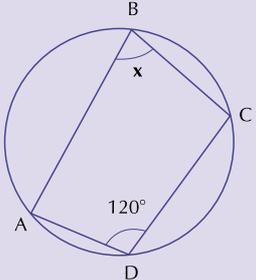
La elección de la respuesta correcta **A** (46%) permite suponer que los alumnos reconocen que los ángulos internos opuestos de un cuadrilátero inscrito en una circunferencia tienen la propiedad de ser suplementarios, es decir, que la suma de sus medidas es 180° . También se puede asumir que los alumnos resolvieron el ítem apoyados en el teorema de ángulos inscritos en una circunferencia, según el cual la medida de un ángulo inscrito es igual a la mitad de la medida del arco que subtiende, así, dado que a un ángulo inscrito de 120° le corresponde un arco de 240° , entonces al ángulo inscrito **X** le corresponde un arco de 120° , considerando que la longitud de arco de una vuelta es de 360° , por lo que la medida del ángulo **X** es 60° .

Análisis de los distractores

- La elección del distractor **B** (28%) implica que probablemente los alumnos asumen que los ángulos opuestos del cuadrilátero son congruentes, lo que evidencia su confusión sobre la propiedad de los ángulos opuestos de un cuadrilátero inscrito en una circunferencia con respecto a los ángulos opuestos por el vértice.
- Los alumnos que eligieron el distractor **C** (12%) probablemente reconocen que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es 360° , de donde infieren que la suma de las medidas de los ángulos A, B y C es 240° , y además consideran erróneamente que los ángulos A, B y C

Ítem 19 - Forma 1

Si ABCD está inscrito en la circunferencia, ¿cuál es la medida del ángulo "X" ?



A) 60°
 B) 120°
 C) 80°
 D) 40°

Resultados: A) 46% B) 28% C) 12% D) 6% Omitidos 8%

son congruentes. parece ser que a partir de estas dos premisas concluyeron que el ángulo **X** mide 80° .

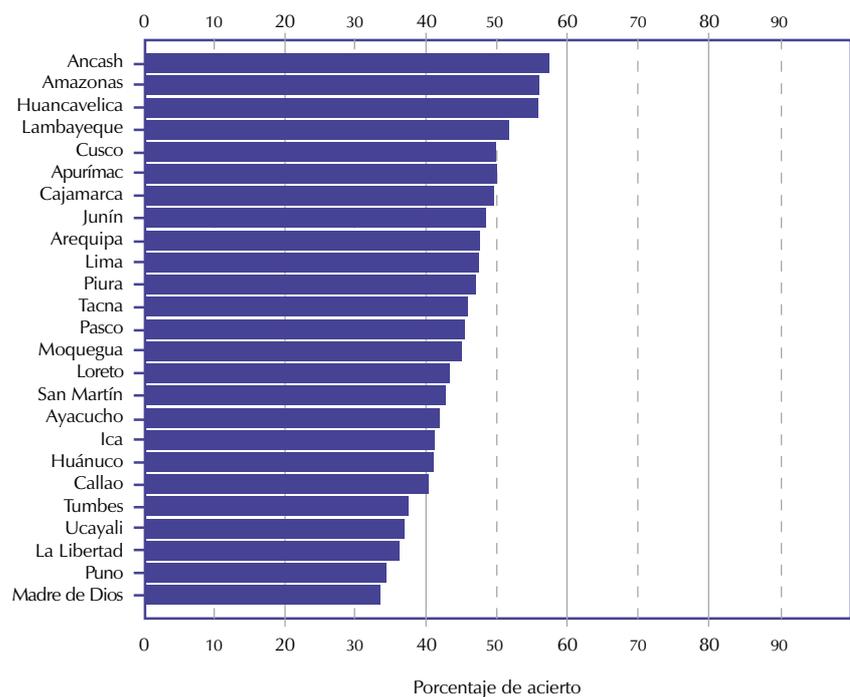
- Quienes marcaron la alternativa **D** (6%) probablemente asumen que la suma de los ángulos opuestos de un cuadrilátero inscrito es 160° en lugar de 180° , a partir de lo cual determinaron que el ángulo **X** mide 40° .

COMENTARIOS

- Los resultados obtenidos revelan que aproximadamente más de un tercio de los alumnos evaluados confunde la propiedad de los ángulos internos opuestos de un cuadrilátero inscrito en una circunferencia, y un 12% la des-

conoce. Esta situación evidencia la necesidad de dar a nuestros alumnos la oportunidad de descubrir las propiedades de los ángulos inscritos en una circunferencia y de establecer relaciones entre sus medidas y las de sus arcos correspondientes. El docente puede proponer a los alumnos situaciones problemáticas ante las que ellos puedan explorar tales relaciones, formular conjeturas, comprobar y demostrar sus hipótesis, y también aplicar los resultados que obtienen.

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem por departamentos.



ÍTEM 4 - FORMA 1

¿Qué se evaluó?

El ítem evaluado nos permite saber acerca de la capacidad de efectuar operaciones de división con fracciones algebraicas.

Habilidad evaluada

Aplicación de algoritmos.

ANÁLISIS DE LAS ALTERNATIVAS

Análisis de la respuesta correcta

La elección de la respuesta correcta **D** (26%) permite suponer que los alumnos efectúan correctamente el algoritmo de la división de expresiones algebraicas fraccionarias. Es probable que ellos utilizaran algunas de las técnicas usuales como la multiplicación en aspa, para hallar el producto de los medios y los extremos; o la multiplicación entre los numeradores y denominadores, luego de invertir la fracción que representa el divisor de la división. En cualquiera de los casos, toman en consideración las propiedades de la teoría de exponentes, específicamente la división de potencias de bases iguales.

Análisis de los distractores

- La elección del distractor **A** (38%), sugiere que los estudiantes sumaron los exponentes de las variables comunes en lugar de restarlos como exige la división de monomios de bases iguales, considerando las variables en el numerador.
- Los alumnos que eligieron el distractor **B** (12%) probablemente aplicaron algunas de las técnicas referidas, pero tuvieron dificultad en la simplificación de términos. Así, simplificaron X^2 con $2X$ y y^3 con $3y^2$ ($3y^2 = 3y \cdot y$), sin diferenciar coeficientes y exponentes de los numeradores y denominadores de las expresiones algebraicas presentadas, asumiendo equivocadamente que por ejemplo $2X = X^2$.

$$\frac{x^2 \cdot y^3}{3y^2 \cdot 2x} = \frac{\cancel{x^2} \cdot \cancel{y^3}}{3\cancel{y} \cdot 2\cancel{x}} = \frac{1}{y}$$

- La elección del distractor **C** (13%) muestra que probablemente los alumnos hallaron el

Ítem 4 - Forma 1

Si divido $\frac{x^2}{3y^2}$ entre, $\frac{2x}{y^3}$ ¿qué resultado obtengo?

A) $\frac{x^3 y^5}{6}$

B) $\frac{1}{y}$

C) $\frac{6}{xy}$

D) $\frac{xy}{6}$

Resultados: A) 38% B) 12% C) 13% **D) 26%** Omitidos 11%

producto de los medios y los extremos, ubicando erróneamente en el numerador el producto de los medios y en el denominador el producto de los extremos. Puede ser también que, luego de invertir el divisor de la división, hayan multiplicado y escrito los resultados en forma invertida, y que luego hayan simplificado correctamente términos tomando en consideración cocientes de potencias que tienen una misma base.

- El porcentaje de alumnos que no eligieron ninguna respuesta (11%) aparentemente corresponde a quienes no comprendieron el enunciado del ítem y/ o no lograron la capacidad.

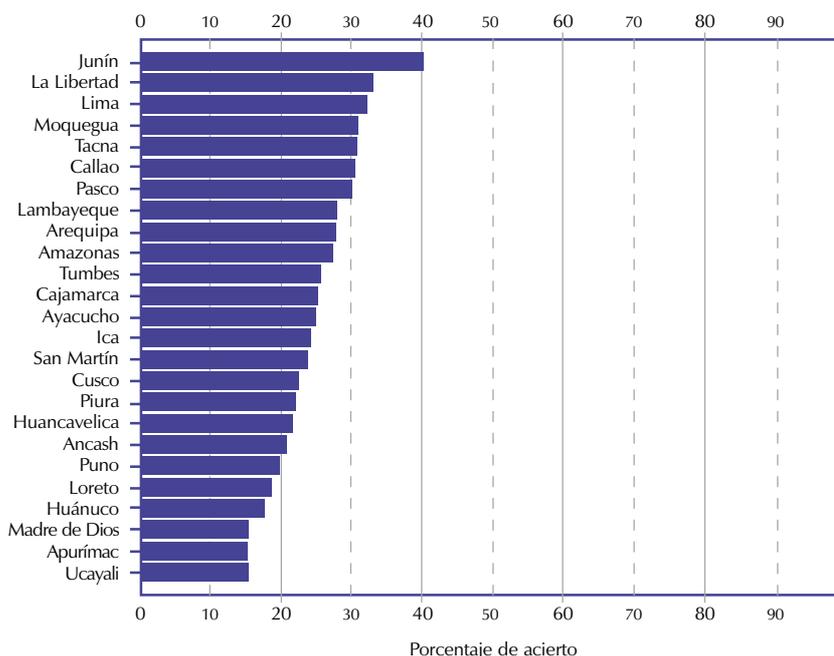
COMENTARIOS

- De los resultados obtenidos, podemos concluir que aproxi-

madamente la mitad (A y B) de los evaluados se equivocan al efectuar el algoritmo, probablemente debido al desconocimiento de propiedades básicas de la teoría de exponentes o también a su confusión respecto al significado de coeficiente y exponente.

- Por ser una capacidad desarrollada en los grados anteriores al grado evaluado, y además por ser el tipo de ejercicios en los que se insiste en los textos escolares, se esperaba que los resultados fueran mejores; sin embargo, menos de la tercera parte contestó correctamente y el porcentaje de alumnos que no contestaron el ítem es relativamente alto.

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem por departamentos.



INTERPRETACIÓN DE EXPRESIONES GRÁFICAS

ÍTEM 23 - FORMA 1

¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió obtener información relacionada con la capacidad de interpretar información presentada en un gráfico.

Habilidad evaluada

Interpretación de expresiones gráficas.

ANÁLISIS DE LAS ALTERNATIVAS

Análisis de la respuesta correcta

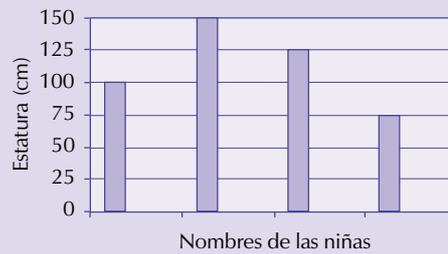
La elección de la alternativa C (75%) permite suponer que los alumnos comprendieron la información presentada en forma verbal y lograron relacionarla correctamente con los datos del gráfico; es decir, supieron discriminar a cuál de las niñas le correspondía cada una de las barras del gráfico, y responder la pregunta leyendo adecuadamente el gráfico.

Análisis de los distractores

- La elección del distractor A (10%), permite suponer que los estudiantes presentan dificultades para relacionar la información del texto con la información del gráfico. Tal dificultad probablemente los llevó a asumir que Tania es la más baja debido a que asignaron cada barra a una niña de acuerdo con el orden como se presentan sus nombres en el enunciado, en consecuencia, determinaron que la altura de Tania es 75 cm.
- La elección del distractor B (8%) muestra que probablemente los alumnos tuvieron dificultades al interpretar la relación que se establece entre las estaturas de Claudia y Tania. Así, asumieron equivocadamente que Claudia es más baja que Tania, y, por lo tanto, Tania mide 125 cm (invierten la relación).
- La elección del distractor D (3%) indica que probablemente los alumnos no comprendieron la pregunta y se limitaron a indicar la estatura que le corresponde a la columna de mayor longitud en el gráfico, o tal vez asumieron en forma arbitraria que Tania es la más alta.

Ítem 23 - Forma 1

El gráfico muestra la estatura de cuatro niñas.



Los nombres no se encuentran en el gráfico. Martha es la más alta. Luisa es la más baja. Claudia es más alta que Tania. ¿Cuál es la estatura de Tania?

- A) 75 cm
B) 125 cm
C) 100 cm
D) 150 cm

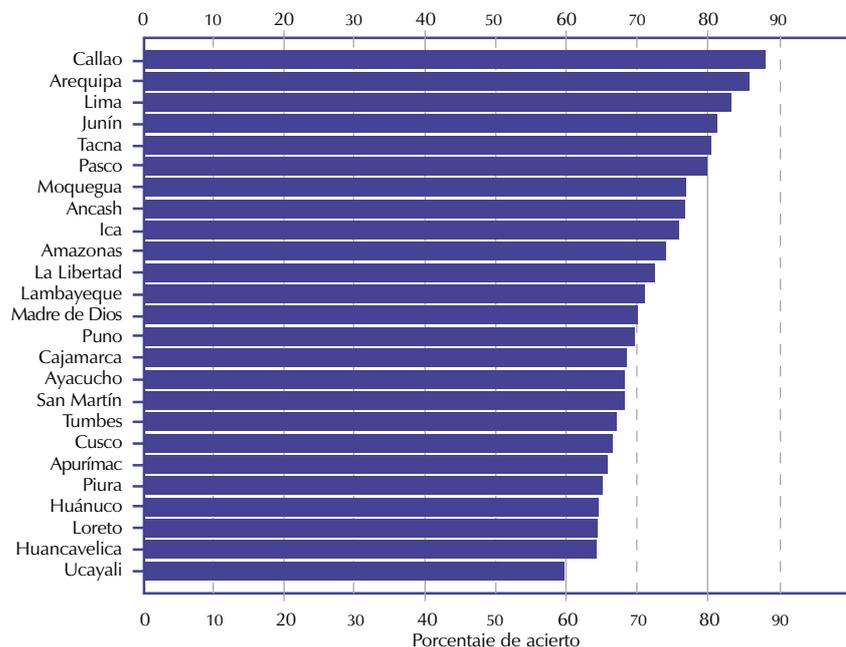
Resultados: A) 10% B) 8% C) 75% D) 3% Omitidos 4%

COMENTARIOS

- Es un ítem relativamente fácil, dado que se trata de una simple interpretación del enunciado y una lectura directa del gráfico. Sin embargo, para un ítem de esta naturaleza es sorprendente que un 4% no lo haya respondido. Es necesario que los alumnos estén familiarizados no solo con la interpretación y la lectura de gráficos, sino también con su elaboración a partir de la recolección y sistematización de información acerca de situaciones cotidianas.
- El ítem fue aplicado a alumnos de 13 años (primero y segundo

de secundaria, en nuestro sistema educativo) en 41 países del mundo en el marco del TIMSS⁵ (Tercer estudio internacional de educación matemática y ciencias). El promedio de alumnos que respondieron correctamente fue 85% en el grado más alto y 81% en el grado más bajo que cursaban los alumnos evaluados. Estos resultados corroboran nuestra apreciación de considerar el ítem 23 como un ítem fácil para el grado evaluado.

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem por departamentos.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

ÍTEM 17 - FORMA 1

¿Qué se evaluó?

La capacidad de interpretar información presentada en un gráfico y calcular la media.

Habilidad evaluada

Resolución de problemas.

ANÁLISIS DE LAS ALTERNATIVAS

Análisis de la respuesta correcta

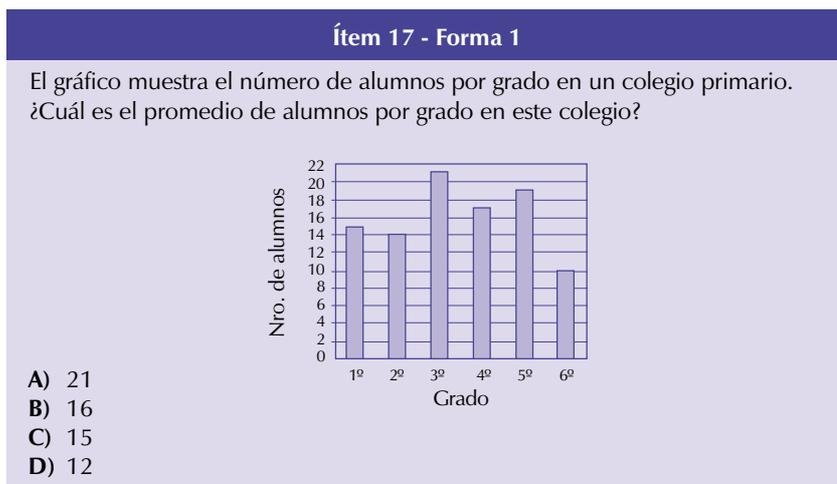
La elección de la alternativa **B** (36%), permite suponer que los alumnos comprendieron la situación planteada, que hicieron una lectura adecuada del gráfico para extraer los datos necesarios y hallar el promedio de alumnos por grado.

Análisis de los distractores

- La elección del distractor **A** (39%), implica que probablemente los alumnos no manejan el concepto de promedio, pues asumieron que la mayor frecuencia es el número que expresa el promedio.
- La elección de los distractores **C** (8%) y **D** (5%), permite suponer que los alumnos no comprendieron la situación planteada y trabajaron con los datos de manera intuitiva. En el primer caso, probablemente, hallaron el promedio de las frecuencias extremas (la más alta y la más baja) y redondearon el valor obtenido, y es probable que en el segundo caso hallaron el promedio de los dos valores más bajos que coinciden con los valores exactos que presenta la escala de frecuencias, es decir, 10 y 14.
- El porcentaje de alumnos que no eligieron ninguna respuesta (12%) aparentemente corresponde a quienes no comprendieron el enunciado del ítem y/o no lograron la capacidad.

COMENTARIOS

El hecho de que más de la mitad (52%) de los alumnos evaluados no logró resolver con éxito el ítem y que un alto porcentaje no

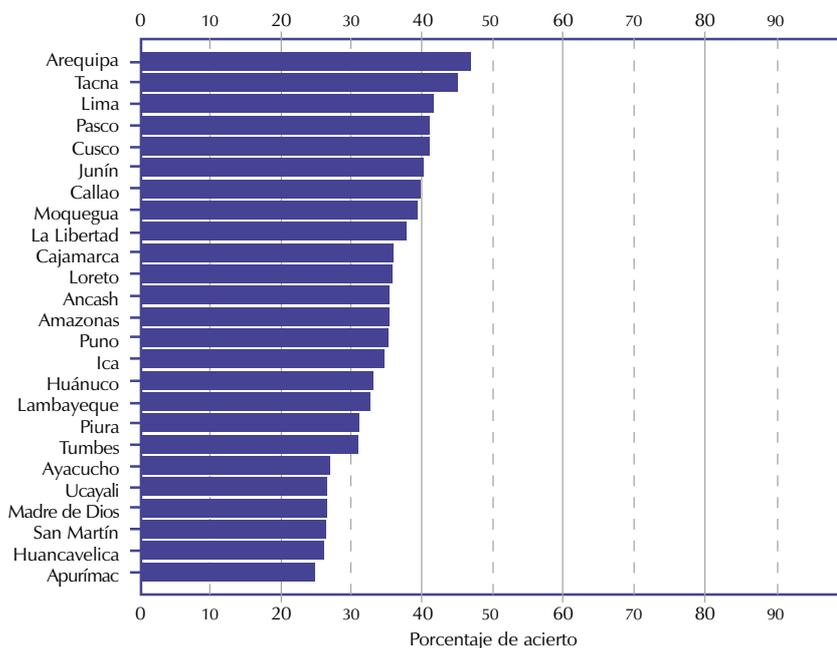


Resultados: A) 39% **B) 36%** C) 8% D) 5% Omitidos 12%

contestó (12%) muestra que ellos no entendieron el enunciado del ítem o no interpretaron la información estadística en un diagrama de barras. Sin embargo, tomando en cuenta el relativo desarrollo de la capacidad de los alumnos para interpretar un gráfico de barras, que han mostrado en los resultados del ítem 23 – forma 1, inferimos que la dificultad de los estudiantes consistió sobre todo en su falta de manejo del concepto de promedio. Es importante que los estudiantes entiendan este concepto y otros (medidas de tendencia central), y los procesos que se usan para el análisis de datos, puesto que actualmente se utilizan cada vez

más para formular predicciones y tomar decisiones. Una investigación acerca de una situación de interés de los alumnos sobre cómo se dan las tendencias puede constituir una excelente motivación para que logren entender y apreciar los métodos estadísticos. Los estudiantes deberán participar activamente en cada uno de los pasos que supone la estadística, desde la recolección de información hasta la comunicación de resultados.

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem por departamentos.



ÍTEM 7 - FORMA 2

¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permite conocer la capacidad para resolver problemas utilizando ecuaciones de primer grado.

Habilidad evaluada

Resolución de problemas.

ANÁLISIS DE LAS ALTERNATIVAS

Análisis de la respuesta correcta

La elección de la alternativa **C** (54%) permite suponer que los alumnos comprendieron el problema y transformaron el enunciado del lenguaje natural al lenguaje matemático, lo cual les permitió plantear una ecuación de primer grado que luego resolvieron correctamente, para finalmente dar la respuesta tomando en consideración las condiciones del problema. Cabe también la posibilidad de que algunos alumnos, luego de plantear la ecuación hayan comprobado que sustituyendo "X" por 200 la igualdad se cumple.

Análisis de los distractores

- La elección del distractor **A** (7%), permite suponer que probablemente los alumnos no entendieron el problema, tuvieron dificultades para identificar el tipo de relaciones que se establecen entre los datos del problema, y asumieron que cada integrante aporta por igual, es decir, S/. 600. También es probable que algunos alumnos hayan dividido 1 800 entre 3 y hayan dado como respuesta dicho resultado.
- La elección del distractor **B** (30%) sugiere que los alumnos se equivocaron en el planteamiento del problema, probablemente debido a una interpretación errónea del enunciado, pues consideraron que tal enunciado se traduciría a la siguiente ecuación: $X + 2X + 3X = 1\ 800$, de donde $X = 300$ y, por tanto, los aportes son 300, 600 y 900.
- La elección del distractor **D** (6%) muestra que los alumnos plan-

Ítem 7 - Forma 2

Martín, Julio y Juan han juntado 1 800 nuevos soles para abrir un negocio. Julio aporta el doble de Juan y Martín el triple de Julio. ¿Cuánto aportó cada uno para el negocio?

- A) S/. 600, S/. 600, S/. 600
 B) S/. 300, S/. 600, S/. 900
 C) S/. 200, S/. 400, S/. 1 200
 D) S/. 225, S/. 450, S/. 1 350

Resultados: A) 7% B) 30% C) 54% D) 6% Omitidos: 3%

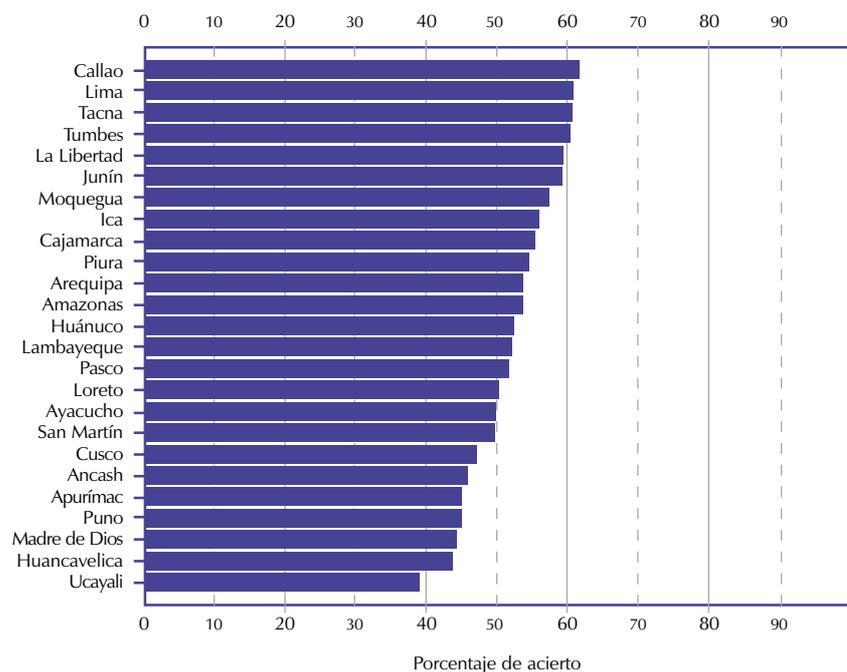
tearon bien el problema, pero probablemente erraron al resolver la ecuación, pues no consideraron el coeficiente del primer sumando en la ecuación $X + 2X + 6X = 1\ 800$, y obtuvieron $8X = 1\ 800$, de donde $X = 225$, y por lo tanto dieron como resultado que los aportes eran 225, 450 y 1 350. Además, no verificaron que la suma de dichos aportes debía ser 1 800.

COMENTARIOS

Dado que el ítem corresponde a contenidos desarrollados desde los grados anteriores, se esperaba que el porcentaje de acierto fuera mayor; sin embargo, el hecho de que el 46% (la suma de A, B, D y los

omitidos) de los evaluados no contestara correctamente muestra que esta capacidad no ha sido desarrollada adecuadamente. Los resultados evidencian que una de las mayores dificultades de los estudiantes está en la comprensión del enunciado del problema y su traducción a un lenguaje matemático (una ecuación). De allí la necesidad de proponerles actividades de análisis de enunciados de diversos tipos de problemas, que impliquen el uso de expresiones algebraicas y el establecimiento de relaciones de igualdad entre ellas, en contextos de situaciones cotidianas.

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem por departamentos.



ÍTEM 1 - FORMA 1

¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió obtener información relacionada con la capacidad de resolver problemas empleando los conceptos de proporcionalidad y porcentaje.

Habilidad evaluada

Resolución de problemas.

ANÁLISIS DE LAS ALTERNATIVAS

Análisis de la respuesta correcta

La elección de la respuesta correcta **B** (53%), permite suponer que los alumnos comprendieron el problema, y para resolverlo, previamente hallaron el total de votos que hubo en la elección, luego aplicaron los conceptos de proporcionalidad y porcentaje, y finalmente utilizaron una técnica para encontrar a qué porcentaje del total de votos corresponde el número de votos que tuvo José.

Análisis de los distractores

- La elección del distractor **A** (11%) implica que los alumnos probablemente no manejan el concepto de porcentaje, puesto que hallaron el promedio de votos que recibieron los tres participantes.
- La elección del distractor **C** (12%) o del distractor **D** (19%)

Ítem 1 - Forma 1

En una elección escolar con 3 candidatas, José recibió 120 votos, María recibió 50 votos y Jorge recibió 30 votos. ¿Qué porcentaje del número total de votos recibió José?

A) $66\frac{2}{3}\%$
 B) 60 %
 C) 80 %
 D) 120 %

Resultados: A) 11% **B) 53%** C) 12% D) 19% Omitidos 5%

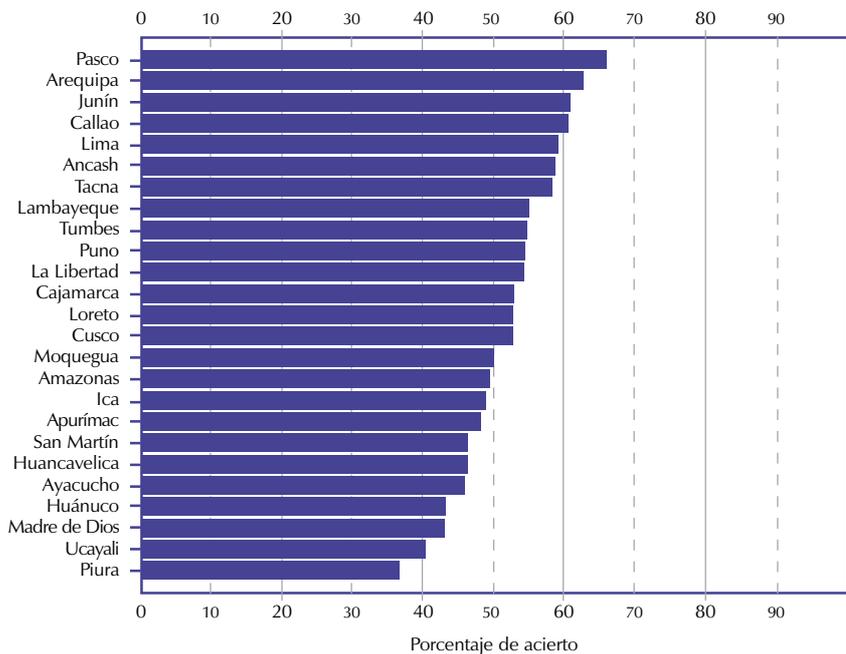
permite suponer que los alumnos no entendieron el enunciado debido posiblemente al desconocimiento del significado de proporcionalidad y de porcentaje, pues en el primer caso probablemente hallaron la diferencia entre el total de votos y los que recibió José, es decir, $200 - 120 = 80$, y, en el segundo caso, probablemente asumieron que el número de votos que recibió José representa también al porcentaje del mismo.

COMENTARIOS

La tendencia de las respuestas evidencia que la mayor dificultad que tienen los estudiantes es la comprensión del enunciado del problema, debido probablemente a que no conocen los conceptos de proporcionalidad y porcentaje. El de-

sarrollo de estos conceptos puede empezarse desde la educación primaria, a partir de actividades en las cuales se integren contenidos numéricos y geométricos, y también a través de preguntas en situaciones contextualizadas. Deberá incidirse sobre todo en la comprensión del significado de porcentaje, y proporcionarle al alumno la experiencia suficiente en situaciones concretas para que, a partir del concepto de porcentaje, pueda encontrar una técnica para calcularlo. De este modo se evitará el aprendizaje mecánico de técnicas como la “regla de tres”, las cuales son aplicadas muchas veces por el estudiante sin entender lo que hace.

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem por departamentos.



ÍTEM 24 - FORMA 1

¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permitió obtener información sobre la capacidad del alumno para resolver problemas relacionados al cálculo del área del cuadrado.

Habilidad evaluada

Resolución de problemas.

ANÁLISIS DE LAS ALTERNATIVAS

Análisis de la respuesta correcta

La elección de la alternativa **A** (42%), evidencia que los alumnos comprendieron correctamente el problema, al demostrar el dominio de los conceptos de área, lado y diagonal del cuadrado. Primero hallaron el lado y luego la diagonal del primer cuadrado, para, finalmente, con este dato, calcular el área del segundo cuadrado, considerando como lado de este último la diagonal del primer cuadrado.

Análisis de los distractores

- La elección del distractor **B** (31%), implica que probablemente los alumnos asumieron que la medida del lado del primer cuadrado era la misma que la del lado del segundo cuadrado, por lo tanto concluyeron las áreas eran las mismas. O tal vez desconocen el concepto de diagonal y asumen que la medida del lado de un cuadrado y su diagonal son iguales.
- La elección del distractor **C** (5%) permite suponer que tal vez los alumnos hallaron correctamente la diagonal del primer cuadrado, pero cometieron un error operativo al calcular el área del segundo cuadrado. Al efectuar $9\sqrt{2} \times 9\sqrt{2}$, multiplicaron los coeficientes y reemplazaron el radical por su valor aproximado a la centésima así: $81 \times 1,41 = 114,21$.
- La elección del distractor **D** (6%) muestra que probablemente los alumnos se equivocaron al efectuar la multiplicación en la parte final de la solución del problema: $81 \times 2 = 161$. Es posible

Ítem 24 - Forma 1

El área de un cuadrado es 81 cm^2 . El área de otro cuadrado cuyo lado es igual a la diagonal del primero es:

- A) 162 cm^2
- B) 81 cm^2
- C) $114,21 \text{ cm}^2$
- D) 161 cm^2

Resultados: A) 42% B) 31% C) 5% D) 6% Omitidos 16%

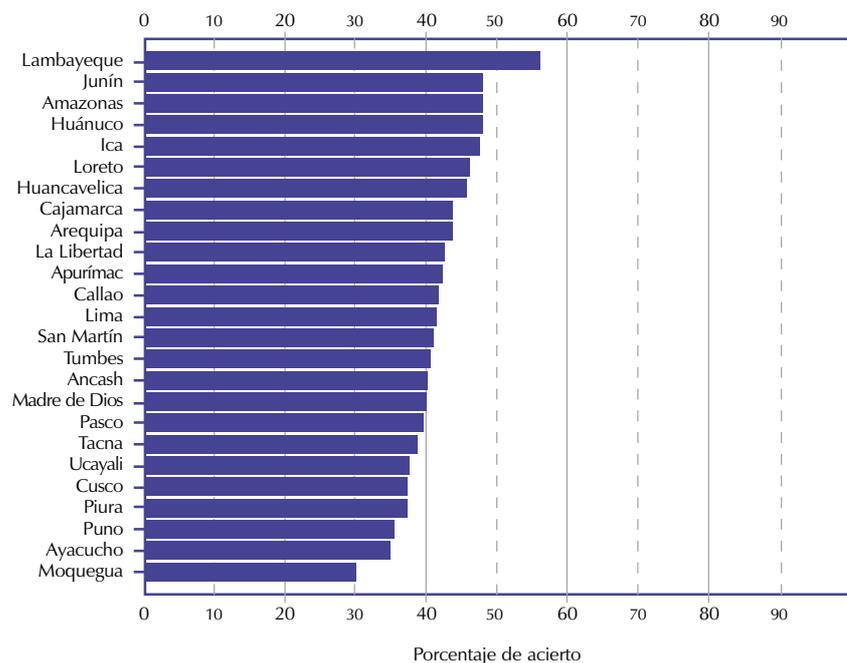
también que hayan efectuado las operaciones luego de hallar el lado del segundo cuadrado, con aproximaciones al centésimo: $9\sqrt{2} \times 9\sqrt{2} = (9 \times 1,41) (9 \times 1,41) = 12,7 \times 12,7 = 161,29 = 161$.

COMENTARIOS

Los resultados muestran que el 42% de los alumnos marcó acertadamente la respuesta, el 31% interpretó de modo incorrecto el problema, y el 11% cometió error de cálculo luego de un planteamiento adecuado. El hecho de que el 16% de alumnos no dio ninguna respuesta muestra que probablemente los alumnos no manejan los conceptos de diagonal ni de área de un cuadrado, o no supieron cómo hallar

la longitud de la diagonal. Tal situación sugiere la necesidad de diversificar los contextos de los problemas que se plantean a los estudiantes, de manera que su solución implique utilizar estrategias en las cuales no solamente se aplique una fórmula del área a encontrar, sino también otros conceptos matemáticos, relaciones existentes entre estos y diversos procedimientos. Así mismo, es necesario proponer situaciones problemas cuya solución ayude a que el alumno conceptúe y maneje el significado de números irracionales y su diferencia respecto de los racionales.

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem por departamentos.



ÍTEM 14 - FORMA 2

¿Qué se evaluó?

El ítem aplicado permite obtener información acerca de la capacidad del alumno para resolver problemas sobre ángulos consecutivos en un plano.

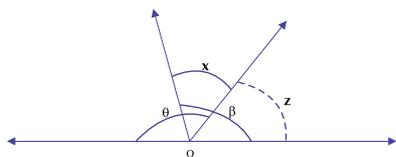
Habilidad evaluada

Resolución de problemas.

ANÁLISIS DE LAS ALTERNATIVAS

Análisis de la respuesta correcta

La elección de la alternativa **A** (44%) permite suponer que los alumnos plantearon adecuadamente una estrategia y expresaron correctamente las relaciones dadas mediante la ecuación que los llevaría a la solución del problema. Probablemente reconocieron que la suma de las medidas de los ángulos consecutivos que se muestran en la figura es 180° , lo que posiblemente les permitió plantear la ecuación $\theta + \beta - X = 180^\circ$, la que luego de haber reemplazado los valores de θ y β , resolvieron y encontraron así la respuesta correcta. O, tal vez, incluyeron otra variable (por ejemplo z), que emplearon en la siguiente ecuación: $\theta + z = 180^\circ$, la cual resolvieron y encontraron el valor de $z = 40^\circ$; luego reemplazaron el valor de z en la ecuación $z + X = 120^\circ$, de donde obtuvieron que $X = 80^\circ$.



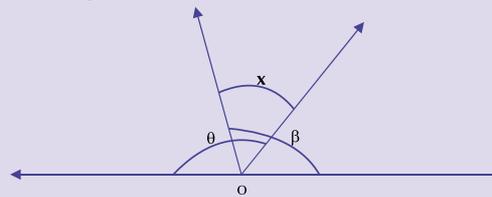
Análisis de los distractores

- La elección del distractor **B** (21%) implica que los alumnos plantearon mal la ecuación, pues sumaron θ y β y sustrajeron 2 veces X , es decir $\theta + \beta - 2X = 180^\circ$, de donde determinan que $X = 40^\circ$.
- La elección del distractor **C** (22%) permite suponer que los alumnos plantearon equivocadamente la ecuación requerida, al considerar que $\theta - \beta + X = 180^\circ$, de donde obtuvieron que $X = 160^\circ$.
- La elección del distractor **D** (5%), indica que los alumnos asumie-

Ítem 14 - Forma 2

En la siguiente figura, si la medida del ángulo θ es 140° y la medida del ángulo β es 120° , ¿cuál es la medida del ángulo x ?

- A) 80°
- B) 40°
- C) 160°
- D) 200°



Resultados: A) 44% B) 21% C) 22% D) 5% Omitidos 8%

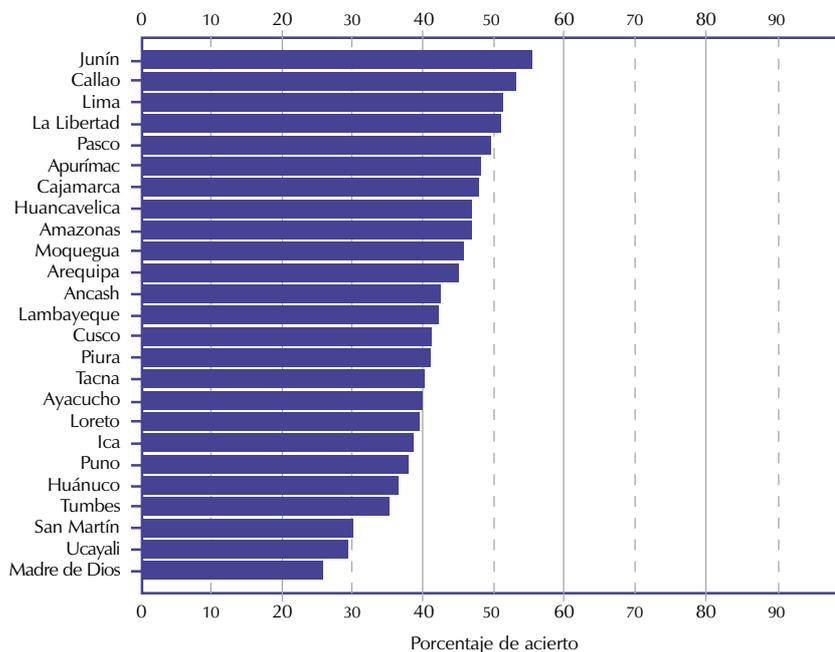
ron que el valor de X resulta de la adición del ángulo llano con el resultado de la diferencia entre θ y β ; por tanto, establecen la ecuación: $X = 180 + (\theta - \beta)$.

COMENTARIOS

El hecho de que menos de la mitad de los estudiantes evaluados respondieran correctamente el ítem muestra la dificultad que tienen los alumnos en plantear ecuaciones considerando datos expresados en una figura, utilizando el concepto de ángulos consecutivos y la relación de la suma de las medidas de ángulos suplementarios. La elección del distractor **D** permite suponer que los alumnos, luego de resolver la ecuación, no verificaron la coherencia de este resultado con los datos y las condiciones del problema, actividad que es fundamental en el proceso de resolución de todo problema. A fin de facilitar el desarrollo de ideas numéricas y de me-

dición en geometría, es importante que los alumnos, desde la educación primaria, desarrollen su percepción espacial a través de ejercicios de visualización, dibujo y comparación de ángulos y otras figuras en posiciones diversas. Se les ha de dar la posibilidad de expresar sus ideas e intuiciones sobre ángulos y figuras bi y tri dimensionales y sus características, también sobre la relación entre ángulos y otras figuras, y sobre el efecto que ejercen los cambios sobre estos y aquellas. Estas experiencias previas les permitirán utilizar estrategias adecuadas para resolver problemas cuya solución implique, entre otros procedimientos, la traducción de relaciones de medición de figuras geométricas utilizando lenguaje algebraico.

El siguiente gráfico muestra el porcentaje de alumnos que respondieron correctamente el ítem por departamentos.



3. CONCLUSIONES

El análisis de los ítems presentados anteriormente y de los demás que se han guardado en el banco de ítems para poder usarlos en evaluaciones futuras con la finalidad de comparar rendimientos, permite afirmar lo siguiente con respecto a los logros de los estudiantes:

Los mejores resultados de los estudiantes tendieron a darse en los ítems relacionados a las habilidades de “interpretación de expresiones gráficas” y de “manejo de conceptos, símbolos y términos” seguidas de “aplicación de algoritmos” y “resolución de problemas”.

En la habilidad de “aplicación de algoritmos” los alumnos mostraron tener dificultad en realizar operaciones de adición y de división de fracciones algebraicas, en racionalizar fracciones, en resolver ecuaciones con valor absoluto, en resolver inecuaciones en donde dos de los términos son fracciones, en factorizar un trinomio cuadrado perfecto en el cual dos términos son fracciones, en determinar la medida de uno de los ángulos de un cuadrilátero inscrito en una circunferencia, en aplicar la relación entre la medida de un ángulo inscrito en una circunfe-

rencia y la medida del ángulo central que subtiende el mismo arco. Como podemos notar, las mayores dificultades generalmente estuvieron centradas en efectuar operaciones con fracciones.

Las dificultades que los estudiantes han encontrado en la resolución de problemas se relacionan con la interpretación correcta del enunciado, en parte debido probablemente a la falta de dominio de conceptos relacionados con porcentaje, del concepto de media aritmética, de los conceptos de área total y de volumen de un prisma, y de su aplicación. También es probable que algunas respuestas equivocadas se hayan debido a la falta de pericia de los estudiantes para traducir el enunciado del problema utilizando lenguaje matemático; y otras veces, a la aplicación incorrecta de un algoritmo. Esto último evidencia la necesidad de propiciar el desarrollo de una actitud crítica reflexiva del estudiante respecto a la estrategia que utiliza y la respuesta que da.

Según el nuevo *Diseño curricular básico* (experimental), “aprender Matemática significa **entender y usar la Matemática a través de la resolución de problemas**”. La habilidad de resolución de problemas

implica comprender el enunciado de un problema, establecer relaciones entre la información que se dispone y la(s) pregunta(s) que hay que responder, traducir tales relaciones al lenguaje matemático, buscar y seleccionar estrategias pertinentes, ejecutar tales estrategias, y finalmente verificar el procedimiento y la respuesta encontrada. Es una habilidad cuyo desarrollo requiere particular atención del docente y supervisión del trabajo que realicen los estudiantes, ya sea de manera grupal o individual, para identificar errores y ayudarlos a resolver problemas de interés para ellos, orientándolos hacia el aprendizaje de estrategias más eficaces. La resolución de problemas es el proceso que permite a los estudiantes experimentar la potencia y la utilidad de las matemáticas en el mundo que los rodea. En educación secundaria se han de presentar situaciones que impliquen el uso del lenguaje matemático que los estudiantes van adquiriendo, y también la ampliación de dicho lenguaje. La resolución de problemas ha de constituirse así en el contexto principal para el aprendizaje de matemática.

NOTAS

1. CRECER: Crecer con Calidad y Equidad en el Rendimiento.
2. Una presentación general de la evaluación nacional que realizará la UMC en noviembre del 2001 se incluye en la revista Crecer 2, publicada en julio del 2001 por la UMC.
3. El resto de ítems administrados en 1998 debe ser guardado para utilizarse en evaluaciones futuras, de modo que se pueda estimar la evolución en el rendimiento de los estudiantes.
4. Ver boletín CRECER 5/6. Lima: Unidad de Medición de la Calidad Educativa del Ministerio de Educación, p.2.
5. TIMSS. IEA'S Third International mathematics and science study. TIMSS Mathematics Items. Released set for population (seventh and eight grades); p.91.

Cuarto de secundaria

DEPARTAMENTO	I03	I05	I06	I19	I04	I23	I17	I07 (2)	I01	I24	I14 (2)	TOTAL
AMAZONAS	59,84%	36,22%	26,77%	56,30%	27,17%	73,62%	35,04%	53,60%	49,21%	48,03%	46,80%	46,60%
ANCASH	51,15%	35,88%	29,77%	57,63%	20,61%	76,34%	35,11%	45,80%	58,78%	40,08%	42,37%	44,86%
APURÍMAC	50,00%	38,08%	17,69%	50,00%	15,00%	65,38%	24,62%	45,11%	48,08%	42,31%	48,12%	40,40%
AREQUIPA	65,35%	47,93%	33,61%	47,72%	27,59%	85,48%	46,47%	53,61%	62,66%	43,78%	44,95%	50,83%
AYACUCHO	43,59%	35,47%	26,07%	41,88%	24,79%	67,95%	26,50%	49,79%	45,73%	35,04%	40,08%	39,72%
CAJAMARCA	49,79%	41,63%	32,19%	49,79%	24,89%	68,24%	35,62%	55,17%	52,79%	43,78%	47,84%	45,61%
CALLAO	55,37%	50,41%	35,12%	40,50%	30,17%	87,60%	39,26%	61,41%	60,74%	41,74%	53,11%	50,49%
CUSCO	40,60%	41,73%	29,70%	50,00%	22,18%	66,17%	40,60%	46,97%	52,63%	37,22%	41,29%	42,64%
HUANCAVELICA	40,48%	47,22%	21,43%	55,95%	21,43%	63,89%	25,79%	43,70%	46,03%	45,63%	46,85%	41,67%
HUANUCO	42,74%	28,23%	31,85%	41,13%	17,34%	64,11%	32,66%	52,24%	43,15%	47,98%	36,33%	39,80%
ICA	47,03%	39,43%	32,30%	41,33%	23,99%	75,53%	34,44%	55,88%	48,93%	47,51%	38,61%	44,09%
JUNIN	50,76%	47,35%	24,62%	48,48%	39,77%	81,06%	39,77%	59,11%	60,98%	48,11%	55,39%	50,49%
LA LIBERTAD	51,57%	38,98%	24,02%	36,22%	32,68%	72,05%	37,40%	59,36%	54,33%	42,52%	51,00%	45,47%
LAMBAYEQUE	45,80%	31,09%	29,41%	51,68%	27,73%	70,59%	32,35%	51,93%	55,04%	55,88%	42,06%	44,87%
LIMA	60,27%	46,09%	29,02%	47,59%	31,87%	83,08%	41,28%	60,74%	59,13%	41,23%	51,22%	50,14%
LORETO	46,49%	35,09%	23,25%	43,42%	18,42%	64,04%	35,53%	50,22%	52,63%	46,05%	39,39%	41,32%
MADRE DE DIOS	49,12%	38,94%	19,47%	33,63%	15,04%	69,91%	26,11%	44,25%	42,92%	39,82%	25,66%	36,81%
MOQUEGUA	56,50%	40,65%	26,02%	45,12%	30,49%	76,42%	39,02%	57,20%	50,00%	30,08%	45,68%	45,20%
PASCO	54,47%	35,32%	27,66%	45,53%	29,79%	79,57%	40,85%	51,50%	65,96%	39,57%	49,36%	47,23%
PIURA	47,13%	34,10%	21,07%	47,13%	21,84%	64,75%	30,65%	54,44%	36,40%	37,16%	40,93%	39,60%
PUNO	45,53%	34,89%	22,98%	34,47%	19,57%	69,36%	34,89%	45,06%	54,47%	35,32%	37,77%	39,48%
SAN MARTIN	45,73%	40,60%	21,79%	42,74%	23,50%	67,95%	26,07%	49,58%	46,15%	41,03%	30,00%	39,56%
TACNA	58,67%	40,17%	26,59%	45,95%	30,35%	80,06%	44,80%	60,40%	58,38%	38,73%	40,17%	47,66%
TUMBES	48,71%	38,36%	21,98%	37,50%	25,43%	66,81%	30,60%	60,26%	54,74%	40,52%	35,04%	41,81%
UCAYALI	35,10%	19,23%	21,63%	37,02%	14,90%	59,62%	26,44%	38,97%	40,38%	37,50%	29,23%	32,73%
TOTAL	52,40%	40,49%	27,18%	45,80%	26,34%	74,87%	36,40%	54,27%	53,82%	41,90%	44,32%	45,25%

GÉNERO	I03	I05	I06	I19	I04	I23	I17	I07 (2)	I01	I24	I14 (2)	TOTAL
MUJERES	45,67%	38,99%	27,84%	46,10%	26,83%	74,97%	33,67%	51,95%	49,83%	41,58%	43,18%	43,69%
VARONES	59,91%	42,15%	26,44%	45,47%	25,80%	74,76%	39,45%	56,89%	58,28%	42,26%	45,61%	47,00%
TOTAL	52,40%	40,49%	27,18%	45,80%	26,34%	74,87%	36,40%	54,27%	53,82%	41,90%	44,32%	45,25%

GESTIÓN	I03	I05	I06	I19	I04	I23	I17	I07 (2)	I01	I24	I14 (2)	TOTAL
ESTATAL	49,17%	37,51%	25,11%	45,22%	21,52%	72,41%	32,36%	51,02%	50,83%	40,48%	41,04%	42,42%
NO ESTATAL	67,23%	54,15%	36,68%	48,48%	48,48%	86,18%	54,96%	68,96%	67,57%	48,42%	59,15%	58,20%
TOTAL	52,40%	40,49%	27,18%	45,80%	26,34%	74,87%	36,40%	54,27%	53,82%	41,90%	44,32%	45,25%

ANEXO 2

CUARTO DE SECUNDARIA

ÍTEM 1 - FORMA 1

En una elección escolar con 3 candidatos, José recibió 120 votos, María recibió 50 votos y Jorge recibió 30 votos. ¿Qué porcentaje del número total de votos recibió José?

- A) $66 \frac{2}{3} \%$
- B) 60 %
- C) 80 %
- D) 120 %

ÍTEM 3 - FORMA 1

Indicar con verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- Un nuevo sol equivale a 100 céntimos.
- Una moneda de cinco nuevos soles equivale a 10 monedas de 50 céntimos.
- Una moneda de un nuevo sol equivale a 10 monedas de 5 céntimos.

- A) VFV
- B) VVV
- C) VVF
- D) FVF

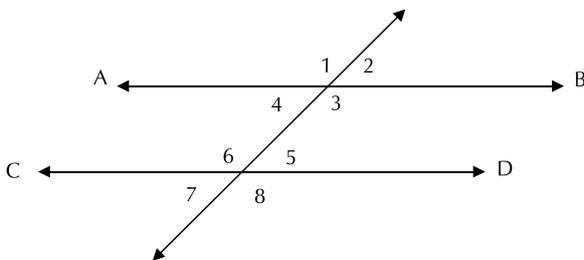
ÍTEM 4 - FORMA 1

Si divido $\frac{x^2}{3y^2}$ entre $\frac{2x}{y^3}$ ¿qué resultado obtengo?

- A) $\frac{x^3 y^5}{6}$
- B) $\frac{1}{y}$
- C) $\frac{6}{xy}$
- D) $\frac{xy}{6}$

ÍTEM 5 - FORMA 1

En la figura, las rectas AB y CD son paralelas.



Los dos ángulos cuyas medidas deben sumar 180° son:

- A) $\angle 4$ y $\angle 6$
- B) $\angle 1$ y $\angle 3$
- C) $\angle 2$ y $\angle 5$
- D) $\angle 2$ y $\angle 7$

ÍTEM 6 - FORMA 1

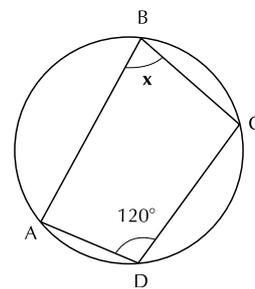
¿Cuáles son los valores de "x" que satisfacen la siguiente ecuación?

$$|x| - 2 = 5$$

- A) 7 y -3
- B) 7 y -7
- C) 3 y -3
- D) 7 y 3

ÍTEM 19 - FORMA 1

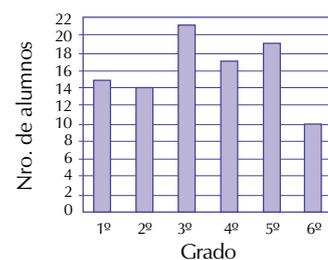
Si ABCD está inscrito en la circunferencia, ¿cuál es la medida del ángulo "X"?



- A) 60°
- B) 120°
- C) 80°
- D) 40°

ÍTEM 17 - FORMA 1

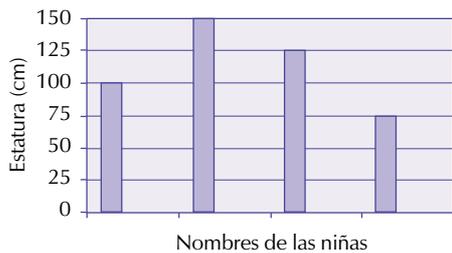
El gráfico muestra el número de alumnos por grado en un colegio primario. ¿Cuál es el promedio de alumnos por grado en este colegio?



- A) 21
- B) 16
- C) 15
- D) 12

ÍTEM 23 - FORMA 1

El gráfico muestra la estatura de cuatro niñas.



Los nombres no se encuentran en el gráfico. Martha es la más alta. Luisa es la más baja. Claudia es más alta que Tania. ¿Cuál es la estatura de Tania?

- A) 75 cm
- B) 125 cm
- C) 100 cm
- D) 150 cm

ÍTEM 24 - FORMA 1

El área de un cuadrado es 81 cm^2 . El área de otro cuadrado cuyo lado es igual a la diagonal del primero es:

- A) 162 cm^2
- B) 81 cm^2
- C) $114,21 \text{ cm}^2$
- D) 161 cm^2

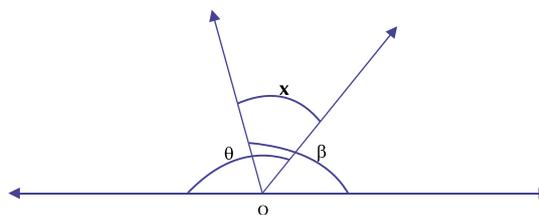
ÍTEM 7 - FORMA 2

Martín, Julio y Juan han juntado 1 800 nuevos soles para abrir un negocio. Julio aporta el doble de Juan y Martín el triple de Julio. ¿Cuánto aportó cada uno para el negocio?

- A) S/. 600, S/. 600, S/. 600
- B) S/. 300, S/. 600, S/. 900
- C) S/. 200, S/. 400, S/. 1 200
- D) S/. 225, S/. 450, S/. 1 350

ÍTEM 14 - FORMA 2

En la siguiente figura, si la medida del ángulo q es 140° y la medida del ángulo b es 120° , ¿cuál es la medida del ángulo x ?



- A) 80°
- B) 40°
- C) 160°
- D) 200°

Boletines anteriores publicados por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC):

BOLETÍN CRECER 1

Algunos aspectos de la formación docente en el Perú

BOLETÍN CRECER 2

¿Te gustan las clases de matemática? ¿Y las de lenguaje?

BOLETÍN CRECER 3

Las tareas escolares

BOLETÍN CRECER 4

La escuela y las expectativas de las madres y los padres

BOLETÍN CRECER 5/6

Resultados de las pruebas de matemática y lenguaje. ¿Qué aprendimos a partir de la Evaluación CRECER 1998?

BOLETÍN CRECER 7

Resultados de las pruebas de ciencias sociales y ciencias naturales. Evaluación nacional de 1998

BOLETÍN UMC 8

Efecto de la escuela en el rendimiento en lógico-matemática en cuarto grado de primaria

BOLETÍN UMC 9

El Perú en el primer estudio internacional comparativo de la UNESCO sobre lenguaje, matemática y factores asociados en tercer y cuarto grado

Boletines dedicados a analizar los ítemes de las pruebas de primaria:

BOLETÍN UMC 10

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998
Resultados de lógico-matemática en cuarto grado de primaria

BOLETÍN UMC 11

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998
Resultados de comunicación integral en cuarto grado de primaria

BOLETÍN UMC 12

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998
Producción de textos en cuarto grado de primaria

BOLETÍN UMC 13

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998
Resultados de lógico-matemática en sexto grado de primaria

BOLETÍN UMC 14

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998
Resultados de comunicación integral en sexto grado de primaria

BOLETÍN UMC 15

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998
Producción de textos en sexto grado de primaria

Boletines dedicados a analizar los ítemes de las pruebas de secundaria:

BOLETÍN UMC 16

Análisis de ítemes de las pruebas CRECER 1998
Resultados de matemática en cuarto grado de secundaria

Boletín UMC

El presente informe ha sido elaborado por la Unidad de Medición de la Calidad Educativa (UMC) del Ministerio de Educación y el Grupo de Análisis para el Desarrollo (GRADE).

Por GRADE participaron:

Martha Villavicencio
(responsable de la redacción final)

Cecilia Ramírez
(supervisora del trabajo por GRADE)

Santiago Cueto
(coordinador de la asesoría de GRADE a la UMC)

Por la UMC participaron:

Tania Pacheco
(especialista en matemática)

Freddy Raymundo
(especialista en matemática)

Alberto Torreblanca
(especialista en análisis de datos)

José Rodríguez
(jefe de la UMC)

El responsable de la elaboración de la prueba nacional de matemática de cuarto grado de educación secundaria fue Freddy Raymundo

Los autores agradecen a los revisores del presente boletín por sus comentarios, especialmente a Emérita Campos, Haydée Azabache y David Palomino.

El Ministerio agradece y alienta la difusión de este informe, cuyo contenido puede ser reproducido citando la fuente. Escríbanos a: Unidad de Medición de la Calidad Educativa, Ministerio de Educación, calle Van de Velde 160, San Borja, Lima 41; o a medicion@minedu.gob.pe. Visítenos en la página web <http://www.minedu.gob.pe/>, donde podrá encontrar este documento y anteriores boletines.