

SÍMBOLOS DE LA PATRIA



Bandera Nacional



Himno Nacional



Escudo Nacional

DECLARACIÓN UNIVERSAL DE LOS DERECHOS HUMANOS

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

- Artículo 1**
Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.
- Artículo 2**
Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).
- Artículo 3**
Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.
- Artículo 4**
Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.
- Artículo 5**
Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.
- Artículo 6**
Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.
- Artículo 7**
Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).
- Artículo 8**
Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).
- Artículo 9**
Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.
- Artículo 10**
Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.
- Artículo 11**
1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.
- Artículo 12**
Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.
- Artículo 13**
1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.
- Artículo 14**
1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.
- Artículo 15**
1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.
- Artículo 16**
1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.
- Artículo 17**
1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.
- Artículo 18**
Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).
- Artículo 19**
Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).
- Artículo 20**
1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.
- Artículo 21**
1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.
- Artículo 22**
Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.
- Artículo 23**
1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.
- Artículo 24**
Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.
- Artículo 25**
1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.
- Artículo 26**
1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.
- Artículo 27**
1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.
- Artículo 28**
Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.
- Artículo 29**
1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.
- Artículo 30**
Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.

Resolvamos problemas

Manual para el docente

Secundaria

2



MINISTERIO DE EDUCACIÓN

DISTRIBUIDO GRATUITAMENTE POR EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN - PROHIBIDA SU VENTA

EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

1. Democracia y Estado de Derecho

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

2. Equidad y Justicia Social

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las personas que conformamos esta socie-

dad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

3. Competitividad del País

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado

Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

Resolvamos problemas

Manual para el docente

Secundaria

2





Resolvamos problemas 2

Manual para el docente

Editado por:

Ministerio de Educación
Calle Del Comercio N.º 193, San Borja
Lima 41, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Propuesta de contenidos:

Hugo Luis Támara Salazar
Enrique García Manyari

Revisión pedagógica:

Hugo Luis Támara Salazar

Diseño y diagramación:

Eduardo Gabriel Valladares Valiente

Corrección de estilo:

Katherine Mercedes Cabanillas Villegas

Primera edición: diciembre de 2017

Tiraje: 4445 ejemplares

Impreso por:

Consortio Corporación Gráfica Navarrete S. A., Amauta Impresiones Comerciales S. A. C., Metrocolor S. A. Se terminó de imprimir en marzo de 2018, en los talleres gráficos de Amauta Impresiones Comerciales S. A. C., sito en Juan del Mar y Bernedo 1298- Lima.

©Ministerio de Educación

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

N.º 2018-02793

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

Querido(a) docente:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el manual de *Resolvamos problemas 2*, cuyo propósito es ofrecerte sesiones de aprendizaje para abordar las situaciones significativas presentadas en cada ficha del cuaderno de trabajo.

Las sesiones de aprendizaje que se proponen están estructuradas de la siguiente manera:

Inicio

Se presentan sugerencias para organizar a los equipos de trabajo, promoviendo una atención diferenciada, de manera que se brinde mayor apoyo al equipo que requiere consolidar los aprendizajes propuestos. Se presentan los propósitos por lograr y las pautas para el trabajo en equipo.

Desarrollo

Se explica cómo está organizada la sección *Aprendemos*, cuyas actividades han sido planteadas de acuerdo a las fases de *Resolución de problemas* (*Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo*).

Se sugiere que, para dar respuesta a las interrogantes de la sección *Aprendemos*, se realice un trabajo conjunto entre el docente y los estudiantes del equipo que requiere mayor atención. Para asegurar el logro de los aprendizajes propuestos, se presentan respuestas sugeridas a las interrogantes planteadas en las fases de *Resolución de problemas*.

En lo que respecta a la sección *Analizamos*, se abordan las tres situaciones con sus respectivas resoluciones: en las situaciones A y B, los estudiantes explicarán, reconocerán y describirán los procesos y las estrategias que se utilizaron para su resolución; y en la situación C, reconocerán el error de definiciones y de cálculo, a partir de lo cual plantearán la corrección del correspondiente proceso de resolución.

Por otro lado, se brindan indicaciones de cómo los estudiantes deberán desarrollar las situaciones de contexto propuestas en la sección *Practicamos*, las cuales se organizan por colores con relación al grado de dificultad. Así pues, el verde identifica a las situaciones de familiarización, que serán desarrolladas por los estudiantes que se encuentran en el nivel inicio; el amarillo refiere situaciones de traducción simple, que serán desarrolladas por los que se hallan en proceso; y el azul corresponde a situaciones de traducción compleja, que serán desarrolladas por quienes se encuentran en el nivel destacado. Esta sección *Practicamos* deberá ser trabajada por cada estudiante de manera individual.

Cierre

Se promueve la reflexión del proceso de aprendizaje, mediante preguntas o indicaciones propuestas por el docente, que permiten a los estudiantes explicar sus dificultades en el desarrollo de las actividades propuestas y cómo lograron superarlas, así como describir las estrategias empleadas en este proceso.

Reforzamos en casa

Son situaciones de contextos diversos que se presentan en la sección *Practicamos*, donde se indica qué situaciones deberá desarrollar el estudiante que se ubica en cada nivel (inicio, proceso y destacado).

Finalmente, te invitamos a continuar transitando el camino de la gestión de los aprendizajes, con el fin de contribuir con tu talento al desarrollo de las competencias matemáticas en los estudiantes a tu cargo.

Índice

Conociendo algunas estrategias		Página 6
Sesión 1	Leemos el recibo de energía eléctrica	Página 13
Sesión 2	Comparamos fracciones con el empleo de brocas	Página 22
Sesión 3	Los proyectos mejoran nuestra comunidad	Página 31
Sesión 4	Albergamos perros abandonados en la calle	Página 39
Sesión 5	Decidimos ver televisión por señal cerrada	Página 47
Sesión 6	Las transformaciones geométricas en el antiguo Perú	Página 55
Sesión 7	La importancia del calentamiento muscular antes de realizar un deporte	Página 62
Sesión 8	La tómbola en una feria comunitaria	Página 69
Sesión 9	La tienda de frutas	Página 77
Sesión 10	Buscamos argumentos para tomar una buena decisión	Página 85

Sesión 11	Promovemos el pago de impuestos	Página 93
Sesión 12	Transformaciones geométricas con azulejos	Página 99
Sesión 13	Carrera entre amigos	Página 106
Sesión 14	Economizamos con el gas natural	Página 114
Sesión 15	Representamos el tiempo libre mediante gráficos estadísticos	Página 122
Sesión 16	Las medidas de tendencia central y los Juegos Panamericanos	Página 130
Sesión 17	Conocemos el uso de las probabilidades	Página 137
Sesión 18	El crecimiento de las bacterias	Página 143
Sesión 19	Usamos las figuras geométricas para las confecciones	Página 151
Sesión 20	Un paseo por el Parque de las Leyendas	Página 159

Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

1. Estrategias de comprensión

Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuántos estados se perciben en el texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a la situación.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del texto que da origen a un problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números,

diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo para aclarar este enfoque:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde. Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que el docente tome todos los problemas del cuaderno y realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraseos por cada problema presentado. Esos ejercicios le ayudarán a mejorar su desempeño en la conducción de las tareas en el aula.

Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se

va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

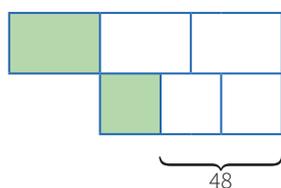
Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y $\frac{1}{3}$ del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	x	18
Felipe	x	8	$x + 5$	
TOTAL		8		

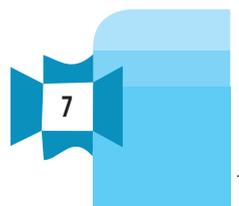
Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

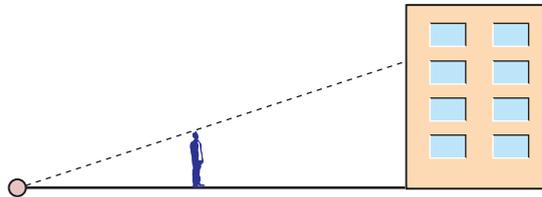
Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?



Solución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

Solución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



Diagramas conjuntistas

Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

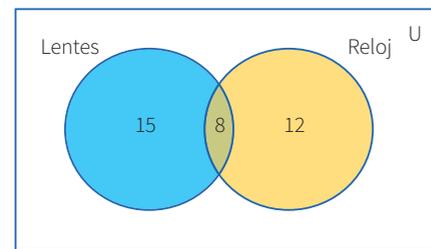
Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes, y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

Solución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.

Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



Diagramas cartesianos

Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

Ejemplo:

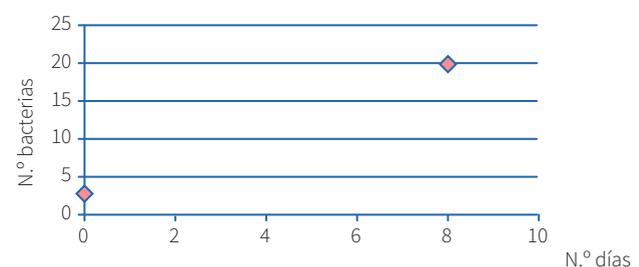
El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

Solución:

Cantidad:

Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.

Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

Solución:

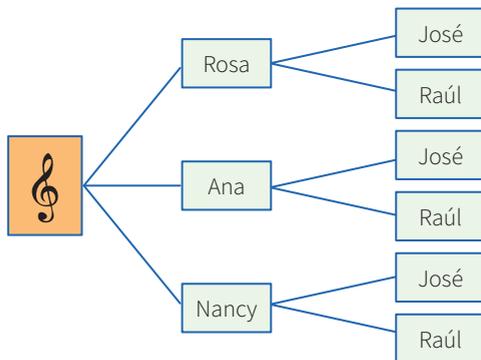
Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto



Diagramas de árbol

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

Ejemplo: Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



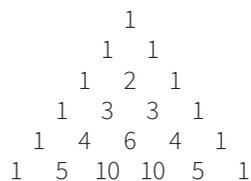
3. Otras estrategias

Busca patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

Ejemplo:

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.



Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma

de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

Haz una lista sistemática

En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

Ejemplo:

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?

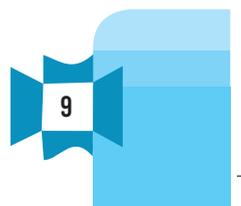
Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.

Solución:

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:
 - Triángulos con una letra: a-b-c-d
 - Triángulos con dos letras: ab-bc-cd
 - Triángulos con tres letras: abc-bcd
 - Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ triángulos.

Generaliza

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.



Ejemplo:

Halla el valor de $(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2$.

Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

$$(n + 1)^2 - n^2, \text{ cuando } n \text{ vale } 234\ 756\ 473$$

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

$$(n + 1 + n)(n + 1 - n) = (n + 1) + n$$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier n entero positivo, se cumple:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

Entonces:

$$(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2 = 469\ 512\ 947$$

Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale $S/100$ y elijo primero el descuento, termino pagando $S/106$. Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.
- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La

combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

Ejemplo:

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

Solución:

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como $\div 2, -3$.
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos: $x = 90$

Plantea una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

Ejemplo:

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas, y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

Solución:

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.

- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]; \text{ simplificando:}$$

$$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x; \text{ de donde } x = 2,4 \text{ horas}$$

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

Establece submetas

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 22 millones de habitantes y se sabe que la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



©Shutterstock

Solución:

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 44 millones. Si bien, aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



©Shutterstock

Solución:

- Primero se observa que $50 \times 50 = 2500$, número que no llega; y que $60 \times 60 = 3600$, el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- 55×56 no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar $53 \times 54 = 2862$, el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con $56 \times 57 = 3192$, se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

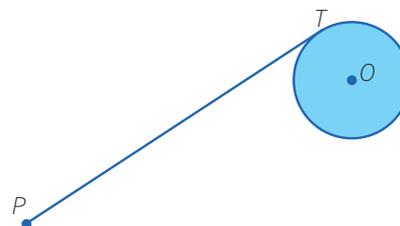
Supón el problema resuelto

Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto T es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos O con T , tendremos que OT es perpendicular a PT .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados, P , T y O , es posible hacer un triángulo uniendo el punto P con el punto O . Se observa que el triángulo es rectángulo.



Leemos el recibo de energía eléctrica

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales. Expresa los datos en unidades monetarias.
	Comunica su comprensión sobre el número y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre el significado del IGV para interpretar el problema en el contexto de las transacciones financieras y comerciales.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, emplea y combina estrategias y procedimientos diversos para realizar operaciones con números enteros, expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales de acuerdo a las condiciones de la situación planteada.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
- Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.

- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
- Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
- Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Establecer relaciones entre datos y transformarlas a expresiones numéricas empleando números enteros, expresiones fraccionarias y porcentajes; expresando su comprensión del significado del IGV; y utilizando diversos procedimientos y estrategias.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:
 - ¿Cuánto fue el consumo en kilowatt/hora (kWh) del Sr. José y cuánto es el precio unitario en soles por kWh?
176 kW/h y 0,4837 soles por kWh
 - ¿A cuánto asciende el SUBTOTAL del mes actual?
S/96,51
 - ¿Qué datos se han manchado con tinta roja?
El IGV, Total Importes y TOTAL A PAGAR.
 - ¿Qué debes averiguar?
El IGV y el monto en soles del TOTAL A PAGAR.
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 - ¿Qué estrategia debo emplear para calcular el Total Importes? Justifica tu respuesta.
Debo emplear la lectura analítica, porque hay que leer y analizar cada detalle del recibo. También es posible emplear la estrategia de establecer submetas, porque primero debo calcular el IGV (18 % del SUBTOTAL Mes Actual), para comprobar el pago del Total Mes Actual, y luego calcular el Total Importes.
 - ¿Qué costos están contemplados en el Total Importes?
TOTAL Mes Actual, Aporte Ley N.° 28749, Redondeo Mes Anterior y Redondeo Mes Actual.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

<ul style="list-style-type: none">- Calcula el 18 % del SUBTOTAL Mes Actual. 18 % de 96,51 $\frac{18}{100} (96,51) = 17,3718$- Calcula el valor del Total Importes. 113,88 + 1,43 + 0,33 - 0,14 = 115,5	<ul style="list-style-type: none">- Verifica el TOTAL Mes Actual con el valor del IGV calculado. 96,51 + 17,37 = 113,88- ¿Cuál es el monto del TOTAL A PAGAR? S/115,50
---	---

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿Qué ventajas representa emplear la lectura analítica como estrategia?
La lectura analítica ayuda mucho a la comprensión del texto que da origen al problema y a identificar los datos.
- ¿El monto indicado en el Total Importes es el mismo que el indicado en el TOTAL A PAGAR?
Sí, representa el mismo monto (S/115,50).

• Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.

• Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:

- | | |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none">- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
<i>Se usó la estrategia: Hacer una lectura analítica del gráfico.</i>- ¿Por qué el 23 de junio es el día de mayor alza en los precios de compra y venta del dólar?
<i>Porque el 23/06 los precios de compra y venta alcanzan los picos más altos.</i>- Escribe el significado de 3,150 en soles y céntimos.
<i>En soles significa: 3 soles con 150 milésimas de sol. En céntimos: 3 soles con 15 céntimos de sol.</i> | <ul style="list-style-type: none">- ¿Por qué se dan los precios en milésimas de sol, cuando solo tenemos dinero en céntimos?
<i>Porque el precio de compra y venta del dólar varía en cantidades pequeñas, en milésimas de sol.</i>- ¿Por qué los días 26, 27, 28 y 29 de junio se gana más dinero en la compra y venta de dólares?
<i>Porque en la gráfica se puede apreciar una mayor separación del precio de compra y el precio de venta.</i>- ¿Qué estrategias podrías aplicar para ganar más dinero en un mes por la compra y venta de \$1000?
<i>El mismo día haría varias operaciones de compra y venta de dólares.</i> |
|---|---|

• Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none">- ¿Cuántas transacciones de compra y venta realiza Ana?
<i>Realiza cinco transacciones de compra y venta de dólares.</i>- ¿Cuántas transacciones de compra y venta realiza Felipe?
<i>Realiza una transacción de compra y venta de dólares.</i>- ¿Es correcto que la estrategia de Ana es la más eficiente?
<i>No, para que Ana gane 470 soles tuvo que hacer 5 transacciones (compró 5 veces y vendió 5 veces).</i> | <ul style="list-style-type: none">- Si tu respuesta a la pregunta anterior fuera negativa, ¿cuál sería la respuesta correcta? ¿Por qué?
<i>La estrategia de Felipe es la más eficiente, porque gana más dinero en el menor número de transacciones.</i>- ¿Cómo compruebas tu respuesta de la pregunta 4?
<i>Considerando que Ana realiza 2 transacciones en cualquier fecha del mes, siempre resulta su ganancia menor que la de Felipe.</i> |
|--|---|

- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación A, observar e interpretar la gráfica estadística.
- Se pide que identifiquen qué representa la línea de color verde y qué representa la línea de color roja.
- Luego pregunta: *Para que el cambista obtenga la mayor ganancia, ¿qué días del mes le conviene comprar y qué días le conviene vender?*
- El docente indicará que le conviene comprar los días de menor precio, que se da entre el 5 y 7 de junio, cuyo costo es de 3,150 soles, según muestra el pico más bajo de la línea verde.
- El docente o un estudiante voluntario puede hacer uso de un papelote o de la pizarra con la finalidad de identificar los días de venta de mayor precio, según la ubicación del pico más alto de la línea roja que se da el día 23 de junio. Luego procederá a realizar la operación:

Precio de compra: $1000 \times 3,150 = S/3150$

Precio de venta: $1000 \times 3,180 = S/3180$

Ganancia máxima = $S/3180 - S/3150 = S/30$



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. Valeria demoró $\frac{3}{4}$ de hora en resolver un problema de matemática, mientras que Roxana demoró $\frac{1}{2}$ del tiempo que demoró Valeria. ¿Qué fracción de hora demoró Roxana en resolver el examen?

- a) $\frac{3}{2}$ de hora
- b) $\frac{1}{2}$ hora
- c) $\frac{2}{3}$ de hora
- d) $\frac{3}{8}$ de hora

2. Carlos ocupa $\frac{1}{3}$ del día para trabajar, $\frac{1}{6}$ del día para estudiar y $\frac{1}{4}$ del día para dormir.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) Carlos ocupa menos tiempo en trabajar que en estudiar o en dormir.
- b) Carlos ocupa más tiempo del día en estudiar que en trabajar o dormir.
- c) Carlos ocupa el mismo tiempo en trabajar y en dormir.
- d) Carlos ocupa más tiempo del día en trabajar que en estudiar o en dormir.

3. Una receta para preparar queques requiere los siguientes ingredientes:

Ingredientes	Cantidad
Harina	$\frac{3}{2}$ de taza
Leche	$\frac{1}{2}$ de taza
Azúcar	$\frac{2}{3}$ de taza

Ingredientes	Cantidad
Huevos	2 unidades
Vainilla	$\frac{1}{3}$ de cucharadita
Polvo de hornear	3 cucharaditas

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

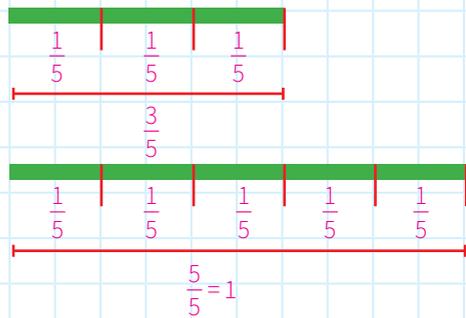
- a) Se utiliza la misma cantidad de vainilla y de polvo de hornear.
- b) Se utiliza más azúcar que harina en la preparación del queque.
- c) Se utiliza menos cantidad de leche que de azúcar.
- d) Se utiliza la misma cantidad de azúcar y de harina.

4. Se borró una parte del segmento que estaba dibujado y quedó el segmento que se muestra a continuación, el cual representa los $\frac{3}{5}$ del segmento completo. Representa gráficamente el segmento completo.



Respuesta adecuada:

Identifica que cada parte del segmento equivale a $\frac{1}{5}$, por lo que procede a completar hasta los $\frac{5}{5}$ que viene a ser la unidad.



Respuesta parcial:

Identifica las partes solamente según su tamaño.



Respuesta inadecuada:

Grafica un segmento de cualquier otra medida.

5. En los Juegos Olímpicos de Londres 2012, en la categoría de atletismo en 100 metros planos, el estadounidense Justin Gatlin registró 9,79 s, mientras que los jamaquinos Usain Bolt y Yohan Blake obtuvieron 9,63 s y 9,75 s, respectivamente.

¿En qué orden llegaron estos competidores a la meta?

- a) Justin Gatlin, Usain Bolt, Yohan Blake. c) Justin Gatlin, Yohan Blake, Usain Bolt.
 b) Usain Bolt, Yohan Blake, Justin Gatlin. d) Usain Bolt, Justin Gatlin, Yohan Blake.

6. Al partido entre Chile y Perú, en la ronda de semifinales de la Copa América Chile 2015, asistieron aproximadamente 45 000 personas. Si el estadio de Santiago tiene una capacidad máxima de 50 000 personas, ¿qué porcentaje de asistencia hubo en el estadio para ese partido?

- a) 90 % b) 45 % c) 50 % d) 10 %

7. En la siguiente figura se muestra un terreno rectangular. Las partes de la figura pintadas con verde representan las áreas sembradas de lechugas. ¿Qué parte del total del terreno rectangular se ha sembrado con lechugas?



Respuesta adecuada:

La barra verde grande representa: $\frac{1}{8}$ del rectángulo.

La segunda barra: $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{8} \rightarrow \frac{3}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{32}$

La tercera barra: $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{8} \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$

Cuarta barra: $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{8} \rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{32} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} = \frac{4 + 3 + 2 + 1}{32} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

Por lo tanto: Se sembró con lechuga $\frac{5}{16}$ del terreno rectangular.

Respuesta parcial:

Halla correctamente el tamaño de la segunda barra, se equivoca en la tercera y cuarta.

Respuesta inadecuada:

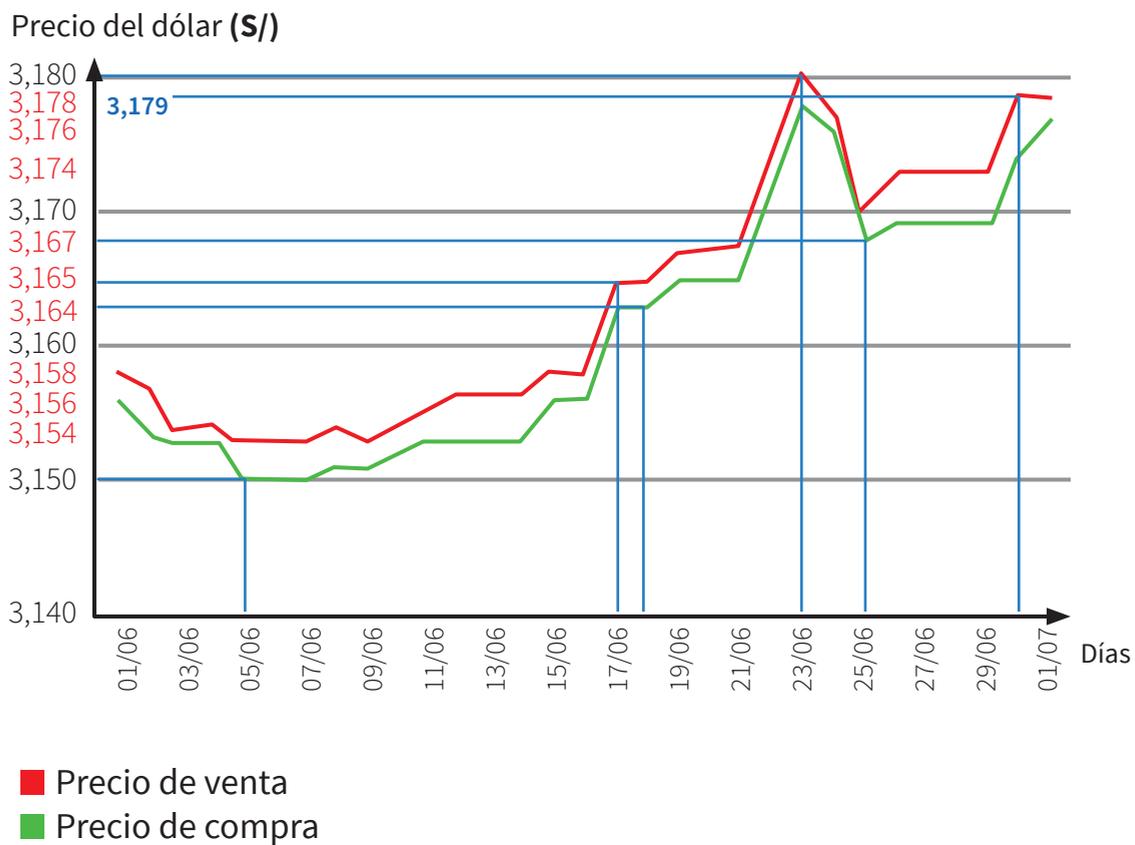
Cualquier otra respuesta.

8. En una tienda venden chocolates en cajas de tres tamaños: la caja pequeña contiene 16 chocolates, la caja mediana contiene 25 % más que la caja pequeña y la caja grande contiene 40 % más que la caja mediana. Teniendo en cuenta lo anteriormente señalado, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
- a) La caja grande contiene 65 % más que la caja pequeña.
 b) La caja mediana contiene 41 chocolates.
 c) La caja grande contiene 28 chocolates.
 d) La caja pequeña contiene el 75 % de la caja mediana.
9. El maestro de matemática llevó al salón de clases 6 melones de tamaño y peso similares para premiar a los que llegaron temprano. Los estudiantes se ubicaron en seis filas y a cada fila le entregó un melón. En la primera fila había 5 alumnos; en la segunda, 8; en la tercera, 6; en la cuarta, 3; en la quinta, 4; y en la sexta, solo 2. El maestro pidió que cada melón se repartiera en partes iguales entre los estudiantes de cada fila.
- ¿En cuál de las filas cada alumno recibió la menor parte del melón?
- a) En la sexta fila. c) En la tercera fila.
 b) En la quinta fila. d) En la segunda fila.

10. Juan es un cambista de dólares. Durante el mes de junio, realizó 3 operaciones de compra y venta los días que se indican en el gráfico. Si Juan contó con un capital inicial de \$10 000, ¿cuál fue su ganancia durante ese mes?

Observa en el gráfico las partes de la línea roja que son rectas y casi verticales. Los valores de los precios de venta tienen mayor aumento, por lo que conviene venderlos en estos días. Asimismo, hay que comprar dólares en los días donde hay caída del precio de compra del dólar.

Por ejemplo, hay mayor aumento del precio de venta entre los días 16/06 al 17/06 y la mayor caída del precio de compra ocurre del 24/06 al 25/06.



Respuesta adecuada:

Si se compran dólares el día 05/06, el gasto por la compra de \$10 000 en soles será:

$$S/3,150 \times 10\,000 = S/31\,500$$

Si se venden dólares el día 17/06, el ingreso por la venta de \$10 000 en soles será:

$$S/3,165 \times 10\,000 = S/31\,650$$

La ganancia al día 17/06 será: ingreso por la venta menos el gasto por la compra el 05/06.

$$S/31\,650 - S/31\,500 = S/150$$

- a) Calcula los gastos en la compra y los ingresos por la venta de dólares en las fechas indicadas en la figura anterior y completa la siguiente tabla en los espacios marcados.

Día	Precio de compra	Gasto Compra en S/	Precio de venta	Venta en S/	Ganancia del día en S/	Capital acumulado S/
05/06	3,150	31 500				31 500
17/06			3,165	31 650	150	31 650
18/06	3,164	31 640				
23/06			3,180	31 800	160	31 810
25/06	3,167	31 670				
30/06			3,179	31 790	120	31 930

- b) Finalmente, calculamos la ganancia del mes como la diferencia del capital inicial y el capital acumulado durante el mes.

Ganancia del mes:

$$S/31\,930 - S/31\,500 = S/430$$

Entonces, por la compra y venta de \$10 000 durante el mes, gana S/430.

Respuesta parcial: Completa datos de la tabla con algunos errores y halla otra respuesta.

Respuesta inadecuada: Cualquier otra respuesta.

Comparamos fracciones con el empleo de brocas

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades o una combinación de acciones. Las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias o decimales y porcentuales.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las expresiones racionales y fraccionarias.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, emplea y combina estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales usando propiedades de los números, de acuerdo a las condiciones de la situación planteada.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Plantea afirmaciones sobre las relaciones de orden entre dos números racionales y sus equivalencias. Reconoce errores o vacíos en sus justificaciones o las de otros y los corrige.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
- Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Establecer relaciones entre datos y acciones de comparar cantidades, transformar esas relaciones a expresiones numéricas que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias, empleando estrategias de cálculo y procedimientos diversos, planteando afirmaciones.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos:** Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas*: *Comprendemos el problema*, *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan*, *Ejecutamos la estrategia o plan* y *Reflexionamos sobre el desarrollo*.
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.

1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none">- ¿Qué se muestra en la figura?
Un estuche de brocas de distintas medidas, ordenadas de menor a mayor.- ¿Cómo están numeradas las brocas de acero?
De menor a mayor medida, la broca 1 de 1/16 de pulgada es la más pequeña y la broca 12 de 3/4 de pulgada es la más grande. | <ul style="list-style-type: none">- ¿En qué unidades están dadas las dimensiones de las brocas?
En pulgadas.- ¿Qué tienes que hacer? ¿Qué te solicita el problema?
Identificar las medidas de las brocas 2 al 11 y ordenarlas de menor a mayor medida. |
|--|---|

2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

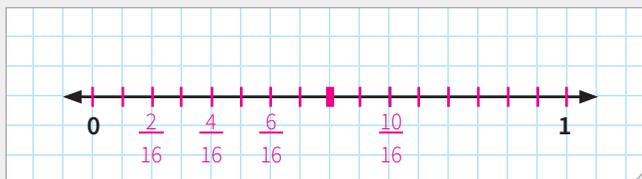
- ¿Las fracciones que representan la medida de las brocas son homogéneas o heterogéneas?
Son heterogéneas.
- ¿Qué gráfica podemos utilizar para ordenar las fracciones de menor a mayor? Justifica tu respuesta.
Recta numérica, porque es el diagrama que permite ordenar los números de menor a mayor, de izquierda a derecha.

3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

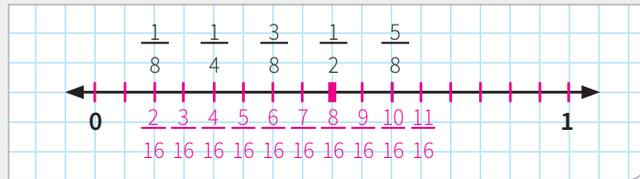
- Multiplica por un factor al numerador y denominador, de manera que todos tengan el mismo denominador igual a 16:

$$\frac{1 \times 4}{4 \times 4} = \frac{4}{16} ; \frac{3 \times 2}{8 \times 2} = \frac{6}{16} ; \frac{1 \times 2}{8 \times 2} = \frac{2}{16} ; \frac{5 \times 2}{8 \times 2} = \frac{10}{16}$$

- Grafica una recta numérica cuya unidad tenga 16 divisiones y ubica las fracciones:



- Ubica en la misma recta todas las fracciones que representan a las brocas.



- Ubica en la siguiente tabla las brocas de la 2 a la 11.

N.º	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Broca	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{11}{16}$

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

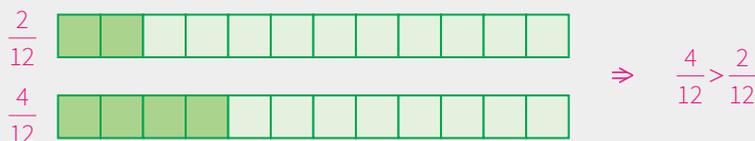
- ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?
En el ordenamiento de las brocas de acuerdo a las medidas. Asimismo, en la ubicación de las fracciones en la recta numérica.
- ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?
Convirtiendo las fracciones heterogéneas en homogéneas y ubicando las fracciones en la recta numérica.
- Calcula la medida de la broca 2 en milímetros (1 pulgada = 25,4 mm).
La broca 2 mide: $\frac{1}{8} = 0,125$.
Entonces: $0,125 \times 25,4 \text{ mm} = 3,175 \text{ mm}$.

- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:
 - ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
Transformar las fracciones heterogéneas en homogéneas para facilitar la comparación y el orden.
 - ¿Por qué es necesario escribir la fracción $\frac{3}{18}$ en su forma equivalente $\frac{1}{6}$?
Porque es más fácil pasar $\frac{1}{6}$ a una fracción que tiene denominador 12.
 - ¿Por qué es necesario transformar las fracciones heterogéneas en homogéneas?
Porque es más fácil comparar y ordenar fracciones homogéneas.
 - Comprueba la afirmación “entre fracciones que tienen el mismo denominador, es mayor la que tiene mayor numerador”, pintando la fracción.



- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- ¿Los resultados obtenidos son correctos? ¿Por qué?

No, hay error de procedimiento. La operación correcta para una división de fracciones es:

$$\frac{\frac{3}{32}}{\frac{2}{1}} = \frac{3 \times 1}{32 \times 2} = \frac{3}{64}$$

- Completa la siguiente tabla con los valores de las medidas de todas las brocas:

$$\frac{1}{32}, \frac{3}{16}, \frac{1}{16}, \frac{5}{16}, \frac{3}{32}, \frac{7}{16} \text{ y } \frac{1}{8}$$

N.º	En pulgadas	Fracción homogénea
1	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{32}$
2	$\frac{3}{16}$	$\frac{6}{32}$
3	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{32}$
4	$\frac{5}{16}$	$\frac{10}{32}$
5	$\frac{3}{32}$	$\frac{3}{32}$
6	$\frac{7}{16}$	$\frac{14}{32}$
7	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{32}$

- Ordena las fracciones homogéneas de menor a mayor.

$$\frac{1}{32} < \frac{2}{32} < \frac{3}{32} < \frac{4}{32} < \frac{6}{32} < \frac{10}{32} < \frac{14}{32}$$

- ¿Son correctos los valores hallados para las brocas 2, 4 y 6? ¿Por qué?

No son correctos, porque $\frac{6}{32}$ es mayor que $\frac{1}{32}$ y $\frac{2}{32}$, y no puede estar entre ellos.

- Si no son correctos, identifica el error. Luego explica y completa la tabla con las medidas correctas.

El error está en la simplificación de fracciones. No se debe simplificar en la forma que se hizo, sino dividir las fracciones correctamente como en la pregunta 1, empleando el producto de extremos y medios.

$$\frac{\frac{3}{32}}{\frac{2}{1}} = \frac{3}{64}$$

N.º	En pulgadas	Fracción homogénea
1	$\frac{1}{32}$	$\frac{2}{64}$
2	$\frac{3}{64}$	$\frac{3}{64}$
3	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{64}$
4	$\frac{5}{64}$	$\frac{5}{64}$
5	$\frac{3}{32}$	$\frac{6}{64}$
6	$\frac{7}{64}$	$\frac{7}{64}$
7	$\frac{1}{8}$	$\frac{8}{64}$

- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y encontrar el error de la situación C, el docente propone a manera de ejemplo realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación C (situación que presenta errores en su solución) e identificar qué solicita el problema.
- El docente aclara que se deben determinar las medidas de la segunda, cuarta y sexta broca y que dichas medidas se calcularán aplicando el promedio de las medidas de las brocas vecinas.
- Los estudiantes observan el desarrollo e identifican el error al operar la división de fracciones. El docente regula la forma como se deben dividir fracciones y la ejemplifica mediante el producto de extremos y medios.

- Para hallar la medida de la broca 2: $\frac{\frac{1}{32} + \frac{1}{16}}{2} = \frac{\frac{1+2}{32}}{2} = \frac{3}{64}$

- El docente o un estudiante voluntario puede hacer uso de la pizarra con la finalidad de calcular la medida de las brocas 4 y 6 siguiendo el mismo procedimiento.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. Jaime viajó con su familia de Lima a Huaraz. Para comenzar el viaje, llenaron totalmente el tanque de gasolina. En un tramo del viaje, la gasolina que aún quedaba en el tanque estaba representada en la escala del panel de control del auto, como se observa en la imagen. ¿Qué parte del tanque todavía tiene gasolina?



- a) $\frac{4}{7}$ b) $\frac{3}{14}$ c) $\frac{7}{14}$ d) $\frac{5}{14}$
2. Con la información del problema anterior y sabiendo que el tanque tiene una capacidad de 63 litros, ¿cuántos litros de gasolina faltan para llenar completamente el tanque?
- a) 27,5 b) 15,5 c) 49,5 d) 36,5
3. En dos balanzas defectuosas se pesa una bolsa con cebollas. En una de ellas se registra $1\frac{1}{4}$ kg; mientras que en la otra, 1,120 kg. Si el peso real de la bolsa con cebollas se encuentra entre estos valores, ¿cuál de las siguientes medidas podría corresponder al peso real?
- a) 1,18 kg b) 1,12 kg c) 1,10 kg d) 1,00 kg
4. Juan y Esperanza plantean la siguiente propuesta a Luis para obtener un préstamo de dinero a plazos. Juan promete pagar el 19% de interés. Esperanza promete pagar como interés $\frac{1}{5}$ de la cantidad prestada. Si Luis quiere obtener la mayor utilidad por el dinero prestado, ¿a cuál de los dos amigos debe otorgarle el préstamo? Justifica tu respuesta.

Respuesta adecuada:

Juan promete pagar un interés del 19 %.

Esperanza promete como interés $\frac{1}{5}$, que es equivalente a $\frac{20}{100}$.

$$\frac{20}{100} = 20\%$$

Por lo tanto: Luis debe prestarle al quien ofrece mayor interés, es decir, a Esperanza.

Respuesta parcial: Debe prestarle a Esperanza, pero no hace la equivalencia de $\frac{1}{5}$ con porcentaje.

Respuesta inadecuada: Cualquier otra respuesta.

5. Sobre una plancha de metal se han perforado dos orificios cuyas medidas de diámetro son $\frac{3}{4}$ de pulgada y 1 pulgada, respectivamente. Si el orificio menor es muy estrecho y el mayor, muy holgado, ¿qué medida podría tener el diámetro del orificio que se ajusta mejor a los requerimientos?

- a) $\frac{5}{8}$ de pulgada b) $\frac{11}{16}$ de pulgada c) $\frac{7}{8}$ de pulgada d) $\frac{9}{8}$ de pulgada

6. En la ferretería venden tres tamaños de llaves de boca, como se muestra en la imagen.



Para desarmar una máquina se probó con una llave de $1\frac{1}{4}$ de pulgada, pero resultó muy grande. Cuando se probó con una de $\frac{3}{4}$ de pulgada, esta resultó muy pequeña. Entonces, ¿de qué medida debe ser la llave de boca que se necesita?

- a) 2 pulgadas b) 1 pulgada c) $1\frac{1}{16}$ de pulgadas d) $\frac{1}{2}$ pulgada

7. Tres marcas de detergente tienen la siguiente promoción para bolsas de 100 gramos. La marca “Limpia todo” incrementa $\frac{1}{8}$ de detergente en cada bolsa, la marca “Saca mugre” incrementa cada bolsa con 15 % de detergente y la marca “Blancura total” pesa 112,5 gramos de detergente en cada bolsa. ¿Cuáles de las marcas coincidieron en la cantidad de detergente que se ha incrementado en cada bolsa? Justifica tu respuesta.

Respuesta adecuada:

Limpia todo: $\frac{1}{8} \times 100 \text{ g} = 12,5 \text{ g} \rightarrow 100 + 12,5 = 112,5 \text{ g}$

Saca mugre: $\frac{15}{100} \times 100 = 15 \text{ g} \rightarrow 100 + 15 = 115 \text{ g}$

Blancura total: 112,5 g

Por lo tanto: Coinciden “Limpia todo” y “Blancura total” con 112,5 g.

Respuesta parcial: Realiza correctamente los cálculos anteriores, pero no responde la pregunta.

Respuesta inadecuada: Cualquier otra respuesta.

Observa la siguiente infografía y, a continuación, resuelve los problemas 8 y 9 con la información que incluye.



Fuente: <https://goo.gl/a3PBn8>

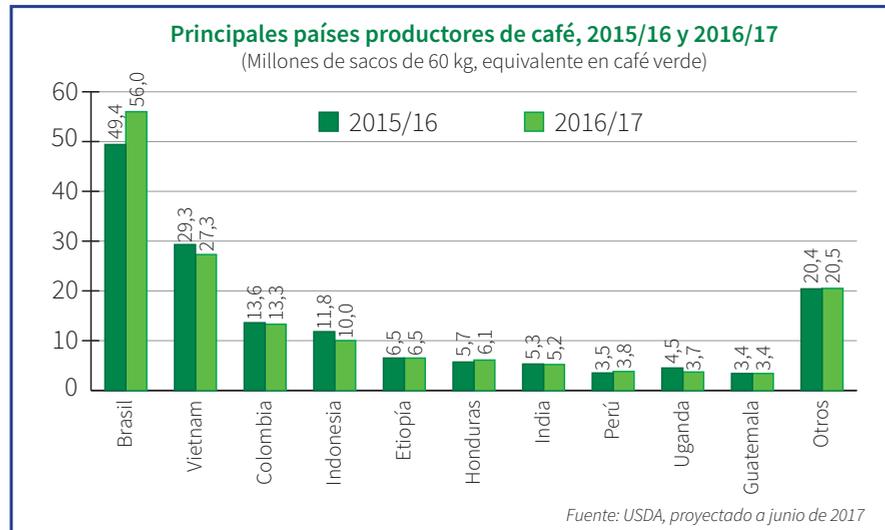
8. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la composición del costo de producción del café es correcta?

- a) $\frac{1}{5}$ del costo corresponde a la mano de obra. c) $\frac{3}{5}$ del costo corresponde a otros gastos.
 b) $\frac{3}{5}$ del costo corresponde a los fertilizantes. d) $\frac{1}{5}$ del costo corresponde a los fertilizantes.

9. De acuerdo a la distribución de la producción por tamaño de área, la mayor producción de café proviene de las tierras con:

- a) Más de 20 hectáreas. c) Entre 5,1 y 20 hectáreas.
 b) Menos de 1 hectárea. d) Entre 1,1 y 5 hectáreas.

10. Compara los datos del siguiente gráfico y de la infografía de la página anterior. Luego responde: ¿Qué países han tenido el mayor incremento de la producción de café entre los periodos 2012/2013 a 2016/2017? Justifica tu respuesta.



Respuesta adecuada:

- a) Para el periodo 2012/2013 a 2015/2016, organizo la información en la siguiente tabla :

País	Producción de café en millones de sacos de 60 kg		
	2012/2013	2015/2016	Incremento
Brasil	50,8	49,4	-1,4
Vietnam	22,0	29,3	7,3
Colombia	9,50	13,6	4,1
Indonesia	50,8	11,8	-39
Etiopía	8,1	6,5	-1,6

Respuesta: Vietnam ha tenido el mayor incremento en la producción del café.

- b) Para el periodo 2015/2016 a 2016/2017, organizo la información en la siguiente tabla :

País	Producción de café en millones de sacos de 60 kg		
	2015/2016	2016/2017	Incremento
Brasil	49,4	56,0	6,6
Vietnam	29,3	27,3	-2,0
Colombia	13,6	13,3	-0,3
Indonesia	11,8	10,0	-1,8
Etiopía	6,5	6,5	0,0

Respuesta: Brasil ha tenido el mayor incremento en la producción del café.

Respuesta parcial: Completa los datos de las tablas y no responde correctamente las preguntas.

Respuesta inadecuada: Cualquier otra respuesta.



Los proyectos mejoran nuestra comunidad

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos, las transforma a expresiones numéricas que incluyen a expresiones fraccionarias o decimales.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de las expresiones fraccionarias.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona y emplea estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y decimales.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
 - Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.
- El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Establecer relaciones entre datos y transformarlas a expresiones numéricas que incluyen expresiones fraccionarias, expresando su comprensión sobre las propiedades y empleando estrategias de cálculo y procedimientos.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:
 - ¿Qué nos dice la situación planteada?
Que se destina una partida de dinero a cada municipalidad y que, además, este total de dinero se fracciona para diversos proyectos.
 - ¿Qué te piden resolver?
Hallar la parte o fracción del dinero de cada proyecto. Además, la diferencia de la parte o fracción de dinero entre el Proyecto Cuidando la Salud y el Proyecto Construcción de Losa Deportiva.
 - ¿Con qué datos cuentas para resolver el problema?
El monto de dinero que se destina a cada proyecto.
 - ¿Cómo se interpretan las partes o la fracción de un todo? (Puedes usar ejemplos numéricos).
La fracción de un todo es una parte. Por ejemplo: si 30 es el todo, 15/30 es una parte.
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 - ¿Qué estrategia te sirve para resolver el problema? Explica tu respuesta.
Me sirve la estrategia de identificar el todo y sus partes, porque permitirá expresar en fracciones cada uno de los proyectos que se aluden en el problema.
Para saber cuánto más se utiliza en un proyecto que en otro, aplicamos la sustracción.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 - Inicia el plan elegido, responde: ¿Cuánto es el total de la inversión que la municipalidad ancashina mencionada ha destinado para sus proyectos?
 $S/12\ 000 + S/16\ 000 + S/20\ 000 + S/12\ 000 + S/15\ 000 + S/25\ 000 = S/100\ 000$
 - ¿Qué representaría este valor?
El todo.

- Si el total representa el todo, ¿cómo representamos la parte del dinero que se destinó a cada uno de los proyectos mencionados?

Representamos mediante fracciones cada proyecto.

$$\text{Áreas verdes: } \frac{12\ 000}{100\ 000}, \text{ simplificando } \frac{3}{25}$$

$$\text{Losa deportiva: } \frac{12\ 000}{100\ 000}, \text{ simplificando } \frac{3}{25}$$

$$\text{Cuidando la salud: } \frac{16\ 000}{100\ 000}, \text{ simplificando } \frac{4}{25}$$

$$\text{Leo para aprender: } \frac{15\ 000}{100\ 000}, \text{ simplificando } \frac{3}{20}$$

$$\text{Mejoro mi barrio: } \frac{20\ 000}{100\ 000}, \text{ simplificando } \frac{1}{5}$$

$$\text{Otros proyectos: } \frac{25\ 000}{100\ 000}, \text{ simplificando } \frac{1}{4}$$

- Para saber cuánto más se utiliza en el Proyecto Cuidando la Salud que en el Proyecto Construcción de Losa Deportiva, aplica la operación apropiada.

$$\frac{4}{25} - \frac{3}{25} = \frac{1}{25}$$

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿Cómo podrías resolver la situación sin necesidad de emplear operaciones con fracciones?

Mediante representaciones gráficas.

- Describe la estrategia que seleccionaste para resolver la situación.

Representaría cada una de las partes en un gráfico rectangular, cuidando que tengan la misma proporción.

- Durante el desarrollo de la situación propuesta, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para responder las preguntas y dar solución de la situación inicial, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación inicial y se pregunta: *¿De qué trata el problema y qué pide resolver?*
- El docente indica que se trata de los presupuestos que destina la municipalidad para la implementación de proyectos y solicita determinar la fracción de dinero destinado a cada uno de ellos.

- Como estrategia se ha previsto identificar el todo y sus partes. Para ello, suma la inversión de todos los proyectos con la finalidad de saber el gasto total.

$$S/12\ 000 + S/16\ 000 + S/20\ 000 + S/12\ 000 + S/15\ 000 + S/25\ 000 = S/100\ 000$$

- Para saber la fracción de dinero que se utilizó en cada uno de los proyectos, se representa de la siguiente manera:

$$\text{Proyecto Áreas Verdes: } 12\ 000/100\ 000 = 3/25$$

$$\text{Proyecto Cuidando la Salud: } 16\ 000/100\ 000 = 4/25$$

- El docente o un estudiante voluntario calcula las demás fracciones en la pizarra. Además, para saber qué fracción de más se utiliza en el proyecto Cuidando la Salud con relación al proyecto Construcción de Losa Deportiva, se aplica la diferencia: $4/25 - 3/25 = 1/25$.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.

- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:

- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?

Elaborar una gráfica.

- Describe el procedimiento realizado en la resolución del problema.

Se representan gráficamente los aportes de Alberto y, en otro gráfico, los aportes de Bertha. Luego se juntan ambas representaciones para determinar el aporte común. De allí se halla el total aportado, y lo que falta es el aporte de César. Finalmente, mediante una diferencia, se halla cuánto más aportó César.

- ¿Habrá otra forma de resolver la situación propuesta? Explícala.

Sí, mediante operaciones con fracciones. Sumamos las partes para igualar al todo.

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{5} + x = 1 \Rightarrow x = \frac{13}{30}$$

Finalmente, la diferencia entre el aporte de César y Bertha es $\frac{13}{30} - \frac{12}{30} = \frac{1}{30}$

Respuesta: César aportó 1/30 del capital más que Bertha.

- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- ¿Los procesos ejecutados son correctos?

No, pues hay error en la suma de las fracciones $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$. También, al operar $1 - \frac{14}{24} = \frac{13}{24}$

- Si tuvieras que hacer la corrección, ¿cuál sería tu propuesta?

Basta considerar la primera corrección.

$$\frac{2}{6} + \frac{2}{8} + \frac{1}{4} + y = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + y = 1$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{4} + y = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + y = 1$$

$$\frac{5}{6} + y = 1 \Rightarrow y = 1 - \frac{5}{6} \Rightarrow y = \frac{1}{6}$$

- La situación puede ser resuelta mediante representaciones gráficas. Realiza trazos auxiliares al interior de la gráfica, pinta aquellas partes que consideres pertinente para explicar el procedimiento y determina: ¿qué parte del total les tocó pintar el cuarto día?



- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual, y absuelve las preguntas de los estudiantes; si el caso amerita, procede a realizar la retroalimentación.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

Abel gana mensualmente S/2400. Sus gastos y el de su familia se dan de la siguiente manera: en alimentación, S/600; pago de servicios, S/300; teléfono celular, S/120; pago de estudios, S/900; recreación de la familia, S/120, y el resto lo ahorra.

1. ¿Qué parte de su sueldo lo destina para alimentación?

a) $\frac{3}{24}$

b) $\frac{1}{6}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{3}{4}$

2. ¿Qué fracción de su sueldo ahorra?

a) $\frac{3}{20}$

b) $\frac{3}{24}$

c) $\frac{1}{20}$

d) $\frac{6}{24}$

Ángel y Daniel aportaron dinero para montar un negocio. Ángel aportó S/17 564,30 y Daniel aportó el resto del dinero. Si Ángel dio S/4 874,50 más que Daniel...

3. ¿Cuánto dinero reunieron para hacer el negocio?

a) S/22 438,80

b) S/30 254,10

c) S/35 128,60

d) S/12 789,80

4. Expresa los procesos para saber el aporte de Daniel.

Respuesta adecuada:

Aporte de Ángel = S/17 564,30

Aporte de Daniel = x

$$17\,564,30 - x = 4\,874,50$$

$$x = 12\,689,80$$

Por lo tanto, el aporte de Daniel fue:

$$S/12\,689,80$$

Respuesta parcial:

En lugar de restar el aporte de Ángel con el aporte de Daniel, realiza la suma.

Respuesta inadecuada:

Cualquier otra respuesta.

5. Laura compró $2\frac{3}{4}$ kilogramos de arroz y los colocó en bolsas de $\frac{1}{4}$ kg. ¿Cuántas bolsas obtuvo con esa cantidad de arroz?
- a) $2\frac{1}{2}$ bolsas b) 3 bolsas c) 4 bolsas **d) 11 bolsas**
6. Un agricultor planta $\frac{1}{4}$ de su terreno con zanahorias, $\frac{2}{5}$ lo cultiva con lechugas y el resto, con tomates. ¿En qué parte del terreno plantó tomates?
- a) $\frac{7}{20}$** b) $\frac{3}{9}$ c) $\frac{6}{9}$ d) $\frac{13}{20}$
7. Un albañil debe ejecutar $\frac{6}{7}$ de una obra en 3 días. Para esto, cada día trabaja de forma constante. ¿Qué parte de la obra avanzará diariamente?

Respuesta adecuada:

Parte de la ejecución de la obra: $\frac{6}{7}$

Tiempo de ejecución: 3 días

Avance de la obra por día: $\frac{6}{7} \div 3 = \frac{6}{21}$

Simplificando: Avance de la obra por día: $\frac{2}{7}$

Respuesta parcial:

En lugar de dividir, realiza la multiplicación.

Respuesta inadecuada:

Cualquier otra respuesta.

8. El diámetro de un plato circular es de 20 cm. Para saber la medida aproximada del contorno del plato, se multiplica por 3,14. ¿Cuál es la medida aproximada del contorno de otro plato cuyo diámetro es 1,5 veces el diámetro del primero?
- a) 94,20 cm** b) 67,51 cm c) 62,80 cm d) 30,00 cm
9. El dormitorio de Edson es de forma rectangular. Sus dimensiones son 3,50 m y 3,20 m. Si desea colocar mayólicas cuadradas de $\frac{1}{4}$ m de longitud, ¿cuántas mayólicas como mínimo necesitará su dormitorio?
- a) 179 mayólicas **b) 180 mayólicas** c) 167 mayólicas d) 181 mayólicas

10. El tapete que se muestra en la figura ha sido confeccionado con tapetes pequeños en forma cuadrada de $\frac{3}{5}$ m de longitud. ¿Cuál es el área que cubre este tapete?



Respuesta adecuada:

Tomando la medida del largo:

$$\frac{3}{5} \text{ m} \times 4 = \frac{12}{5} \text{ m}$$

Tomando la medida del ancho:

$$\frac{3}{5} \text{ m} \times 3 = \frac{9}{5} \text{ m}$$

El área que cubre el tapete es:

$$\frac{12}{5} \text{ m} \times \frac{9}{5} \text{ m} = \frac{108}{25} \text{ m}^2$$

Respuesta parcial:

Obtiene la medida del largo y del ancho, luego eleva al cuadrado ambos resultados.

Respuesta inadecuada:

Cualquier otra respuesta.



Albergamos perros abandonados en la calle

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos de dos magnitudes y transforma esas relaciones a proporcionalidad directa.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa, usando lenguaje matemático y representaciones tabulares y simbólicas, su comprensión sobre la proporcionalidad directa.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
 - Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Establecer relaciones entre dos magnitudes y transformarlas a proporcionalidad directa, expresando su comprensión mediante representaciones y el lenguaje matemático.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:
 - ¿De qué trata la situación propuesta?
Del cuidado de perros por parte de una sociedad protectora de animales, que sensibiliza sobre la adopción de perros o la donación de alimentos.
 - ¿Cuáles son los datos que te proporcionan?
Se tienen 16 perros para alimentarlos. Cada perro consume 2 bolsas de alimento por mes.
 - ¿Qué magnitudes intervienen en el problema?
Cantidad de perros o número de perros. Cantidad de bolsas de alimentos o número de bolsas de alimentos.
 - Si la cantidad de perros aumenta, ¿qué se debe hacer para que no falte alimento?
Aumentar la cantidad o número de bolsas de alimento.
 - Matemáticamente, se dice que estas dos magnitudes son: **directamente proporcionales.**
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 - ¿Conoces un problema relacionado con este? Ejemplifica.
Sí, un problema relacionado con la compra de pollos. Por ejemplo: cuando se tiene que realizar compras en el mercado, a mayor cantidad de kilogramos de pollo, el pago es mayor, y a menor cantidad de kilogramos de pollo, el pago es menor.
 - ¿Cuál de estas estrategias te servirá para organizar mejor los datos anteriores? Justifica tu respuesta.
El diagrama tabular, porque permitirá organizar mejor las dos magnitudes, el número de perros y el número de bolsas de alimento.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 - Elabora una tabla de doble entrada y establece la relación entre el número de perros y la ración de alimento.

Numero de perros (P)	2	4	6	8	10	12	14	16
Número de bolsas de alimento (A)	4	8	12	16	20	24	28	32

- ¿Cuántas bolsas de alimento se necesitan para 16 perros?
Se necesitan 32 bolsas.
- Vamos a establecer una relación numérica entre las dos magnitudes. Para ello, ¿qué operación plantearías entre ambas magnitudes? Escribe la relación de proporcionalidad entre P y A.

Plantearía la división para hallar la razón. $\frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Por lo tanto, la relación de proporcionalidad es de 1 a 2.

- La relación que hay entre el número de perros y número de bolsas permite establecer una proporción. ¿Qué tipo de proporción es?

Proporción directa.

- A partir de la relación de proporcionalidad, planteamos el total de alimento para 4 perros más.

$$\frac{1}{2} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = 40$$

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿Qué estrategias te sirvieron para resolver el problema?
Elaborar diagramas tabulares y plantear la proporción mediante una operación.
 - ¿Si aumenta la cantidad de perros, te seguirá sirviendo la estrategia? Justifica con un ejemplo.
Sí, ya que la estrategia es mantener la constante de proporcionalidad. Por ejemplo, si aumentara a 22 perros, se necesitarían 44 bolsas de alimento.
 - Suponiendo que la ración disminuyera a una bolsa por cada perro en un mes, ¿cuántas bolsas se necesitarían para 20 perros en un mes?
Se necesitarían 20 bolsas.
- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:
 - ¿Es correcto que se aplique la multiplicación o división para ver la proporción de ambas magnitudes? ¿Cómo lo justificamos?
Al multiplicar o dividir por un mismo número, seguiremos conservando la constante de proporcionalidad.
 - ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?
Se utilizó el diagrama tabular y, mediante las operaciones de multiplicación y división, se completó la tabla.
 - ¿Podremos resolver la situación propuesta con otra estrategia? Ejecuta los procesos que planteas.
Sí, planteando una ecuación con la constante de proporcionalidad.

$$\frac{1}{3} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 15$$

- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:
 - ¿Los procesos ejecutados son correctos? Justifica tu respuesta.

No, pues al plantear la proporción se ha confundido el orden de los valores.

$$\frac{52}{24} = \frac{78}{x} \Rightarrow x = 36 \text{ litros de pintura}$$

- ¿Habrá otra forma de resolver el problema?

Con diagramas tabulares.

Pintura (litros)	24	12	36	
Superficie a pintar (m ²)	52	26	78	

$\xrightarrow{\div 2}$ $\xrightarrow{\times 3}$
 $\xrightarrow{\div 2}$ $\xrightarrow{\times 3}$

Por lo tanto, se necesitan 36 litros de pintura para pintar 78 m².

- Si se reduce a la tercera parte el total de pintura, ¿a cuánto debe reducirse la superficie para lograr pintarla? Desarrolla tus procedimientos para justificar tu respuesta.

La superficie debe reducirse también a la tercera parte. Es decir, con 12 litros de pintura se logra pintar 26 m² de superficie. Recordemos que se trata de una proporcionalidad directa.

- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación A.
- Se pide establecer la relación entre la cantidad de litros de leche y el número de días para alimentar cachorros. Para ello, se pregunta: ¿Cuántos días se podrá alimentar a los cachorros con 5 litros de leche?
- Empleando la tabla, se establece una relación de proporcionalidad entre el número de litros y el número de días mediante las operaciones de multiplicación y división.
- Asimismo, el docente podrá plantear otras estrategias, como la regla de tres simple directa. Por ejemplo:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 \downarrow & 2 \text{ litros} \leftrightarrow 6 \text{ días} & \downarrow \\
 \uparrow & 5 \text{ litros} \leftrightarrow x & \uparrow
 \end{array} \\
 \hline
 x = \frac{6 \text{ días} \times 5 \text{ litros}}{2 \text{ litros}} = 15 \text{ días}
 \end{array}$$

- Los estudiantes deben concluir que con 5 litros de leche se podrá alimentar a los cachorros durante 15 días.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

Anita registra en una tabla la cantidad de botellas de agua que compra y el monto de dinero que pagó.

Número de botellas	4	12	7	20
Cantidad de dinero pagado	6	18	10,5	30

- ¿Cuánto pagará Anita por 24 botellas de agua?
a) 40 b) 30 **c) 36** d) 24
- ¿Cuántas botellas comprará con S/21?
a) 11 b) 17 c) 21 **d) 14**

Los ingredientes de una receta para un postre casero son los siguientes: 1 taza de mantequilla; 3 huevos; 1,5 tazas de azúcar, y 2 tazas de harina.

- Si tuviéramos que preparar la receta con 6 tazas de harina, ¿cuánta será la proporción de mantequilla que necesitaríamos?
a) 3 tazas b) 2 tazas c) 4 tazas d) 1 taza
- Si tuviéramos 3 tazas de azúcar, ¿cuántos huevos necesitaríamos?

Respuesta adecuada:

Las tazas de azúcar se duplican; por lo tanto, la cantidad de huevos también debe duplicarse:

$$3 \times 2 = 6 \text{ huevos}$$

Respuesta parcial:

Entiende que las tazas de azúcar se duplican, pero la cantidad de huevos debe disminuir en su mitad, es decir, $\frac{3}{2}$ de huevos.

Respuesta inadecuada:

Cualquier otra respuesta.

5. Luis realiza un viaje de Lima a Tacna llegando a registrar que en 3 horas recorre 144 km. ¿Cuál es la distancia que recorre en 5 horas?
- a) 288 km **b) 240 km** c) 348 km d) 288 km
6. En el problema anterior, ¿cuántas horas le tomará a Luis recorrer 432 km?
- a) 6 horas **b) 9 horas** c) 5 horas d) $8\frac{1}{2}$ horas
7. Si de Lima a Tacna hay una distancia de 1200 km, aproximadamente, y teniendo los datos del problema 5, ¿cuántas horas le tomará a Luis llegar a su destino? Emplea la estrategia del diagrama tabular para dar solución al problema.

Respuesta adecuada:

Tiempo (horas)	3	6	15	5	25
Distancia recorrida (km)	144	288	720	240	1200

Diagrama tabular con operaciones indicadas:

- De 3 a 6: $\times 2$
- De 6 a 15: $\times 5$
- De 15 a 5: $\div 3$
- De 5 a 25: $\times 5$

Teniendo en cuenta la proporcionalidad directa, a Luis le tomará 25 horas recorrer los 1200 km.

Respuesta parcial:

Aplicando el diagrama tabular, logra determinar el tiempo para un recorrido de 1152 km.

Tiempo (horas)	3	6	12	24	
Distancia recorrida (km)	144	288	576	1152	

Respuesta inadecuada:

No recuerda en qué consiste la estrategia del diagrama tabular y obtiene otra respuesta.

8. Volviendo al problema de una receta para un postre casero y sus ingredientes: 1 taza de mantequilla; 3 huevos; 1,5 tazas de azúcar, y 2 tazas de harina. Si solo se cuenta con 2 huevos, ¿cuánto de harina se necesitará?
- a) $\frac{2}{3}$ de taza **b) $\frac{3}{4}$ de taza** c) $\frac{3}{2}$ de taza **d) $\frac{4}{3}$ de taza**

9. Al dejar caer una pelota, esta tarda diez segundos en llegar al suelo. Como la velocidad depende del tiempo transcurrido, se anotaron sus valores en distintos momentos y resultó la siguiente tabla. El tiempo está dado en segundos y la velocidad, en metros por segundo.

Tiempo (s)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Velocidad (m/s)	9,8	19,6	29,4	39,2	49	58,8	68,6	78,4	88,2	98

¿Qué velocidad llevaba la pelota a los 6,5 s?

- a) 65,3 m/s b) 60,3 m/s **c) 63,7 m/s** d) 65,3 m/s
10. ¿Cuántos segundos más demoraría la pelota en tocar el suelo si hubiera alcanzado una velocidad de 117,6 m/s?

Respuesta adecuada:

Haciendo uso del diagrama tabular.

Tiempo (s)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Velocidad (m/s)	9,8	19,6	29,4	39,2	49	58,8	68,6	78,4	88,2	98	107,8	117,6

Se observa que, cuando la velocidad es de 117,6 m/s, demoraría 2 segundos más.

Respuesta parcial:

Usa el diagrama tabular del problema anterior, y como de 98 a 117,6 aumenta en 19,6, aplica el mismo aumento en el tiempo, es decir, $10 + 19,6 = 29,6$. Por lo tanto, concluye que demoraría 19,6 segundos más.

Tiempo (s)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12
Velocidad (m/s)	9,8	19,6	29,4	39,2	49	58,8	68,6	78,4	88,2	98	117,6

Respuesta inadecuada:

Cualquier otra respuesta.



Decidimos ver televisión por señal cerrada

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones de equivalencia entre dos magnitudes y transforma esas relaciones a funciones lineales y afines y proporcionalidad directa.
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.	Expresa con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas y lenguaje algebraico su comprensión sobre el conjunto solución de una condición de desigualdad, para interpretarlas y explicarlas en el contexto de la situación.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y combina recursos, estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente a la situación, para solucionar inecuaciones lineales y evaluar el conjunto de valores de una función lineal.
	Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.	Plantea afirmaciones sobre las diferencias entre una función lineal y afín. Justifica la validez de sus afirmaciones usando ejemplos y sus conocimientos matemáticos. Reconoce errores en sus justificaciones o las de otros y los corrige.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
- Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.

- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
- Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
- Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Establecer relaciones entre magnitudes y transformarlas a funciones lineales y afines, expresando con diversas representaciones y lenguaje algebraico su comprensión sobre el conjunto solución, usando estrategias heurísticas y planteando afirmaciones.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.

1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:

- ¿De qué se trata el problema?
De la elección de un servicio de televisión de señal cerrada entre dos opciones.
- ¿Cuáles son los pagos de Cable fantástico?
Por instalación y decodificador se paga S/250, más una mensualidad de S/100.
- ¿Cuáles son los pagos de Todo deporte?
Son S/100 por el servicio de instalación y S/150 la mensualidad.
- ¿Qué te solicita el problema?
Determinar por cuántos meses es conveniente elegir la señal de televisión Todo deporte.

2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

- ¿Qué gráficas podemos utilizar para comparar los costos de ambos servicios?
a) Gráfica cartesiana c) Diagrama tabular
- ¿Qué información debe tener el diagrama tabular para tomar decisiones?
Deberá tener el pago por Cable fantástico y Todo deporte para un determinado número de meses.

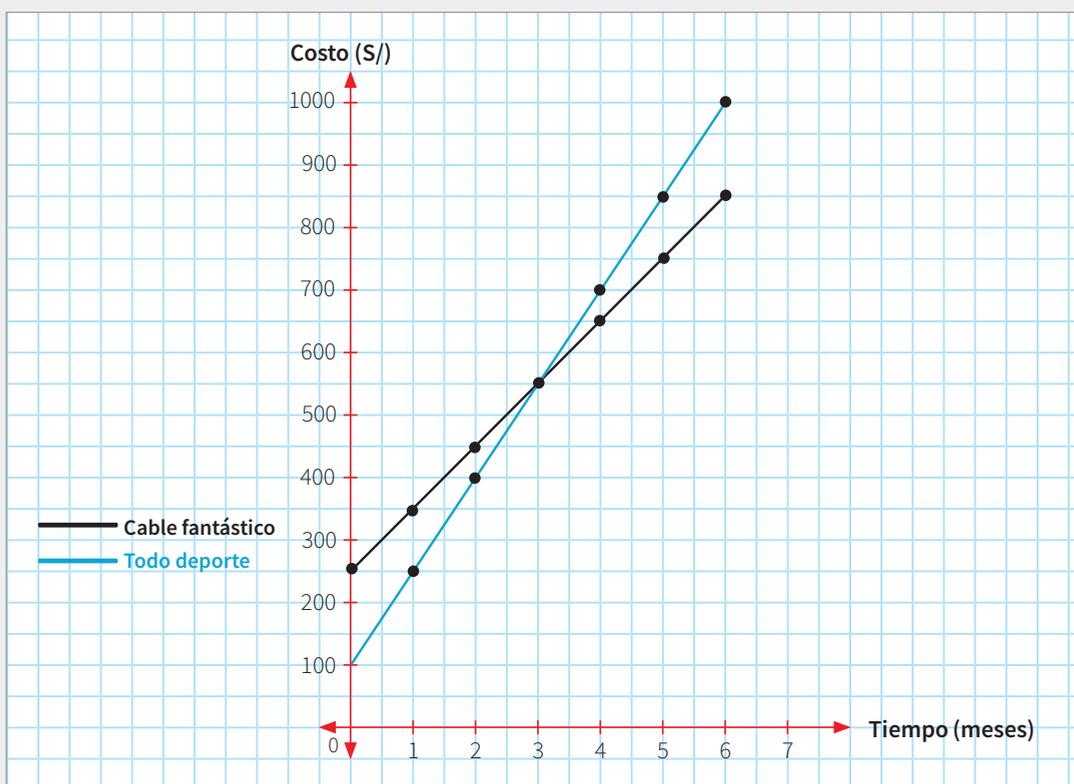
3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

- Completa la tabla:

Número de meses	Pago por Cable fantástico	Pago por Todo deporte
0	250	100
1	350	250
2	450	400
3	550	550
4	650	700
5	750	850
6	850	1000

- ¿Para qué valor de tiempo el pago resultaría igual?
Para $t = 3$ meses.

- Esboza el gráfico correspondiente a la tabla elaborada en la pregunta anterior.



- ¿Para qué valor del tiempo es conveniente el segundo servicio de televisión por cable?

Para $t \leq 3$ meses.

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades y cómo las superaste?

En la elección de uno de los servicios de televisión. La superé mediante la construcción del diagrama tabular y la gráfica cartesiana.

- ¿Qué sucede con los pagos después del tercer mes de contratados los servicios?

Después del tercer mes, el pago por Cable fantástico resulta menor que el pago por Todo deporte. Además, mientras va disminuyendo el pago del primero, va aumentando el pago del segundo.

- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada.
 - ¿Qué estrategias se utilizaron para resolver el problema?

Elaborar un diagrama tabular y un diagrama cartesiano.

- ¿Cuál es la condición del problema que permite completar las estaturas para 8, 9 y 10 años?
En el enunciado del problema, se señala que las estaturas promedio de los niños de 6 a 10 años se encuentran en función lineal de sus edades.
- Utiliza el gráfico para calcular las estaturas promedio de niños de 6 años y medio, 7 años y medio, 8 años y medio, y 9 años y medio.

Edad (años)	6,5	7,5	8,5	9,5
Estatura (cm)	115	121	127	133

- Proporciona una razón sobre por qué es necesario acotar la función $f(x) = 6x$ con la inecuación $6 \leq x \leq 10$.
En el problema, se señala que la altura depende en forma lineal de la edad entre 6 y 10 años.
 - ¿Por qué no se pueden calcular las estaturas de niños menores de 6 años?
Por la restricción del problema señalado. La gráfica es lineal solo de 6 a 10 años. Para niños menores, puede que no sea una recta.
- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:
- ¿Por qué la expresión algebraica buscada debe tener la forma $f(x) = mx + b$?
Por la dependencia lineal de la temperatura con la altura y el dato de la tabla que señala que, cuando la altura es 0 m, la temperatura es 10°C .
 - De acuerdo con los datos de la tabla, a medida que aumenta la altura, ¿la temperatura aumenta o disminuye?
Disminuye.
 - ¿El valor de la temperatura calculada para la altura de 3240 m ha aumentado o disminuido?
Ha aumentado.
 - Si el valor calculado de la temperatura contradice los experimentales de la tabla, ¿dónde está el error?
En la fórmula de la función. Entonces, hay que revisar el cálculo de la pendiente de la recta.
 - Si has identificado el error, corrige y calcula la temperatura adecuada para una altura de 3240 m.
Se han reemplazado incorrectamente los valores del par $(360; 8)$ en la ecuación $f(x) = mx + 10$.

$$8 = m(360) + 10 \Rightarrow m = -\frac{2}{360} = -\frac{1}{180}$$

$$f(x) = -\frac{1}{180}x + 10$$

$$f(3240) = -\frac{1}{180}(3240) + 10 = -8$$

A la altura de 3240 m, la temperatura es de -8°C .

- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y encontrar el error de la situación C, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación C (situación que presenta errores en su solución) e identificar qué solicita el problema.
- El docente aclara que se debe obtener la expresión algebraica de la temperatura, en función de la altura, e indicar la temperatura que alcanzaría a 3240 metros de altura.
- Los estudiantes observan, analizan el desarrollo e identifican el error al momento de calcular el valor de la pendiente reemplazando de manera incorrecta el par $(360; 8)$. El docente regula la forma como se debe reemplazar el par $(360; 8)$ en la función $f(x) = mx + 10$, con la finalidad de obtener el valor de la pendiente.
- El docente o un estudiante voluntario puede usar la pizarra con la finalidad de calcular la pendiente y determinar la función lineal afín, considerando la expresión:

$$f(x) = mx + 10$$

$$8 = m(360) + 10$$

$$m = -1/180$$
- Entonces la función será de la forma $f(x) = -1/180x + 10$, y a la altura de 3240 m la temperatura es de -8°C .



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

Para estimar la estatura de una persona a partir de restos óseos de su esqueleto, los científicos forenses usan las longitudes de la tibia (t), el hueso que va del tobillo a la rodilla, y del fémur (r), el hueso que va de la rodilla a la articulación de la cadera.

La estatura (h) de una persona se determina a partir de las longitudes de estos huesos en centímetros, usando funciones definidas por las siguientes fórmulas:

Para hombres:

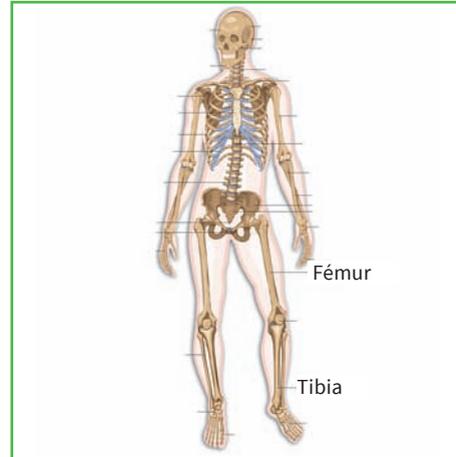
$$h(r) = 69,09 + 2,24 r$$

$$h(t) = 81,69 + 2,39 t$$

Para mujeres:

$$h(r) = 61,41 + 2,32 r$$

$$h(t) = 72,57 + 2,53 t$$



1. ¿Cuál es la estatura de un hombre cuyo fémur mide 58 cm?

a) 179,68 cm

b) 177,41 cm

c) 168,71 cm

d) 199,01 cm

2. ¿Cuál es la longitud de la tibia de una mujer que tiene 168,71 cm de estatura?

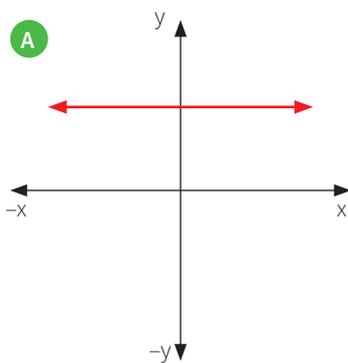
a) 41 cm

b) 50 cm

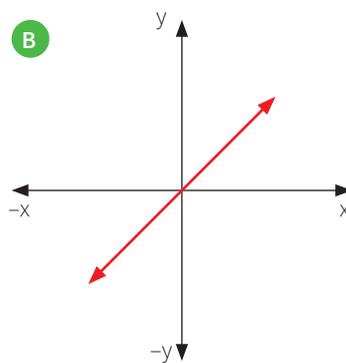
c) 38 cm

d) 58 cm

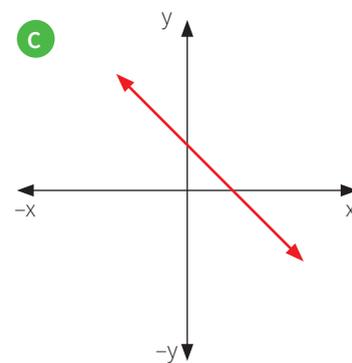
3. Relaciona cada gráfica con la función correspondiente.



(I) Función lineal afín



(II) Función constante



(III) Función lineal

a) A(II), B(III), C(I)

b) A(III), B(II), C(I)

c) A(I), B(II), C(III)

d) A(II), B(I), C(III)

4. Un estacionamiento ubicado en el terminal de autobuses ofrece una oferta para dejar y recoger pasajeros los fines de semana. La oferta consiste en pagar S/10 por la primera hora de estacionamiento de un bus y S/5 por cada siguiente hora.

- a) Escribe la fórmula de la función que relaciona el costo por la primera y las siguientes horas de estacionamiento de buses.
- b) Calcula el dinero que debe pagar el propietario de un bus de transporte de pasajeros por 120 horas de estacionamiento.
- c) Si el propietario de un bus de transporte pagó S/175, ¿por cuántas horas alquiló el estacionamiento?

Respuesta adecuada:

- a) $f(x) = 10 + 5x$
 b) $f(120) = 10 + 5(120) \rightarrow f(120) = 610$
 c) $175 = 10 + 5x \rightarrow x = 35$

Respuesta parcial:

Registra una o dos de las respuestas en forma correcta.

Respuesta inadecuada:

Presenta expresiones distintas a las consignadas como respuestas adecuadas.

5. El padre de un estudiante de segundo grado le enseña a su hijo el recibo por el servicio de gas natural y le pide que le ayude a averiguar el costo del m^3 de gas consumido. Asimismo, le pide identificar la fórmula que debe utilizar para saber cuántos m^3 de gas consumirá en los siguientes meses.

Fórmulas para calcular el consumo	Detalle del recibo del mes actual
$f(x) = 7,74 + 0,15x \dots \dots \dots$ (I)	Conceptos
$f(x) = 7,74 + 16,65x \dots \dots \dots$ (II)	Cargo fijo S/7,74
$f(x) = 0,15 + 7,74x \dots \dots \dots$ (III)	Consumo ($111 m^3$) S/16,65
$f(x) = 15 + 7,74x \dots \dots \dots$ (IV)	Total S/24,39

- a) S/0,15 y utilizará la fórmula I.
- b) S/16,65 y utilizará la fórmula II.
- c) S/0,15 y utilizará la fórmula III.
- d) S/15 y utilizará la fórmula IV.

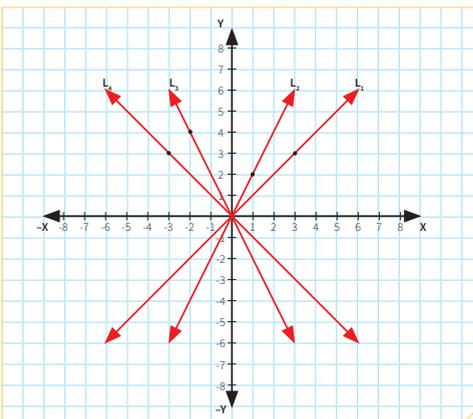
6. En muchas provincias del Perú, el agua consumida no se mide. Una familia siempre paga S/25,06, independientemente de la cantidad de agua que haya consumido, tal como se muestra en la siguiente tabla.

Consumo de agua (L)	0	1000	2000	3000	...
Costo (S/)	25,06	25,06	25,06	25,06	

¿Cuál es la fórmula de la función que representa los datos de la tabla y cómo se llama?

- a) $f(x) = 25,06 + 1000x$; función lineal afín.
- b) $f(x) = 25,06x$; función lineal.
- c) $f(x) = 25,06$; función constante.
- d) $f(x) = 25,06x$; función constante.

7. En la siguiente figura se muestra la representación gráfica de cuatro rectas lineales: L_1 , L_2 , L_3 y L_4 , que están definidas por la fórmula: $y = mx$



Donde m es la pendiente de la recta que se calcula por la fórmula: $m = \frac{y}{x}$

Calcula la pendiente de cada una de las rectas. Completa los datos en la tabla:

Recta	Pendiente de la recta: m	Ecuación de la recta
L_1	$m = \frac{3}{3} = 1$	$y = x$
L_2	$m = \text{---} = \text{---}$	
L_3	$m = \text{---} = \text{---}$	
L_4	$m = \text{---} = \text{---}$	

- a) ¿Cuál de las rectas tiene mayor pendiente?
 b) ¿Cuál de las rectas tiene mayor inclinación en el primer cuadrante?
 c) ¿Qué relación hay entre la inclinación de la recta y el valor de su pendiente?

Respuesta adecuada:

Recta	Pendiente de la recta: m	Ecuación de la recta
L_1	$m = \frac{3}{3} = 1$	$y = x$
L_2	$m = \frac{2}{1} = 2$	$y = 2x$
L_3	$m = \frac{4}{-2} = -2$	$y = -2x$
L_4	$m = \frac{3}{-3} = -1$	$y = -x$

- a) La recta L_2
 b) La recta L_2
 c) En el primer cuadrante, a mayor pendiente, la inclinación es mayor. En el segundo cuadrante, a menor pendiente, la inclinación es mayor porque en el segundo y cuarto cuadrantes las pendientes son negativas.

Respuesta parcial: Solo completa la segunda columna de la tabla y responde correctamente una o dos preguntas.

Respuesta inadecuada: No logra comprender la pendiente ni la ecuación de la recta, por lo que no completa la tabla y consigna otras respuestas o no responde nada.

8. Midiendo la temperatura a diferentes alturas, se han obtenido los datos de esta tabla:

Altura (m)	0	360	720	990
Temperatura (°C)	10	8	6	4,5

Obtén la expresión algebraica de la temperatura en función de la altura e indica cuál sería la temperatura a 3240 m de altura.

- a) $f(x) = -\frac{x}{180} - 10$; -10 °C **b)** $f(x) = -\frac{x}{180} + 10$; -8 °C c) $f(x) = -\frac{x}{120} - 10$; -20 °C d) $f(x) = -\frac{x}{180} - 10$; -12 °C

9. La distancia que recorre un avión comercial que viaja a la velocidad de 900 kilómetros por hora (km/h) es una función del tiempo de vuelo. Si S representa la distancia en kilómetros y t es el tiempo en horas, entonces la función que relaciona el espacio recorrido con el tiempo es:

- a)** $S(t) = 900t$ b) $S(t) = 900 + t$ c) $S(t) = \frac{t}{900}$ d) $S(t) = \frac{900}{t}$

10. Un ingeniero ingresa a un pozo para verificar el proceso de construcción y se da cuenta de que la temperatura aumenta 1 °C cada 100 m de profundidad. Teniendo en cuenta que la temperatura en la superficie es de 10 °C, responde las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es la fórmula de la función que relaciona la temperatura con la profundidad?
 b) ¿Qué temperatura habrá a 230 m de profundidad?
 c) ¿Cuántos metros habrá que bajar para que la temperatura sea de 25 °C?

Respuesta adecuada:

a) $f(x) = 10 + \frac{x}{100}$

b) $f(230) = 10 + \frac{230}{100} \rightarrow f(230) = 12,3$ °C

c) $25 = 10 + \frac{x}{100} \rightarrow x = 1500$

Respuesta parcial:

Registra una o dos de las respuestas en forma correcta.

Respuesta inadecuada:

Presenta expresiones distintas a las consignadas como respuestas adecuadas.



Las transformaciones geométricas en el antiguo Perú

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe la ubicación o el recorrido de un objeto real o imaginario y la representa utilizando coordenadas cartesianas, planos o mapas a escala. Describe las transformaciones de un objeto en términos de ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias, recursos o procedimientos para determinar áreas bidimensionales (polígonos regulares) empleando unidades convencionales (centímetro y metro).
		Selecciona y emplea estrategias recursos o procedimientos para describir el movimiento y la localización de objetos.
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	Plantea afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubre entre objetos y formas geométricas, sobre la base de simulaciones y la observación de casos. Las justifica con ejemplos y sus conocimientos geométricos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros y los corrige.	

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
- Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.

- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
- Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
- Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Describir la ubicación o el recorrido de objetos utilizando coordenadas cartesianas y las transformaciones de un objeto en términos de ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones, usando diversos procedimientos y estrategias, empleando unidades convencionales y planteando afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubre entre objetos y formas geométricas.

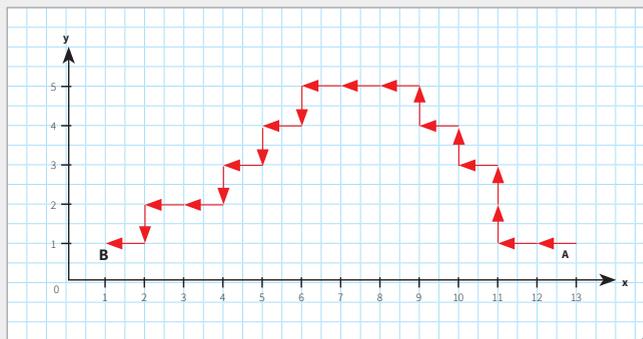
Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos:** Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:
 - En el problema, ¿los peces se encuentran estáticos o simulan movimiento?
En el problema, los peces simulan moverse por el canal.
 - ¿Qué forma tiene el canal por donde se mueven los peces?
Tiene forma de escaleras, ascendente y descendente.
 - ¿Los peces pueden hacer movimientos de traslación y rotación al mismo tiempo?
No, los peces primero se trasladan, luego rotan.
 - ¿Qué te solicita el problema? **Determinar la cantidad de movimientos de traslación y rotación que realiza el pez de A hasta B para pasar el canal.**
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 - ¿En qué ángulo giran los peces cuando voltean las esquinas del canal? **Giran en un ángulo de 90°.**
 - ¿Cómo puedes representar el desplazamiento de los peces en el plano cartesiano?
Mediante flechas o vectores, porque indican dirección del movimiento y sentido.
 - ¿Qué organizador visual podría ayudarte a resolver el problema? ¿Por qué?
El diagrama cartesiano, porque permitirá representar los movimientos de rotación y traslación.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 - Representa con una flecha un pez y traza su recorrido, partiendo de la posición A hacia la posición B en el plano cartesiano.
- ¿Cuántos movimientos de traslación y rotación realiza el pez para ubicarse en la posición B partiendo de la posición A? **19 movimientos de traslación y 14 movimientos de rotación.**



- ¿Cuántos movimientos de traslación realiza el pez para pasar todo el canal? Justifica tu respuesta.
20 movimientos, porque hay que incluir el movimiento de ingreso al canal.
- 4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:
 - ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?
En la representación gráfica del movimiento de los peces en todo el trayecto del canal, porque se debe suponer que los peces están en movimiento.
 - ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?
Dibujé, en lugar de peces, flechas a lo largo de todo el canal desde el ingreso hasta la salida.
 - Si la gradería de la mitad derecha fuera el reflejo de la izquierda, ¿el número de traslaciones sería mayor o menor? **Sería mayor, porque el número de escalinatas sería también mayor.**
- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



¿? Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:
 - ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
Se usó el diagrama cartesiano donde cada uno de los vértices del triángulo ABC traslada 8 unidades hacia la derecha y de ahí, 2 unidades hacia arriba.
 - ¿Con qué finalidad se ha trazado el vector \vec{V} en el diagrama anterior?
El vector \vec{V} orienta el sentido y la dirección del movimiento de los vértices del triángulo ABC.
 - Escribe las coordenadas de los vértices de los triángulos ABC y A'B'C'.
A (5; 2), B (2; 4), C (6; 7) y A' (13; 4), B' (10; 6), C' (14; 9).
- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:
 - ¿Cuál de las siguientes estrategias se utilizó en la resolución del problema? **Elaborar un diagrama analógico.**
 - Describe cómo se grafica el cuadrado EFGH para duplicar el área del pozo antiguo cumpliendo las condiciones del problema.
Por los vértices del pozo antiguo, trazamos rectas paralelas entre sí para formar un nuevo cuadrado.
 - ¿El perímetro del cuadrado EFGH es el doble del perímetro del cuadrado ABCD? **No es el doble.**
 - Si la respuesta es negativa, ¿qué propiedad del triángulo rectángulo puede corroborar tu respuesta?
En todo triángulo rectángulo, la suma de los catetos es mayor que la hipotenusa, pero no es el doble.
 - Propón una evidencia que demuestre que el área del cuadrado EFGH es el doble del área del cuadrado ABCD.
Una de las evidencias puede ser que la cuarta parte del área del nuevo pozo, es decir, el cuadrado ODCG es el doble del área del triángulo COD. En consecuencia, el área de todo el pozo nuevo es más grande que el área del pozo viejo.
- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación A, observar e interpretar la gráfica en el plano cartesiano.
- Se pide trasladar el triángulo ABC considerando 8 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba.
- El docente, empleando el plano cartesiano, previamente realiza la traslación tomando como punto de

referencia el punto A (5; 2), realiza el conteo indicando la traslación de 8 unidades hacia la derecha, luego 2 unidades hacia arriba, llegando a ubicarse en el punto A' (13; 4).

- El docente o un estudiante voluntario, usando el mismo plano cartesiano, realiza la traslación de los puntos B y C para obtener los puntos B' y C'.
- También el docente puede indicar la obtención de los puntos mediante operaciones aritméticas, es decir, sumando a cada uno de los componentes +8 y +2, respectivamente.
 $5 + 8 = 13$ y $2 + 2 = 4$; por lo tanto, el punto A' (13; 4).
- En consecuencia, las coordenadas de los vértices del triángulo ABC y A'B'C' son: A(5; 2); B(2; 4); C(6; 7) y A'(13; 4); B'(10; 6); C'(14; 9)



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si muestran dificultades, considerar la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué? ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B. Les solicita que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

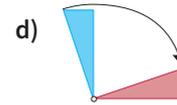
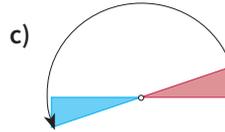
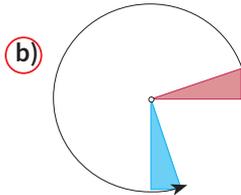
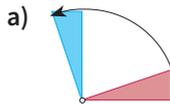
Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. ¿Cuál de las siguientes opciones muestra el resultado de rotar el triángulo 270° en sentido contrario a las agujas del reloj?



2. Elena está diseñando un jardín rectangular de un condominio, tal como se muestra en la figura. Ella ha plasmado su diseño en una hoja, en la cual 1 cm equivale a 1 m.

¿Cuántos metros de valla necesita para cercar el jardín?



- a) 100 m b) 525 cm c) 100 cm d) 525 m
3. Si Elena no quiere limitarse a un jardín de forma rectangular, sino que prefiere un diseño de forma circular y quiere utilizar la mayor longitud de valla disponible, ¿cuánto medirá la máxima longitud del radio de la superficie del jardín si este tuviera una forma circular? Considerar $\pi \approx 3,14$ y los datos del problema anterior. Escribir la respuesta en forma entera.

- a) 15 m b) 16 m c) 100 m d) 50 m

4. En el plano cartesiano adjunto, dibuja el rostro con ampliación al doble del tamaño original.

Respuesta adecuada: Reproduce el rostro tal como se observa en la figura.

Respuesta parcial: Reproduce el rostro, en el tamaño ampliado, pero se equivoca en la ubicación de algunas partes del rostro; por ejemplo, de la nariz o la boca.

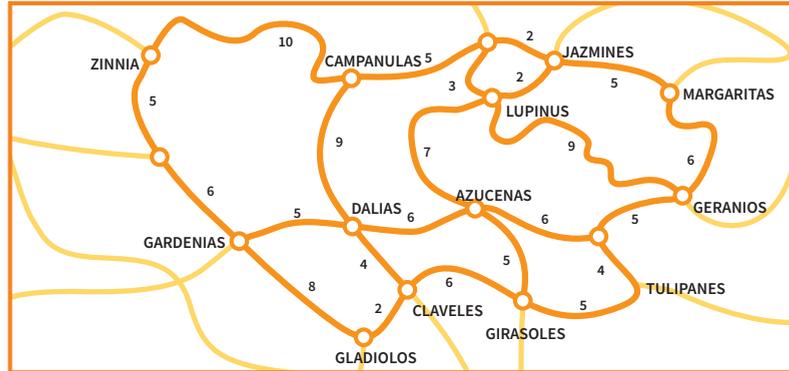
Respuesta inadecuada: Cualquier otra respuesta; por ejemplo, reproduce parte del rostro o se equivoca en varios puntos o no le resulta el rostro ampliado.

5. Las monedas de un sol tienen un polígono regular inscrito. Si una diagonal une dos vértices no comunes del polígono, ¿cuántas diagonales podríamos trazar en este polígono regular inscrito en la moneda de un sol?



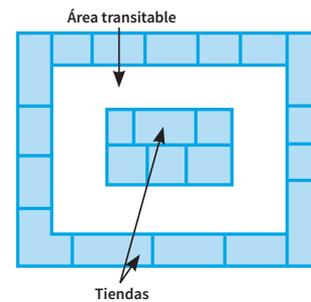
- a) 18 diagonales **b) 20 diagonales** c) 8 diagonales d) 14 diagonales

6. El siguiente mapa corresponde a la red de carreteras que une los pueblos de un distrito. En él está indicado el tiempo en minutos que demora ir de un lugar a otro. ¿Cuántos minutos como mínimo demora una persona para ir de las Gardenias a los Jazmines?



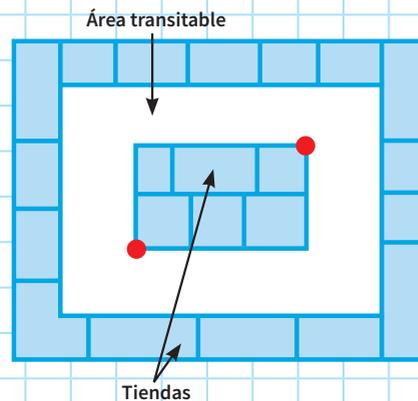
- a) 28 minutos b) 33 minutos c) 21 minutos **d) 20 minutos**

7. En la figura se muestra el plano de un centro comercial de una sola planta. La parte en blanco representa los pasadizos por donde transita la gente; y la parte celeste, la disposición de las tiendas. Se van a instalar cámaras de seguridad para observar toda el área transitable. Estas cámaras podrán tener una vista de 360°. Coloca en el plano los puntos en los que se deberían instalar las cámaras para que sumen la menor cantidad posible y para que con estas se pueda observar toda el área transitable.



Respuesta adecuada:

Ubica los puntos donde se deberían instalar las cámaras, en la posición de los puntos rojos o en las esquinas extremas de los pasadizos. Puede ubicar también los puntos en las otras dos esquinas del cuadrante interior o en las otras dos esquinas extremas de los pasadizos.



Respuesta parcial: Ubica un punto en la esquina del cuadrante externo o interno.

Respuesta inadecuada: Ubica más de dos puntos en cualquier disposición.

8. Se desea colocar una plancha de vidrio sobre el tablero de una mesa que tiene la forma de un hexágono regular. Si uno de los lados de la mesa tiene 4 dm de longitud, determina la superficie del vidrio que encaja exactamente para cubrir todo el tablero de la mesa.



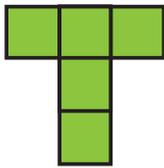
- a) $6\sqrt{3}$ dm² b) 6 dm² c) $24\sqrt{3}$ dm² d) 24 dm²

9. En la plaza de una ciudad se está construyendo una pileta de forma circular. Si van a extender 5 tubos que irán desde el centro de la pileta hasta 5 puntos en el borde de esta y si en cada uno de los puntos se instalarán grifos distribuidos a una misma distancia unos de otros, ¿cuánto medirá el ángulo de abertura entre tubo y tubo?



- a) 36° b) 90° c) 72° d) 360°

10. Cinco hermanos tienen un terreno de cultivo en forma de T de 1000 m² de área. A cada uno de los hermanos le corresponde la quinta parte de su superficie.



- a) ¿Cuál es la longitud del lado de cada una de las propiedades?
 b) Si uno de ellos desiste de la propiedad, deberán dividirse entre cuatro hermanos. ¿Qué forma tendrá cada una de las nuevas parcelas y cuál será su área?

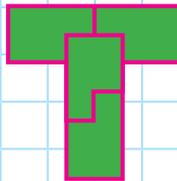
Respuesta adecuada:

- a) ¿Cuál es la longitud del lado de cada una de las propiedades?

Cada una de las propiedades tiene un área de 200 m². Por lo tanto, la longitud de los lados del cuadrado será: $L^2 = 200 \rightarrow L = \sqrt{200} \rightarrow L = 10\sqrt{2}$ m.

- b) Si uno de ellos desiste de la propiedad, deberán dividirse entre cuatro hermanos. ¿Qué forma tendrá cada una de las nuevas parcelas y cuál será su área?

La forma que tendrá el terreno dividido en cuatro partes iguales es como se muestra en el esquema.



El área de las nuevas parcelas será la cuarta parte del área total del terreno: $\frac{1000 \text{ m}^2}{4} = 250 \text{ m}^2$.

Respuesta parcial:

Responde correctamente solo la pregunta a) del problema.

Respuesta inadecuada:

Cualquier otra respuesta o no responde ninguna pregunta.

La importancia del calentamiento muscular antes de realizar un deporte

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos conformas geométricas y sus transformaciones.	Establece relaciones entre las características y los atributos medibles de los objetos reales o imaginarios. Asocia estas características y las representa con formas bidimensionales compuestas. Establece también relaciones entre las propiedades del área y el perímetro.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos (gráficos) y procedimientos para determinar el perímetro y el área de polígonos, así como de áreas bidimensionales compuestas o irregulares, empleando unidades convencionales (centímetro y metro).

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
 - Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Establecer relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios representándolas con formas bidimensionales compuestas, estableciendo también relaciones entre las propiedades del área y perímetro, empleando estrategias heurísticas, recursos gráficos y otros.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos.**
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema:**
 - ¿Qué nos dice el problema?
Que el profesor de Educación Física pide a sus estudiantes realizar calentamientos antes de practicar fútbol y vóley. Para ello, deberán escoger uno de los campos para hacer el calentamiento.
 - ¿Con qué información cuentas?
Las medidas de los campos deportivos y la condición de que los estudiantes deberán dar 3 vueltas.
 - ¿Cómo podemos saber la distancia que corren los estudiantes en cada campo?
Hallando su perímetro.
 - ¿Y cómo saber cuál de los dos campos ocupa más espacio?
Para saber cuál ocupa más espacio, tendremos que hallar el área de cada campo deportivo.
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan:**
 - ¿Qué estrategia aplicarás para resolver el problema?
Se aplicará la estrategia de establecer submetas. Para ello, primero hallaremos el perímetro y área de un rectángulo, luego realizaremos comparaciones para saber la menor o mayor distancia y el campo que ocupa más espacio.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan:**
 - Aplica tus conocimientos para determinar el perímetro del campo 1 y del campo 2.
 $P_{c1} = 36 + 20 + 36 + 20 = 112 \text{ m}$
 $P_{c2} = 40 + 16 + 40 + 16 = 112 \text{ m}$; P es perímetro
 - Si en total son 3 vueltas las que ejecuta un estudiante, ¿cuál es el total del recorrido en cada campo deportivo?
 $C_1 = 3 \times 112 = 336 \text{ m}$
 $C_2 = 3 \times 112 = 336 \text{ m}$
 - Ahora ya puedes responder la primera interrogante de la situación inicial.
Como los dos campos tienen el mismo perímetro, entonces en ambos campos recorre la misma distancia.

- Determina el área o superficie de cada uno de los campos.

$$A_{c1} = l \times a = 36 \times 20 = 720 \text{ m}^2; \quad A_{c2} = l \times a = 40 \times 16 = 640 \text{ m}^2$$

- Responde la segunda interrogante de la situación inicial.

Ocupa más espacio el campo 1.

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿Qué estrategia te sirvió para resolver el problema?

Establecer submetas.

- Si los valores de las medidas de ambos campos se redujeran a la mitad, ¿cuál ocuparía mayor espacio? ¿Y si duplicaras? ¿A qué conclusión podemos llegar?

Vamos a reducir a la mitad:

$$A_{c1} = l \times a = 18 \times 10 = 180 \text{ m}^2$$

$$A_{c2} = l \times a = 20 \times 8 = 160 \text{ m}^2$$

Duplicando:

$$A_{c1} = l \times a = 72 \times 40 = 2880 \text{ m}^2$$

$$A_{c2} = l \times a = 80 \times 32 = 2560 \text{ m}^2$$

Conclusión: Si reducimos a la mitad o duplicamos los valores de ambos campos, siempre tendrá mayor superficie el campo 1.

- Durante el desarrollo de la situación propuesta, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para responder las preguntas y dar solución de la situación inicial, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere leer nuevamente la situación inicial y se pregunta: *¿De qué trata el problema y qué pide resolver?*
- El docente indica que se trata de la presentación de dos campos deportivos donde el profesor de Educación Física indica a sus estudiantes dar vueltas alrededor de uno de ellos y solicita calcular en cuál de los campos el estudiante correría menos distancia y cuál de los campos ocupa más espacio.
- Como estrategia se ha previsto aplicar submetas para calcular el perímetro y el área de uno de los campos.

$$P_{c1} = 36 \text{ m} + 20 \text{ m} + 36 \text{ m} + 20 \text{ m} = 112 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad \text{En 3 vueltas el estudiante recorre: } 3 \times 112 \text{ m} = 336 \text{ m}$$

$$A_{c1} = l \times a = 36 \text{ m} \times 20 \text{ m} = 720 \text{ m}^2$$

- El docente o un estudiante voluntario calcula el perímetro, el recorrido que haría el estudiante y el área del segundo campo. Por tanto, el estudiante recorrerá igual distancia en los dos campos y el que ocupa más espacio es el campo 1.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:

- ¿Qué estrategia utilizamos para resolver la situación?

Usar submetas.

- ¿Es correcto que se reste 25 m² para hallar el área total? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

Sí es correcto, pues se trata de un área en común; por lo tanto, se debe restar una vez.

- ¿De qué otra manera podemos resolver la situación propuesta? Ejecuta los procesos que planteas.

$$\begin{aligned} A_{\text{sombreada}} &= A_{\text{total}} - (A_{R1} + A_{R2}) \\ A_{\text{sombreada}} &= 91 \times 66 - (49 \times 26 + 35 \times 37) \\ A_{\text{sombreada}} &= 6006 - (1274 + 1295) \\ A_{\text{sombreada}} &= 6006 - (2569) \\ A_{\text{sombreada}} &= 3437 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- ¿Cómo puedes aprovechar las dos semicircunferencias para resolver el problema? Explícalo.
Al juntar las dos semicircunferencias, obtenemos una circunferencia. El interior de dicha circunferencia representa a un círculo. Restamos el área del círculo a la del rectángulo con el objeto de tener el área sombreada.
- ¿Es correcta la propuesta de solución? De no ser así, propón tu solución.
No es correcta, hay un error al calcular el área del círculo, se usó el diámetro en lugar del radio.

$$A_{\text{Círculo}} = (3,14) \times 4^2 = 50,24 \text{ m}^2 \quad | \quad A_{\text{Sombreada}} = A_{\text{Rectángulo}} - A_{\text{Círculo}} = 96 \text{ m}^2 - 50,24 \text{ m}^2 = 45,76 \text{ m}^2$$

- ¿Qué estrategia te sirvió para resolver el problema? La estrategia de establecer submetas.
- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si muestran dificultades, considerar la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué? ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B. Les solicita que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



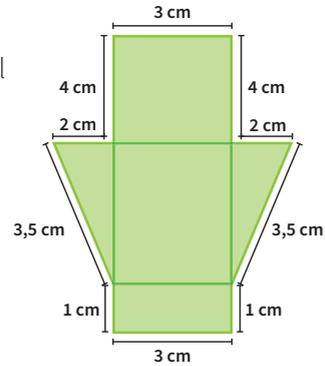
Practicamos

1. Lucía está haciéndose una chalina de lana de muchos colores, que mide 120 cm de largo y 30 cm de ancho. ¿Cuál es el perímetro de la chalina?

a) 300 cm b) 150 cm
c) 360 cm d) 450 cm

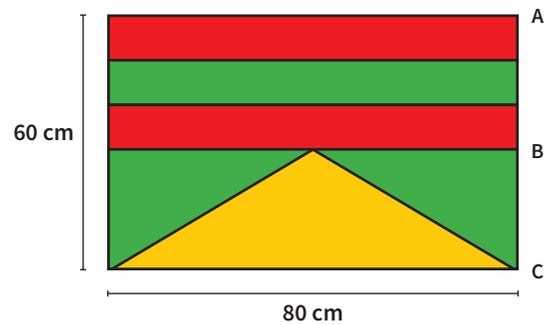
2. En el gráfico mostrado halla el perímetro:

a) 35 cm
b) 21 cm
c) 33 cm
d) 27 cm

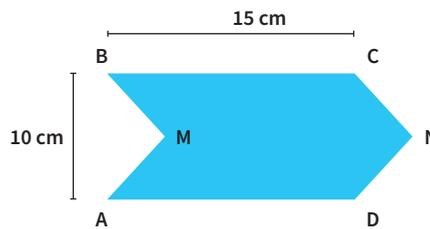


3. Halla la suma de los perímetros de las dos franjas rojas en el diseño de la siguiente bandera, si se sabe que B es punto medio del lado AC y que las tres franjas son proporcionales en medida.

a) 350 cm b) 360 cm
c) 330 cm d) 270 cm



4. Para el aniversario del colegio, Julián elaboró 50 banderines con el diseño de la figura mostrada. Si se sabe que el triángulo AMB es congruente al triángulo CND cuya altura es de 3 cm, ¿cuánto de papel utilizó en total?



Respuesta adecuada:

Trasladamos el triángulo para formar un rectángulo.



Por lo tanto, hallamos el área del rectángulo:

$$A = 10 \times 15 = 150 \text{ cm}^2$$

Como solicitan 50 banderines, entonces será:

$$50 \times 150 = 7500 \text{ m}^2$$

Respuesta parcial:

Se halla el área del rectángulo:

$$A = 10 \times 15 = 150 \text{ cm}^2$$

Se olvida hallar el total de papel para 50 banderines.

Respuesta inadecuada:

Se halla el área del rectángulo y se suma el área del triángulo.

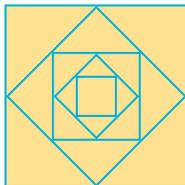
$$A = (10 \times 15) + \frac{(10 \times 3)}{2} = 165 \text{ cm}^2$$

Como solicitan 50 banderines, entonces será:

$$50 \times 165 = 8250 \text{ cm}^2$$

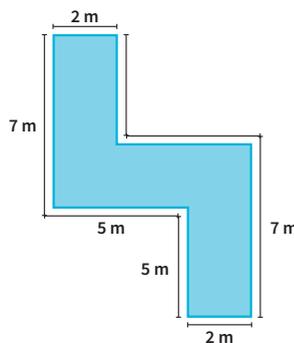
5. El perímetro del cuadrado interior es de 32 cm. Calcula el perímetro del cuadrado exterior.

- a) 128 cm
b) 182 cm
c) 328 cm
d) 2188 cm



6. Un salón cuadrado tiene una superficie de 50 m². Si se ha embaldosado con losetas cuadradas de 25 cm de lado, ¿cuántas losetas son necesarias?

- a) 500 losetas b) 800 losetas
c) 250 losetas d) 625 losetas



7. La figura mostrada representa el pasillo de la casa de Ana. Si su madre ha decidido alfombrar toda la superficie, ¿cuántos metros cuadrados de alfombra necesitará comprar?

Respuesta adecuada:

$$A_{\text{total}} = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_{\text{total}} = (5 \times 2) + (7 \times 2) + (5 \times 2)$$

$$A_{\text{total}} = 10 + 14 + 10$$

$$A_{\text{total}} = 34 \text{ m}^2$$

Respuesta: La madre de Ana necesitará comprar 34 m² de alfombra.

Respuesta parcial:

$$A_{\text{total}} = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_{\text{total}} = (7 \times 2) + (5 \times 2) + (7 \times 2)$$

$$A_{\text{total}} = 14 + 10 + 14$$

$$A_{\text{total}} = 38 \text{ m}^2$$

Respuesta: La madre de Ana necesitará comprar 38 m² de alfombra.

Respuesta inadecuada:

No descompones las partes o propones operaciones erróneas, por ejemplo:

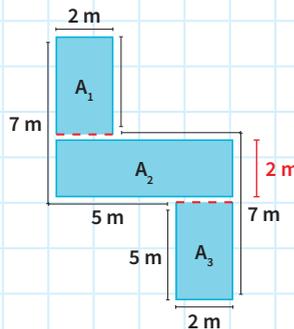
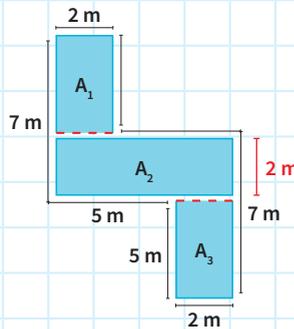
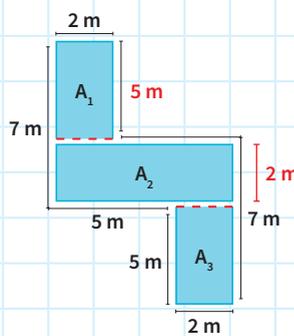
$$A_{\text{total}} = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_{\text{total}} = (7 \times 2) + (5 \times 7) + (7 \times 2)$$

$$A_{\text{total}} = 14 + 35 + 14$$

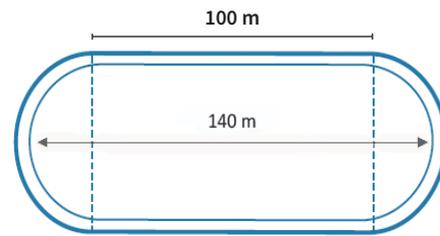
$$A_{\text{total}} = 63 \text{ m}^2$$

Respuesta: La madre de Ana necesitará comprar 63 m² de alfombra.



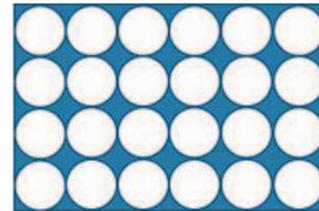
8. María entrena con su bicicleta en un campo de deportes que tiene las medidas del siguiente gráfico. Su entrenador le dice que tiene que hacer 12 km sin parar. ¿Cuántas vueltas tiene que dar al campo de entrenamiento? Considera $\pi \approx 3,14$ y dar la respuesta en enteros.

- a) 27 vueltas. b) 470 vueltas.
 c) 37 vueltas. d) 370 vueltas.

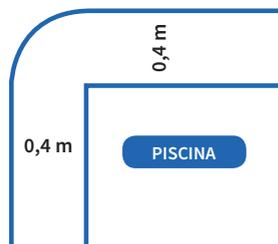


9. Después de sacar las latas de leche de una caja, las marcas que quedan al fondo de esta tienen forma circular de 7,4 cm de diámetro cada una. Calcula el área de la región sombreada. Considerar $\pi \approx 3,14$.

- a) 2346 cm² b) 828,48 cm²
 c) 1314,24 cm² d) 282,56 cm²



10. Una piscina rectangular de 10 m de largo por 5 m de ancho está rodeada por un paseo de 0,4 m. ¿Cuánto mide el borde exterior del paseo? Considerar $\pi \approx 3,14$.



Respuesta adecuada:

El estudiante se da cuenta de que se le debe agregar las cuatro curvas de las esquinas y que al unir esas 4 curvas forman una circunferencia por lo que calcula la longitud de la circunferencia utilizando la siguiente fórmula: $L = 2\pi r$

$$L = 2\pi r = 2(3,14)(0,4) = 2,51 \text{ m}$$

Luego, el perímetro (P) del borde exterior es:

$$P = 10 + 5 + 10 + 5 + 2,51 = 32,51 \text{ m}$$

Respuesta parcial:

Solo logra interpretar una de las partes solicitadas, omitiendo o errando la otra parte y no calculando el perímetro pedido.

Ejemplo:

$$P = 10 + 5 + 10 + 5 = 30 \text{ m}$$

$$P = 10 + 5 + 10 + 5 + 1,6 = 31,6 \text{ m}$$

Respuesta inadecuada:

No logra comprender el problema y da una respuesta equivocada.

Ejemplos:

$$P = 10 + 5 + 10 + 5 + 0,4 = 30,4 \text{ m}$$



La tómbola en una feria comunitaria

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Determina las condiciones de una situación aleatoria y compara la frecuencia de sus sucesos. Representa la probabilidad de un suceso a través de la regla de Laplace (valor decimal) o representa su probabilidad mediante su frecuencia relativa expresada como decimal y porcentaje. A partir de este valor, determina si un suceso es seguro, probable o imposible de suceder.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión sobre el significado del valor de la probabilidad para caracterizar como segura o imposible la ocurrencia de sucesos de una situación aleatoria.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace. Revisa sus procedimientos y resultados.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
 - Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Representar la probabilidad de un suceso a través de la regla de Laplace (valor decimal) o mediante su frecuencia relativa expresada como decimal y porcentaje, determinando, a partir de ese valor, si el suceso es seguro, probable o imposible de suceder, expresando su comprensión sobre la probabilidad empleando diversos procedimientos.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:
 - ¿Qué tienes que averiguar?
La probabilidad de ganar la patineta y cuáles de los premios tienen mayor posibilidad de ganar.
 - ¿Qué datos se conocen?
Los tipos de premios y su cantidad.
 - Al jugar una tómbola, ¿se puede saber cuál de los premios es probable ganar?
Claro, solo debemos fijarnos cuáles de los objetos están en mayor cantidad.
 - ¿Sabes cuál es el planteamiento de la regla de Laplace y para qué se usa? Explica.
La regla de Laplace se usa para calcular la probabilidad de un suceso mediante la expresión:
$$P(e) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}}$$
 Se lee: La probabilidad del evento es igual a dividir el número de casos favorables entre el número de casos posibles.
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 - ¿Es posible usar una tabla para organizar los datos y solucionar el problema? Justifica tu respuesta.
Sí es posible, porque la tabla nos ayudará a organizar los datos para identificar la cantidad total de premios por cada tipo; además, nos permitirá identificar un caso favorable de obtener el premio entre los casos posibles.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 - Organiza el total de los premios en la siguiente tabla:

Premio	Cantidad
Patines	1
Pelota	3
Mochila	2
Gaseosa	4
Total	10

- Hallamos la probabilidad de que ganen los patines aplicando la regla de Laplace.

$$P(p) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}} = \frac{1}{10} = 0,1 = 10\%$$

Respuesta: La probabilidad de ganar los patines es 1/10, lo que equivale a decir 0,1 o 10 %.

- Calcula: ¿cuál de los premios es más probable que ganen Luisa y Juan?

Como hay mayor cantidad de gaseosas, entonces es más probable que la ganen.

$$P(g) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\%$$

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿Qué estrategia te sirvió para resolver el problema?
Elaborar una tabla y aplicar la regla de Laplace.
- ¿Cuáles son los valores de las probabilidades de los otros premios?

$$P(\text{pelota}) = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$P(\text{mochila}) = \frac{2}{10} = 0,2$$

- Si sumamos todas las probabilidades, ¿cuánto resulta?
La suma de todas las probabilidades es: $0,3 + 0,2 + 0,4 + 0,1 = 1,0$
- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:
 - ¿Cuál fue la estrategia que se eligió para resolver la situación?
Aplicar la regla de Laplace.
 - ¿Habría la posibilidad de que la probabilidad de alguno de los pobladores sea mayor que 1? Justifica tu respuesta.
No. Para que la probabilidad sea 1, se debe tener un evento seguro, es decir, tendría que haber un solo comprador de los 240 tickets; sin embargo, en este caso, hay varios compradores y posibles ganadores.
 - ¿Cuál de los pobladores tiene menor posibilidad de ganar?
Tiene menor posibilidad de ganar la persona que ha comprado menos tickets; en este caso, se trata de Lucía.
- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:
 - ¿Son correctos los procesos de solución? De no ser así, propón la solución.
El diagrama de árbol sí es correcto; sin embargo, la aplicación de la regla de Laplace no.
La solución correcta es:
 $\Omega = \{CCC, CCE, CEC, CEE, ECC, ECE, EEC, EEE\} \Rightarrow n(\Omega) = 8$
Casos favorables: $A = \{CCE, CEC, CEE, ECC, ECE, EEC, EEE\} \Rightarrow n(A) = 7$
$$P(e) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}} = \frac{7}{8} = 0,875 = 87,5 \%$$
 - ¿Cuál es la estrategia que se aplicó en el problema?
La estrategia que se aplicó fue el diagrama de árbol.

- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, el docente propone a manera de ejemplo realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación A.
- Se pide que identifiquen la cantidad de tickets vendidos para el sorteo de la motocicleta.
- Luego pregunta: *¿Cómo calculamos la probabilidad que tiene Jaime para ganar la motocicleta?*
- El docente indicará que se aplicará la regla de Laplace:

$$P(J) = \text{N.º de casos favorables} / \text{N.º de casos posibles}$$

$$P(J) = 48/240 = 1/5$$

- El docente o un estudiante voluntario puede hacer uso de la pizarra con la finalidad de calcular la probabilidad del poblador que tiene mayor posibilidad de ganar la motocicleta, para ello identifica en la tabla que Mario adquirió la mayor cantidad de tickets, 64, entonces:

$$P(M) = 64/240 = 4/15$$



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

•

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

El campeonato deportivo

En una institución educativa se organiza un campeonato deportivo interno. Todas las secciones presentan un equipo. Estas son las secciones:

Categoría	Grado	Sección
I	Primero	A y B
	Segundo	A, B y C
	Tercero	A y B
II	Cuarto	A y B
	Quinto	A, B y C

Con esta información responde las interrogantes 1 y 2.

1. Para la primera fecha, de los 5 equipos que integran la categoría II, se elige por sorteo una de las secciones, la cual pasa automáticamente a la siguiente fecha. ¿Cuál es la probabilidad de que sea elegida una de las secciones de cuarto grado?

- a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{3}$
 c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{1}{5}$

2. Si en la categoría II para cada encuentro se eligen los equipos al azar, ¿cuál es el espacio muestral sobre el que se eligen los equipos que jugarán el primer partido de esta categoría?

- a) $\Omega = \{\text{cuarto y quinto}\}$ b) $\Omega = \{\text{cuarto A, cuarto B}\}$
 c) $\Omega = \{\text{quinto A, quinto B y quinto C}\}$ d) $\Omega = \{\text{cuarto A, cuarto B, quinto A, quinto B y quinto C}\}$

La ruleta

Una empresa de telefonía, para premiar a sus clientes por su preferencia, decide que estos jueguen en una ruleta. Cada cliente elegido hará girar la ruleta para determinar el obsequio que recibirá.

Con esta información responde las interrogantes 3 y 4.



3. ¿Cuál es la probabilidad de que un cliente, al hacer girar esta ruleta, obtenga como obsequio 10 SMS?

- a) $\frac{3}{10}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{4}$

4. ¿Cuál es el espacio muestral de los obsequios que otorga esta ruleta?

Respuesta adecuada:

En total son 12 elementos.

$\Omega = \{10 \text{ SMS}, 10 \text{ SMS}, 10 \text{ SMS}, \text{premio un celular}, \text{entradas a MTV}, \text{tarifa plana}, \text{premio una radio}, \text{premio un audifono}, \text{factura gratis por un año}, \text{premio un play station}, \text{premio una radio pequeña}, \text{premio un micrófono}\}$

Respuesta parcial:

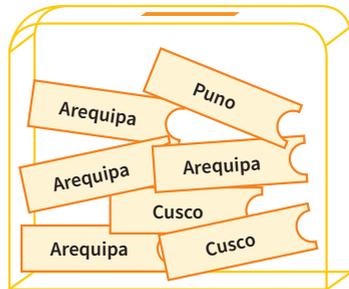
Escribe el espacio muestral con menos de 12 elementos.

Respuesta inadecuada:

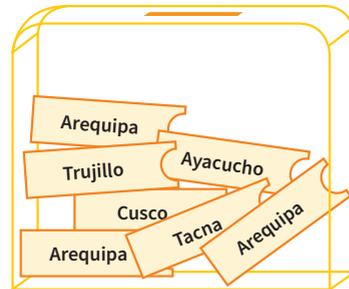
Brinda otras respuestas.

Empresa de transporte

Una empresa de transporte desea premiar a sus pasajeros más frecuentes con un sorteo de boletos de viaje ida y vuelta a diversos destinos nacionales. Para ello, prepara dos urnas idénticas, donde deposita los boletos con los diversos destinos de viaje.



Urn 1



Urn 2

Revisa la información y responde las interrogantes de la 5 a la 10.

5. Pablo es un cliente muy fiel a la empresa de transporte. Por ello ha sido premiado para que saque un boleto de cada urna. ¿Cuál es la probabilidad de que viaje a Cusco en la urna 1 y en la urna 2?
- a) $\frac{14}{2}$ y $\frac{2}{14}$ b) $\frac{2}{7}$ y $\frac{1}{7}$ c) $\frac{7}{2}$ y $\frac{1}{7}$ d) $\frac{4}{14}$ y $\frac{3}{7}$
6. Si la empresa de transporte decide tener una sola urna y junta todos los boletos, ¿cuál es probabilidad de que al extraer un boleto resulte ser para Arequipa?
- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{7}$ c) $\frac{7}{7}$ d) $\frac{1}{5}$
7. Un pasajero desea ir a Arequipa. ¿Cuál de las urnas le convendría escoger para obtener el boleto con ese destino? Argumenta tu respuesta.

Respuesta adecuada:

Le convendría extraer un boleto de la urna 1, ya que aquí hay 4 posibilidades de 7. En cambio, en la urna 2 solo hay 3 posibilidades de 7.

Respuesta parcial:

Realiza los cálculos de forma similar a la respuesta adecuada. Sin embargo, en la conclusión señala que conviene la urna 2.

Respuesta inadecuada:

Brinda otras respuestas.

8. ¿Qué boletos se deben extraer de la urna 1 para que la probabilidad de obtener uno con destino a Cusco sea del 50%?
- a) Tres boletos de Arequipa.
 b) Un boleto de Puno y uno de Arequipa.
 c) Todos los boletos de Arequipa.
 d) Solo el boleto de Puno.
9. En la urna 2, ¿cuál es la probabilidad de obtener dos boletos para Arequipa al extraer los boletos simultáneamente?
- a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{7}$ d) $\frac{1}{4}$
10. ¿Cuál es la probabilidad de no obtener un boleto para Arequipa en la urna 1?

Respuesta adecuada:

Sea N la probabilidad de no obtener un boleto para Arequipa:

$$P(N) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}} = \frac{3}{7}$$

Respuesta parcial:

El estudiante se equivoca en el valor de los casos favorables.

Sea N la probabilidad de no obtener un boleto para Arequipa: $P(N) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}} = \frac{4}{7}$

Respuesta inadecuada:

El estudiante solamente expresa la fracción $\frac{3}{7}$ o $\frac{4}{7}$. El estudiante brinda otras respuestas.



I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos o relaciones de equivalencia y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas (modelo) que incluyen ecuaciones lineales ($ax + b = cx + d$, a y $c \in \mathbb{Q}$), inecuaciones de la forma $ax > b$, $ax < b$, $ax \geq b$ y $ax \leq b$; $\forall a \neq 0$.
		Comprueba si la expresión algebraica (modelo) que planteó le permitió solucionar el problema.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y emplea recursos, estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema para solucionar ecuaciones e inecuaciones lineales.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
 - Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Establecer relaciones entre datos, valores desconocidos o relaciones de equivalencia y transformarlas a modelos algebraicos que incluyen ecuaciones e inecuaciones lineales, empleando estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:
 - ¿Cuántos kg de manzana Israel compra Lucía?
2 kg de manzana Israel.
 - ¿Cuántos kg de tuna verde compra Lucía?
 $3\frac{1}{2}$ kg de tunas verdes.
 - ¿Con qué billete paga y cuánto recibe de vuelto?
Paga con un billete de 20 soles y recibe 8 soles de vuelto.
 - ¿Qué te solicita el problema?
Encontrar una expresión matemática que permita comprobar si Lucía ha recibido el vuelto justo.
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 - ¿Cuánto paga en total por la compra de 2 kg de manzana Israel y $3\frac{1}{2}$ kg de tunas verdes?
Paga $2(3,20) = 6,40$ soles por manzana Israel.
Paga $3,5(1,20) = 4,20$ soles por tunas verdes.
En total paga 10,60 soles.
 - ¿Cómo sabes que el vuelto que recibe es justo?
El vuelto recibido es justo cuando es igual a la diferencia entre el dinero pagado y el gastado.
 - ¿Cuál de las siguientes estrategias te permitiría responder la pregunta del problema?
Plantear una ecuación.

3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

- Escribe una igualdad para comprobar si el vuelto que recibe es justo y reemplaza valores.

Cantidad de dinero pagado – Costo de compras = Vuelto.

$$20 - 10,60 = 9,40$$

- Si el vuelto que recibe Ana es menos, entonces falta dinero. Esa cantidad que falta se representa con “x”. Escribe y resuelve la ecuación.

$$20 - 10,60 = 8 + x$$

$$9,40 = 8 + x$$

$$x = 9,40 - 8$$

$$x = 1,4$$

- Completa las siguientes afirmaciones:

- Si $x = 0$, entonces Lucía recibe el vuelto **justo**.
- Si $x < 0$, entonces a Lucía le dieron **más** vuelto que el previsto.
- Si $x > 0$, entonces a Lucía le dieron **menos** vuelto que el previsto.

- La expresión matemática que permitirá a Lucía saber si ha recibido el vuelto justo es la siguiente:

$$20 - (\text{Costo de compra manzana Israel} + \text{Costo de compra de tunas verdes}) = 8 + x$$

$$20 - \text{Costo total de compra} = 8 + x$$

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?

En el planteamiento de la ecuación que me permita saber si el vuelto recibido es justo.

- ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?

Probando con los datos del problema si el vuelto recibido era mayor o menor que la diferencia entre el dinero pagado y el gastado.

- ¿Cómo procedemos en la vida cotidiana para comprobar si es justo el vuelto que recibimos?

Realizamos un cálculo mental o la estimación y aplicamos los criterios del tercer guion de *Ejecutamos la estrategia o plan*.

- Durante el desarrollo de la situación propuesta, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para responder las preguntas y dar solución a la situación inicial, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación inicial y se pregunta: *¿De qué trata el problema y qué pide resolver?*

- El docente indica que se trata de la compra de frutas por parte de Lucía y pide comprobar si Lucía ha recibido el vuelto justo.

- Como estrategia se ha previsto aplicar el planteo de ecuaciones, pero antes se calcula el pago que se debe hacer por las frutas compradas:

$$2 \text{ kg de manzana Israel: } 2 \times 3,20 = 6,40 \text{ soles}$$

$$3 \frac{1}{2} \text{ kg de tunas verdes: } 3,5 \times 1,20 = 4,20 \text{ soles.}$$

$$\text{Costo total que debe pagar Lucía: } 6,40 + 4,20 = 10,60 \text{ soles.}$$

- El docente o un estudiante voluntario haciendo uso de la pizarra establece la siguiente expresión para saber si el vuelto que recibe es justo:

$$\text{Dinero pagado} - \text{costo de compras} = \text{vuelto}$$

$$20 - 10,60 = 9,40$$

Comprobando de esa manera que el vuelto que recibió Lucía no es justo, faltó 1,40 soles de vuelto.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:
 - ¿Por qué es necesario expresar la cantidad de kilogramos de mandarinas compradas con la variable x ?
Porque permitirá representar la cantidad de kilogramos de papaya compradas por Juan ($2x$) para luego plantear la ecuación.
 - ¿Cuál es la finalidad de organizar las condiciones y los datos del problema en una tabla?
Para establecer relaciones entre cantidades de la misma unidad y plantear una ecuación.
 - ¿Por qué es necesario igualar la suma de los costos de la compra con el gasto total de la última columna?
Porque la suma de los costos de compra de mandarina y papaya es igual al gasto total.
 - ¿Por qué es necesario considerar el precio por kilogramo de mandarina y papaya en la ecuación?
Porque nos permite hallar el costo de x kg de mandarina y $2x$ kg de papaya, para luego sumar estos montos e igualar al gasto total en soles.
- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

<ul style="list-style-type: none"> Demuestra con un procedimiento por qué $x/10$ es la cantidad de bolsas que ocupa la manzana delicia. $\begin{array}{ccc} \downarrow & 1 \text{ bolsa} \leftrightarrow 10 \text{ kg} & \downarrow \\ + \downarrow & \text{N.}^\circ \text{ de bolsas} \leftrightarrow x \text{ kg} & \downarrow + \end{array}$ $\text{N.}^\circ \text{ de bolsas} = \frac{x \text{ kg} \times 1 \text{ bolsa}}{10 \text{ kg}} = \frac{x}{10} \text{ bolsas}$ ¿Cuántas bolsas contienen 183,33 kg de manzana delicia? $\text{N.}^\circ \text{ de bolsas} = \frac{183,33}{10} = 18,333 \text{ bolsas}$ Con el resultado anterior, calcula el monto de dinero recibido por la manzana delicia. $\text{Ganancia} = 30(18,333) = 549,99 \text{ soles}$ ¿Cuántas bolsas contienen 569,99 kg de manzana roja? $\text{N.}^\circ \text{ de bolsas} = \frac{569,99}{10} = 56,999 \text{ bolsas}$ 	<ul style="list-style-type: none"> Con el resultado anterior, calcula el monto de dinero recibido por la manzana roja. Ganancia = $35(56,999) = 1994,965$ soles Suma la cantidad de dinero recibido por la venta de manzanas delicia y roja. ¿Coincide el monto con los datos del problema? Total = $549,99 + 1994,965 = 2544,955$ soles No coincide con los 570 soles del problema. Si has identificado el error, corrige y calcula nuevamente el valor de x. Asimismo, corrige la respuesta al problema. Hay un error en el planteamiento de la ecuación. La corrección sería: $\frac{30x}{10} + \frac{35(2x+20)}{10} = 570$ $x = 50$ Total: $3x + 20 = 3(50) + 20 = 170$ kg Escribe tu respuesta. La cantidad total de manzanas recolectadas es 170 kg.
--	---
- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual, y absuelve las preguntas de los estudiantes; si el caso amerita, procede a realizar la retroalimentación.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

Los comerciantes van al mercado mayorista y compran las frutas que venderán en sus puestos. Para transportar su mercancía desde ese lugar, deciden contratar a un chofer para que los traslade en su camión. Este cobra S/10 por cada pasajero y S/0,30 por cada kilogramo de fruta.



Con esta información y haciendo uso de los precios mostrados en la imagen de la situación inicial presentada en la ficha, responde las preguntas 1, 2, 3 y 4.

- Roberto es uno de los comerciantes y dispone de S/350 para comprar frutas, pero desea invertir solo S/55 en el transporte de estas. ¿Cuántos kilogramos de fruta podrá transportar con este dinero?
 a) 295 kg **b) 150 kg** c) 30 kg d) 55 kg
- Marcos es el dueño del camión frutero. Lleva cierta cantidad de frutas correspondientes a cuatro personas. Si hoy recibió por el transporte S/265, ¿cuántos kilogramos de fruta transportó hoy en el camión?
 a) 883 kg b) 680 kg c) 800 kg **d) 750 kg**
- Rosa compra 4 kg de melocotones a S/10,80. Ella siente que el peso del producto no es el adecuado, así que realiza la verificación en otra balanza y nota que esta registra 0,1 kg menos de lo esperado por cada kilogramo. Rosa retorna, presenta el reclamo respectivo y pide la devolución del dinero cobrado en exceso. ¿Cuánto dinero le deben devolver a Rosa?
 a) S/0,30 b) S/0,60 c) S/1,00 **d) S/1,10**
- Luis paga S/1,80 por cada kilogramo de mandarinas, pero venderá cada kilogramo a S/2,20. ¿Cuántos kilogramos de mandarinas debe comprar y vender como mínimo para obtener una utilidad mayor o igual a S/40?

Respuesta adecuada:

Ganancia = precio de venta - precio de costo

Ganancia = 2,20 - 1,80 = S/0,40 por kg

Ganancia por x kg = 0,40 x

$$0,40 x \geq 40$$

$$x \geq 100$$

Debe vender como mínimo 100 kg para obtener una utilidad mayor o igual a 40 soles.

Respuesta parcial:

Plantea la inecuación, pero la resuelve de forma equivocada.

Respuesta inadecuada:

No plantea la inecuación.

- Juan compra en la tienda de frutas cierta cantidad de kilogramos de mandarinas y el doble en peso de papaya, sabiendo que el costo por kg de mandarina es de S/2,20 y por kg de papaya es de S/1,30. ¿Cuántos kilogramos de mandarina compró sabiendo que pagó en total S/14,40?
 a) 3 kg b) 4 kg c) 5 kg d) 6 kg

6. Un agricultor tiene 3 hectáreas de cultivos de fruta. Sin embargo, solo dispone de S/700 para invertir en su fumigación. ¿Qué empresa le convendría contratar para abarcar la mayor área posible? ¿Cuántas hectáreas de sus cultivos quedarían sin fumigar?

Empresa de fumigación	Costo de alquiler de fumigadora	Costo de hectárea fumigada (varía la cantidad de hectáreas por fumigar).
Sanidad Total	S/50	S/250
Cultivo Sano	S/26	S/300

- a) Le convendría contratar a Sanidad Total, pero quedarían sin fumigar 0,4 hectáreas.
 b) Le convendría contratar a Sanidad Total, pero quedarían sin fumigar 2,6 hectáreas.
 c) Le convendría contratar a Cultivo Sano, pero quedarían sin fumigar 0,75 hectáreas.
 d) Le convendría contratar a Cultivo Sano, pero quedarían sin fumigar 2,25 hectáreas.

7. Dos empresas de fumigación de cultivos de fruta mantienen la siguiente tarifa:

Empresa de fumigación	Costo de alquiler de fumigadora	Costo de hectárea fumigada (varía la cantidad de hectáreas por fumigar).
Sanidad Total	S/100	S/200
Cultivo Sano	S/300	S/100

¿Cuántas hectáreas de frutales, como mínimo, hay que fumigar para que sea más conveniente contratar a la empresa Cultivo Sano?

A continuación se muestran dos estrategias de solución del problema:

Respuesta adecuada:

Resuelve el problema con cualquiera de las dos estrategias.

a. Se plantea una inecuación:

Costo de Sanidad Total: $100 + 200 \text{ ha}$

Costo de Cultivo Sano: $300 + 100 \text{ ha}$



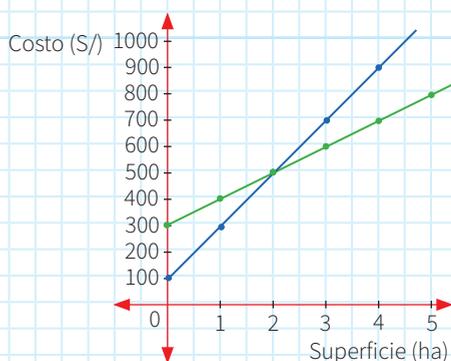
$$300 + 100 \text{ ha} \leq 100 + 200 \text{ ha}$$

$$200 \leq 100 \text{ ha}$$

$$\text{ha} \geq 2$$

Hay que fumigar mayor o igual a 2 hectáreas para que sea conveniente contratar a la empresa Cultivo Sano.

b. Se elabora un diagrama cartesiano:



Verde: Cultivo Sano y

Azul: Sanidad Total.

A partir de 2 hectáreas es más barato fumigar con la empresa Cultivo Sano.

Respuesta parcial:

Plantea la inecuación, pero la resuelve de forma equivocada, o grafica las dos líneas, pero las interpreta de forma equivocada o no las interpreta.

Respuesta inadecuada:

No plantea la inecuación o no logra graficar las rectas en el plano cartesiano.



Sesión 10

Buscamos argumentos para tomar una buena decisión

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Lee tablas y gráficos como histogramas, así como diversos textos que contengan valores de medidas de tendencia central (media, mediana, moda). A partir de ello, produce nueva información.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la mediana, la moda y la media de los datos discretos. Revisa sus procedimientos y resultados.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.	Plantea afirmaciones o conclusiones sobre las características y tendencias de los datos de una población. Las justifica usando la información obtenida y sus conocimientos estadísticos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
- Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.

- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
- Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
- Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Determinar la media, la mediana y la moda a partir de la lectura de textos, tablas y gráficos como histogramas, obteniendo con ello nueva información, empleando procedimientos y planteando afirmaciones sobre las características y tendencias de los datos de una población.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos.**
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema:**
 - ¿Qué información hay que considerar para tomar la decisión de qué jugador entra al partido?
La tabla con la efectividad de cada uno de los jugadores.
 - ¿Qué significa la efectividad de cada jugador?
Son los puntos anotados en los últimos cinco partidos.
 - ¿Qué te solicita el problema?
Elegir uno entre dos jugadores para que juegue el partido final.
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan:**
 - ¿Puede servir la puntuación más alta y más baja para elegir al jugador? ¿Por qué?
No, porque la puntuación más alta y más baja la tiene uno de los jugadores, Pablo.
 - ¿De qué manera crees que los datos presentados podrían ayudar a tomar una decisión?
A partir de los datos presentados, es posible calcular el promedio, la mediana y la moda de las puntuaciones de cada jugador.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan:**
 - Determina el promedio aritmético de los puntos de cada uno de los jugadores.

$$\text{Pablo: } \bar{x} = \frac{14 + 14 + 10 + 6 + 20}{5} = 12,8$$

$$\text{Claudio: } \bar{x} = \frac{12 + 16 + 13 + 15 + 14}{5} = 14$$

- Determina la mediana de las puntuaciones de cada uno de los jugadores.
Pablo: Me = 14
Claudio: Me = 14
- Determina la moda de las puntuaciones de cada uno de los jugadores.
Pablo: Mo = 14
Claudio: No tiene moda, porque ninguna de las puntuaciones se repite.

- Organiza en la siguiente tabla los valores calculados del promedio, la mediana y la moda.

	Pablo	Claudio
Promedio aritmético	12,8	14
Mediana	14	14
Moda	14	-

- ¿Qué diferencias observas entre los promedios, las medianas y las modas de ambos jugadores?
El valor del promedio aritmético es mayor en Claudio que en Pablo. Las medianas son iguales. La moda solo la tiene Pablo; mientras que Claudio no, porque no tiene valores que se repiten.
 - ¿Cuál de los jugadores elegirías tú y por qué?
Elegiría a Claudio, porque su promedio es mayor que la de Pablo y las medianas son iguales.
4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:
- ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?
En utilizar los datos de la tabla para seleccionar al jugador, porque pensé en la puntuación más alta y más baja.
 - ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?
Utilizando otras medidas estadísticas, como el promedio, la mediana y la moda.
 - ¿Cómo crees que se procede en la vida cotidiana para seleccionar jugadores?
Generalmente, se selecciona al jugador que tiene la más alta puntuación en el último partido.
- Durante el desarrollo de las situación propuesta, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para responder las preguntas y dar solución a la situación inicial, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

¿? **Analizamos**

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:
 - ¿Cuántos jóvenes preseleccionados hay para el equipo de fútbol?
Hay 30 jóvenes preseleccionados.
 - Escribe todas las edades de los jóvenes de menor a mayor y comprueba que hay dos elementos centrales.

Jugador	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Edad	16	16	16	16	16	16	16	17	17	17
Jugador	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Edad	17	17	17	17	17	18	18	18	18	18
Jugador	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Edad	19	19	19	19	20	20	20	20	20	20

Efectivamente, hay 2 elementos centrales: los jugadores 15 y 16.

- ¿Cuáles son las edades de los jóvenes que corresponden a las posiciones 15 y 16?

Las edades de los jóvenes de estas posiciones son 17 y 18 años, respectivamente.

- ¿Cómo puedes interpretar la moda en el contexto del problema?

La moda es el valor que más se repite y en el problema la mayor cantidad de jugadores tiene 17 años.

- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- La frecuencia relativa se define por la fórmula: $h_i = \frac{f_i}{\text{total de datos}}$. Verifica los valores de la tabla.

$$h_1 = \frac{1}{28} = 0,04; h_2 = \frac{3}{28} = 0,10; \text{etc.}$$

- La frecuencia relativa porcentual: $h_i(\%) = h_i \cdot 100$. Verifica un valor de la tabla.

$$h_1(\%) = 0,04(100) = 4\%$$

- Ordena los valores de la temperatura máxima de forma creciente en la siguiente tabla:

Día	1	2	3	4	5	6	7
T °C	27	28	28	28	29	29	29

Día	8	9	10	11	12	13	14
T °C	29	29	29	30	30	30	30

Día	15	16	17	18	19	20	21
T °C	30	30	30	30	30	30	31

Día	22	23	24	25	26	27	28
T °C	31	31	31	31	32	32	32

- ¿Cuál de las medidas presenta un error?

La medida que presenta un error es la mediana, por haber elegido como valores centrales las temperaturas correspondientes a los días 15 y 16.

- ¿Cuáles son los días que corresponden a los valores centrales y a qué temperatura corresponden?

Los días que corresponden a los valores centrales son el 14 y 15, y sus temperaturas son 30 °C y 30 °C, respectivamente.

- Entonces, determina ahora la mediana de las temperaturas máximas registradas en la ciudad de Lima durante el mes de febrero.

La mediana es:

$$Me = \frac{30 + 30}{2} = \frac{60}{2}$$

$$Me = 30$$

- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y encontrar el error de la situación C, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación C (situación que presenta errores en su solución) e identificar qué solicita el problema.
- El docente aclara que se debe elaborar una tabla de frecuencias a partir de las temperaturas máximas registradas durante el mes de febrero en la ciudad de Lima, a partir de dicha tabla se debe calcular las medidas de tendencia central (promedio, mediana y moda).
- Los estudiantes observan, analizan el desarrollo e identifican el error al momento de calcular la mediana. El docente regula el procedimiento para el cálculo de la mediana ordenando los valores de la temperatura en una tabla. Como los datos son 28, para el cálculo de la mediana se deberán tomar los valores centrales, es decir, de las posiciones 14 y 15, cuyas temperaturas fueron de 30 °C para cada día, por lo que la mediana será:

$$Me = \frac{30 + 30}{2} = 30$$



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. El histograma de frecuencias muestra las edades de los novios que contrajeron matrimonio en la municipalidad de un distrito. Según el gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta?



- a) Más de la mitad de los novios tienen más de 24 años y menos de 36 años.
- b) 55 novios que contrajeron matrimonio tienen la mayor edad registrada.**
- c) Menos del 8 % de los novios tienen más de 16 años y menos de 20 años.
- d) El histograma registra las edades de 172 personas que contrajeron matrimonio en ese distrito.

2. Para saber si la nota obtenida por un estudiante se encuentra entre los que sacaron más o los que sacaron menos en un examen de Matemática, debemos tomar como referencia una de las calificaciones obtenidas por los estudiantes. ¿Cuál es esa nota que servirá como referencia?

Las notas obtenidas son:

08	14	15	18	10	10	09	11	13
14	15	08	09	10	14	12	15	18
20	16	10	11	16	18	08	13	18

- a) 14
- b) 8

- c) 11
- d) 13**

3. El gráfico muestra la venta de dos tipos de cereales, A y B, durante 4 años. Si la tendencia en la venta continúa durante los próximos 10 años, ¿en qué año la venta de los cereales A será igual a la venta de los cereales B?



- a) 2017**
- b) 2018
- c) 2024
- d) 2015

4. A una charla informativa sobre orientación vocacional asistieron jóvenes de distintas edades:

Determina la diferencia entre la mediana y la moda del conjunto de datos.

Edad	Cantidad de jóvenes
15	12
16	15
17	13
18	16
19	8

Respuesta adecuada: Descompone los datos para hallar la mediana.

N.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Edad	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	16	16	16	16

N.º	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
Edad	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	17	17	17	17	17

N.º	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
Edad	17	17	17	17	17	17	17	17	18	18	18	18	18	18	18	18

N.º	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
Edad	18	18	18	18	18	18	18	18	19	19	19	19	19	19	19	19

Las posiciones centrales son 32 y 33. Las edades que corresponden a estos valores son 17 y 17.

$$Me = \frac{17 + 17}{2} = 17 \text{ y la moda } Mo = 18.$$

Entonces, la diferencia entre la moda y la mediana es $18 - 17 = 1$.

Respuesta parcial: Descompone los datos para hacer el conteo y determina correctamente solo uno de los parámetros, la mediana o la moda.

Respuesta inadecuada: Se equivoca al descomponer los datos y halla valores incorrectos de la mediana y la moda.

5. La posta médica registró las edades de 30 de sus pacientes adultos mayores. Con estos datos construyeron una tabla de frecuencias.

Edad	Marca de clase (x)	f _i	h _i	h _i %
[54; 60 [57	9	0,3	30 %
[60; 66 [63	6	0,2	20 %
[66; 72 [69	5	0,17	17 %
[72; 78 [75	4	0,13	13 %
[78; 84]	81	6	0,20	20 %
Total		30	1	100 %

- a) 50 % **b) 33 %** c) 13 % d) 67 %

6. En una encuesta, se les preguntó a los estudiantes de un grupo sobre su comida favorita. Algunos resultados se presentan en la siguiente tabla:

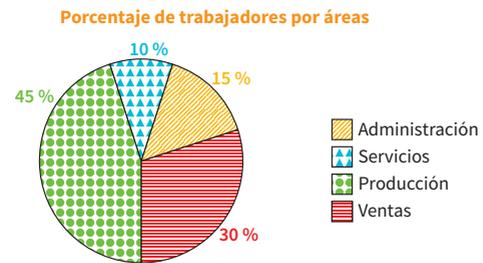
Comida	Arroz con pollo	Cebiche	AjÍ de gallina	Otros	Total de encuestados
Cantidad de estudiantes	4	20	¿?	3	36

¿Cuál(es) de los siguientes datos se puede(n) obtener a partir de la información presentada?

- I. El número de estudiantes del grupo que prefiere arroz con pollo.
 II. El número de estudiantes del grupo que prefiere seco a la norteña.
 III. El porcentaje de estudiantes del grupo que prefiere cebiche.

- a) I **b) I y III** c) I y II d) III

7. En una empresa de embutidos, los trabajadores se distribuyen en diferentes áreas de trabajo, tal como muestra el gráfico:



Si en la empresa hay un total de 120 trabajadores, ¿cuál es el promedio por área de trabajo? Comprueba que en la sección de producción hay mayor cantidad de trabajadores.

Respuesta adecuada:

Determina las frecuencias absolutas:

$$f_1 = \frac{15}{100} (120) = 18$$

$$f_2 = \frac{10}{100} (120) = 12$$

$$f_3 = \frac{45}{100} (120) = 54$$

$$f_4 = \frac{30}{100} (120) = 36$$

Área de trabajo	f _i	F _i	h _i	h _i (%)
Administración	18	18	0,15	15
Servicios	12	30	0,10	10
Producción	54	84	0,45	45
Ventas	36	120	0,30	30
Total	120		1,00	100 %

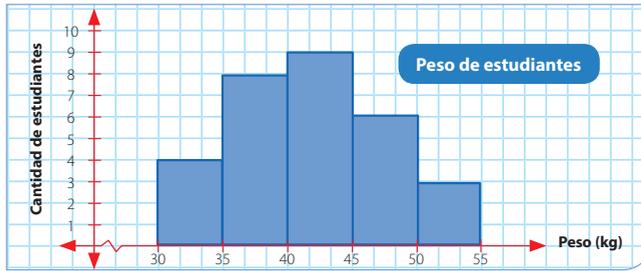
$$\bar{x} = \frac{18 + 12 + 54 + 36}{4} = 30$$

En cada área de trabajo hay, en promedio, 30 trabajadores. En la sección de producción hay mayor cantidad de trabajadores debido al mayor valor de la frecuencia absoluta y relativa.

Respuesta parcial: Determina el valor promedio y no utiliza la tabla de frecuencias para responder la segunda pregunta o responde incorrectamente.

Respuesta inadecuada: Determina de forma errónea la tabla de frecuencias y el valor promedio, y no utiliza la tabla para responder la segunda pregunta del problema.

8. El profesor de Educación Física registró en el siguiente gráfico el peso de los estudiantes de segundo grado de secundaria:



¿Cuál de los siguientes cuadros corresponde a los datos del gráfico?

Peso	Cantidad de estudiantes
[30; 35 [4
[35; 40 [8
[40; 45 [9
[45; 50 [6
[50; 55 [3

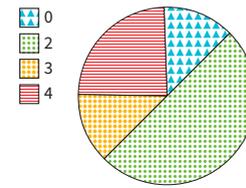
Respuesta: d)

9. Se les preguntó a 32 personas de un distrito por el número de horas diarias que dedican a ver televisión. Los resultados son estos:

0	2	4	2	2	2	2	3
3	4	0	2	4	2	2	4
0	4	2	2	4	2	2	3
3	2	2	2	2	4	4	0

¿Cuál de los gráficos circulares corresponde a los datos recogidos con respecto a la cantidad de horas que 32 personas dedican a ver televisión? Los datos están representados en la leyenda.

Respuesta: c)



10. En un estudio socioeconómico se registró el salario mensual de un grupo de padres de familia de una sección de segundo grado de secundaria:

S/1700	S/2300	S/1000	S/1250	S/1000
S/1300	S/1250	S/1000	S/1700	S/1000
S/1700	S/2300	S/1000	S/2000	S/1000
S/1300	S/1250	S/1000	S/1250	S/1000
S/1250	S/2300	S/1000	S/1000	S/1700

¿Cuántos padres de familia de esta sección perciben un salario menor que el promedio de este grupo?

Respuesta adecuada: Ordena de forma creciente los sueldos de los padres de familia:

N.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sueldo	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000

N.º	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Sueldo	1250	1250	1250	1250	1250	1300	1300	1700	1700	1700

N.º	21	22	23	24	25
Sueldo	1700	2000	2300	2300	2300

Elabora la tabla de frecuencias.

Salario(S/)	f _i	Fi	h _i	h _i (%)
1000	10	10	0,40	40
1250	5	15	0,20	20
1300	2	17	0,08	8
1700	4	21	0,16	16
2000	1	22	0,04	4
2300	3	25	0,12	12
Total	25		1,00	100 %

$$\bar{x} = \frac{10(1000) + 5(1250) + 2(1300) + 4(1700) + 1(2000) + 3(2300)}{25} = \frac{31\ 250}{25} = 1250$$

Sueldo promedio es S/1250.
Por lo tanto, 10 padres de familia reciben menos del sueldo promedio.

Respuesta parcial: Ordena los datos correctamente de forma creciente y halla el promedio de sueldos correctamente, pero se equivoca en el conteo de padres que reciben menos del sueldo promedio.

Respuesta inadecuada: Ordena de forma creciente los sueldos con errores, o se equivoca al asignar número con sueldo, no elabora o elabora incorrectamente la tabla de frecuencias que lo conducen a respuestas erróneas o a ausencia de respuesta.



Sesión

11

Promovemos el pago de impuestos

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades o una combinación de acciones y las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen aumentos o descuentos porcentuales sucesivos.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje numérico su comprensión sobre la equivalencia entre dos aumentos o descuentos porcentuales sucesivos y el significado del IGV para interpretar el problema en el contexto de las transacciones financieras y comerciales.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Plantea afirmaciones sobre las equivalencias entre descuentos porcentuales sucesivos. Reconoce errores o vacíos en sus justificaciones y en las de otros y las corrige.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
- Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.

- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
- Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
- Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Establecer relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades, transformarlas a expresiones numéricas que incluyen aumentos y descuentos porcentuales sucesivos, expresando con diversas representaciones su comprensión sobre el significado del IGV y planteando afirmaciones sobre las equivalencias entre descuentos porcentuales sucesivos.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos:** Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:
 - ¿Qué productos compraron María y su mamá?
Aceite Premium y aceite de oliva extra virgen
 - ¿Cuánto costó un envase de un litro de aceite Premium y dos envases de 500 ml de aceite de oliva extra virgen?
S/7,50 y S/39,80, respectivamente.
 - ¿Qué dato ha deteriorado la mancha de chocolate?
El monto a pagar por concepto de IGV.
 - ¿Qué es lo que te piden?
Determinar el IGV que se aplicará y en qué porcentaje se ha incrementado el subtotal con respecto al total.
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 - ¿De qué datos está conformado el monto total a pagar por la compra? **Del subtotal y del IGV.**
 - ¿Cómo puedes calcular cuántos soles se pagó por concepto de IGV y el incremento del total con respecto al subtotal?
Restando el subtotal del total y aplicando la regla de tres simple directa.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 - Determina la diferencia entre el total y el subtotal en soles que se pagó por la compra.
Total - Subtotal = 55,80 - 47,30 = 8,5
 - ¿Cuánto es el IGV que se aplicará según el comprobante?
Según el comprobante se aplicará un IGV de S/8,50.
 - Si el IGV se aplica al subtotal, ¿qué porcentaje representa el subtotal?
Representa el 100 %.
 - Determina el valor del IGV en porcentaje. Responde la pregunta del problema.
$$\begin{array}{r} + \uparrow 47,30 \leftrightarrow 100 \% \uparrow + \\ - \quad 8,50 \leftrightarrow x \quad - \\ \hline x = \frac{8,50 \times 100 \%}{47,30} = 17,97 \% \end{array}$$
En 17,97 %, redondeando en 18 %, se incrementó el total respecto al subtotal.
 4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:
 - ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?
En determinar qué porcentaje representa los S/8,5 cobrado por concepto de IGV.
 - ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?
Aplicando la regla de tres simple.
 - Si compras un par de zapatillas por S/120 con IGV incluido, ¿cuál es su precio sin incluir el IGV?
$$\begin{array}{r} + \uparrow 120 \leftrightarrow 118 \% \uparrow + \\ - \quad x \leftrightarrow 100 \% \quad - \\ \hline x = \frac{120 \times 100 \%}{118 \%} = 101,70 \end{array}$$
El precio de las zapatillas sin incluir el IGV es S/101,70.

- Durante el desarrollo de la situación propuesta, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para responder las preguntas y dar solución a la situación inicial, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación inicial y se pregunta: *¿De qué trata el problema y qué pide resolver?*
- El docente indica que se trata de la lectura de un comprobante de pago por la compra de dos tipos de aceite y pide determinar el valor del IGV y el porcentaje de incremento del total con respecto al subtotal.
- Se ha previsto aplicar la diferencia entre el total y el subtotal, luego aplicar la estrategia de la regla de tres simple directa.

$$\text{Total} - \text{subtotal} = S/55,80 - S/47,30 = S/8,5$$

El monto calculado corresponde al pago del IGV, que fue manchado con chocolate.

- El docente o un estudiante voluntario haciendo uso de la pizarra aplica la regla de tres simple:

$$\begin{array}{ccc} + \uparrow & 47,30 \leftrightarrow & 100 \% \uparrow + \\ - \downarrow & 8,50 \leftrightarrow & x \downarrow - \end{array} \Rightarrow x = \frac{8,50 \times 100 \%}{47,30} = 17,97 \%$$

- Por lo tanto, el porcentaje que corresponde al incremento del total con respecto al subtotal es del 18 %, que corresponde al pago del IGV.

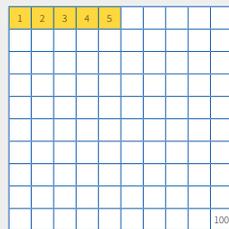


Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:

- ¿Por qué 5 % es equivalente a la fracción 5/100? Pinta las partes correspondientes y numéralas.

Porque 5 % equivale a 5 partes de 100, tal como se muestra en el gráfico.



- Explica por qué para calcular el 40 % de 3000 hay que multiplicar $\frac{40}{100} \times 3000$.

Aplicando la regla de tres simple:

$$\begin{array}{ccc} + \uparrow & 3000 \leftrightarrow & 100 \% \uparrow + \\ - \downarrow & x \leftrightarrow & 40 \% \downarrow - \end{array}$$

$$x = \frac{40 \% \times 3000}{100 \%} = \frac{40}{100} (3000)$$

$$x = 1200$$

- Explica por qué un porcentaje se puede aplicar en otro porcentaje, como en la parte b) o c) del problema.

Porque del total que se gasta en alimentación se puede fraccionar en partes menores, como gastos en desayuno, almuerzo y cena.

- ¿Es posible calcular una fracción de otra fracción? Menciona un ejemplo.

Sí se puede calcular una fracción de fracción, como, por ejemplo, calcular el 20 % del 40 % del total, que equivale a calcular el $\frac{20}{100}$ del $\frac{40}{100}$ de 3000.

$$\Rightarrow \frac{20}{100} \times \frac{40}{100} \times 3000 = 240$$

- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- ¿Cuántas veces se descuenta el precio por la compra de tres pantalones? **Dos veces.**
- ¿Qué significa descontar el 20 % adicional sobre el precio ya rebajado?

Al precio resultante de la primera rebaja hay que aplicarle un nuevo descuento de 20 %.

- Calcula el valor final de 3 pantalones que ha comprado Ana. ¿Coincide con los datos de la tabla?

No, porque la 2.^a rebaja se aplicó al precio de etiqueta cuando debió ser al precio rebajado, es decir:

$$20\% \text{ de } 192 = \frac{20}{100} \times 192 = 38,4$$

- Si no coincide, verifica los valores finales. Completa los datos en las siguientes tablas y determina el gasto de Ana y Juan.

Cantidad de prendas (Ana)	Precio etiqueta (S/)	Rebaja (S/)	Precio rebajado (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	240	48	192	38,4	153,6
3 polos manga larga	105	21	84	16,8	67,20
3 polos manga corta	75	15	60	12	48,0
Total	420				268,8

Cantidad de prendas (Juan)	Precio etiqueta (S/)	Rebaja (S/)	Precio rebajado (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	270	54	216	43,20	172,8
3 polos manga larga	120	24	96	19,20	76,80
3 polos manga corta	90	18	72	14,4	57,6
1 casaca	160	32	128		128,0
Total	570				435,20

La tabla considera los descuentos sucesivos cuando la compra es de, por lo menos, tres prendas. Por lo tanto:

Ana gasta S/268,80 y Juan gasta S/454,40.

(El estudiante debe detectar este último dato como error, pues lo correcto es que Juan gasta S/435,20).

- Calcula el dinero ahorrado por Ana y Juan.

Ana: $S/420 - S/268,80 = S/151,20$;

Juan: $S/570 - S/435,20 = S/134,80$

Respuesta: Ana ha ahorrado más dinero que Juan.

- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si muestran dificultades, tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

- Joaquín quiere comprar una moto que cuesta S/15 222, incluido el 18% del IG. ¿Cuánto es el costo sin IG de la moto?
 a) S/12 900 b) S/13 900 c) S/10 900 d) S/11 900
- María dice que si vendiera su pulsera a 40% menos de su valor, esta costaría S/12. ¿Cuál es el precio real de la pulsera?
 a) S/80 b) S/30 c) S/50 d) S/20
- Un automóvil cuesta \$ 20 000. Si después de un año su precio se reduce en 20% y al año siguiente, en 10%, ¿cuál será su nuevo valor?
 a) \$12 000 b) \$14 400 c) \$15 000 d) \$16 500
- En una tienda de ropa de moda, los precios de polos de algunas marcas tienen un descuento solo por hoy, pero mañana se incrementarán en los porcentajes que se indican en la siguiente tabla.
 a) ¿Cuál será el precio final de cada producto de hoy y mañana?
 b) Si compras $\frac{1}{2}$ docena de polos, uno de cada marca, ¿te conviene comprar hoy o mañana? Justifica tu respuesta.

Respuesta adecuada:

1. Completa datos de la tabla:

Marcas	Precio normal	Descuento por hoy	Precio final hoy	Aumento mañana	Precio final mañana
Tyfy	S/30	10%	S/27,00	3%	S/27,81
Silve	S/40	5%	S/38,00	2%	S/38,76
Genuino	S/35	10%	S/31,50	3%	S/32,45
Peruano	S/50	15%	S/42,50	5%	S/44,63
Elegante	S/45	20%	S/36,00	4%	S/37,44
Moda	S/20	12%	S/17,60	2%	S/17,95
Total	S/220		S/192,60		S/199,04

2. Sumo los precios finales de hoy y mañana. Conviene comprar $\frac{1}{2}$ docena de polos hoy porque ahorraría S/6,42.

Respuesta parcial:

Completa datos de la tabla, pero no responde a la pregunta b)

Respuesta inadecuada:

Cualquier otra respuesta.

- Gabriela quiere comprarse un vestido que cuesta S/260. Para adquirirlo, a ella le falta el 30% del dinero que tiene. ¿Cuánto dinero tiene Gabriela?
 a) S/140 b) S/178 c) S/182 d) S/200
- Anita tiene una tela de forma rectangular. Ella recorta el 10% del ancho y 20% del largo. La tela ahora tiene 36 m² de área. Si antes de cortarla medía 2 m de ancho, ¿cuál fue la longitud del largo antes de ser cortada?
 a) 20 m b) 24 m c) 25 m d) 28 m

7. En el Centro Comercial “El Baratillo” se realiza la “Temporada del aumento y la moda” entre las semanas antes de Navidad y de Año Nuevo. Durante la semana previa a la Navidad, cada prenda de vestir de jóvenes se venderá con un descuento del 20 %. Karina y Julio venden ropa y en la semana anterior al Año Nuevo venden con un aumento del 20 % sobre el precio de etiqueta.

Prenda de vestir	Precio de la prenda con IGV (S/)
Pantalón jean varones	90
Pantalón jean mujeres	80
Polo de mujer manga corta	25
Polo de mujer manga larga	35
Polo de varón manga larga	40
Polo de varón manga corta	30

Karina vende ropa de mujeres y Julio vende ropa de varones. Ellos tienen la siguiente compra y venta en los días previos a Navidad y Año Nuevo. ¿Quién gana más dinero, Karina o Julio? ¿Quién invierte más?

Respuesta adecuada: Se procede a completar la tabla.

Cantidad de prendas de Karina	Precio etiqueta (S/)	Rebaja (S/) compra antes del 25/12 (20 % de descuento)	Precio de compra rebajado (S/)	Precio de venta antes del 31/12 (20 % de aumento)	Ganancia (S/)
30 pantalones	2400	480	1920	2880	960
30 polos manga larga	1050	210	840	1260	420
30 polos manga corta	750	150	600	900	300
Total	4200				1680

Cantidad de prendas de Julio	Precio etiqueta (S/)	Rebaja (S/) compra antes del 25/12 (20 % de descuento)	Precio de compra rebajado (S/)	Precio de venta antes del 31/12 (20 % de aumento)	Ganancia (S/)
30 pantalones	2700	540	2160	3240	1080
30 polos manga larga	1200	240	960	1440	480
30 polos manga corta	900	180	720	1080	360
Total	4800				1920

Por lo tanto: Julio gana e invierte más dinero que Karina.

Respuesta parcial: Completa correctamente ambas tablas hasta el precio rebajado y se equivoca en el resto.

Respuesta inadecuada: Cualquier otra respuesta.

8. El arroz en el mercado ha bajado 20 %, pero para el próximo mes se prevé un aumento de 10 %. ¿Cuánto variará el precio con respecto al valor inicial?
- a) 25 % b) 13 % c) 22 % **d) 12 %**
9. La Municipalidad de Leoncio Prado decidió construir un parque que tiene forma circular. Si se aumenta el radio del círculo en 100 %, ¿qué tanto por ciento se incrementa el área?
- a) 100 % b) 200 % **c) 300 %** d) 400 %
10. La aguja del horario del Reloj Floral del parque Hundido de la ciudad de México tiene 2,5 metros de radio. Si la aguja del minutero tiene una longitud 100 % mayor que la aguja del horario, ¿qué tanto por ciento es mayor el área del círculo que describe la aguja del minutero con relación al área que describe la aguja del horario?

Respuesta adecuada:

- a. Hallando el radio de minutero.

Radio del horario: $r_1 = 2,5$ m

Radio del minutero $r_2 = 2,5 + 100\%$ de 2,5

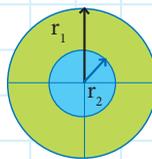
$$r_2 = 2,5 + \frac{100}{100} (2,5) = 2,5 + 2,5 = 5,0 \text{ m}$$

- b. Hallando el área descrita por la aguja del horario.

$$A_1 = \pi (r_1)^2 = 3,14 (2,5)^2 = 3,14 (6,25) = 19,625 \text{ m}^2$$

- c. Hallando el área descrita por la aguja del minutero.

$$A_2 = \pi (r_2)^2 = 3,14 (5,0)^2 = 3,14 (25) = 78,5 \text{ m}^2$$



- d. Hallando el exceso del área descrita por el minutero respecto al del horario.

$$A_e = A_2 - A_1 = 78,5 - 19,625 = 58,875 \text{ m}^2$$

- e. Hallando en % la diferencia en el área.

$$\begin{array}{l} + \left[\begin{array}{l} 19,625 \text{ m}^2 \leftrightarrow 100\% \\ - \left[\begin{array}{l} 58,875 \text{ m}^2 \leftrightarrow x \end{array} \right] \end{array} \right] + \\ x = \frac{58,875 \text{ m}^2 \times 100\%}{19,625 \text{ m}^2} \\ x = 300\% \end{array}$$

Respuesta parcial: Realiza correctamente los pasos a), b) y c); pero no logra realizar los pasos d) y e).

Respuesta inadecuada: Cualquier otra respuesta.



Sesión 12

Transformaciones geométricas con azulejos

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe la ubicación o el recorrido de un objeto real o imaginario y los representa utilizando coordenadas cartesianas. Describe las transformaciones de un objeto en términos de combinar ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones.
	Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para describir el movimiento, la localización o las perspectivas (vistas) de los objetos en planos a escala.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones geométricas.	Plantea afirmaciones sobre las propiedades que descubre entre los objetos y formas geométricas sobre la base de observación de casos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros y las corrige.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- ▶ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - ▶ Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
 - ▶ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - ▶ Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - ▶ Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - ▶ Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Describir la ubicación o el recorrido de un objeto real o imaginario y las transformaciones de un objeto empleando estrategias heurísticas apropiadas para describir el movimiento y la localización de los objetos y planteando afirmaciones sobre las propiedades.

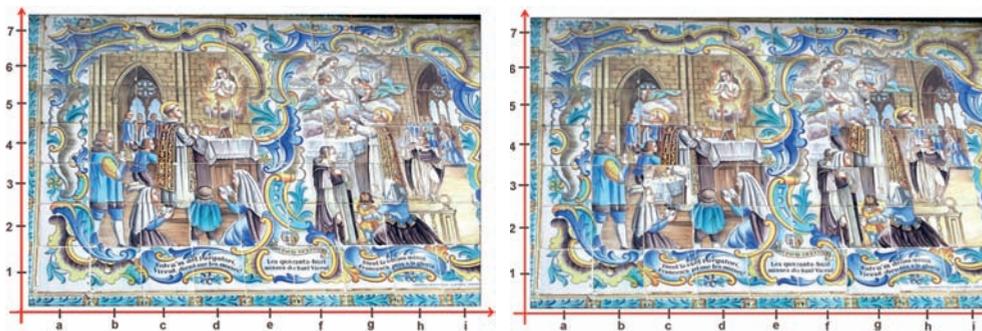
Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:
 - ¿Qué se muestra en las figuras?
Las fotografías de dos murales antes y después de la restauración.
 - ¿Qué ha ocurrido con los mosaicos en el proceso de restauración?
Se han colocado algunos mosaicos en lugares que no les corresponden.
 - ¿Qué te pide el problema?
Indicar con precisión la ubicación de los mosaicos mal colocados y cómo debería moverlos para superar el error.
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 - ¿Qué estrategia puedes utilizar para ubicar con precisión los mosaicos mal colocados?
Diagrama cartesiano.
 - ¿Qué movimientos deberían hacerse con los azulejos para corregir el error?
Movimientos de traslación de los azulejos en forma horizontal y vertical.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 - Elabora un diagrama cartesiano sobre la fotografías de la situación inicial antes y después de la restauración.
En el eje horizontal ubicamos letras y, en el eje vertical, ubicamos números, cada uno de ellos en los puntos medios, aproximadamente, de cada azulejo. (Se sugiere hacer una réplica de las fotografías o identificar los pares ordenados de los azulejos mal ubicados y de los que corresponden a la ubicación correcta).



- Traza con un lápiz líneas sobre las divisiones de los azulejos para remarcar su ubicación.
A realizarse sobre las fotografías.
- Escribe los pares ordenados de los azulejos mal ubicados y los que corresponden a la posición correcta.
(c; 5) y (h; 5); (c; 3) y (g; 4); (c; 1) y (g; 1)
- Indica los movimientos que debe realizar cada par para volver a su posición normal.
Trasladar (c; 5) horizontalmente hasta (h; 5) y viceversa. Trasladar (c; 3), horizontalmente hasta (g; 3) y verticalmente hasta (g; 4) y viceversa. Finalmente trasladar (c; 1) horizontalmente hasta (g; 1) y viceversa.
- 4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:
 - ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?
En la identificación de los azulejos mal ubicados.
 - ¿Para qué te sirvieron los diagramas cartesianos trazados sobre las fotografías?
Para ubicar con precisión los azulejos.
 - ¿Qué transformación geométrica se ha aplicado para reubicar los azulejos?
Movimientos de traslación horizontal y vertical.
- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:

<ul style="list-style-type: none"> - Comprueba, mediante la regla de tres simple, las dimensiones de la fotografía ampliada. $\begin{array}{r} \begin{array}{ccc} - & 15 \text{ cm} & \leftrightarrow 100 \% & - \\ + & a_1 & \leftrightarrow 150 \% & + \\ \hline a_1 = \frac{150 \% \times 15 \text{ cm}}{100 \%} = 22,5 \text{ cm} \end{array} \\ \\ \begin{array}{ccc} - & 10 \text{ cm} & \leftrightarrow 100 \% & - \\ + & b_1 & \leftrightarrow 150 \% & + \\ \hline b_1 = \frac{150 \% \times 10 \text{ cm}}{100 \%} = 15 \text{ cm} \end{array} \end{array}$	<ul style="list-style-type: none"> - Comprueba, mediante la regla de tres simple, las dimensiones de la fotografía reducida. $\begin{array}{r} \begin{array}{ccc} + & 15 \text{ cm} & \leftrightarrow 100 \% & + \\ - & a_2 & \leftrightarrow 70 \% & - \\ \hline a_2 = \frac{70 \% \times 15 \text{ cm}}{100 \%} = 10,5 \text{ cm} \end{array} \\ \\ \begin{array}{ccc} + & 10 \text{ cm} & \leftrightarrow 100 \% & + \\ - & b_2 & \leftrightarrow 70 \% & - \\ \hline b_2 = \frac{70 \% \times 10 \text{ cm}}{100 \%} = 7 \text{ cm} \end{array} \end{array}$
--	---

 - ¿Por qué el valor de k_1 se mantiene constante para la fotografía ampliada?
Porque el ancho y el largo aumentan en la misma proporción en relación con la fotografía original.
 - ¿Cómo se llama el proceso de ampliación o reducción de una figura geométrica? *Homotecia.*
 - ¿Qué valores puede asumir k en un proceso de ampliación y reducción?
En un proceso de ampliación, mayor que uno. En un proceso de reducción, de cero a uno.

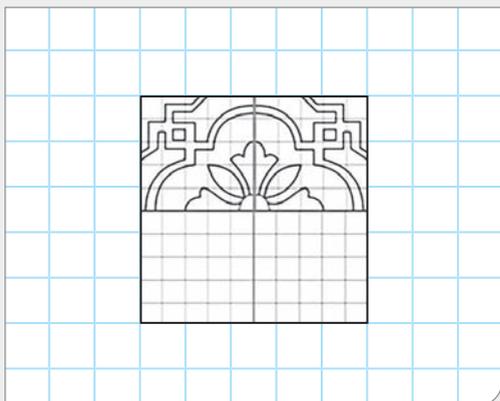
- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- ¿Es correcta la transformación empleada para el sector A? Justifica tu respuesta.

No es correcta porque la figura no encaja en el arco superior, tampoco en la figura central.

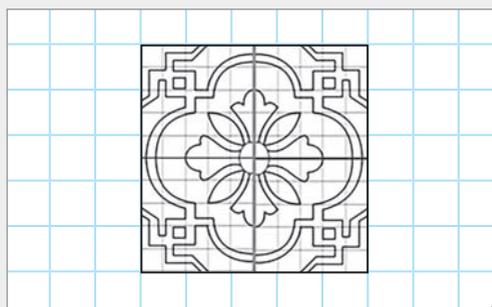
- ¿Qué transformación sería la pertinente para la figura en el sector A? Dibuja en el sector A.

Aplico simetría respecto al eje vertical.



- ¿Qué transformación es la adecuada para los sectores B y C? Dibuja en los sectores correspondientes.

Para el sector B giro la figura original en 180° y para el sector C hago una reflexión de la figura original respecto al eje horizontal.



- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación A, analizar e interpretar la imagen reducida y ampliada.
- Se pide que calculen las dimensiones de la fotografía reducida y ampliada, y calcular la razón de las dimensiones de ambas fotografías con respecto a la fotografía original.
- Luego pregunta: ¿Cómo calculamos las dimensiones de la fotografía ampliada?
- El docente indicará que una forma de resolver la situación es aplicando la regla de tres simple directa:

$$\begin{array}{l} \begin{array}{ccc} - & 15 \text{ cm} & \leftrightarrow 100 \% \\ + \downarrow & a_1 & \leftrightarrow 150 \% \downarrow + \end{array} \\ a_1 = \frac{150 \% \times 15 \text{ cm}}{100 \%} = 22,5 \text{ cm} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \begin{array}{ccc} - & 10 \text{ cm} & \leftrightarrow 100 \% \\ + \downarrow & b_1 & \leftrightarrow 150 \% \downarrow + \end{array} \\ b_1 = \frac{150 \% \times 10 \text{ cm}}{100 \%} = 15 \text{ cm} \end{array}$$

- Por lo tanto, las dimensiones de la fotografía ampliada serán de 22,5 cm x 15 cm.
- El docente o un estudiante voluntario puede usar la pizarra con la finalidad de calcular las dimensiones de la fotografía reducida y explicar su procedimiento, concluyendo que dichas dimensiones serán de 10,5 cm x 7 cm.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. Con el transportador, determina el ángulo de giro de las figuras mostradas y escribe su valor en los espacios correspondientes. Marca la alternativa que relaciona incorrectamente la figura con la medida del ángulo.

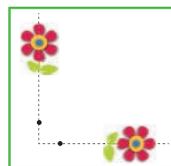


Fig. 1

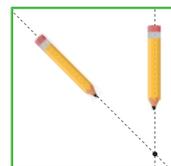


Fig. 2

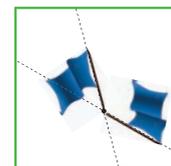
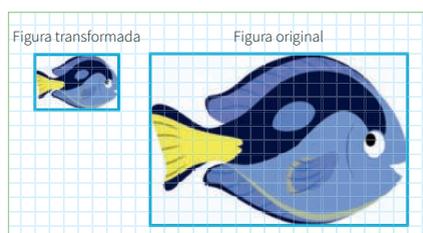


Fig. 3



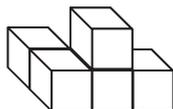
- a) Fig. 2 – 45° b) Fig. 1 – 90° **c) Fig. 3 – 45°** d) Fig. 3 – 135°

2. El siguiente gráfico muestra la reproducción de una imagen realizada con un pantógrafo, que es un dispositivo mecánico empleado para hacer ampliaciones o reducciones de dibujos. ¿Cuál es la razón de homotecia?



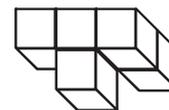
- a) 3 b) $\frac{1}{2}$ c) 2 **d) $\frac{1}{3}$**

3. Observa la siguiente figura:

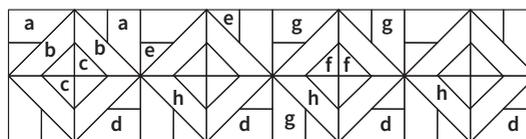


¿Cuál es la figura rotada de la figura anterior?

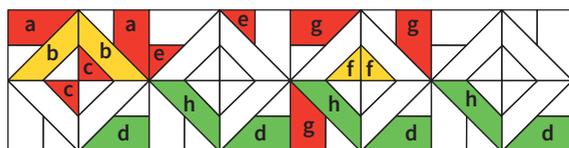
Respuesta: **d)**



4. Observa la siguiente imagen y colorea las figuras que tienen una misma letra en su parte interior, de acuerdo con la transformación geométrica correspondiente: traslación de color verde, rotación de rojo y simetría de amarillo.



Respuesta adecuada: Colorea todas las regiones.



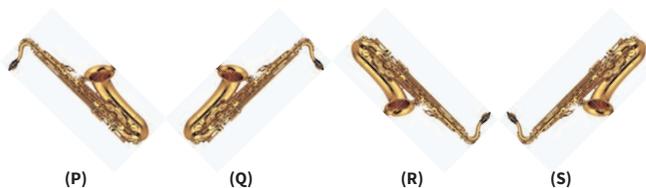
Respuesta parcial:

Colorea las regiones rojo y verde.

Respuesta inadecuada:

Marca las regiones con colores equivocados.

5. Considera las siguientes figuras.



- I. Q es una traslación de P.
 II. R es una rotación en 180° de P.
 III. S es un rotación en 180° de R.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) Solo II y III. b) Solo III. c) Solo I y II. **d) Solo II.**

6. Por el aniversario de la I. E. Illathupa de Huánuco, se convocó a un concurso de diseños artísticos y quedaron tres finalistas. Relaciona los diseños finalistas con el tipo de transformación geométrica utilizado:

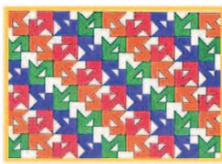


Fig. 1

Traslación



Fig. 2

Rotación

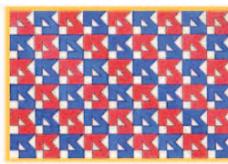


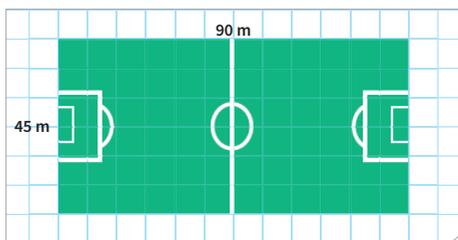
Fig. 3

Homotecia

¿Cuál de las siguientes alternativas relaciona incorrectamente el diseño artístico con el tipo de transformación geométrica?

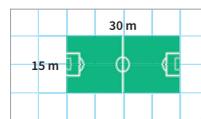
- a) Fig. 1 – rotación b) Fig. 3 – traslación
c) Fig. 2 – homotecia d) Fig. 3 – homotecia

7. La figura muestra las medidas del campo de fútbol de la G.U.E. Leoncio Prado. Felipe quiere realizar la representación reduciendo las medidas a su tercera parte. Grafica el campo de fútbol y responde: ¿Cuánto mide el perímetro del campo reducido?



Respuesta parcial: Dibuja el campo de fútbol reducido y se equivoca al calcular el perímetro de la figura reducida o no lo calcula.

Respuesta adecuada: Dibuja el campo de fútbol reducido y determina el perímetro.

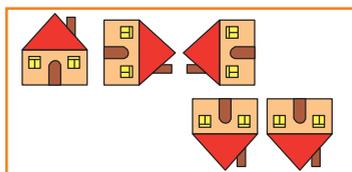


$$P = 30 \text{ m} + 15 \text{ m} + 30 \text{ m} + 15 \text{ m}$$

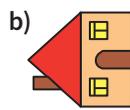
$$P = 90 \text{ m}$$

Respuesta inadecuada: Dibuja incorrectamente el campo de fútbol reducido.

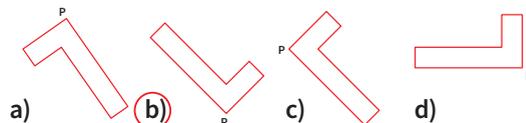
8. Encuentra el patrón con el que fueron generadas las figuras. ¿Cuál es la figura que sigue?



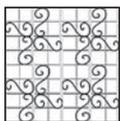
Respuesta:



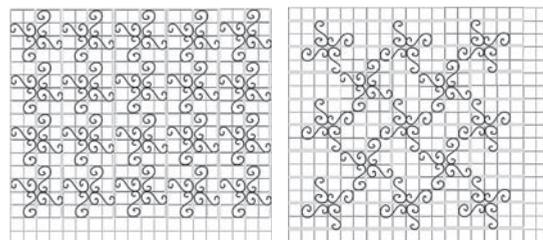
9. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa una rotación de la figura en 45° con centro P?



10. Maricielo necesita cercar su jardín, así que decide elaborar una reja utilizando las transformaciones geométricas. Diseña dos modelos diferentes de reja decorativa a partir de la figura mostrada.

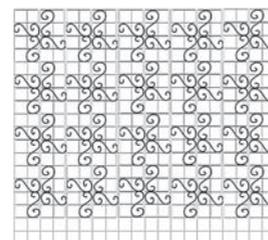


Respuesta adecuada:
Diseña dos modelos diferentes.



Respuesta inadecuada:
Diseña una o dos rejas decorativas con otro modelo.

Respuesta parcial:
Diseña un solo modelo.





I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, relaciones de equivalencia o variación entre dos magnitudes y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen la regla de formación de funciones lineales y afines.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y combina recursos, estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema para evaluar el conjunto de valores de una función lineal.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
 - Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Establecer relaciones de equivalencia o variación de dos magnitudes y transformarlas a expresiones algebraicas o gráficas de funciones lineales y afines, empleando estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos:** Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos.**
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema:**
 - ¿Qué significa que las velocidades son constantes?
Que ambos corren a un mismo ritmo, manteniendo su velocidad.
 - ¿Con qué datos cuentas?
*La pista de carrera es de 100 m.
Que Mauricio le da ventaja de 10 m a su amigo Héctor. Además, Héctor corre a 4 m/s y Mauricio, a 6 m/s.*
 - ¿Qué te pide el problema?
*El tiempo en que Mauricio alcanza a Héctor.
Hallar una expresión que representa las distancias de Mauricio y Héctor.
Finalmente, el tiempo en que terminarán la carrera.*
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan:**
 - ¿Qué estrategia usarías para resolver el problema? Justifica tu respuesta.
Se usará la estrategia de elaborar una tabla porque permitirá organizar mejor los datos.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan:**

- Elaboramos la tabla correspondiente.

Tiempo transcurrido	Distancia recorrida por Mauricio: D	Distancia recorrida por Héctor: d
0 s	$6 \times 0 = 0 \text{ m}$	$10 + 0 \times 4 = 10 \text{ m}$
1 s	$6 \times 1 = 6 \text{ m}$	$10 + 1 \times 4 = 14 \text{ m}$
2 s	$6 \times 2 = 12 \text{ m}$	$10 + 2 \times 4 = 18 \text{ m}$
3 s	$6 \times 3 = 18 \text{ m}$	$10 + 3 \times 4 = 22 \text{ m}$
4 s	$6 \times 4 = 24 \text{ m}$	$10 + 4 \times 4 = 26 \text{ m}$
5 s	$6 \times 5 = 30 \text{ m}$	$10 + 5 \times 4 = 30 \text{ m}$
8 s	$6 \times 8 = 48 \text{ m}$	$10 + 8 \times 4 = 42 \text{ m}$
10 s	$6 \times 10 = 60 \text{ m}$	$10 + 10 \times 4 = 50 \text{ m}$

- Usa la tabla y responde la pregunta: ¿En cuánto tiempo alcanzará Mauricio a su amigo Héctor?

Mauricio alcanza a Héctor a los 5 s.

- ¿Cuál sería el modelo para determinar la distancia recorrida por Mauricio? Fíjate en la tabla.

$$D = 6t$$

- Determina el modelo matemático del recorrido de Héctor.

$$d = 10 + 4t$$

- Aplica los modelos para determinar el tiempo usado para terminar la carrera.

Para ello, reemplazamos 100 por D y d en el modelo

$$D = 6t \quad \text{y} \quad d = 10 + 4t$$

Tiempo de Mauricio: $100 = 6t$, entonces $t = 16,7$ segundos.

Tiempo de Héctor: $100 = 10 + 4t$, entonces $t = 22,5$ segundos.

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- Describe y explica la estrategia que seleccionaste para resolver la situación.

Construimos una tabla comparativa de las distancias recorridas por Mauricio y Héctor en cada segundo, y a partir de allí se deduce el modelo.

- ¿Qué diferencia hay entre el modelo matemático de Mauricio y de Héctor?

En el modelo de Mauricio se relacionan la velocidad y el tiempo recorrido.

En cambio, en el modelo de Héctor se relacionan la velocidad y el tiempo recorrido, además, la ventaja de 10 m.

- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:
 - ¿Qué estrategia se aplicó para resolver la situación?

Construir una tabla para determinar el valor constante de la depreciación y deducir el modelo matemático, en este caso es una función lineal afín.
 - Describe el procedimiento realizado en la resolución del problema.

Identificamos los datos del problema, luego los organizamos en una tabla.

Deducimos que en cuatro años se ha perdido S/25 000; por lo tanto, en un año será 6250.

Completamos los valores para cada año y deducimos el modelo matemático (función lineal afín).

- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- ¿Son correctas las respuestas? De no serlas, propón la solución.

Para el caso de hallar el modelo matemático, los procesos no son correctos, pues no se ha considerado el valor de S/15,00, que es el pago de la entrada.

Solución correcta:

a. El modelo matemático que representa el gasto total será: $y = 8x + 15$

b. El gasto generado por Lila será:

$$y = 8(7) + 15 \Rightarrow y = S/71$$

- ¿Qué estrategia se aplicó para resolver el problema?

Se elaboró una tabla.

- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y encontrar el error de la situación C, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación C (que presenta errores en su solución) e identificar qué solicita el problema.
- El docente aclara que se debe determinar el modelo matemático para representar el gasto total para la visita a la feria gastronómica y el gasto generado al consumir 7 platos.
- Los estudiantes observan, analizan el desarrollo e identifican el error al no considerar el pago de la entrada, cuyo costo es de S/15.
- Para hallar el modelo matemático, establecemos la relación entre el número de platos y el costo por cada plato, haciendo uso de una tabla. En ella se debe identificar que por un plato se paga 8 soles; por dos platos, 16 soles; por x platos, 8x soles. Por lo tanto, el modelo que permite representar el gasto total será:

$$y = 8x + 15$$

- Si Lila consumió 7 platos, el gasto será:

$$y = 8(7) + 15 = 71 \text{ soles.}$$



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

		Equipos de trabajo		
Color de preguntas	Números de preguntas	Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

- Jorge consigue un trabajo en telefonía móvil, donde le pagan diariamente. Por día recibe 15 soles; adicionalmente, le dan 2 soles por cada chip de celular que vende. ¿Cuál es el modelo matemático que representa dicha situación? ¿Cuántos chips de celular vendió si recibió ese día la suma de 43 soles?
 a) $f(x) = 15x + 2$; 8 chips **b) $f(x) = 15 + 2x$** ; 14 chips c) $f(x) = 15 + 2x$; 29 chips d) $f(x) = 2x$; 21 chips
- El precio de una radio es de S/200 al contado, pero si se cancela en cuotas, deberá pagarse un interés mensual fijo de S/11. ¿Cuál es la expresión matemática que representa la relación del costo de la radio con el número de cuotas? ¿Cuánto debe pagarse en 12 cuotas?
 a) $y = 11x$; 132 soles b) $y = 200 + 11x$; 200 soles **c) $y = 200 + 11x$** ; 332 soles d) $y = 200 + 11x$; 211 soles
- En la bodega de don Lucho se exhibe un letrero que dice: "Oferta: bolsa de arroz de 750 g a S/2,40". ¿Cuánto será el costo de 3 kg de arroz?
 a) S/9,60 b) S/8,50 c) S/7,60 d) S/4,80
- Si a los lados de un cuadrado de 3 centímetros de longitud se le aumentan x centímetros a cada lado, ¿cuál es la función que relaciona el perímetro con el lado del cuadrado original?

Respuesta adecuada:

El estudiante evidencia que comprende el uso de modelos lineales en una situación geométrica y responde correctamente la pregunta:

La función es: $P(x) = 4(3 + x) = 12 + 4x$, para todo valor de " x " positivo.

Respuesta parcial:

El estudiante plantea el modelo lineal, pero tiene error en las operaciones.

$$P(x) = 4(3 + x) = 12 + x$$

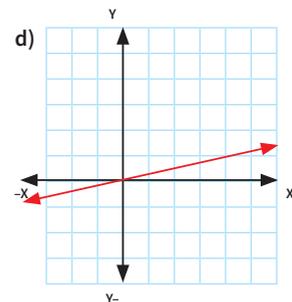
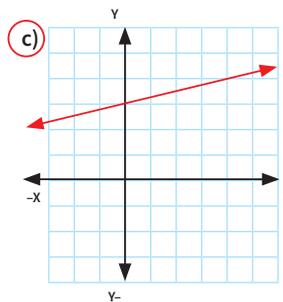
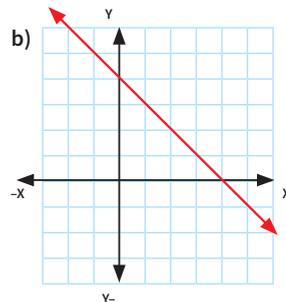
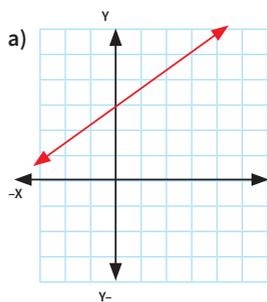
Respuesta inadecuada:

No logra comprender el problema y da otras respuestas.

Por ejemplo:

$$P(x) = 4x$$

- Indica cuál de los siguientes gráficos representa la función afín: $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$



6. La entrada para un parque de diversiones cuesta S/50 por adulto y S/25 por niño. Durante un día ingresaron 300 personas y pagaron en total S/12 250. ¿Cuántos niños y adultos ingresaron al parque?

a) 190 adultos y 110 niños b) 110 adultos y 190 niños c) 50 adultos y 25 niños d) 245 adultos y 490 niños

7. En un torneo deportivo, 38 personas están jugando 13 partidos de tenis de mesa. Mientras algunos partidos son individuales, es decir, dos personas participan en él, otros son dobles, por lo que cuatro personas lo practican. ¿Cuántos partidos individuales y dobles se están jugando?

Respuesta adecuada:

El estudiante logra organizar los datos en una tabla de doble entrada y plantea ecuaciones.

Formas	Número de partidos	Número de personas
Individuales	x	$2x$
Dobles	$13 - x$	$4(13 - x)$

Planteando la ecuación tenemos:

$$2x + 4(13 - x) = 38$$

$$2x + 52 - 4x = 38$$

$$14 = 2x$$

$$x = 7$$

Están jugando 7 partidos individuales.

$$13 - x = 6$$

Están jugando 6 partidos dobles.

Respuesta parcial:

El estudiante organiza los datos en una tabla de doble entrada y plantea ecuaciones, pero se equivoca en las operaciones.

Formas	Número de partidos	Número de personas
Individuales	x	$2x$
Dobles	$13 - x$	$4(13 - x)$

Planteando la ecuación tenemos:

$$2x + 4(13 - x) = 38$$

$$2x + 52 - x = 38$$

$$x = 14$$

Están jugando 14 partidos individuales.

$$13 - x = 1$$

Están jugando 1 partido doble.

Respuesta inadecuada:

No evidencia que plantea ecuaciones para resolver el problema y da respuesta errada.

8. Una empresa en la que se fabrican computadoras debe cancelar, por concepto de luz, agua y renta del local, una cantidad mensual fija de S/2500. Por otro lado, cada computadora que se produce genera un gasto de S/900 en materia prima y S/350 en mano de obra. Si la empresa vende cada computadora a S/1500, ¿cuál será la utilidad que resulte de vender 300 computadoras al final del mes?

a) S/75 200 b) S/72 500 c) S/67 500 d) S/65 200

9. Un técnico en computación pone un negocio de reparación de computadoras y asesoría en cómputo. Después de formular cálculos, estima que el costo mensual para mantener el negocio se describe con la siguiente ecuación: $y = 20x + 460$, donde x es el número de clientes. Asimismo, concluye que sus ingresos mensuales son representados con la siguiente ecuación: $y = 65x - 1700$. ¿Cuántos clientes necesita para no ganar ni perder dinero y cuánto ganaría si tuviera 74 clientes?

a) 48 clientes; 1170 soles b) 28 clientes; 1170 soles c) 26 clientes; 1170 soles d) 84 clientes; 1170 soles

10. Una empresa vende un producto en S/65 la unidad. Los costos por unidad son de S/20 por materiales y S/27,50 por trabajo. Los costos fijos anuales son de S/100 000. ¿Cuál es la función de la utilidad de la empresa y cuánta utilidad se obtuvo si la venta anual fue de 20 000 unidades?

Respuesta adecuada:

El estudiante evidencia que usa modelos de variación referidos a la función lineal y lineal afín al plantear y resolver problemas. Determina correctamente la función que representa la situación, así como da la respuesta correcta a la pregunta.

Ejemplo:

Si el producto se vende en 65 soles por unidad, se calcula el ingreso total utilizando la función lineal:

$$I(x) = 65x$$

De modo similar, el costo total anual consiste en costos de materiales, costos de trabajo y costos fijos:

$$C(x) = 20x + 27,50x + 100\,000$$

$$C(x) = 47,50x + 100\,000$$

Por tanto, es posible calcular la función de la utilidad como:

$$U(x) = I(x) - C(x)$$

$$U(x) = 65x - (47,50x + 100\,000)$$

$$U(x) = 17,50x - 100\,000$$

Nótese que $U(x)$ es una función lineal afín. La pendiente de 17,50 indica que por cada unidad adicional producida y vendida, la utilidad aumenta 17,50 soles.

Si la empresa vende 20 000 unidades durante el año, entonces la utilidad es:

$$P(20\,000) = 17,50(20\,000) - 100\,000$$

$$P(20\,000) = 350\,000 - 100\,000$$

$$P(20\,000) = 250\,000$$

Respuesta: La función es $U(x) = 17,50x - 100\,000$ y cuando vende 20 000 unidades obtiene una utilidad de 250 000 soles.

Respuesta parcial:

El estudiante solo logra plantear las ecuaciones para los ingresos y los costos, pero no llega a resolver las situaciones planteadas.

Ejemplo:

Ingresos: $I(x) = 65x$

Costos: $C(x) = 47,50x + 100\,000$

Respuesta inadecuada:

No logra comprender la situación dada y solo da respuestas erradas.

Ejemplo:

Tiene una utilidad de 1 200 000 soles.



Economizamos con el gas natural

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Establece relaciones entre datos, valores desconocidos y transforma esas relaciones a expresiones algebraicas que incluyen la regla de formación de progresiones aritméticas con números enteros.
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales.	Selecciona y combina recursos, estrategias heurísticas y el procedimiento matemático más conveniente a las condiciones de un problema para determinar términos desconocidos o la suma de "n" términos de una progresión aritmética.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
 - Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Establecer relaciones entre datos y valores desconocidos, y transformarlas a expresiones algebraicas que incluyen progresiones aritméticas, combinando estrategias heurísticas para determinar términos desconocidos o la suma de "n" términos.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:
 - ¿Qué datos te proporciona el problema? Explica.
Ampliación de la cobertura de gas a 25 distritos de Lima.
Se inicia con la instalación el primer día de noviembre en 24 viviendas.
El 2 de noviembre se instala en 50 viviendas.
El 3 de noviembre se instala en 76 viviendas.
 - ¿Qué tienes que calcular?
Formar un patrón y hallar el total de viviendas que se llegan a instalar hasta el 25 de noviembre.
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 - ¿Cómo organizarías los datos de los días y número de viviendas beneficiadas con gas?
Elaboraría una tabla de doble entrada.
 - ¿Qué estrategia usarías para resolver el problema?
Buscar un patrón.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 - Organiza los datos en la siguiente tabla.

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N.º de viviendas con gas	24	50	76	102	128	154	180	206	232	258

- Vamos a establecer un patrón.
Propón una expresión que relacione el número de días y la cantidad de las instalaciones día a día, de modo que resulte el número de viviendas.

Sea la expresión:

$$a_n = an + b$$

$$\text{Si: } n = 1 \rightarrow a + b = 24 \dots \textcircled{1}$$

$$\text{Si: } n = 2 \rightarrow 2a + b = 50 \dots \textcircled{2}$$

Restando miembro a miembro $\textcircled{2}$ y $\textcircled{1}$

$$a = 26$$

Reemplazando en $\textcircled{1}$

$$26 + b = 24$$

$$b = -2$$

Por lo tanto, la expresión será:

$$a_n = 26n - 2, \text{ para todo } n \geq 1$$

Donde n es el número de días que transcurre.

- Usa el patrón y determina el valor para los 25 días.

Si el 1 de noviembre empezaron las instalaciones hasta el 25 de noviembre, han pasado 25 días, entonces se halla a_{25} para averiguar cuántas viviendas ya tienen gas natural.

$$a_{25} = 26(25) - 2 = 650 - 2$$

$$a_{25} = 648$$

- Responde las preguntas del problema.

1. El patrón que se forma es: $a_n = 26n - 2$,
2. El total de viviendas que tiene gas desde el 1 hasta el 25 de noviembre es 648.

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- De la situación planteada, se forma la siguiente progresión aritmética:

24, 50, 76, 102, 128, 154

Identifica los elementos:

Último término: $a_n = \underline{154}$

Primer término: $a_1 = \underline{24}$

Número de términos: $n = \underline{6}$

Diferencia o razón: $d = \underline{26}$

- Para hallar el total de viviendas que tiene gas hasta el 25 de noviembre, cómo usarías la siguiente expresión:

$$a_n = a_1 + (n - 1).d.$$

Explica tus operaciones.

$$a_n = a_1 + (n - 1).d$$

$$a_{25} = 24 + (24) 26$$

$$a_{25} = 648$$

Siempre resultará usar esta expresión para calcular el valor de un término. Está establecido para toda progresión.

- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:

- Para dar solución a la situación, ¿qué estrategia se desarrolló?

Se usó una lista ordenada como estrategia heurística para encontrar un patrón y se usó la fórmula del término enésimo.

- ¿Puedes emplear la estrategia en algún otro problema? Explícalo.

Sí, por ejemplo, en el problema propuesto al inicio de la ficha.

También en todos los problemas relacionados con una progresión aritmética.

- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- ¿Habrá algún error en la solución? De ser así, indica dónde.
Sí, al calcular S_{10} se usó la cantidad de metros recorridos en el 4.º segundo, en lugar de usar la cantidad de metros recorridos en el 1.º segundo.
- ¿Cuál sería su corrección?
Distancia total recorrida: $S_{10} = \left(\frac{3+30}{2}\right) \cdot 10 = 165$
- Busca otra forma de resolver el problema.
Organizamos los datos en una tabla relacionando distancia y tiempo y determinamos el recorrido en el segundo 10.
- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación A.
- La situación propuesta pide calcular el número de bloques de cemento para construir una escalera de 240 escalones.
- Luego pregunta: *¿Cuántos bloques se usarán para el 1.º escalón, cuántos para el 2.º escalón y cuántos para el tercero? ¿Qué estrategia debemos emplear?*
- El docente indicará que, de acuerdo al número de escalones, el número de bloques forma una progresión aritmética, tal como se muestra a continuación:

4, 8, 12, 16, ...

- Se usará una fórmula como estrategia para calcular el número de bloques de cemento que se necesitan para construir una escalera de 240 escalones.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

- El docente o un estudiante voluntario puede usar la pizarra con la finalidad de identificar los datos a partir de la progresión y reemplazarlos en la fórmula.

Datos:

$$a_1 = 4; d = 4; n = 240; a_{240} = ?$$

$$a_{240} = 4 + (240 - 1) \cdot 4 = 960$$

- Por lo tanto, para construir 240 escalones, se necesitan 960 bloques de cemento.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

- Con el fin de prepararse para una carrera, un deportista comienza corriendo 3 km y aumenta 1,5 km su recorrido cada día. ¿Cuántos días tiene que entrenar para llegar a un recorrido de 15 km?
a) 5 días **b)** 7 días **c)** 8 días **d)** 9 días
- Una ONG se dedica a atender problemas de salud de personas en estado de pobreza. Si todos los meses se incorporan 5 personas y al final del primer mes hay 125 voluntarios, ¿cuántas personas trabajarán en la ONG al cabo de 2 años y medio?
a) 130 voluntarios **b)** 150 voluntarios **c)** 270 voluntarios **d)** 345 voluntarios
- El alquiler de una cuatrimoto durante la primera hora cuesta S/10, y S/6 más cada nueva hora. ¿Cuánto se debe pagar si el alquiler fue por 12 horas?
a) S/76 **b)** S/78 **c)** S/82 **d)** S/92
- Relaciona mediante flechas la ley de formación que corresponde al desarrollo de una progresión aritmética.

Ley de formación

$$a_n = 3n + 4$$

$$a_n = 8 - 2n$$

$$a_n = 4n + 7$$

$$a_n = 2n + 7$$

Desarrollo de una P. A.

9, 11, 13, 15, 17, ...

11, 15, 19, 23, 27, ...

6, 4, 2, ...

7, 10, 13, 16, ...

Respuesta adecuada:

El estudiante responde de la siguiente manera.

Ley de formación

$$a_n = 3n + 4$$

$$a_n = 8 - 2n$$

$$a_n = 4n + 7$$

$$a_n = 2n + 7$$

Desarrollo de una P.A.

9, 11, 13, 15, 17, ...

11, 15, 19, 23, 27, ...

6, 4, 2, ...

7, 10, 13, 16, ...

Respuesta parcial:

El estudiante se equivoca en dos correspondencias.

Ley de formación

$$a_n = 3n + 4$$

$$a_n = 8 - 2n$$

$$a_n = 4n + 7$$

$$a_n = 2n + 7$$

Desarrollo de una P.A.

9, 11, 13, 15, 17, ...

11, 15, 19, 23, 27, ...

6, 4, 2, ...

7, 10, 13, 16, ...

Respuesta inadecuada:

El estudiante se equivoca en todas las correspondencias.

5. Las siguientes figuras han sido construidas con palitos de fósforo:

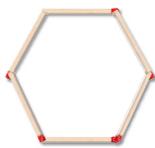


Fig. 1

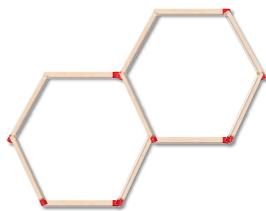


Fig. 2

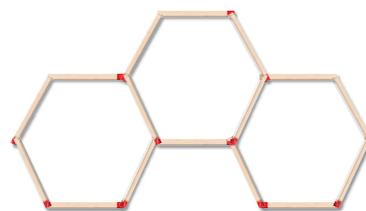


Fig. 3

¿Cuántos palitos de fósforo se necesitan para formar una figura con 24 hexágonos?

- a) 144 cerillas b) 130 cerillas c) 128 cerillas **d) 121 cerillas**
6. En un teatro, la primera fila dista del escenario en 4,5 m, mientras que la octava fila se encuentra a 9,75 m de dicho lugar. ¿A qué distancia del escenario estará la fila 16 si la distancia entre fila y fila es la misma?
- a) 14,75 m **b) 15,75 m** c) 17,35 m d) 18,35 m
7. A inicios del año, Juan decide ahorrar para comprarse una consola de videojuegos. En enero deposita 30 soles en su alcancía y cada mes introduce la misma cantidad del mes anterior más 4 soles. ¿Cuánto dinero habrá ahorrado al finalizar el año?

<p>Respuesta adecuada: El estudiante establece la siguiente progresión aritmética: 30; 34; 38; 42; , donde $d = 4$ y $a_1 = 30$ $a_{12} = a_1 + (n - 1) d$ $a_{12} = 30 + 11(4) = 74$ Luego, hallar la suma de los elementos de una PA. $S_{12} = \left(\frac{30+74}{2}\right) \cdot 12$ $S_{12} = 624$ Al finalizar el año Juan ahorró S/624.</p>	<p>Respuesta parcial: El estudiante establece una progresión aritmética, pero falla en las operaciones. 30; 34; 38; 42... $a_{12} = a_1 + (n - 1) d$ $a_{12} = 30 + (12 - 1) 4$ $a_{12} = 30 + 11(4) = 74$ Luego, hallar la suma de los elementos de una PA. $S_{12} = \left(\frac{30+74}{2}\right) \cdot 12$ $S_{12} = (30 + 37) \cdot 12$ $S_{12} = 804$ Al finalizar el año Juan ahorró S/804.</p> <p>Respuesta inadecuada: El estudiante no responde nada o responde otra cosa. El estudiante no establece la progresión y no logra usar la expresión $a_{12} = a_1 + (n - 1) d$.</p>
---	--

8. La dosis de medicamento de un enfermo es de 100 mg el primer día y 5 mg menos cada uno de los siguientes días. El tratamiento durará 12 días. ¿Cuántos miligramos debe tomar el enfermo durante todo el tratamiento?
- a) 870 mg** b) 640 mg c) 570 mg d) 420 mg

9. Un objeto cae de un globo aerostático que se encuentra a una altura de 2304 metros. Si se desprecia la resistencia del aire y, además, sabemos que se desplaza 16 metros en el primer segundo, 48 metros en el siguiente segundo, 80 metros en el tercer segundo, 112 metros en el cuarto, y así sucesivamente, ¿a los cuántos segundos llegará a tierra?

a) 17 segundos b) 15 segundos c) 13 segundos **d) 12 segundos**

10. Una empresa premia con bonos a sus diez mejores vendedores, para lo cual dispone de S/46 000. Se sabe que el décimo vendedor de la lista recibirá S/1000 y que, además, la diferencia de los bonos entre los vendedores sucesivamente clasificados debe ser constante. Encuentra el bono para cada vendedor.

Respuesta adecuada:

El estudiante plantea lo siguiente:

Ordena los datos:

a_1 = décimo vendedor; a_2 = noveno vendedor;
 a_3 = octavo vendedor; ...; a_{10} = primer vendedor.

Luego: $a_1 = 1000$; $S_{10} = 46\ 000$

$$S_{10} = \left(\frac{1000 + a_{10}}{2} \right) \cdot 10,$$

Resolviendo la ecuación como estrategia heurística:

$$46\ 000 = \left(\frac{1000 + 1000 + 9 \cdot d}{2} \right) \cdot 10$$

$$46\ 000 = \left(\frac{2000 + 9 \cdot d}{2} \right) \cdot 10$$

$$d = 800$$

Finalmente, el bono para cada vendedor será:

Vendedor 10 = 1000 soles

Vendedor 9 = $1000 + 800 = 1800$

Vendedor 8 = $1000 + 1600 = 2600$

Vendedor 7 = $1000 + 2400 = 3400$

Vendedor 6 = $1000 + 3200 = 4200$

Vendedor 5 = $1000 + 4000 = 5000$

Vendedor 4 = $1000 + 4800 = 5800$

Vendedor 3 = $1000 + 5600 = 6600$

Vendedor 2 = $1000 + 6400 = 7400$

Vendedor 1 = $1000 + 7200 = 8200$

Respuesta parcial:

El estudiante plantea sus procesos, pero se equivoca al realizar operaciones

a_1 = décimo vendedor; a_2 = noveno vendedor;
 a_3 = octavo vendedor; ...; a_{10} = primer vendedor.

Luego: $a_1 = 1\ 000$; $S_{10} = 46\ 000$

$$S_{10} = \left(\frac{1000 + a_{10}}{2} \right) \cdot 10,$$

Resolviendo la ecuación como estrategia heurística:

$$46\ 000 = \left(\frac{1000 + 1000 + 10 \cdot d}{2} \right) \cdot 10$$

$$46\ 000 = \left(\frac{2000 + 10 \cdot d}{2} \right) \cdot 10$$

$$d = 720$$

Finalmente, el bono para cada vendedor será:

Vendedor 10 = 1000 soles

Vendedor 9 = $1000 + 720 = 1720$

Vendedor 8 = $1000 + 1440 = 2440$

Vendedor 7 = $1000 + 2160 = 3160$

Vendedor 6 = $1000 + 2880 = 3880$

Vendedor 5 = $1000 + 3600 = 4600$

Vendedor 4 = $1000 + 4320 = 5320$

Vendedor 3 = $1000 + 5040 = 6040$

Vendedor 2 = $1000 + 5760 = 6760$

Vendedor 1 = $1000 + 6480 = 7480$

Respuesta inadecuada:

El estudiante no responde nada o da otra respuesta.

Representamos el tiempo libre mediante gráficos estadísticos

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilidades.	Representa las características de una población en estudio asociándolas a variables cuantitativas discretas y continuas. Expresa el comportamiento de los datos de la población a través de histogramas y polígonos de frecuencias.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Lee tablas y gráficos como histogramas y polígonos de frecuencias.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Recopila datos seleccionando y empleando procedimientos, estrategias y recursos adecuados al tipo de estudio. Los procesa y organiza en tablas. Revisa los procedimientos utilizados y los adecúa a otros contextos de estudio.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.	Plantea afirmaciones, conclusiones e inferencias sobre las características, tendencias de los datos de una población. Las justifica usando la información obtenida y sus conocimientos estadísticos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
- Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.z

- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
- Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
- Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Representar las características de una población asociadas a variables cuantitativas discretas y continuas expresando el comportamiento de los datos de la población mediante histogramas y polígonos de frecuencias; empleando procedimientos, estrategias y recursos para recopilar datos, procesar y organizarlos, planteando conclusiones e inferencias.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos.**
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema:**
 - ¿Qué información recogieron Leticia y Margarita de los estudiantes del segundo grado A?
La cantidad de horas que hacen uso del Facebook sus compañeros.
 - ¿Cuántos estudiantes fueron encuestados? **Cuarenta estudiantes.**
 - ¿Qué te solicita el problema?
Organizar la información en un histograma y en un polígono de frecuencias.
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan:**
 - ¿Cómo hay que agrupar los datos cuando la cantidad de horas dedicadas al Facebook tiene muchas ocurrencias? **Hay que agruparlos en intervalos de clase.**
 - ¿Qué dato se requiere, además, para elaborar el polígono de frecuencias? **La marca de clase de cada intervalo.**
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan:**
 - Determina el número de intervalos (k) con la ecuación: $k = \sqrt{n}$, donde n es el número de datos y el rango del recorrido (R) por la fórmula:

$R = \text{dato mayor} - \text{dato menor}$

$$k = \sqrt{40} \approx 6,33$$

Redondeando al entero: $k = 6$

$$R = 18 - 0 = 18$$

- Determina la amplitud del intervalo $A = \frac{R}{K}$ y forma el primer intervalo $[L_i; L_s [$, donde:

$$A = \frac{R}{K} = \frac{18}{6} = 3$$

Límite inferior (L_i) y Límite superior (L_s):

Límite inferior: $L_i = \underline{0}$

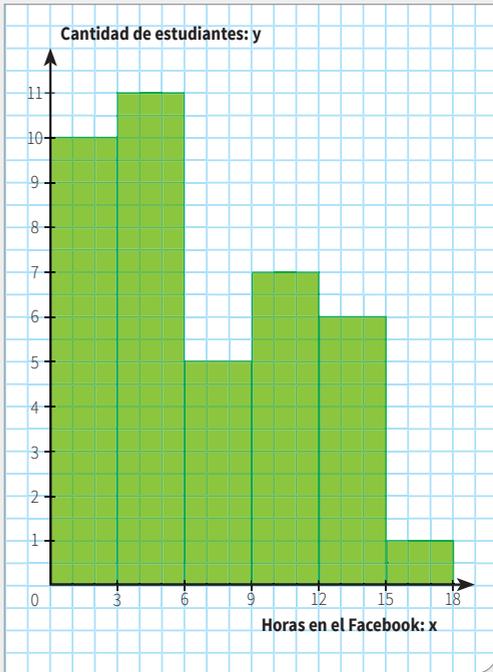
Límite superior: $L_s = \underline{0 + 3 = 3}$

Primer intervalo $l_1 = \underline{[0; 3 [}$

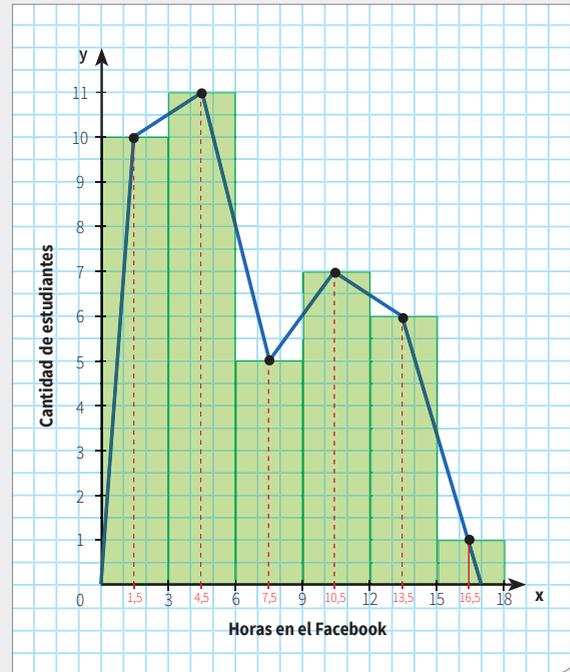
- Halla la marca de clase de cada intervalo con la fórmula: $X_i = \frac{L_i + L_s}{2}$ y completa la tabla:

Horas en Facebook	Intervalo de clase	Marca de clase x_i	N.º de estudiantes f_i
De 0 a 3	$[0;3 [$	1,5	10
De 3 a 6	$[3;6 [$	4,5	11
De 6 a 9	$[6;9 [$	7,5	5
De 9 a 12	$[9;12 [$	10,5	7
De 12 a 15	$[12;15 [$	13,5	6
De 15 a 18	$[15;18 [$	16,5	1
Total			40

- Grafica el histograma de frecuencias en el siguiente plano cartesiano.



- Grafica el polígono de frecuencias en el siguiente plano cartesiano:



4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿Por qué es conveniente utilizar el histograma para organizar los datos del problema?

Porque hay muchos datos y es difícil interpretar datos individuales, hay la necesidad de agruparlos.

- ¿Cuál es la ventaja del polígono de frecuencias respecto al histograma de frecuencias construido?

El polígono de frecuencias muestra tendencias de cambio en la variable continua, mientras que el histograma muestra datos cuantitativos fijos.

- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual, y absuelve las preguntas de los estudiantes; si el caso amerita, procede a realizar la retroalimentación.



¿? Analizamos

- El docente indica que la sección **Analicamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:

- Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
- Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.

- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:

- ¿Para qué se ordenaron los sueldos de mayor a menor?

Los sueldos no se ordenaron de mayor a menor, sino de menor a mayor, para facilitar el conteo de la cantidad de trabajadores con sueldo dentro del intervalo.

- ¿En el polígono de frecuencias se puede responder la pregunta de cuántas personas reciben un salario de S/1700? Justifica.

No, porque el polígono de frecuencias permite identificar solo tendencias de aumento o disminución de sueldos dentro de intervalos.

- Determina la amplitud de intervalo por la fórmula:

$$A = \frac{R}{K}$$

$$k = \sqrt{40} \approx 6,32$$

Redondeando al entero: $k = 6$

$R = \text{dato mayor} - \text{dato menor}$

$$R = 1700 - 750 = 950$$

$$A = \frac{950}{6} = 158,333$$

Redondeando al entero: $A = 158$

- Elabora una tabla con intervalos de clase de amplitud $S/158$.

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
[750; 908 [829	9
[908; 1066 [987	9
[1066; 1224 [1145	5
[1224; 1382 [1303	7
[1382; 1540 [1461	3
[1540; 1698 [1619	6
Total		39

- ¿Cuáles serían las limitaciones de seleccionar una amplitud de intervalo de $S/158$?

No se consideraría el sueldo mayor que es $S/1700$.

- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- ¿Para qué es necesario elaborar dos tablas de frecuencias?

Para que sean visibles las variaciones en las frecuencias después de la introducción de los cambios.

- De acuerdo a la tabla modificada, ¿cuántos estudiantes obtienen calificaciones entre 11 y 14?

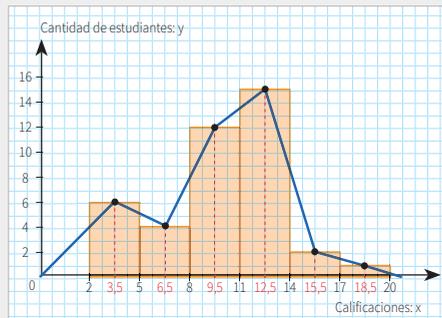
15 estudiantes.

- De acuerdo con el polígono de frecuencias, ¿cuántos estudiantes obtienen calificaciones entre 11 y 14? 13 estudiantes.

- ¿Coinciden las respuestas de las preguntas 2 y 3? Si no coinciden, ¿dónde se cometió el error?

No coinciden. El error está en la ubicación de la cantidad de estudiantes correspondiente a la marca de clase igual a 12,5.

- En el siguiente plano cartesiano, grafica nuevamente el polígono de frecuencias corrigiendo el error.



Respuesta:
Las calificaciones más frecuentes están entre 11 y 14 y las obtienen 15 estudiantes.

- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación A.
- La situación propuesta pide elaborar una tabla con intervalos de clase de amplitud 200 y un polígono de frecuencias, para lo cual se sugiere ordenar los datos de menor a mayor.
- El docente indica que el ordenamiento de los datos permite establecer con mayor precisión la amplitud de cada intervalo de clase. Por ejemplo, el límite inferior del primer intervalo sumado a la amplitud resulta el límite superior, es decir: $750 + 200 = 950$. Entonces, el 1.º intervalo será [750; 950 [. Del mismo modo, para obtener la marca de clase, se calcula mediante la semisuma de los límites de cada intervalo, es decir:

$$x_1 = \frac{750 + 950}{2} = 850$$

Luego, la frecuencia se obtiene a partir del conteo del número de trabajadores cuyos sueldos son mayores o iguales a $S/750$ y menores a $S/950$, que en este caso es $f_1 = 9$.

- El docente o un estudiante voluntario puede usar la pizarra con la finalidad de obtener los otros 5 intervalos de clase, su respectiva marca de clase y la frecuencia que les corresponde. A partir de dichos datos, proceden a elaborar el polígono de frecuencias.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

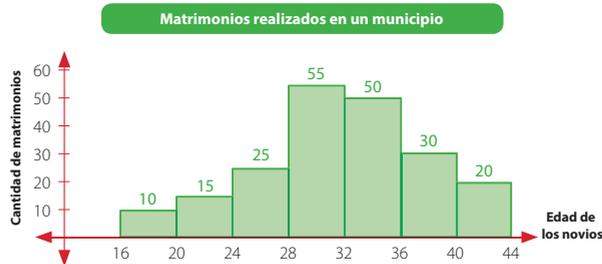
Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. En un municipio, el funcionario de Registro Civil debe presentar como balance de fin de año la cantidad de matrimonios celebrados según la edad de los contrayentes. Para eso elabora el siguiente gráfico:



¿Cuántos contrayentes tienen edades comprendidas en el intervalo de clase de 24 a menos de 36 años de edad?

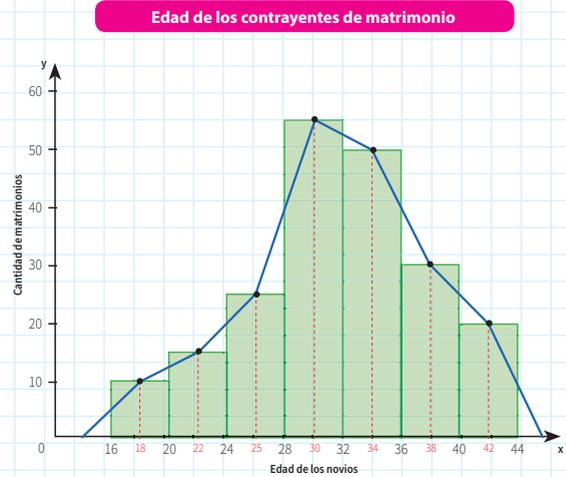
- a) 100 b) 120 c) 125 **d) 130**
2. ¿Cuántos de los contrayentes tienen menos de 24 años?
a) 10 **b) 25** c) 15 d) 50
3. Revisando los documentos del balance del fin de año, se ha determinado que fueron registrados por error 15 contrayentes en el intervalo de 28 a 32 años, de los cuales deben pasar 5 al intervalo de 24 a 28 años y 10 al grupo de 32 a 36 años. ¿Cuántos contrayentes son menores de 32 años?
a) 70 b) 85 **c) 95** d) 98
4. Con los datos del histograma de frecuencias de los matrimonios celebrados en el municipio, realiza las siguientes actividades:
a) Elabora la tabla de frecuencias.
b) Dibuja el polígono de frecuencias.
c) ¿Entre qué edades hay mayor incremento de la cantidad de contrayentes de matrimonio y cuánto es el incremento?

Respuesta adecuada:

a)

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
[16; 20 [18	10
[20; 24 [22	15
[24; 28 [26	25
[28; 32 [30	55
[32; 36 [34	50
[36; 40 [38	30
[40; 44 [42	20
Total		205

b)



- c) El mayor incremento de la cantidad de contrayentes de matrimonio se da entre las edades de 26 a 30 años y este incremento es: $55 - 25 = 30$ matrimonios.

Respuesta parcial:

Elabora la tabla de frecuencias de manera correcta o dibuja el polígono de frecuencias en forma correcta.

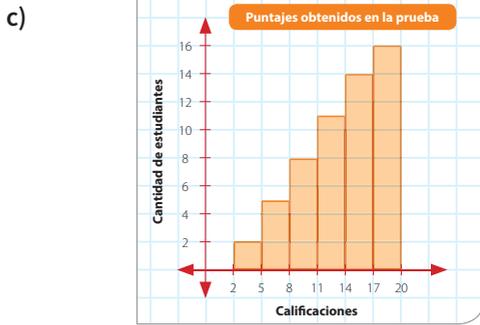
Respuesta inadecuada:

Elabora la tabla de frecuencias con error y se equivoca en la construcción del polígono de frecuencias y responde incorrectamente a la pregunta.

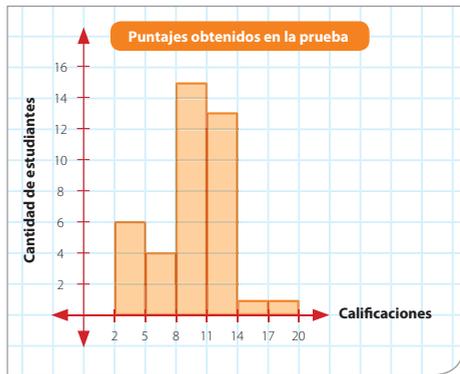
5. Un grupo de estudiantes dio una prueba de selección. Los resultados se presentaron mediante la siguiente tabla de frecuencias:

Calificación	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
De 2 a menos de 5	3,5	2
De 5 a menos de 8	6,5	5
De 8 a menos de 11	9,5	8
De 11 a menos de 14	12,5	11
De 14 a menos de 17	15,5	14
De 17 a menos de 20	18,5	16

¿Cuál de los histogramas corresponde a la tabla de frecuencias?



6. En el histograma se muestran los resultados de una prueba de selección de un grupo de estudiantes.



Si la puntuación mínima aprobatoria es 11, ¿cuántos estudiantes desaprobaron?

- a) Desaprobaron 15 estudiantes.
 b) Desaprobaron 2 estudiantes.
 c) Desaprobaron 13 estudiantes.
 d) Desaprobaron 25 estudiantes.

7. Se tiene la tabla de frecuencias del sueldo de trabajadores de una empresa de fabricación de botellas.

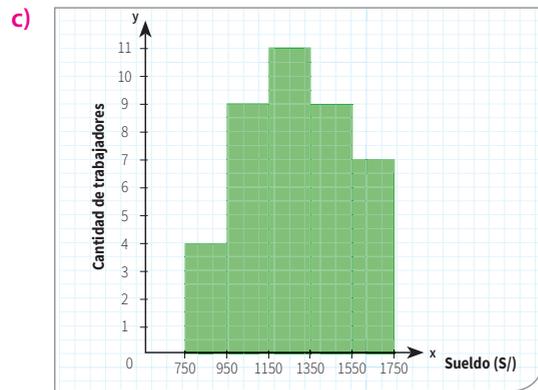
Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
[750; 950 [850	9
[950; 1150 [1050	9
[1150; 1350 [1250	11
[1350; 1550 [1450	4
[1550; 1750 [1650	7
Total		40

- a) Grafica el histograma para el conjunto de datos.
 b) ¿Cuántos trabajadores reciben los sueldos más bajos y cuántos trabajadores reciben los sueldos más altos?
 c) Se ha aumentado en S/600 el sueldo de 5 trabajadores que ganan de S/750 a S/950. Grafica el histograma de frecuencias considerando el aumento de sueldo.

Respuesta adecuada:



- b) 18 trabajadores reciben los sueldos más bajos y 7 trabajadores, los sueldos más altos.



Respuesta parcial:

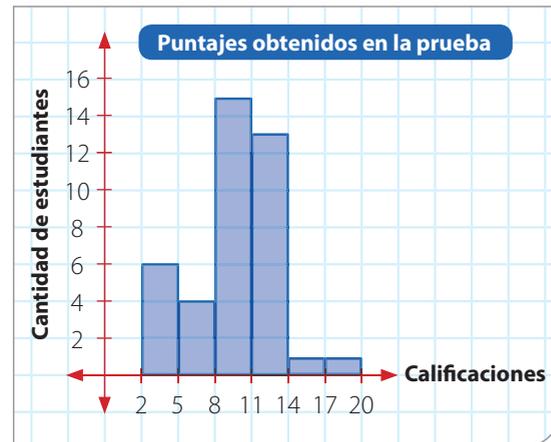
Dibuja el primer histograma y responde correctamente la pregunta.

Grafica con error el histograma y responde las preguntas en forma incorrecta.

Respuesta inadecuada:

Responde incorrectamente las preguntas a), b) y c) o no responde.

8. Para el siguiente histograma de frecuencias de los puntajes obtenidos en una prueba de selección:



¿Cuál es la tabla de frecuencias que le corresponde?

Calificación	Marca de clase (x_i)	Cantidad de estudiantes
De 2 a menos de 5	3,5	6
De 5 a menos de 8	6,5	4
De 8 a menos de 11	9,5	15
De 11 a menos de 14	12,5	13
De 14 a menos de 17	15,5	1
De 17 a menos de 20	18,5	1

Respuesta: c)

9. Dada la siguiente tabla de distribución de frecuencias de los sueldos de los trabajadores de una empresa de fabricación de botellas:

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)
[750;950 [850	9
[950;1150 [1050	9
[1150;1350 [1250	11
[1350;1550 [1450	4
[1550;1750 [1650	7
Total		40

Se desea incrementar el sueldo en S/300 a los trabajadores que ganan menos de S/1350, y en S/200 a los que ganen de S/1350 a más. ¿Cuánto dinero significa para la empresa este aumento de sueldo?

- a) S/10 700 b) S/10 800
c) S/10 850 d) S/10 900

10. Dada la siguiente tabla de frecuencias, realiza las siguientes actividades:

a) Completa los datos de la columna de las frecuencias acumuladas (F_i).

Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)	Frecuencia (F_i)
[750; 950 [850	9	
[950; 1150 [1050	9	
[1150; 1350 [1250	11	
[1350; 1550 [1450	4	
[1550; 1750 [1650	7	
Total		40	

- b) ¿Qué porcentaje de los trabajadores tiene un sueldo menor a S/1350?
c) Con los datos de la tabla, dibuja el polígono de frecuencias.
d) ¿Entre qué marcas de clase está la mayor caída de la cantidad de trabajadores y en cuántos trabajadores disminuye este valor?

Respuesta adecuada:

a)

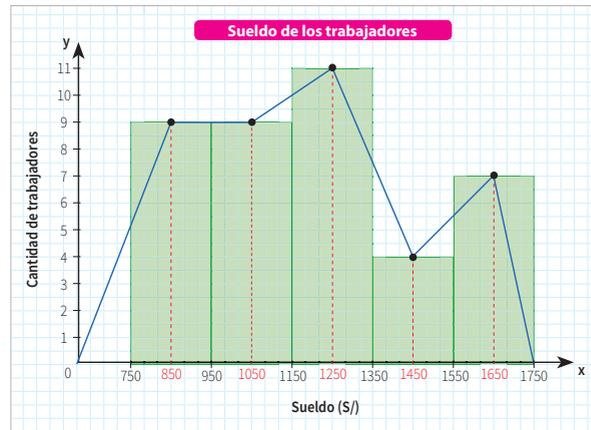
Intervalo de clase	Marca de clase (x_i)	Frecuencia (f_i)	Frecuencia (F_i)
[750;950 [850	9	9
[950;1150 [1050	9	18
[1150;1350 [1250	11	29
[1350;1550 [1450	4	33
[1550;1750 [1650	7	40
Total		40	

- b) 29 trabajadores reciben un sueldo menor que S/1350.

$$\begin{array}{c}
 \uparrow 40 \longleftrightarrow 100\% \uparrow \\
 \downarrow 29 \longleftrightarrow x \downarrow \\
 \hline
 x = \frac{29 \times 100\%}{40} = 72,5\%
 \end{array}$$

Respuesta: El 72,5 % de los trabajadores recibe un sueldo menor a S/1350.

c)



- d) La mayor caída de la cantidad de trabajadores está entre las marcas de clase 1250 y 1450 y es igual a la diferencia $11 - 4 = 7$ trabajadores.

Respuesta parcial:

Completa los datos de la tabla y resuelve correctamente el problema. No grafica o grafica con error el polígono de frecuencias.

Respuesta inadecuada:

Responde correctamente solo una de las preguntas a) o b) y no grafica el polígono de frecuencias.

Las medidas de tendencia central y los Juegos Panamericanos

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.	Representa las características de una población en estudio asociándolas a variables cuantitativas discretas y continuas. Expresa el comportamiento de los datos a través de medidas de tendencia central.
	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión sobre la pertinencia de usar la media, la mediana o la moda de datos agrupados y no agrupados para representar un conjunto de datos según el contexto de la población en estudio.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la mediana, la moda y la media de datos agrupados. Revisa sus procedimientos y resultados.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.	Plantea afirmaciones o conclusiones sobre las características o tendencia de los datos de una población. Las justifica usando la información obtenida y sus conocimientos estadísticos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
 - Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Representar las características de una población, expresando su comprensión sobre las medidas de tendencia central, seleccionando procedimientos de cálculo y planteando afirmaciones sobre sus características.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:
 - ¿Qué representan los números de cada fila de la tabla?
Representan la cantidad de medallas de oro ganadas por cada uno de los países en los últimos siete Juegos Panamericanos.
 - ¿Qué representan los números de cada columna de la tabla?
Representan la cantidad de medallas de oro ganadas en cada sede por cada uno de los 10 países.
 - ¿En qué orden están los países en la primera columna de la tabla?
Los nombres de los países participantes están en orden alfabético.
 - ¿Qué te solicita el problema?
Ubicar a los países por orden de mérito, del puesto 1 al puesto 10, según el número de medallas de oro ganadas.
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 - ¿Qué operación puedes realizar para establecer el puesto que ocupan los países en estos siete juegos?
Sumar la cantidad de medallas obtenidas por cada país. Dicha suma dividirla entre la cantidad de juegos en los que participó cada uno. El resultado obtenido representa la media o el promedio de las medallas de oro ganadas. Finalmente, ordenar los resultados de mayor a menor.
 - ¿Qué estrategia emplearías para establecer el orden de mérito? ¿Por qué?
Hacer una tabla, porque permitirá organizar a los países por orden de mérito, de acuerdo al promedio de la cantidad de medallas de oro ganadas.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 - Determina la media o el promedio aritmético (\bar{x}) de la cantidad de medallas de oro ganadas por Argentina en los siete juegos, mediante la fórmula:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

donde:

x: N.º de medallas de oro ganadas en una sede

n: N.º de juegos en los que ha participado

$$\bar{x} = \frac{11 + 40 + 25 + 16 + 11 + 21 + 15}{7} = 19,86$$

- Determina el promedio (\bar{x}) de la cantidad de medallas de oro ganadas por los demás países y completa la siguiente tabla:

País	Promedio (\bar{x})
Argentina	19,86
Brasil	32,16
Canadá	44,14
Chile	3,00
Colombia	13,28
Cuba	78,14
Estados Unidos	116,43
México	21,43
Rep. Dominicana	4,16
Venezuela	9,57

- Ordena los países de mayor a menor promedio y escribe el puesto ocupado por cada país.

País	Promedio (\bar{x})	Puesto
Estados Unidos	116,43	1
Cuba	78,14	2
Canadá	44,14	3
Brasil	32,16	4
México	21,43	5
Argentina	19,86	6
Colombia	13,28	7
Venezuela	9,57	8
Rep. Dominicana	4,16	9
Chile	3,00	10

- Escribe la interpretación del valor promedio de Estados Unidos.

Estados Unidos ha obtenido un promedio de 116,43 medallas de oro en los últimos siete Juegos Panamericanos.

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿En qué parte del problema has tenido mayor dificultad?

En el establecimiento del orden de mérito de los países participantes en los siete juegos.

- ¿Cómo superaste la dificultad encontrada?

El promedio aritmético del número de medallas ganadas por cada país permite establecer el orden de los puestos ocupados.

- ¿Es posible que EE. UU. haya ganado 116,43 medallas?

No es posible obtener las medallas considerando la cantidad hasta los decimales. El valor dado es la media de los datos.

- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:
 - ¿Cuál es la interpretación de la media (\bar{x}) o el promedio aritmético calculado?

El promedio aritmético de las edades de los novios es 31,66 años.
 - ¿Cuál es la interpretación de la mediana (Me)?

La interpretación es que la edad del 50 % de los contrayentes está por debajo y por encima de 31,82 años.

- ¿Cuál es la interpretación de la moda (M_o) en el contexto de la situación?

La interpretación de la moda en el contexto de la situación es que la edad que más se presenta entre los 205 novios es 31,43 años.

- Explica por qué la frecuencia de la clase mediana (f_m) es igual a 55.

Porque el lugar de la mediana es $\frac{n}{2} = 102,5$ y la suma de las tres primeras frecuencias es 50, faltaría 52,5 para llegar al lugar de la mediana, que está próximo a la frecuencia 55 y, por lo tanto, corresponde al intervalo [28; 32[

- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- ¿Estás de acuerdo con los procedimientos propuestos? Justifica tu respuesta.

No, pues para hallar la estatura de Miguel se debió proceder como si estuviéramos obteniendo el promedio aritmético. Para ello, se suman las tres estaturas más la de Miguel. Luego dividimos entre 4 y se iguala a 1,70.

- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

Sea "x" la estatura de Miguel, entonces:

$$\frac{\text{suma de las estaturas conocidas} + x}{4} = \frac{1,65 + 1,72 + 1,68 + x}{4} = 1,70$$

$$5,05 + x = 4 (1,70)$$

$$5,05 + x = 6,8$$

$$x = 6,8 - 5,05 \Rightarrow x = 1,75$$

Respuesta: La estatura de Miguel es 1,75 m.

- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y encontrar el error de la situación C, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación C (que presenta errores en su solución) e identificar qué solicita el problema.
- El docente aclara que se debe calcular la estatura de Miguel, teniendo en cuenta que se conocen las tallas de tres personas y que el promedio de los 4, considerando a Miguel, es de 1,70 m.
- Los estudiantes observan, analizan el desarrollo e identifican el error al momento de plantear la ecuación para obtener el promedio. El docente regula el procedimiento planteando la siguiente ecuación:

$$\frac{\text{Suma de estaturas conocidas} + \text{estatura de Miguel}}{4} = 1,70$$

$$\frac{1,65 + 1,72 + 1,68 + x}{4} = 1,70$$

$$\frac{5,05 + x}{4} = 1,70$$

$$x = 1,75$$

Por lo tanto, la estatura de Miguel será de 1,75 m.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.

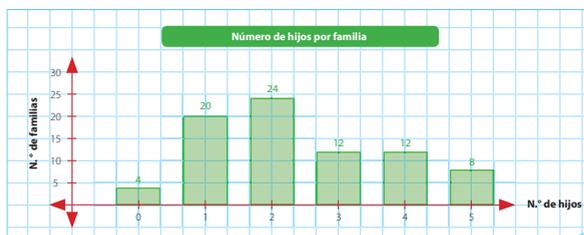


Practicamos

1. Los siguientes datos son las edades de los integrantes del coro que representará a la institución educativa en un concurso de canto: 5; 7; 8; 8; 10; 10; 11; 11; 12; 13; 14; 17. Calcula el valor que representa la edad de los integrantes de dicho coro. ¿Qué medida de tendencia central es?
- a) 15,5; media aritmética b) 13,5; mediana c) 12,5; moda **d) 10,5; media aritmética**
2. Según el gráfico, determina el rango y la cantidad promedio de clientes que tuvo una empresa en los últimos cuatro años.



- a) Rango: 80. Promedio: 140 clientes
b) Rango: 82. Promedio: 140,5 clientes
 c) Rango: 80. Promedio: 562 clientes
 d) Rango: 8,2. Promedio: 1405 clientes
3. El peso promedio de un grupo de tres amigas es de 54,5 kg. Si se incorpora al grupo una amiga de 52,5 kg de peso, ¿en cuánto varía el peso promedio del nuevo grupo?
- a) Aumentó 0,5 kg. b) Aumentó 1,5 kg.
c) Disminuyó 0,5 kg. d) No varía.
4. Según el gráfico, determina la cantidad de familias encuestadas y responde: ¿qué cantidad representa al número de hijos que tiene la mayoría de las familias?



Respuesta adecuada:

- a) El estudiante determina la cantidad de familias encuestadas e indica la cantidad que representa al número de hijos que tiene la mayoría de las familias con el siguiente procedimiento:
 Identifica que en el eje y está representado el número de familias encuestadas y en el eje x, el número de hijos por familia.
- b) Suma todas las familias encuestadas:
 $N.º \text{ familias: } 4 + 20 + 24 + 12 + 12 + 8 = 80$
 Son 80 familias encuestadas.

c) Ahora, interpreta en el gráfico que la mayoría de familias encuestadas tiene 2 hijos.

Respuesta parcial:

$N.º \text{ familias: } 4 + 20 + 24 + 12 + 12 + 8 = 80$

Son 80 familias encuestadas.

No precisa la cantidad de hijos.

Respuesta inadecuada:

Da otras respuestas que no son correctas.

5. A este conjunto de datos (13; 14; 14; 15; 18) se agregan dos datos más, de modo que después su mediana es igual a 15; su promedio, 16; y su moda, 14. ¿Qué datos se habrán agregado?
- a) Se agregaron 14 y 24.
b) Se agregaron 17 y 21.
 c) Se agregaron 18 y 20.
 d) Se agregaron 16 y 20.
6. Durante el cuarto bimestre, Marco ha obtenido las siguientes notas en Matemática: 08; 10; 10; 11; 13; 13; 14; 14; 14; 15. ¿Qué afirmación de las siguientes es correcta?
- a) La nota de Marco en el 4.º bimestre será 14.
 b) La nota promedio de Marco es 13.
 c) En el 4.º bim. Marco obtuvo 11 en la libreta.
d) El rango de dichas notas es 7.
7. Para elegir al estudiante que represente a la institución educativa en un campeonato de natación de 100 metros estilo libre, el profesor de Educación Física convoca a los tres mejores nadadores en esta disciplina, los hace competir 5 veces y les registra el tiempo en la siguiente tabla:

Estudiantes	Tiempo en segundos				
	1. ^a	2. ^a	3. ^a	4. ^a	5. ^a
Julio	61,7	61,7	62,3	62,9	63,1
Luis	61,5	62,9	62,9	63,7	63,7
Alfredo	60,7	62,4	62,7	62,7	61,2

¿Qué estudiante representará mejor a la institución educativa?

Respuesta adecuada: Para saber qué alumno representará mejor a la institución educativa en el campeonato de natación de 100 metros estilo libre, es mejor sacar el promedio de los tiempos de cada uno:

$$\text{Julio: } \bar{x} = \frac{61,7 + 61,7 + 62,3 + 62,9 + 63,1}{5} = \frac{311,7}{5} = 62,34$$

$$\text{Luis: } \bar{x} = \frac{61,5 + 62,9 + 62,9 + 63,7 + 63,7}{5} = \frac{314,7}{5} = 62,94$$

$$\text{Alfredo: } \bar{x} = \frac{60,7 + 62,4 + 62,7 + 62,7 + 61,2}{5} = \frac{309,7}{5} = 61,94$$

Luego se elige al alumno que tenga menor promedio: Alfredo.

Respuesta parcial: Obtiene el promedio de cada uno, pero elige al que tiene mayor promedio.

Respuesta inadecuada: Da otras respuestas.

8. Determina cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

- I. La media aritmética es siempre menor que la moda.
- II. La moda siempre se encuentra en el centro de un conjunto ordenado de datos.
- III. Puede haber más de una moda en un conjunto de datos.
- IV. La mediana y la media aritmética son siempre iguales.

a) Solo I. b) II y III. **c) Solo III.** d) III y I.

9. La siguiente tabla indica el número de trabajadores de una fábrica con sus respectivos sueldos. ¿Qué cantidad representa mejor el sueldo de los trabajadores y cuál es la medida de tendencia central?

N.º de trabajadores	Sueldo (\$)
2	1100
3	1520
4	1640
1	3900

- a) S/1100, promedio.
- b) S/1580, mediana.
- c) S/1640, moda.
- d) S/1722, media aritmética.**

10. La siguiente distribución de frecuencias representa los puntajes obtenidos por un grupo de estudiantes en una prueba de comprensión lectora. Halla la mediana en este conjunto de datos y argumenta tus procedimientos.

Puntajes	N.º de estudiantes
[00 - 04 [2
[04 - 08 [13
[08 - 12 [14
[12 - 16 [12
[16 - 20]	9
Total	50

Respuesta adecuada:

Halla la mediana correctamente de la siguiente manera:

Buscamos el lugar de la mediana: $\frac{n}{2} = \frac{50}{2} = 25$

- Sumamos las frecuencias anteriores a la clase. Faltan $25 - 15 = 10$ lugares para llegar a la mediana.
- La clase mediana es el tercer intervalo [08 - 12 [y la amplitud de la clase es 4.
- Luego interpolamos para los lugares faltantes mediante la regla de tres simple, considerando la frecuencia y la amplitud. Así:

$$\begin{array}{r} + \uparrow 14 \longleftrightarrow 4 \uparrow + \\ - \uparrow 10 \longleftrightarrow x \uparrow - \\ \hline x = \frac{(10)(4)}{14} = 2,86 \end{array}$$

- Finalmente, la mediana se obtiene sumando el límite inferior y el valor de la interpolación:
 $Me = 08 + 2,86 = 10,86$
- Interpretación: El 50 % de alumnos obtuvo menos de 10,86 de nota en comprensión lectora y el otro 50 % obtuvo más de 10,86.

Respuesta parcial:

Determina la mediana ($Me = 10,86$), pero no sabe su interpretación.

Respuesta inadecuada:

Da otras respuestas.



Conocemos el uso de las probabilidades

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	Comunica su comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.	Expresa con diversas representaciones y lenguaje matemático su comprensión sobre el valor de la probabilidad para caracterizar como segura o imposible la ocurrencia de sucesos de una situación aleatoria.
	Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.	Selecciona y emplea procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace.
	Sustenta conclusiones o decisiones con base en la información obtenida.	Plantea afirmaciones o conclusiones sobre la probabilidad de ocurrencia de sucesos en estudio. Las justifica usando la información obtenida y sus conocimientos estadísticos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
 - Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
 - Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.
- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:
 - Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
 - Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
 - Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.
 - El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Expresar con diversas representaciones su comprensión sobre la probabilidad, empleando procedimientos mediante la regla de Laplace y planteando afirmaciones.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:
 - ¿Qué te piden en el problema?
Determinar la probabilidad de que una persona que asiste a una reunión tenga el operador B. Además, de 250 personas, calcular cuántas usan posiblemente este operador.
 - ¿Qué datos te proporciona el problema?
La cobertura de cuatro operadores móviles en la población, representada mediante porcentajes en un gráfico circular.
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:
 - ¿Has desarrollado un problema parecido?, ¿cómo lo has hecho?
Sí, por ejemplo, en una ruleta de 8 sectores he calculado la probabilidad de obtener el color azul; por lo tanto, tuve que determinar el cociente entre los casos favorables y el total de sectores que hay en la ruleta.
 - ¿Podrías aplicar los procesos anteriores en este problema?
Sí, tendría que considerar el valor de los porcentajes para saber la probabilidad de que una persona se encuentre en el sector rojo, la que corresponde a la empresa B.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:
 - Empieza a desarrollar el plan elegido.
Determinamos el porcentaje por cada sector:
*Sector amarillo: Operador A = 1 %
Sector verde: Operador D = 54,4 %
Sector celeste: Operador C = 5,4 %
Sector rojo: Operador B = 39,2 %
Total de porcentaje = 1 % + 54,4 % + 5,4 % + 39,2 %
Total de porcentaje = 100 %*
 - Calcula la probabilidad del sector rojo.
$$P(\text{sector rojo}) = \frac{\text{sector rojo}}{\text{Total de porcentaje}} = \frac{39,2}{100} = 0,392$$
 - Determina el total de personas que usan el operador B, sabiendo que fueron 250 a la reunión.
Proponemos una regla de tres:
$$\frac{250}{100} = \frac{x}{39,2}$$

$$\frac{250 \times 39,2}{100} = x$$

$$98 = x$$

Respuesta: 98 personas usan el operador B.

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿Es necesario hacer cálculos para determinar qué operador tiene mayor probabilidad de uso?
No es necesario hacer cálculos para determinar qué operador tiene mayor probabilidad de uso. Bastará ver qué operador tiene, a simple vista, la mayor parte del gráfico. En este caso, corresponde al operador D.

- Si consultaras a un compañero para que eligiera usar una compañía de teléfono, ¿cuál de ellas es poco probable que elija? ¿Por qué?

Es poco probable que elija la compañía del operador A, ya que de acuerdo al informe su cobertura es de solo 1 %, lo que significa que tiene poca aceptación.

• Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Analizamos

• El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.

• El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:

- Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.

- Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.

• Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:

- Describe las estrategias utilizadas para resolver la situación.

Se utilizó el diagrama de árbol para tener mayor claridad de cómo se forman los elementos del espacio muestral de dicha situación, lo que permitió determinar cuáles son y cuántos. Luego se aplicó la regla de Laplace para hallar la probabilidad de obtener una cara y un número impar. Para ello, se hallaron los casos posibles y los favorables.

- ¿Es posible aplicar la estrategia en otro problema? Explícalo.

Sí es posible. La estrategia del diagrama de árbol mayormente se usa para determinar el espacio muestral de diversos eventos. Por ejemplo, para saber el espacio muestral de lanzar tres monedas.

• Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- ¿Es correcto el procedimiento propuesto? Explica. *No es correcto, porque en la solución se ha considerado la misma proporción para cada color. Es decir, solo se consideró que hay 3 sectores, pero no se tomó en cuenta que cada sector tiene diferente proporción o tamaño.*

- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

En este caso, debemos considerar que la medida del ángulo que forma una circunferencia es de 360°.

Entonces: $n(\Omega) = 360$

La zona X tiene como ángulo central 90°.

Entonces: $n(A) = 90$

Luego:

$$P(A) = \frac{90}{360} = 0,25$$

La probabilidad de que el dardo caiga en la zona X es 0,25 o 25 %.

• Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación A.
- El docente se dispone a explicar la solución de la situación mediante el uso de dos monedas y un dado. La situación propuesta pide calcular la probabilidad de obtener una cara y un número impar al lanzar dos monedas y un dado.
- Procede a lanzar las dos monedas y el dado, varias veces. Los resultados que van obteniendo los registran en una hoja de papel o van marcando en el cuaderno de trabajo.
- Luego pregunta: *¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?*
- Los estudiantes deben identificar que la estrategia que se utilizó fue el diagrama de árbol, lo cual permite obtener el espacio muestral y, de este modo, el número de casos posibles.

$$\Omega = \{CC1, CC2, CC3, CC4, \dots\} \Rightarrow n(\Omega) = 24$$

- El docente o un estudiante voluntario puede usar la pizarra con la finalidad de obtener el número de casos favorables, a partir del número de casos posibles y tomando en cuenta una cara y un número impar.

$$A = \{CS1, CS3, CS5, CS, SC1, SC3, SC5\} \Rightarrow n(A) = 6$$

Por lo tanto, la probabilidad es: $P(A) = 6/24 = 1/4 = 0,25$

Eso quiere decir que en 1 de cada 4 lanzamientos se obtiene una cara y un número impar.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué? ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. De una baraja de 52 cartas, ¿cuál es la probabilidad de sacar una carta con el número 3?



- a) 0,071 b) 0,076 c) 0,25 d) 0,019

1. Carolina lanza una moneda y un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un sello y un número mayor que cuatro?



- a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{4}$

3. En una bolsa hay cuatro bolas blancas y ocho rojas, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída no sea ni blanca ni roja?



- a) 0 b) 0,5 c) 0,33 d) 0,67

4. Juan tiene una baraja de 52 cartas, ¿cuál es la probabilidad de que saque una carta de diamante con un valor menor que seis o mayor que once?



Respuesta adecuada:

Reconoce que el total de posibilidades es 52, esto es: $n(\Omega) = 52$. Luego indica el suceso y calcula la probabilidad.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 12, 13\}$$

$$n(A) = 7$$

$$P(A) = \frac{7}{52} = 0,134$$

Respuesta parcial:

Reconoce el espacio muestral y el suceso, pero no calcula la probabilidad o se equivoca.

Respuesta inadecuada:

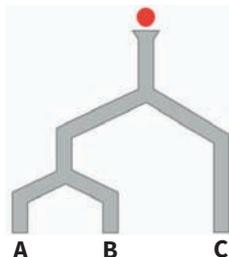
No comprende la situación, da otras respuestas.

5. Al lanzar dos dados del mismo tamaño pero de distinto color, ¿cuál es la probabilidad de obtener como suma 7?



- a) 6 % b) 8,3 % c) 16,6 % d) 19,4 %

6. Se suelta una pelota sobre unas tuberías tal como indica el gráfico, ¿cuál es la probabilidad de que caiga en A?



- a) 25 %

- b) 33,3 %

- c) 50 %

- d) 66,7 %

7. En la figura se muestra una ruleta, ¿cuál es la probabilidad de que salga 20 o 40? Fundamenta tu respuesta.



Respuesta adecuada:

Reconoce el número de elementos del espacio muestral, del suceso, y calcula correctamente la probabilidad.

Son 18 divisiones en las que es posible que pueda caer la ruleta, por lo que: $n(\Omega) = 18$.

El número 20 aparece 4 veces y el número 40 aparece 2 veces; entonces, el número de casos favorables es 6, por lo que: $n(A) = 6$.

$$P(A) = \frac{6}{18} = 0,333$$

Respuesta parcial:

Reconoce la cantidad de elementos del espacio muestral y el suceso, pero no calcula la probabilidad o lo resuelve de manera incorrecta.

Respuesta inadecuada:

No comprende la situación, da otras respuestas.

8. Pedro se tiene que realizar una operación en el hospital y le han dicho que, de 300 operaciones similares, 18 pacientes no la han resistido. Al someterse a esa operación, ¿cuál es el rango de probabilidad de que salga bien?
- a) Poco probable. c) Más probable.
b) Menos probable. **d)** Muy probable.

9. En una caja hay 24 bolas de tres colores diferentes. Si al sacar una bola cualquiera la probabilidad de que sea roja es 0,5, de que sea verde es 0,375 y de que sea azul es 0,125, ¿en cuánto excede el número de bolas rojas a la cantidad de azules?

- a)** El número de bolas rojas excede en 9 a las bolas azules.
b) El número de bolas rojas excede en 7 a las bolas azules.
c) El número de bolas rojas excede en 12 a las bolas azules.
d) El número de bolas rojas excede en 6 a las bolas azules.

10. La policía de tránsito estima que la probabilidad de que un chofer no use el cinturón de seguridad es del 30 %. Si en el control de tránsito detienen 30 vehículos, ¿probablemente cuántos choferes no estén usando el cinturón de seguridad? Argumenta tu respuesta.

Respuesta adecuada:

Reconoce los datos de probabilidad de un suceso: $P(A) = 30\%$. También la cantidad total de vehículos detenidos: $n(\Omega) = 30$. Luego calcula el número de casos favorables por la ley de Laplace.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

$$30\% = \frac{n(A)}{30}$$

$$n(A) = 9$$

Lo más probable es que, de los 30 choferes, 9 no usen el cinturón de seguridad.

Respuesta parcial:

Reconoce los datos y plantea correctamente, pero se equivoca o no continúa con la resolución.

Respuesta inadecuada:

No comprende la situación y da otras respuestas.



18 El crecimiento de las bacterias

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de cantidad.	Traduce cantidades a expresiones numéricas.	Establece relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades y las transforma a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones de potencias con exponente entero.
	Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones.	Expresa con lenguaje numérico su comprensión sobre las propiedades de la potenciación con exponente entero. Usa este entendimiento para asociar o secuenciar operaciones.
	Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo.	Selecciona, emplea y combina estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con números enteros (potenciación), de acuerdo a las condiciones de la situación planteada.
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Plantea afirmaciones sobre las propiedades de la potenciación. Las justifica y sustenta con ejemplos. Reconoce errores o vacíos en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
- Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.

- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
- Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
- Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Establecer relaciones entre datos y transformarlas a expresiones numéricas que incluyen operaciones de potencias, expresando su comprensión sobre las propiedades, empleando estrategias de cálculo y procedimientos, planteando afirmaciones sobre las propiedades de la potenciación.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos:** Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos.**
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema:**
 - ¿Cómo es la disminución de las bacterias para el caso estudiado por Efraín?
Disminuyen de manera exponencial a $\frac{3}{4}$ de su población cada día.
 - ¿Con qué datos cuentas? La cantidad de bacterias: 65 536 al inicio.
La forma exponencial en que se reduce su cantidad: $\frac{3}{4}$ de la población por día.
 - ¿Qué tienes que averiguar?
Calcular el número de bacterias que se va reduciendo según el tiempo que transcurre.
 - ¿Cómo se expresaría simbólicamente lo que se reduce el segundo día?
$$\left(\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right) \times 65\ 536$$
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan:**
 - ¿Cuál de los siguientes diagramas utilizarías para ver con facilidad la relación entre el factor de crecimiento y la cantidad de bacterias que queda? Diagrama tabular
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan:**
 - Usamos el diagrama tabular para representar la reducción de las bacterias.

Días transcurridos	Factor de crecimiento	Cantidad de bacterias
0	1	65 536
1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 65\ 536$
2	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 65\ 536$
3	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 65\ 536$
4	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 65\ 536$
5	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 65\ 536$

- Apóyate en los datos de la tabla para expresar el factor de decrecimiento de las bacterias en x días.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^n \times 65\,536$$

- Utiliza el factor de decrecimiento para saber cuántas bacterias han muerto el tercer día y el quinto día.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3 \times 65\,536 = \left(\frac{1}{64}\right) \times 65\,536 = 1024$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^5 \times 65\,536 = \left(\frac{1}{1024}\right) \times 65\,536 = 64$$

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿Fue necesario emplear el diagrama tabular? ¿Por qué?

Sí fue necesario, porque permitió identificar una secuencia ordenada de la reducción de bacterias día a día y, a partir de allí, deducir el factor de decrecimiento.

- ¿Qué dificultades encontraste para plantear el factor de decrecimiento?

Respuesta modelo: Identificar el factor de decrecimiento.

- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:

- Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
- Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.

- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:

- Describe brevemente el procedimiento que se utilizó para resolver el problema.

Antes de multiplicar el valor de las veces del Sol con la masa de la Tierra, se convirtió 330 000 a notación científica. Luego el valor obtenido se multiplicó con 6×10^{24} .

- ¿Cuál es la estrategia para resolver problemas que involucran grandes números?

Convertir los números a notación científica y aplicar las operaciones que el problema requiera.

- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:

- Completa la siguiente tabla con las puntuaciones de Alicia, sabiendo que jugó 6 veces y ganó todas; por lo tanto, sus puntos se duplican.

Jugada	N.º de puntos	Expresado como potencia
0	1	2^0
1	1×2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4	16	2^4
5	32	2^5
6	64	2^6

- Identifica el error en el procedimiento para el caso de Alicia.

El procedimiento hasta la segunda jugada es correcto, pero luego ya no lo es. Podría ser que el estudiante haya entendido multiplicar el número de jugadas por dos, de modo que creyera cumplir con la condición de que se está duplicando.

- Prueba con otra tabla el procedimiento para el caso de Lucía.

Jugada	N.º de puntos en cada juego	Expresado como potencia
1	$64 - \frac{1}{2} (64) = 32$	2^5
2	$32 - \frac{1}{2} (32) = 16$	2^4
3	$16 - \frac{1}{2} (16) = 8$	2^3
4	$8 - \frac{1}{2} (8) = 4$	2^2
5	$4 - \frac{1}{2} (4) = 2$	2^1

- ¿Es correcto el procedimiento aplicado para el caso de Lucía? Identifica el error y explica.

Hasta la cuarta jugada es correcto; sin embargo, en la quinta jugada hubo un error en la operación.

- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y encontrar el error de la situación C, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación C (que presenta errores en su solución) e identificar qué solicita el problema.
- El docente aclara que se debe calcular los puntos obtenidos por Alicia y los puntos con que se quedó Lucía, teniendo en cuenta el número de veces que jugó cada una de ellas.
- Los estudiantes observan, analizan el desarrollo e identifican el error. Para el caso de Alicia, el puntaje se duplica solo hasta la segunda jugada y, para el caso de Lucía, en la quinta jugada hay un error en la operación.
- El docente regula el procedimiento. Para el caso de Alicia, se duplica el puntaje cada vez que gana, es decir:
 - 1.ª jugada: $1 \times 2 = 2 = 2^0$
 - 2.ª jugada: $2 \times 2 = 4 = 2^2$
 - 3.ª jugada: $4 \times 2 = 8 = 2^3$
- Para el caso de Lucía, disminuye hasta su mitad si pierde el juego, es decir:
 - 1.ª jugada: $64 - 1/2 (64) = 32 = 2^5$
 - 2.ª jugada: $32 - 1/2 (32) = 16 = 2^4$
 - 3.ª jugada: $16 - 1/2 (16) = 8 = 2^3$
- El docente o un estudiante voluntario usando la pizarra explica, para ambos casos, los resultados que obtienen para las demás jugadas, concluyendo que Alicia obtiene 64 puntos y Lucía 2, puntos.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

Dada la siguiente tabla de las potencias de base fraccionaria y exponente negativo:

$(\frac{1}{4})^{-1}$	$(\frac{1}{4})^{-2}$	$(\frac{1}{4})^{-3}$	$(\frac{1}{4})^{-4}$	$(\frac{1}{4})^{-5}$	$(\frac{1}{4})^{-6}$
4	16	64	256	1024	4096

1. Usa dicha tabla para expresar el valor 256×4096 como potencia de 4.

- a) 4^{10} b) 4^{20} c) 4^{30} d) 4^{40}

2. ¿Cuánto resulta al operar $\frac{(\frac{1}{4})^{-5}}{(\frac{1}{4})^{-3}}$?

- a) 4^3 b) 4^2 c) 4^4 d) 4^{-2}

Topo o tupu

En el Imperio incaico todas las tierras pertenecían al Sol, al Inca y al Estado. Estas eran distribuidas de forma que cada habitante contaba con una parcela de tierra fecunda para trabajar y alimentar bien a su familia. Esta porción asignada de tierra fue denominada topo o tupu. Los varones recibían un topo (2700 m^2 ; $0,27 \text{ ha}$; $0,67 \text{ acres}$) al nacer, mientras que las mujeres recibían tan solo medio topo. Aplicando el concepto de topo a una situación actual, responde las preguntas 3 y 4.

3. Juan Cristóbal tiene un terreno de forma cuadrada de 450 m de lado. ¿Cuántos topos comprende este terreno?

- a) 45 topos b) 55 topos c) 75 topos d) 6 topos

4. Juan hereda a su hija $\frac{1}{2}$ topo de su terreno, el cual es también de forma cuadrada. ¿Cuánto mide, aproximadamente, el lado del terreno que ha recibido su hija?

Respuesta adecuada:

La mitad de topo es: $\frac{2700}{2} = 1350 \text{ m}^2$.

Como el terreno es cuadrado, para saber la medida del lado extraemos la raíz cuadrada de 1350 m^2 .

Lado del terreno = $\sqrt{1350 \text{ m}^2} = 36,74 \text{ m}$

Respuesta parcial:

La mitad de topo es: $\frac{2700}{2} = 1350 \text{ m}^2$.

Para saber el lado del terreno, extraemos la raíz cuadrada de 1350 m^2 .

Lado del terreno = $\sqrt{1350 \text{ m}^2} = 675 \text{ m}$

Respuesta inadecuada:

Cualquier otra respuesta o una respuesta equivocada.

5. Una máquina usa $\frac{3}{4}$ de galón de gasolina por cada 30 horas de funcionamiento. ¿Cuántos galones de gasolina usará la máquina en 400 horas?
- a) 10 galones b) 11 galones c) 15 galones d) 20 galones
6. Una población de 100 000 insectos decrece por acción de un depredador natural, cada año, con un factor de decrecimiento $\frac{1}{4}$. ¿En cuánto tiempo quedará menos de la cuarta parte?
- a) 2 años b) 3 años c) 4 años d) 5 años
7. Una tienda está liquidando sus productos por cambio de domicilio, así que cada semana vende la mitad del *stock*, pero no repone ningún artículo.

Si en un principio tenía 1024 productos, ¿cuántos artículos le quedan luego de dos semanas?

Respuesta adecuada:

El estudiante halla el número de productos que se ha vendido en la segunda semana y deduce lo que aún falta por vender.

N.º de días	Factor de crecimiento	Cantidad de productos
0	$(\frac{1}{2})^0$	$(\frac{1}{2})^0 \times 1024 = 1024$
1	$(\frac{1}{2})^1$	$(\frac{1}{2})^1 \times 1024 = 512$
2	$(\frac{1}{2})^2$	$(\frac{1}{2})^2 \times 1024 = 256$

En la segunda semana le quedan a la tienda 256 artículos.

Respuesta parcial:

El estudiante solamente hace operaciones, no usa la tabla.

$$(\frac{1}{2})^2 \times 1024 = (\frac{2}{4}) \times 1024 = 512$$

Respuesta inadecuada:

Cualquier otra respuesta.

8. Una rueda avanza $\frac{1}{4}$ de metro al dar una vuelta. ¿Cuántas vueltas debe dar para avanzar 10 metros?
- a) 10 vueltas b) 20 vueltas c) 30 vueltas d) 40 vueltas

9. La masa de un virus es 10^{-21} kg; la de un hombre, 70 kg. ¿Cuál es la relación entre la masa del hombre y la masa del virus?

a) 17×10^{-22}

b) 7×10^{-24}

c) 7×10^{22}

d) 7×10^{24}

10. Una cinta mide 1,6 cm de ancho y 128 cm de longitud. Para guardarla en una caja que mide 2 cm x 10 cm, debe ser doblada por la mitad en forma sucesiva 4 veces. ¿Cuál es la potencia relacionada con el problema? ¿Cuál es el valor de la longitud de la cinta al término del cuarto doblar?

Respuesta adecuada:

Medidas de la cinta antes de ser doblada:



Luego del primer doblar:



Luego del segundo doblar, las medidas serán: 32 cm x 1,6 cm

Luego del tercer doblar, las medidas serán: 16 cm x 1,6 cm

Luego del cuarto doblar, las medidas serán: 8 cm x 1,6 cm

Entonces, la potencia relacionada con el problema estará en función del largo, es decir, 2^7 , 2^6 , 2^5 , 2^4 y 2^3 , respectivamente.

Y la longitud de la cinta al término del cuarto doblar es: 2^3 cm = 8 cm, con un ancho de 1,6 cm.

Respuesta parcial:

El estudiante plantea la potencia correctamente, pero se equivoca en la operación y responde:

La longitud de la cinta al término del cuarto doblar es: 2^3 cm = 6 cm, con un ancho de 1,6 cm.

Respuesta inadecuada:

El estudiante no comprende el enunciado, podría solamente considerar hasta el tercer doblar o no identificar la potencia relacionada con el problema.



Usamos las figuras geométricas para las confecciones

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Establece relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios. Asocia estas características y las representa con formas bidimensionales compuestas. Establece también propiedades del área y perímetro
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar el perímetro y el área de polígonos regulares o irregulares, empleando unidades convencionales (centímetro y metro).
	Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.	Plantea afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubre entre los objetos y formas geométricas, sobre la base de simulaciones y la observación de casos. Las justifica con ejemplos y sus conocimientos geométricos. Reconoce errores en sus justificaciones y en las de otros, y los corrige.

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
- Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.

- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
- Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
- Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:

- Establecer relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos, y representarlas con formas bidimensionales compuestas, empleando estrategias heurísticas para determinar el perímetro y el área de polígonos, planteando afirmaciones sobre la base de simulaciones y la observación de casos.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**

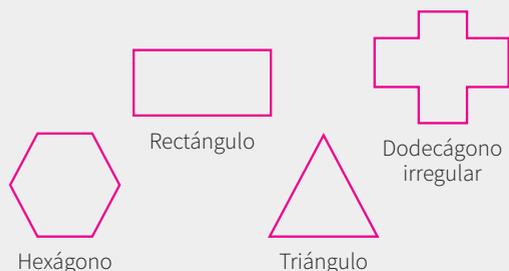


Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos**.
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.

1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema**:

- ¿Qué figuras geométricas identificas en las imágenes del problema? Dibújalas.



- ¿Qué características tiene un hexágono regular? Justifica tu respuesta.

Un hexágono regular es un polígono de seis lados y seis vértices, donde se cumple que todos sus lados son congruentes.

- ¿Qué te solicita el problema? ¿Qué tienes que hacer?

Pide hallar la medida del largo del poncho. Para solucionar, debemos buscar la medida de la diagonal de uno de los hexágonos y luego multiplicarla por 10.

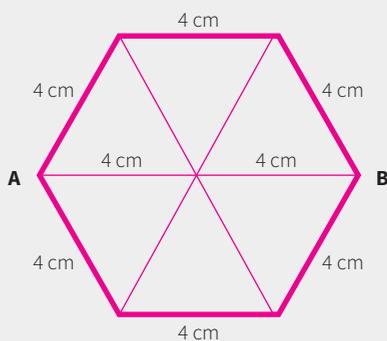
2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan**:

- ¿Qué estrategia será la más adecuada para resolver el problema?

Para este problema, podemos hallar el valor de la diagonal de uno de los hexágonos y luego aplicarlo para 10 hexágonos. Usaremos la estrategia heurística de diagramas analógicos.

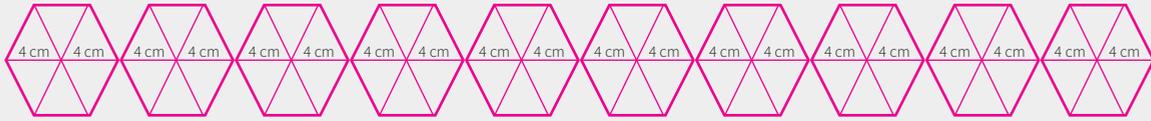
3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan**:

- Representa gráficamente uno de los hexágonos que se piensa diseñar en el poncho. Luego traza sus diagonales y determina su valor.



La diagonal:
 $AB = 8 \text{ cm}$

- Representa gráficamente los 10 hexágonos, consignando los valores de sus diagonales.
Responde: ¿cuál será el valor de la diagonal de los 10 hexágonos?



El valor de las 10 diagonales juntas es: $10 \times 8 \text{ cm} = 80 \text{ cm}$

- Responde la pregunta del problema: ¿cuál será la medida del largo del poncho?

Largo del poncho = 80 cm

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿Qué sucedería si los hexágonos no fueran regulares?

No se cumpliría que, al trazar las diagonales, se formen triángulos equiláteros y que cada diagonal sea igual al valor de dos lados del triángulo equilátero.

- Se sabe que para el ancho del poncho se usan 8 hexágonos, ¿cuánto medirá ese ancho? Explica brevemente la estrategia que utilizaste para resolver el problema planteado.

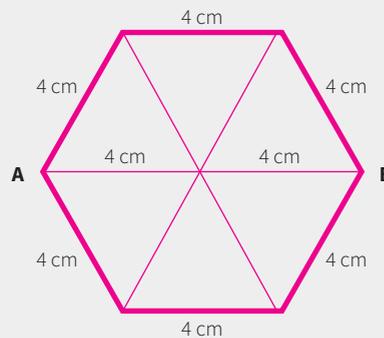
El ancho medirá (8) $8 \text{ cm} = 64 \text{ cm}$.

Se utilizó la estrategia del diagrama analógico, con un dibujo que representa la realidad de manera similar pero esquemática. En la situación problemática, se representa el diseño hexagonal de las figuras que tenía el poncho en sus bordes.

- Durante el desarrollo de la situación propuesta, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para responder las preguntas y dar solución a la situación inicial, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación inicial y se pregunta: *¿De qué trata el problema y qué pide resolver?*
- El docente indica que se trata de la confección de ponchos con diseños hexagonales en el borde y piden calcular la medida del largo de dicho poncho sabiendo que a lo largo ingresan 10 hexágonos regulares de 4 cm de lado.
- Para que los estudiantes lleguen a la comprensión, explica el proceso haciendo uso del material concreto, hexágono regular elaborado de cartulina de 4 cm de lado.
- Se ha previsto calcular el valor de la diagonal de uno de los hexágonos, luego aplicar la estrategia heurística de diagramas analógicos para establecer el largo del poncho.
- El docente o un estudiante voluntario realiza operaciones en la pizarra para calcular el largo del poncho: $10 \times 8 = 80 \text{ cm}$.



La diagonal:
AB = 8 cm



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.

- Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:
 - ¿Qué estrategia se utilizó para resolver el problema?
Se usó una expresión generalizada (una fórmula) para hallar el ángulo interno del polígono.
 - ¿Fue necesario hallar el ángulo central?
Sí fue necesario, pues nos da el valor de uno de los ángulos del triángulo.
 - Si se representa a uno de los paños, se tiene un triángulo. ¿Qué tipo de triángulo es y cuáles son sus características?
El triángulo que se forma es equilátero, donde se cumple que sus 3 lados tienen la misma medida. Ello implica que sus ángulos también tienen valores congruentes.
- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:
 - ¿Puedes identificar algún error en la solución o está correcto el procedimiento?
Existe un error en una de las operaciones ejecutadas, pues se simplificó el valor de 6 en el numerador y el denominador, cuando ambas cantidades no estaban dividiéndose.
 - En caso de haber un error, propón los procesos correctos.

$$m_{\angle i} = \frac{180^\circ(n-2)}{n} = \frac{180^\circ(6-2)}{6} = \frac{180^\circ(4)}{6}$$

$$m_{\angle i} = \frac{180^\circ(4)}{6} = 30^\circ(4) = 120^\circ$$

- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo con el equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4	1 2 3 4		
Amarillo ●	5 6 7	5		6 7
Azul ●	8 9 10		9 10	8

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. Relaciona ambas columnas mediante flechas.

Tiene once lados.	Eneágono
No tiene diagonales.	Hexágono
Su ángulo externo es el doble de su ángulo interno.	Cuadrado
Su ángulo central es recto.	Endecágono
Se puede dividir en nueve triángulos congruentes desde su centro.	Triángulo

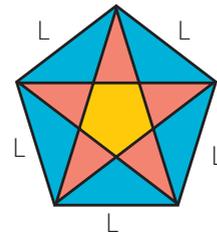
2. ¿Cuál de los polígonos mencionados tiene lados paralelos y perpendiculares?

- a) Romboide b) Trapecio c) Rombo **d) Rectángulo**

3. ¿Cuál es el polígono que tiene la misma cantidad de lados y de diagonales? Compruébalo.

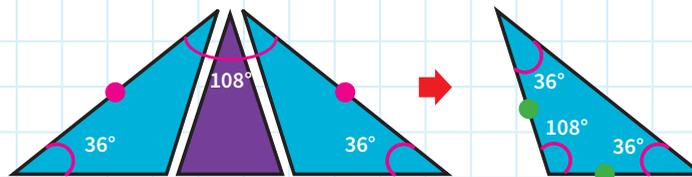
- a) Cuadrilátero b) Octágono **c) Pentágono** d) Eneágono

4. Se tiene una cometa con el diseño que aquí se muestra. ¿Cuáles son las medidas de los tres ángulos del triángulo obtuso más pequeño?



Respuesta adecuada:

Comprende la situación y observa que hay un pentágono, usando la fórmula de la medida del ángulo interno se obtiene que: $m_{\angle i} = \frac{180^\circ (5 - 2)}{5} = 108^\circ$



Lo que da como respuesta: 36°, 36° y 108°.

Respuesta parcial:

Comprende en forma incompleta y solamente calcula el ángulo interno del pentágono.

Respuesta inadecuada:

Otras respuestas.

5. Una porción de papel tiene forma de hexágono regular de 15 cm de lado. Al cortarse por una de sus diagonales, se obtienen dos pedazos en forma de cuadriláteros. ¿Cuál es el perímetro de cada cuadrilátero?

a) 75 cm b) 65 cm c) 60 cm d) 45 cm

6. La cantidad total de diagonales de un polígono regular es igual al triple de la cantidad de vértices. Calcula la medida de un ángulo central.

a) 10° b) 20° c) 30° d) 40°

7. ¿Cuál es la suma de los ángulos internos del cuerpo de una guitarra que tiene forma de estrella?



Respuesta adecuada:

Comprende la situación y aplica correctamente la fórmula de suma de ángulos internos, que es para cualquier polígono.

El cuerpo de la guitarra tiene 10 lados, por lo que se trata de un decágono ($n = 10$). Entonces aplicamos la suma de sus ángulos internos:

$$S_i = 180^\circ(10 - 2) = 1440^\circ$$

Respuesta parcial:

$n = 10$. Entonces aplicamos la suma de sus ángulos internos:

$$S_i = 180^\circ(10 - 2)$$

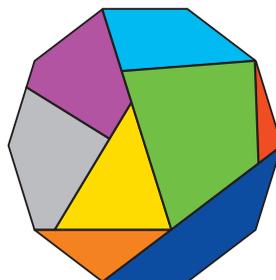
$$S_i = 1800^\circ - 2 = 1798^\circ$$

Respuesta inadecuada:

Otras respuestas, como 540° , o que no se puede saber porque no tiene ángulos iguales.

8. Dentro del decágono regular se muestran ocho polígonos de diferente tamaño. ¿Qué medida tiene el menor ángulo formado entre el lado del decágono y la diagonal trazada?

a) 36° b) 72° c) 144° d) 172°



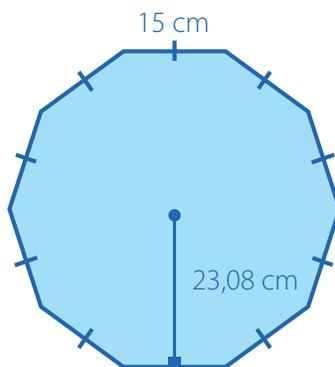
9. Se desea hacer una réplica de la ventana presentada. Si se sabe que tiene los lados iguales, ¿cuál es la medida del ángulo interior formado por dos lados consecutivos?

- a) 120°
b) $128,6^\circ$
 c) 252°
 d) $102,9^\circ$



Fuente: De Hispalois - Trabajo propio, GFDL, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=6106546>

10. Si un decágono regular tiene 15 cm de lado y la distancia del centro a uno de sus lados es 23,08 cm, ¿cuál es el área del decágono?



Respuesta adecuada:

La distancia del centro a un lado de un polígono regular es la apotema.
 Al tener sus lados de igual medida, el perímetro es $15 \times 10 = 150$ cm.
 Y para calcular el área del decágono se usa la fórmula:

$$A_{\text{decágono}} = \frac{\text{Perímetro} \times \text{Apotema}}{2} = \frac{150 \times 23,08}{2} = 1731 \text{ cm}^2$$

Respuesta parcial:

Calcula el perímetro del polígono, pero no aplica la fórmula para calcular el área del decágono.
 Al tener sus lados de igual medida, el perímetro es $15 \times 10 = 150$ cm.

Respuesta inadecuada:

Responde con otros resultados o no responde.



Sesión 20

Un paseo por el Parque de las Leyendas

I. Propósitos de aprendizaje

COMPETENCIA	CAPACIDADES	DESEMPEÑOS
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Describe la ubicación o el recorrido de un objeto real o imaginario y lo representa utilizando coordenadas cartesianas, planos o mapas a escala.
	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.	Lee textos o gráficos que describen características, elementos o propiedades de las formas geométricas bidimensionales. Reconoce propiedades de la semejanza y la composición de transformaciones (ampliación y reducción) para extraer información. Lee planos a escala y los usa para ubicarse en el espacio y determinar rutas.
	Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para describir el movimiento, la localización o las perspectivas (vistas) de los objetos, empleando unidades convencionales (centímetro, metro y kilómetro).

II. Secuencia didáctica

Inicio: (10 minutos)

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y los organiza en equipos de trabajo teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje. Para ello, debe conocer previamente las características de sus estudiantes.

Sugerencia para el docente:

- ▶ Los equipos de trabajo deben estar formados de acuerdo a los logros de aprendizaje de los estudiantes (equipos A: estudiantes destacados; equipos B: estudiantes que se encuentran en proceso; equipos C: estudiantes que se encuentran en inicio).
- ▶ Formar, como máximo, 6 equipos de trabajo.
- ▶ Se debe brindar mayor apoyo a los estudiantes que integran los equipos C.

- El docente plantea las siguientes pautas de trabajo:

- ▶ Invita a los equipos a establecer sus acuerdos y la forma o estrategia de comunicar sus resultados.
- ▶ Propone que deben respetar los acuerdos y los tiempos estipulados para cada actividad garantizando un trabajo efectivo.
- ▶ Incide en que se deben respetar las opiniones e intervenciones de todos y fomenta los espacios de diálogo y de reflexión.

- El docente comunica el logro previsto para la sesión que consiste en lo siguiente:
 - Describir la ubicación o el recorrido de objetos reales o imaginarios utilizando coordenadas cartesianas, planos o mapas a escala; leyendo gráficos que describen características, elementos o propiedades de las formas geométricas; empleando estrategias heurísticas o procedimientos para describir el movimiento y la localización.

Desarrollo: (70 minutos)

- **Tiempos sugeridos: Aprendemos, 20 min; Analizamos A, 10 min; Analizamos C, 10 min; Practicamos, 30 min**



Aprendemos

- El docente explica cómo está estructurada la primera sección de la ficha.
 - Se presenta una situación práctica relacionada con lo cotidiano. Esta incluye preguntas retadoras que involucran a los estudiantes en las actividades que se van a realizar.
 - Se plantean interrogantes y actividades siguiendo las fases de *Resolución de problemas: Comprendemos el problema, Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan, Ejecutamos la estrategia o plan y Reflexionamos sobre el desarrollo.*
- El docente presenta a los estudiantes el título de la sección **Aprendemos.**
- Se solicita la participación de un estudiante voluntario para dar lectura a la situación inicial; luego, la de dos o tres estudiantes que describan con sus propias palabras lo que han entendido. En esta sección el docente promoverá con mayor énfasis la participación de los integrantes del equipo C.
- Con la finalidad de dar solución a la situación propuesta mediante las fases de resolución de problemas, el docente realiza la mediación en todo momento y sugiere las respuestas a cada una de las preguntas de cada fase.
 1. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Comprendemos el problema:**
 - ¿Qué te piden en el problema?
Primero, hallar la distancia que hay desde la entrada al auditorio central.
Segundo, mencionar las orientaciones sobre las coordenadas para que Ana llegue a la zona de juegos.
 - ¿Cuál sería una referencia de ubicación? ¿Qué valor le asignarías?
La referencia sería el lugar de ingreso al parque, al cual le asignaría la coordenada (0; 0).
 2. Con la mediación del docente, los estudiantes responderán las preguntas de la fase **Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan:**
 - ¿Cómo resolverías el problema? ¿Qué estrategia te servirá para resolverlo?
Mi estrategia sería establecer submetas. Primero tener un punto de referencia y, a partir de allí, dirigirme al punto solicitado.
Me ubicaría en la parte de la entrada, que se convertiría en el punto de referencia (0; 0). Desde ahí me dirigiría al norte 3 cuadrículas, donde se ubica el auditorio central.
 3. Con la mediación del docente, los estudiantes desarrollarán la estrategia de la fase **Ejecutamos la estrategia o plan:**
 - Aplica tu estrategia elegida.

Primero:

Si la entrada es el punto de referencia, le asignamos el valor de:

(0; 0)

Para poder llegar al auditorio central, son 3 cuadrículas al norte.

Segundo:

Hallamos la distancia solicitada, si sabemos que cada cuadrícula representa:

$2000 \text{ cm} = 20 \text{ m}$

Distancia de la entrada al auditorio central:

$D_{AQ} = 20 \text{ m} \times 3$

$D_{AQ} = 60 \text{ m}$

Distancia de la entrada al auditorio central = 60 m

- Determina las orientaciones para llegar a la zona de juegos.

La zona de juegos se encuentra en el punto: **O**
Como Ana está en la entrada, entonces su punto de referencia es: **(0; 0)**

A partir del punto de referencia, la orientación para llegar al punto **O** es:

4 cuadrículas arriba, luego 4 a la izquierda.

Las coordenadas para llegar al punto **O** son: **(-4; 4)**

4. Con la mediación del docente, responderán las preguntas de la fase **Reflexionamos sobre el desarrollo**:

- ¿A qué lugar llegarías si te dijeran que debes dirigirte a las coordenadas (-1; 5)?

La orientación corresponde al punto M, por lo que estaríamos en Sallqa Yachay Wasi.

- ¿Es posible dirigirnos al lugar cuyas coordenadas son (-3; -4) para esta situación?

No es posible, porque esa coordenada ya no correspondería a la zona del Parque de las Leyendas.

- Durante el desarrollo de esta sección el docente acompaña a los equipos de trabajo, respondiendo preguntas y realizando la retroalimentación oral de forma individual o grupal si el caso lo requiere.



Analizamos

- El docente indica que la sección **Analizamos** de la ficha será resuelta por cada equipo, cuyos integrantes responderán preguntas que permitan hacer el análisis de la resolución de las situaciones planteadas.
- El docente explica la forma de abordar esta parte de la ficha de trabajo:
 - Se lee la situación A; se analiza el procedimiento de resolución y se responden las preguntas sobre la estrategia empleada.
 - Se lee la situación C; se analiza el procedimiento de resolución para encontrar el error y se responden las preguntas de forma individual.
- Los estudiantes leen la situación A, analizan el procedimiento y en equipo responden las preguntas o enunciados que les permiten reflexionar sobre la resolución de la situación planteada:
 - ¿Cuál fue la estrategia usada para resolver la situación? Descríbela.
Se establecieron submetas.
Primero, se identificó la escala usada para la elaboración del plano; asimismo, se establecieron equivalencias en las medidas de longitud, de modo que queden expresadas en centímetros (cm).
Segundo, se midió con una regla el perímetro del parque y luego se convirtió a la medida real, considerando la escala 1:2500.
 - ¿Cómo emplearías la estrategia para hallar el perímetro de la catedral del Cusco?
Primero: Hallaría el perímetro de la catedral del Cusco haciendo uso de la regla.
Segundo: Haría la conversión considerando la escala 1:2500.
- Luego el docente indica analizar el procedimiento y la solución de la situación C, que tiene la característica de presentar algún tipo de error (de concepto, de aplicación, de procedimiento o de razonamiento). Los estudiantes, por medio del análisis, deberán identificar los errores y proponer su corrección respondiendo las preguntas:
 - ¿La propuesta de solución es correcta? De no ser así, propón su solución.
No es correcta, ya que el punto de referencia, que es la catedral, ha sido asignado con las coordenadas (1; 1), lo cual está errado.
A partir de este error, se han ubicado los otros pares ordenados también de manera errada.
Lo correcto sería que el punto de referencia tuviera las coordenadas (0; 0).
Enrique le diría a Felipe que debiera dirigirse a las coordenadas (4; 3).
Para ir al estadio Mansiche, deberá ubicar las coordenadas (-4; 1).
Si Felipe primero llega a la casa de su primo Enrique y toma como punto de referencia dicha casa, las coordenadas para llegar al estadio serán (-7; -3).

- ¿Habrá otra forma de resolver el problema?

Sí, mediante orientaciones de los puntos cardinales.

Primero:

A partir de la catedral de Trujillo, Enrique le diría a Felipe que se dirija 3 cuadras al norte y luego, 4 cuadras al este.

Segundo:

Para ir al estadio Mansiche partiendo de la catedral, deberá ir 4 cuadras al oeste y 1 al norte.

Tercero:

Si Felipe primero llega a la casa de su primo Enrique y toma como punto de referencia dicha casa, para llegar al estadio deberá ir 3 cuadras al sur y luego 7 cuadras al oeste.

- Durante el análisis de las situaciones propuestas, el docente monitorea el trabajo en equipo y el trabajo individual. Si los estudiantes presentan dificultades para comprender el procedimiento y la solución de la situación A, el docente propone, a manera de ejemplo, realizar la siguiente retroalimentación.

Retroalimentación:

- Se sugiere a los estudiantes leer nuevamente la situación A y observar parte del plano de la ciudad del Cusco.
- El docente se dispone a explicar que en la parte inferior derecha del plano se muestra la escala gráfica. Se solicita a los estudiantes tomar la medida con una regla, luego se puede establecer que 2 cm en el plano equivalen a 50 m en la realidad; entonces, 1 cm en el plano equivale a 25 m en la realidad, es decir, la escala es 1: 2500.
- El docente o un estudiante voluntario usando una regla determina el perímetro de la plaza de armas, que resulta 15,9 cm, por lo que en la vida real será: $15,9 \text{ cm} \times 2500 = 39\ 750 \text{ cm} = 397,5 \text{ m}$
- Por lo tanto, se deberá prever flores para el perímetro de la plaza de armas que tiene 397,5 m.



Practicamos

- El docente indica que las situaciones planteadas en la sección **Practicamos** se organizan por colores (verde, amarillo y azul). Estas serán resueltas por cada estudiante considerando su ritmo de aprendizaje.
- Los equipos de trabajo desarrollarán las actividades de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde ●	1 2 3 4		4	1 2 3 4
Amarillo ●	5 6 7	6 7	5 6 7	5
Azul ●	8 9 10	8 9 10	8	

- Los estudiantes desarrollan las situaciones propuestas, de acuerdo al equipo que les corresponda. Reitere que deben utilizar las fases propuestas al inicio de la sesión, poniendo énfasis en el uso de estrategias.
- El docente monitorea el desarrollo y absuelve las dudas que puedan tener los estudiantes.

Sugerencia para el docente:

La sección **Practicamos** debe afianzar los aprendizajes, por lo que se deberá monitorear que cada estudiante vaya resolviendo las situaciones propuestas de manera individual, consignando sus procedimientos y resultados. Si los estudiantes muestran dificultades, deberá tener en cuenta la retroalimentación oral de forma individual o grupal para lograr los propósitos de la sesión.

Cierre: (10 minutos)

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes mediante las siguientes preguntas:
 - ¿Qué aprendiste hoy?
 - ¿En qué situaciones tuviste dificultades? ¿Por qué?
 - ¿Cómo superaste las dificultades presentadas?
 - ¿En qué otras situaciones podrías aplicar las estrategias de la presente sesión?

Reforzamos en casa

- El docente invita a los estudiantes de cada equipo a realizar el análisis de la situación B.
- Solicita a los estudiantes que desarrollen las situaciones propuestas en la sección **Practicamos** de la siguiente manera:

Color de preguntas	Números de preguntas	Equipos de trabajo		
		Equipo A	Equipo B	Equipo C
Verde 				
Amarillo 				
Azul 				

Materiales o recursos

- Ministerio de Educación. (2017). *Resolvamos problemas. Cuaderno de trabajo de Matemática. Secundaria 2*. Lima: Autor.
- Plumones de colores, cartulinas, tarjetas, papelotes, cinta *masking tape*, pizarra, tizas, etc.



Practicamos

1. ¿Qué escala se usó para reproducir el mapa pequeño con respecto al mapa grande?

a) 1:1

b) 1:2

c) 1:4

d) 1:8



Fuente: <https://goo.gl/LPJLnF>

2. En el mapa del Perú durante el Virreinato, tomando como punto de referencia la ciudad de Tarma, ¿cuántas ciudades se muestran en el cuarto cuadrante?

a) 1

b) 3

c) 5

d) 6



Fuente: <https://goo.gl/ZgrNTR>

3. En el siguiente mapa se presenta un pequeño territorio del distrito de Villa El Salvador, provincia de Lima. Si se toma como punto de referencia el cruce de la Av. Mariano Pastor Sevilla y la Av. El Sol, ¿en qué cuadrante se ubica el Parque Industrial y cuál será la coordenada del cruce de la Av. Separadora Industrial con la Av. José Carlos Mariátegui?



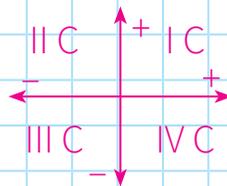
Fuente: <https://goo.gl/1aEFLX>

- a) I cuadrante; (8; 5) **b) II cuadrante; (8; 5)** c) I cuadrante; (5; 8) d) II cuadrante; (5; 8)

4. Si los números correspondientes a un par ordenado son negativos, ¿en qué cuadrante del plano cartesiano se encuentran?

Respuesta adecuada:

El estudiante comprende que en el plano cartesiano podemos encontrar 4 cuadrantes, donde el I C tiene el semieje x positivo y semieje y positivo, el II C tiene semieje x negativo y semieje y positivo, el III C tiene semieje x negativo y semieje y negativo y el IV C tiene semieje x positivo y semieje y negativo.



Por lo tanto, un par ordenado con números negativos se encuentra en el III cuadrante.

Respuesta parcial:

El estudiante justifica los valores de los signos en cada cuadrante, pero se equivoca en la respuesta.

Respuesta inadecuada:

El estudiante no comprende la situación y responde, por ejemplo, I cuadrante, II cuadrante o IV cuadrante.

5. La distancia entre dos pueblos es de 3 km. ¿A qué distancia se encontrarán en el mapa si la escala es 1:600 m?

- a) 3 cm **b) 5 cm** c) 4 cm d) 6 cm

6. Si la medida de la cama grande es de $2\text{ m} \times 2\text{ m}$, ¿cuál es el área del departamento sabiendo que de largo equivale a 5,5 camas y de ancho, a 3,5 camas?

- a) 77 m²**
b) 84 m²
c) 92 m²
d) 98 m²



Fuente: <https://www.pinterest.es/pin/335166397237743328/visual-search/?x=16&y=12&w=530&h=397>

7. En un mapa de América del Sur, elaborado a escala de 1:84 000 000, la mayor distancia de norte a sur corresponde a dos puntos situados a 120 mm; y la mayor distancia de este a oeste corresponde a 100 mm, aproximadamente. ¿Cuántos kilómetros representan estas distancias?

Respuesta adecuada:

El estudiante evidencia que comprende el problema, indicando que la escala 1:84 000 000 equivale a que 1 cm en el mapa es 840 km en la realidad. Entonces, 120 mm equivalen a 12 cm, que en la realidad son 10 080 km, y 100 mm, que equivalen a 10 cm, en la realidad son 8400 km.

Respuesta parcial:

Solo logra comprender una parte del problema y responde correctamente una de las dos distancias aunque no coloque las unidades.

Respuesta inadecuada:

El estudiante no comprende la situación y realiza una respuesta sin una explicación adecuada.

Por ejemplo:

- Divide 84 000 000 entre 120 = 700 000
- Divide 84 000 000 entre 100 = 840 000

8. En un mapa a escala 1:60 000, la distancia entre dos pueblos es de 12 cm. ¿Cuál será la distancia en la realidad?

- a) 1,2 km b) 2,8 km **c) 7,2 km** d) 8,2 km

9. Luis ha encontrado un mapa y desea saber cuál es la escala con la que se ha confeccionado. Ayuda a Luis a encontrar la respuesta.



- a) 1:100 000 b) 1:1 000 000 c) 1:10 000 000 d) 1:100 000 000

10. El diámetro de una célula humana mide cuatro millonésimas de metro, y en la pantalla de un microscopio electrónico se ve con un diámetro de 2 cm. ¿Qué escala se ha empleado?

Respuesta adecuada:

El estudiante comprende la situación y escribe cuatro millonésimas de metros.

$$0,000\ 004\ \text{m} = 0,000\ 004\ (100\ \text{cm})$$

$$0,000\ 004\ \text{m} = 0,0004\ \text{cm}$$

Comparando la ampliación con lo visto en el microscopio:

$$2\ \text{cm (ampliación)} = \frac{4}{10\ 000}\ \text{cm (microscopio)}$$

Multiplicando por 10 000 a ambos miembros, se tiene:

$$2 \times 10\ 000 = \frac{4}{10\ 000} \times 10\ 000$$

$$20\ 000 = 4$$

$$5000 = 1$$

Por lo tanto, la escala es 5000 : 1.

Eso quiere decir que el microscopio aumenta 5000 veces una célula humana.

Respuesta parcial:

El estudiante comprende la situación y escribe cuatro millonésimas de metros en centímetros.

$$0,000\ 004\ \text{m} = 0,000\ 004\ (100\ \text{cm})$$

$$0,000\ 004\ \text{m} = 0,0004\ \text{cm}$$

Establece la equivalencia:

$$2\ \text{cm} = 0,004\ \text{cm}$$

Sin embargo, no logra representarla en la notación como escala de manera simplificada.

Respuesta inadecuada:

El estudiante no comprende la situación y responde, por ejemplo:

- 2000 : 1
- 4000 : 1

CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

I La democracia y el sistema interamericano

Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base de estado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia. Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

II

La democracia y los derechos humanos

Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

III

Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

IV

Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional

democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática. Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

V

La democracia y las misiones de observación electoral

Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

VI

Promoción de la cultura democrática

Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.