

Cuaderno de trabajo de Matemática

RESOLVAMOS PROBLEMAS

S E C U N D A R I A

1



MINISTERIO DE EDUCACIÓN



Resolvamos problemas 1

Cuaderno de trabajo de Matemática

Editado por:

Ministerio de Educación
Calle Del Comercio N.º 193, San Borja
Lima 41, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Propuesta de contenidos:

Larisa Mansilla Fernández
Olber Muñoz Solís
Juan Carlos Chávez Espino
Hugo Luis Támara Salazar
Hubner Luque Cristóbal Jave
Enrique García Manyari

Revisión pedagógica:

Olber Muñoz Solís
Larisa Mansilla Fernández
Juan Carlos Chávez Espino

Revisión académica:

Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo

Diseño y diagramación:

Carlos Héctor Boza Loayza

Corrección de estilo:

Martha Silvia Petzoldt Diaz

Primera edición: setiembre de 2017

Segunda edición: junio de 2019

Tiraje: 477 893 ejemplares

Impreso por:

Se terminó de imprimir en septiembre de 2019, en los talleres gráficos de Corporación Gráfica Navarrete S. A., sito en Carretera Central 759 Km 2, Santa Anita, Lima-Perú. Teléfono: 3620606 RUC: 20347258611

©Ministerio de Educación

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.º 2019-08830

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*



Estimada/o estudiante:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el cuaderno de trabajo *Resolvamos problemas 1*, que estamos seguros te ayudará a descubrir la presencia de la matemática en la vida cotidiana y a utilizarla de manera adecuada y creativa en la resolución de problemas vinculados a la realidad.

Este cuaderno ha sido elaborado para ti. En él encontrarás diversas estrategias heurísticas, como hacer diagramas tabulares, diagrama de árbol o diagramas lineales; particularizar y plantear ecuaciones, utilizar ensayo y error, entre otras, que te serán útiles en el proceso de resolución de problemas.

En su estructura, el cuaderno te propone una diversidad de fichas de trabajo, cada una de las cuales se encuentra organizada en tres secciones: *Aplicamos nuestros aprendizajes*, *Comprobamos nuestros aprendizajes* y *Evaluamos nuestros aprendizajes*.

En la primera sección, *Aplicamos nuestros aprendizajes*, te presentamos una situación relacionada con la vida cotidiana, que será abordada a través de interrogantes que pretenden movilizar tus capacidades y conocimientos, lo cual te ayudará a comprender el problema, diseñar o seleccionar una estrategia o plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre lo desarrollado.

En la segunda sección, *Comprobamos nuestros aprendizajes*, te planteamos tres situaciones de contexto, en cuyo desarrollo podrás explicar el proceso de resolución, identificando estrategias y describiendo procedimientos utilizados. Este análisis te permitirá plantear otros caminos de resolución, así como identificar errores y realizar tu propia corrección.

Finalmente, en la tercera sección, *Evaluamos nuestros aprendizajes*, te presentamos situaciones de diverso grado de complejidad en contextos variados y apoyados en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, te darás cuenta de tus progresos.

Esperamos que con esta experiencia sientas que hacer matemática es un reto posible de alcanzar. Disfrútalo.



Ficha 1

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Organizamos datos 13
- Comprobamos nuestros aprendizajes 16
- Evaluamos nuestros aprendizajes 22

Ficha 5

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Delegación de deportistas para la disciplina de natación 67
- Comprobamos nuestros aprendizajes 70
- Evaluamos nuestros aprendizajes 74

Ficha 2

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Cuidamos nuestro jardín 29
- Comprobamos nuestros aprendizajes 32
- Evaluamos nuestros aprendizajes 35

Ficha 6

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Promovemos la práctica del deporte 81
- Comprobamos nuestros aprendizajes 84
- Evaluamos nuestros aprendizajes 88

Ficha 3

Resuelve problemas de cantidad.

- Compartimos un pan chuta 43
- Comprobamos nuestros aprendizajes 46
- Evaluamos nuestros aprendizajes 50

Ficha 7

Resuelve problemas de cantidad.

- Temperaturas extremas en el Perú 93
- Comprobamos nuestros aprendizajes 96
- Evaluamos nuestros aprendizajes 99

Ficha 4

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Turismo en La Libertad 55
- Comprobamos nuestros aprendizajes 58
- Evaluamos nuestros aprendizajes 61

Ficha 8

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Utilizamos el mecano para construir formas geométricas 105
- Comprobamos nuestros aprendizajes 108
- Evaluamos nuestros aprendizajes 111

Ficha 9

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Promociones por inauguración de tienda 117
- Comprobamos nuestros aprendizajes 120
- Evaluamos nuestros aprendizajes 125

Ficha 13

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- El azar 171
- Comprobamos nuestros aprendizajes 174
- Evaluamos nuestros aprendizajes 177

Ficha 10

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Repartimos frutas 131
- Comprobamos nuestros aprendizajes 134
- Evaluamos nuestros aprendizajes 137

Ficha 14

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- ¿Se respetan los límites de velocidad? 183
- Comprobamos nuestros aprendizajes 186
- Evaluamos nuestros aprendizajes 189

Ficha 11

Resuelve problemas de cantidad.

- Descuentos 143
- Comprobamos nuestros aprendizajes 146
- Evaluamos nuestros aprendizajes 150

Ficha 15

Resuelve problemas de cantidad.

- Elaboración de marcos para cuadros 195
- Comprobamos nuestros aprendizajes 198
- Evaluamos nuestros aprendizajes 201

Ficha 12

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Construimos cajas 157
- Comprobamos nuestros aprendizajes 160
- Evaluamos nuestros aprendizajes 164

Ficha 16

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Tejidos de la cultura paracas 207
- Comprobamos nuestros aprendizajes 210
- Evaluamos nuestros aprendizajes 214

Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

1. Estrategias de comprensión

Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuáles son las condiciones del texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a resolver el problema.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números,

diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde. Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que el/la docente tome todos los problemas del cuaderno y realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraseos por cada problema presentado. Esos ejercicios le ayudarán a mejorar su desempeño en la conducción de las tareas en el aula.

Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se

va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

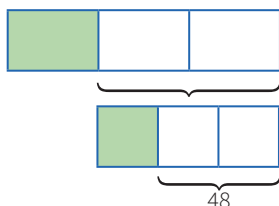
Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y $\frac{1}{3}$ del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	x	18
Felipe	x	8	$x + 5$	
TOTAL		8		

Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

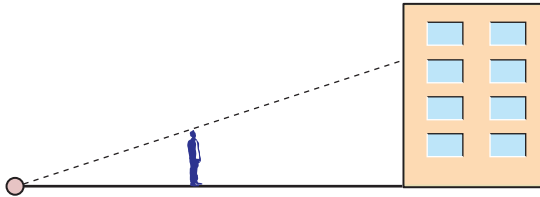
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

Resolución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

Resolución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



Diagramas conjuntistas

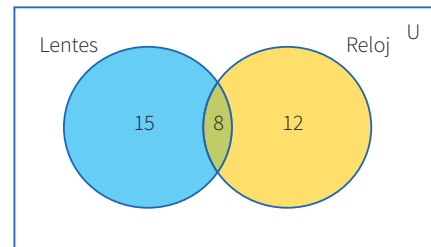
Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

Resolución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.
Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



Diagramas cartesianos

Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

Ejemplo:

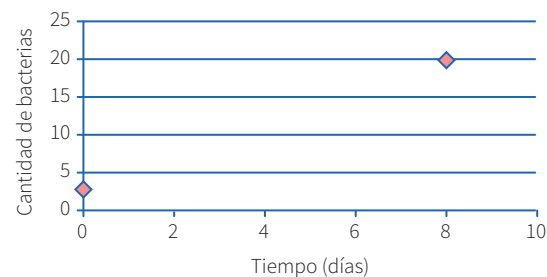
El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

Resolución:

Cantidad:

Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.

Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

Resolución:

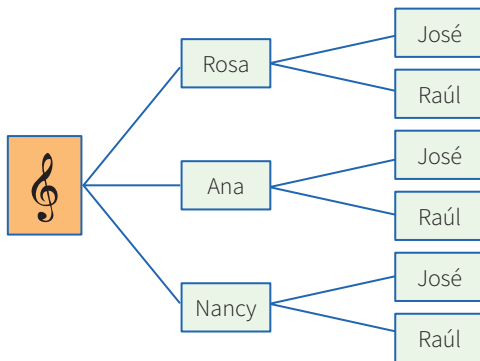
Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto.



Diagrama de árbol

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

Ejemplo: Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



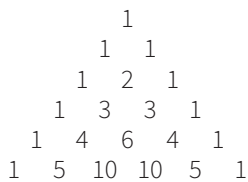
3. Otras estrategias

Busca patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

Ejemplo:

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.



Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma

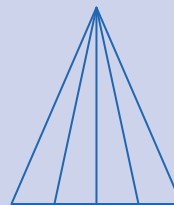
de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

Haz una lista sistemática

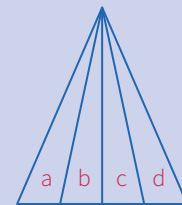
En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

Ejemplo:

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.



Resolución:

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:
 Triángulos con una letra: a-b-c-d
 Triángulos con dos letras: ab-bc-cd
 Triángulos con tres letras: abc-bcd
 Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ triángulos.

Generaliza

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

Ejemplo:

Halla el valor de $(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2$.

Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

$$(n + 1)^2 - n^2, \text{ cuando } n \text{ vale } 234\ 756\ 473$$

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

$$(n + 1 + n)(n + 1 - n) = (n + 1) + n$$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier n entero positivo, se cumple:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

Entonces:

$$(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2 = 469\ 512\ 947$$

Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale $S/100$ y elijo primero el descuento, termino pagando $S/106$. Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.
- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos enzarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La

combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

Ejemplo:

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

Solución:

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como $\div 2, -3$.
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos: $x = 90$

Plantea una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

Ejemplo:

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

Solución:

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.

- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]; \text{ simplificando:}$$

$$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x; \text{ de donde } x = 2,4 \text{ horas}$$

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

Establece submetas

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 22 millones de habitantes y se sabe que la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



©Shutterstock

Solución:

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 44 millones. Si bien aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



©Shutterstock

Solución:

- Primero se observa que $50 \times 50 = 2500$, número que no llega; y que $60 \times 60 = 3600$, el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- 55×56 no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar $53 \times 54 = 2862$, el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con $56 \times 57 = 3192$, se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

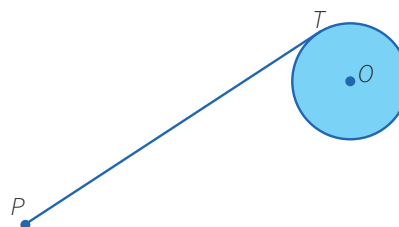
Supón el problema resuelto

Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto T es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos O con T , tendremos que OT es perpendicular a PT .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados, P , T y O , es posible hacer un triángulo uniendo el punto P con el punto O . Se observa que el triángulo es rectángulo.



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de una muestra mediante variables cuantitativas discretas y elaboramos gráficos de barras. También leemos tablas de frecuencias y gráficos de barras produciendo nueva información.

Organizamos datos

Martín, tutor de un aula de primer grado de secundaria, aprovecha la reunión de padres de familia para preguntar la edad de sus hijas e hijos, con la finalidad de identificar la cantidad de estudiantes que se beneficiarán de una campaña de salud, dirigida a niñas y niños de 6 a 12 años. Estas fueron sus respuestas: 12; 14; 12; 8; 12; 14; 11; 11; 6; 9; 12; 14; 13; 11; 8; 6; 8; 9; 11; 13; 12; 11; 14; 6; 6; 9; 12; 14; 8; 12; 13; 12; 14; 8; 9; 12; 14; 11; 14.



Fuente: <https://goo.gl/WQ2yCG>

1. Elabora un gráfico estadístico apropiado para representar las edades de las niñas y los niños.
2. ¿Qué cantidad de niñas y niños pertenecen al aula de primero si las edades del grado están entre 10 y 14 años?
3. ¿Cuál es el porcentaje de niñas y niños que pertenecen al primer grado de secundaria?
4. ¿Qué porcentaje de niñas y niños se beneficiarán de la campaña de salud?



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de una muestra mediante variables cualitativas y cuantitativas discretas y leemos gráficos de barras y gráficos circulares. También organizamos en una tabla de frecuencias los datos recopilados de una encuesta y planteamos conclusiones sobre la variable de estudio haciendo uso de nuestros conocimientos estadísticos.

Situación significativa A

Las/Los estudiantes del 1.º D, después de hacer una encuesta en la institución educativa sobre la edad (años cumplidos) de sus compañeras/os, obtuvieron los siguientes datos:

11 14 12 14 13 14 11 13 12 14
 13 12 12 13 12 12 12 11 12 12
 13 12 13 12 13 12 13 14 14 13

De acuerdo a los datos obtenidos, procesa y organiza la información en una tabla de frecuencias y represéntala mediante un gráfico de barras y un gráfico circular.

Resolución

Organizamos los datos en la siguiente tabla de frecuencias, siguiendo las pautas que se indican: la frecuencia absoluta (f_i) indica el número de veces que se repite un valor en un conjunto de datos, la frecuencia relativa (h_i) se obtiene al dividir la frecuencia absoluta entre el número total de datos y la frecuencia relativa porcentual ($h_i \%$) se obtiene multiplicando cada frecuencia relativa por 100:

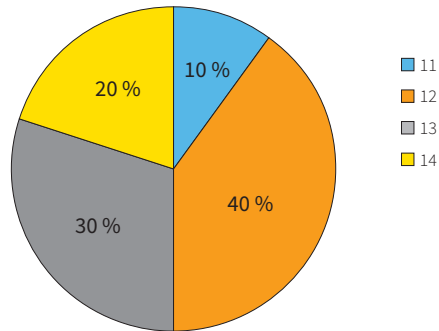
Edad	Conteo	f_i	h_i	$h_i \%$
11	///	3	0,1	10 %
12	/// //	12	0,4	40 %
13	/// //	9	0,3	30 %
14	///	6	0,2	20 %
Total		30	1	100 %

Elaboramos el gráfico de barras.



Elaboramos el gráfico circular, a partir de las frecuencias relativas porcentuales. Por ejemplo, la cantidad de estudiantes con 12 años representa el 40 % del total; luego, su sector tendrá un ángulo equivalente a $\frac{40}{100} \times 360^\circ = 144^\circ$. (Utiliza tu transportador).

Edad de las/los estudiantes



1. Describe el procedimiento que se utilizó para dar respuesta al reto de la situación.

3. ¿Qué porcentaje de estudiantes tiene 13 años?

2. ¿Cuál de los dos gráficos resulta más conveniente para representar los datos? ¿Por qué?

4. El porcentaje de estudiantes que tienen menos de 14 años representa el 80 %. ¿Es correcta esta afirmación? Justifica por qué.

Situación significativa B

Una compañía encuesta a su personal para saber cuál es su deporte favorito y así organizar su campeonato de aniversario. En la siguiente tabla de distribución de frecuencias, se muestran algunos resultados de la encuesta.

Deporte	f_i	h_i	$h_i \%$
Fútbol	25		
Básquet			
Natación		0,1	
Tenis	12		
Total	60	1	100 %

- Completa la tabla y determina, ¿cuántas personas indicaron que el básquet es su deporte favorito?
- ¿Qué porcentaje del personal no señaló al fútbol como su deporte favorito?

Resolución

Para completar la tabla, realizamos las siguientes operaciones:

- Calculamos la frecuencia relativa (h_1) y la frecuencia relativa porcentual ($h_1 \%$) para el fútbol:

$$h_1 = \frac{25}{60} = 0,417$$

$$h_1 \% = 0,417 \times 100 \% = 41,7 \%$$

- Calculamos la frecuencia absoluta (f_3) y la frecuencia relativa porcentual ($h_3 \%$) para la natación:

$$f_3 = 60 \times 0,1 = 6$$

$$h_3 \% = 0,1 \times 100 \% = 10 \%$$

- Calculamos la frecuencia absoluta (f_2), la frecuencia relativa (h_2) y la frecuencia relativa porcentual ($h_2 \%$) para el básquet:

$$f_2 = 60 - (25 + 6 + 12) = 17$$

$$h_2 = \frac{17}{60} = 0,283$$

$$h_2 \% = 0,283 \times 100 \% = 28,3 \%$$

- Calculamos la frecuencia relativa (h_4) y la frecuencia relativa porcentual ($h_4 \%$) para el tenis:

$$h_4 = \frac{12}{60} = 0,20$$

$$h_4 \% = 0,20 \times 100 \% = 20 \%$$

Completando la tabla de distribución de frecuencias se tiene:

Deporte	f_i	h_i	$h_i \%$
Fútbol	25	0,417	41,7 %
Básquet	17	0,283	28,3 %
Natación	6	0,1	10 %
Tenis	12	0,2	20 %
Total	60	1	100 %

Respuestas:

- a. 17 personas indicaron que el básquet es su deporte favorito.
- b. El porcentaje del personal que no señaló al fútbol como su deporte favorito es: $100 \% - 41,7 \% = 58,3 \%$

1. Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

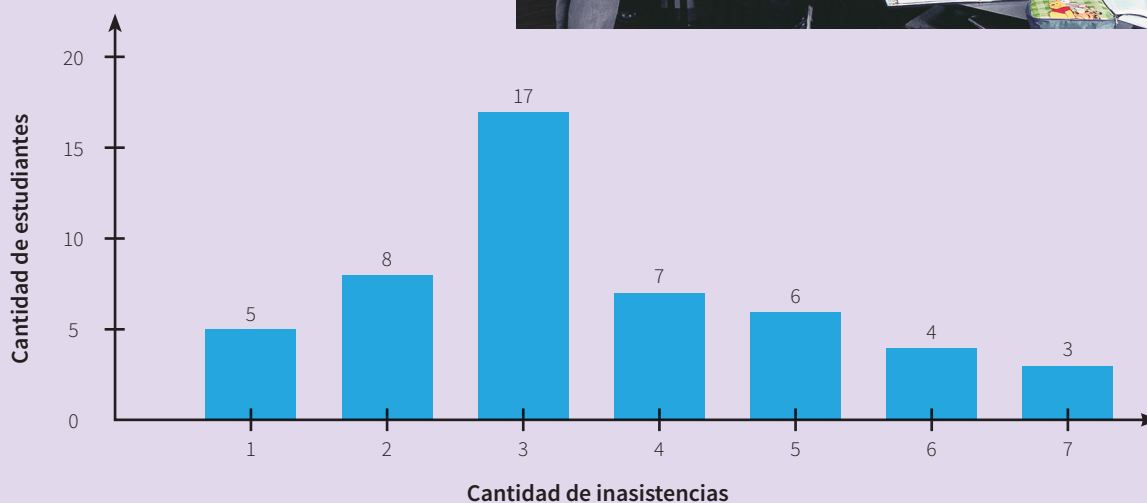
2. ¿Fue necesario completar toda la tabla? ¿De qué depende esto en general?

3. La variable cualitativa describe una cualidad o característica de cada elemento de una muestra o población, usualmente se expresa con palabras. Las variables cuantitativas miden o cuentan una característica numérica de cada elemento de la muestra o población, sus valores se expresan con números. De acuerdo a esta información, ¿a qué tipo de variable corresponden los datos de esta encuesta?

Situación significativa C

En la siguiente gráfica de barras se muestra el número de inasistencias de un grupo de 50 estudiantes durante el año escolar.

¿Qué cantidad de estudiantes tuvo no más de 5 inasistencias?



Aprendemos a partir del error

Resolución

Lo que el problema nos solicita es, en otras palabras, hallar la cantidad de estudiantes que tuvieron 1, 2, 3 o 4 inasistencias.

Del gráfico podemos leer que:

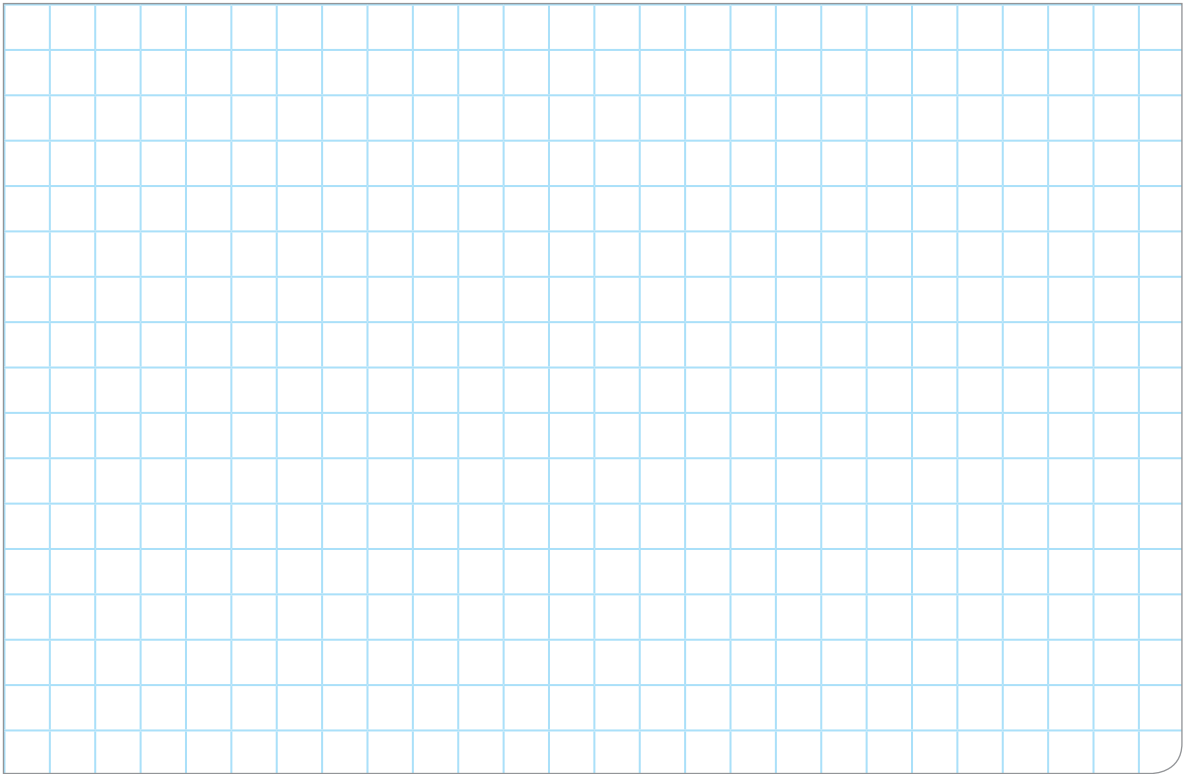
- Estudiantes con 1 inasistencia: 5
- Estudiantes con 2 inasistencias: 8
- Estudiantes con 3 inasistencias: 17
- Estudiantes con 4 inasistencias: 7

Luego, son en total: $5 + 8 + 17 + 7 = 37$ estudiantes.

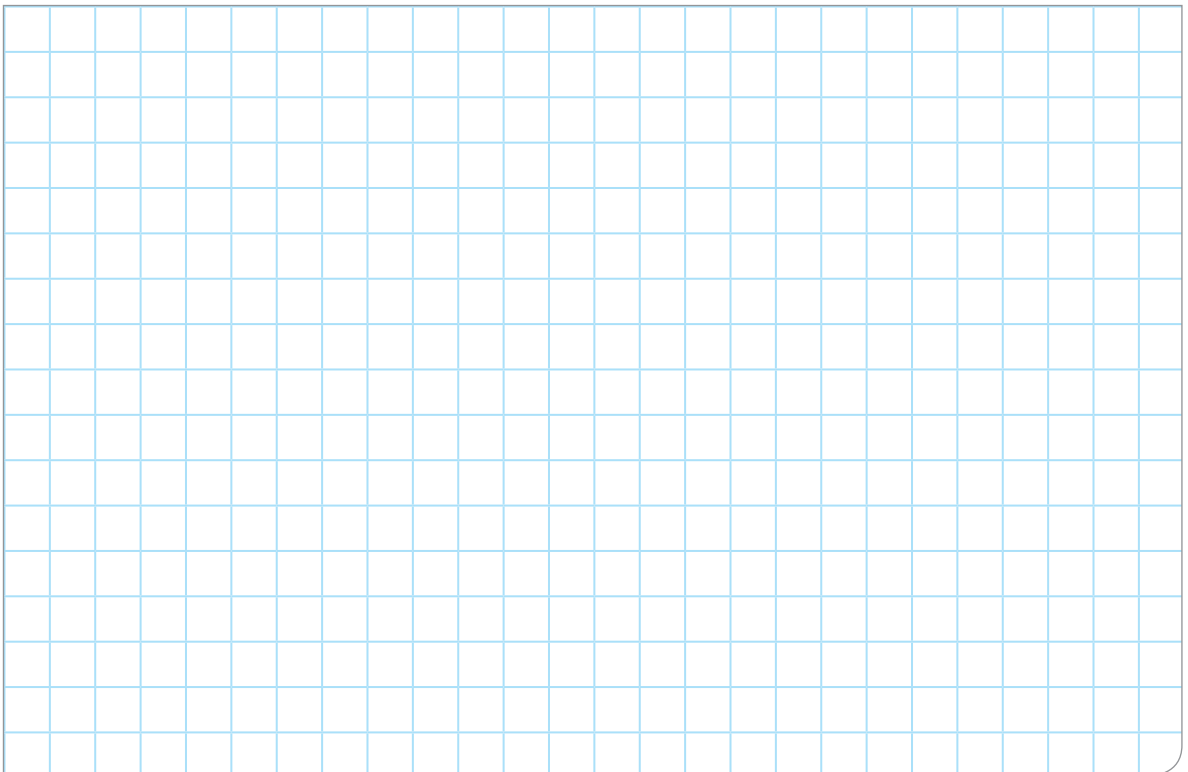
Respuesta:

37 estudiantes tuvieron menos de 5 inasistencias.

1. ¿El procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa es correcto? ¿Por qué?



2. Si el procedimiento de la resolución fuera errado, ¿cuál sería el procedimiento correcto?





Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de una muestra mediante variables cualitativas y cuantitativas discretas y leemos gráficos de barras y gráficos circulares. También organizamos en una tabla de frecuencias los datos recopilados de una encuesta y planteamos conclusiones sobre la variable de estudio haciendo uso de nuestros conocimientos estadísticos.

Rosario ha organizado en la siguiente tabla de frecuencias el color favorito de 30 estudiantes de su aula.

Color favorito	f_i
Rojo	8
Verde	
Azul	6
Amarillo	5
Naranja	4
Violeta	3

De acuerdo con esta información, responde las preguntas de la 1 a la 4:

1. ¿Qué cantidad de estudiantes prefiere el color verde?

- a) 7 b) 6 c) 5 d) 4

2. ¿Cuál es el color de mayor preferencia en el aula de Rosario?

- a) Rojo b) Verde c) Azul d) Amarillo

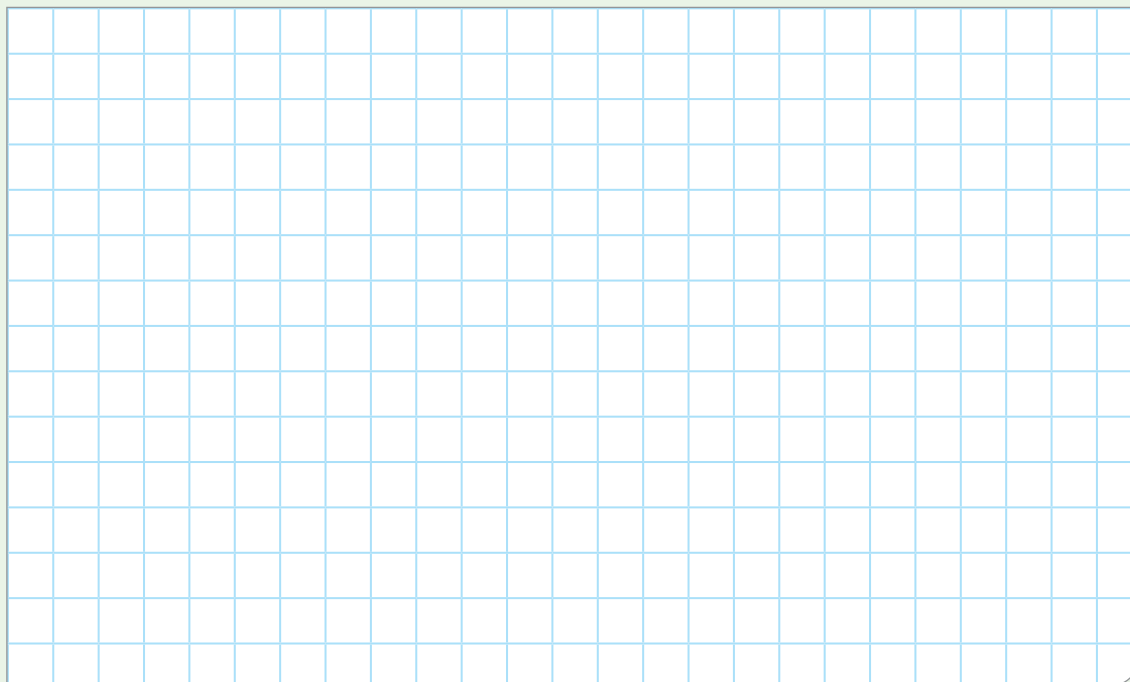
3. ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que prefieren el color azul?

a) 10 %

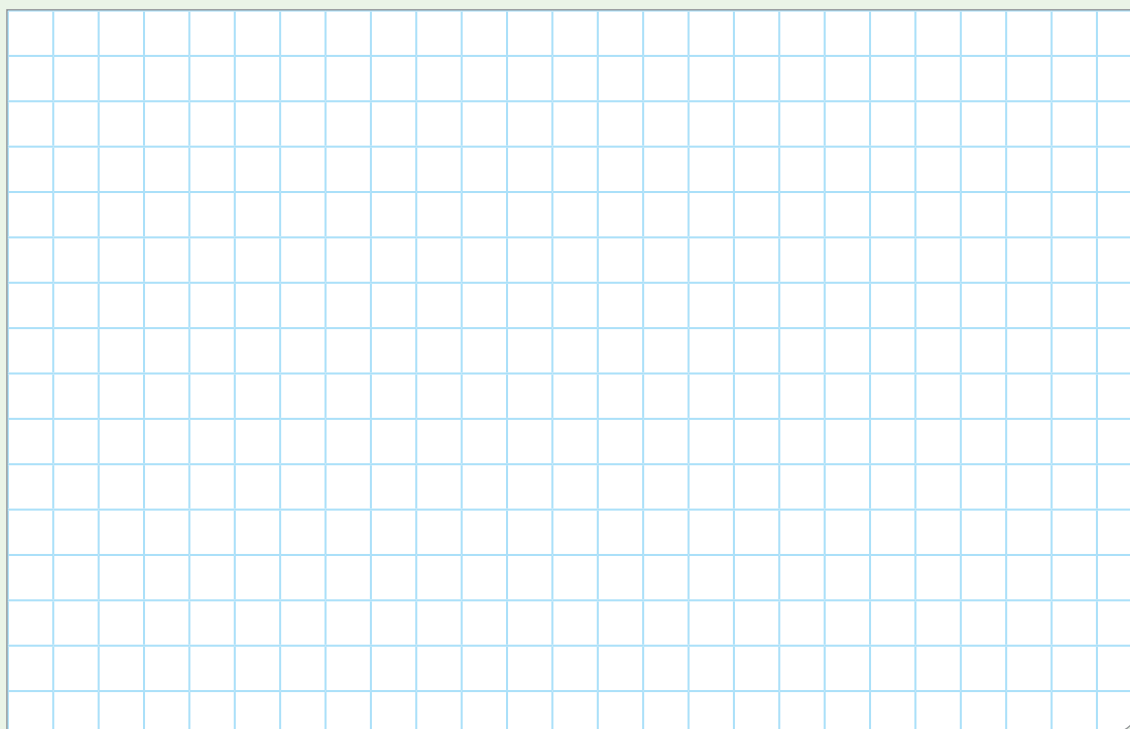
b) 16 %

c) 20 %

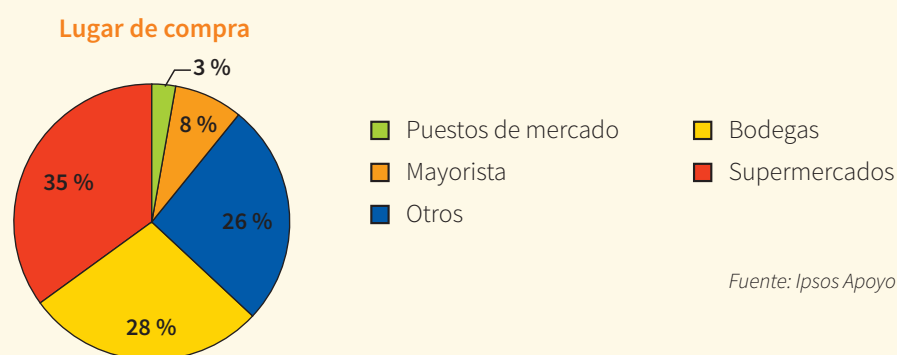
d) 30 %



4. Elabora el gráfico más conveniente para representar la información. Explica, luego, ¿qué tipo de variable está usando Rosario en su estudio?



En una encuesta a personas residentes en Lima, se obtuvo la siguiente información sobre el lugar donde adquieren mermeladas.

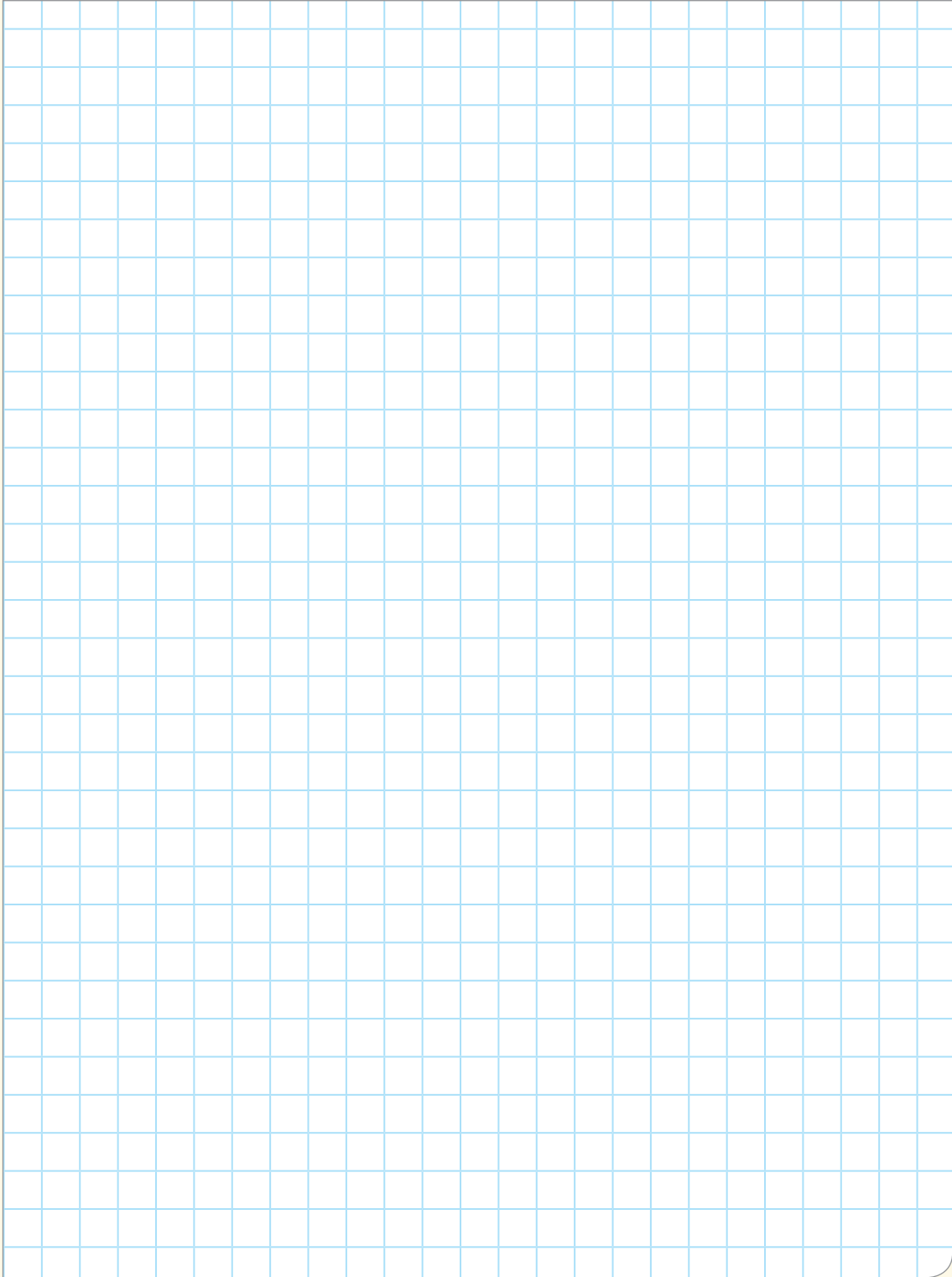


De acuerdo con esta información, responde las preguntas 5, 6 y 7.

5. Si se encuestó a 500 personas, ¿cuántas dijeron que compran mermelada en las bodegas?
- a) 40 b) 140 c) 130 d) 175

6. ¿Qué ángulo le corresponde al sector circular que representa a las personas que dijeron comprar mermelada en supermercados?
- a) 126° b) 133° c) 140° d) 147°

7. Organiza en una tabla las frecuencias que corresponden al gráfico circular, sabiendo que la encuesta se aplicó a 500 personas. Luego, determina cuántas de ellas compran la mermelada en bodegas y supermercados.

A large grid of graph paper with 20 columns and 30 rows, intended for organizing data from a circular graph. The grid is empty and occupies the central portion of the page.

El profesor de Matemática de primer grado A registra las calificaciones finales de sus estudiantes que son:

12 11 15 16 11 13 09 08 12 17
19 12 10 12 15 17 11 13 16 16

Utiliza esta información para responder las preguntas 8 y 9.

8. ¿Cuál de las siguientes tablas corresponde a los datos mostrados?

a)

Calificaciones	f_i
De 0 a 5	0
De 6 a 10	3
De 11 a 15	11
De 16 a 20	6

b)

Calificaciones	f_i
De 0 a 5	1
De 6 a 10	3
De 11 a 15	10
De 16 a 20	6

c)

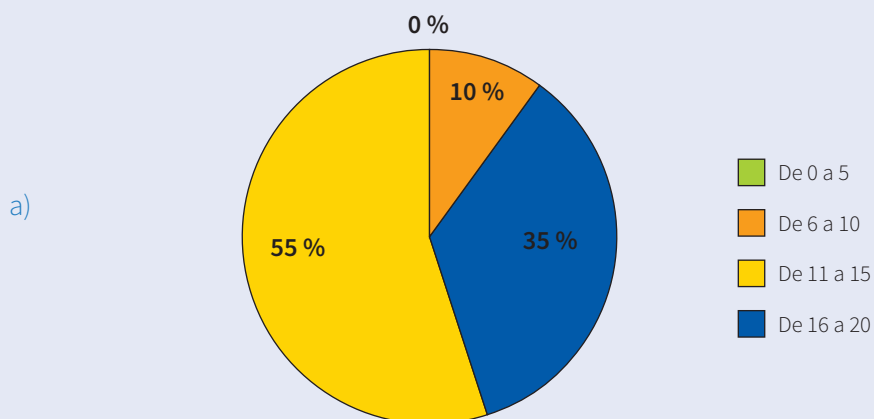
Calificaciones	f_i
De 0 a 5	0
De 6 a 10	3
De 11 a 15	10
De 16 a 20	7

d)

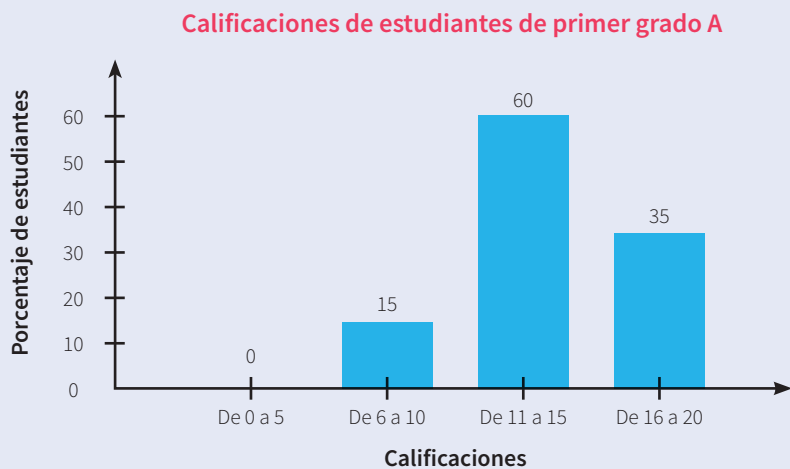
Calificaciones	f_i
De 0 a 5	0
De 6 a 10	2
De 11 a 15	11
De 16 a 20	7

9. ¿Cuál de los cuatro gráficos corresponde a la información presentada?

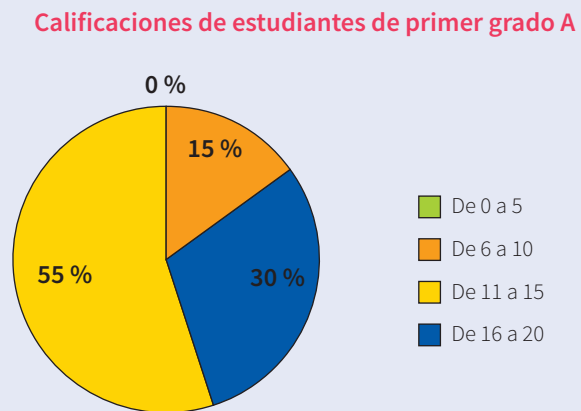
Calificaciones de estudiantes de primer grado A



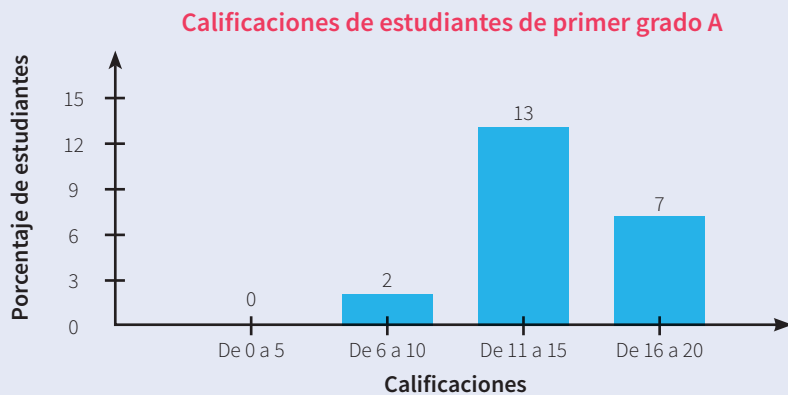
b)



c)



d)



Ficha 2



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos, relaciones de equivalencia o variación entre dos magnitudes; transformamos esas relaciones en proporcionalidad directa y empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos pertinentes a las condiciones del problema.

Cuidamos nuestro jardín

Fiorella tiene un jardín de forma cuadrada de 3 metros de lado, al cual desea darle mantenimiento. Para ello, contrata los servicios de Alberto, un jardinero, y fijan un pago de S/120. Una vez que Alberto termina su labor, Fiorella le paga el monto fijado. Marcela le pregunta si puede darle mantenimiento a su jardín, el cual tiene la misma forma pero el doble de las dimensiones del jardín de Fiorella, a lo que el jardinero acepta. Luego de terminado el trabajo, Marcela le paga el doble del monto que pagó Fiorella por el mantenimiento de su jardín; pero Alberto le indica que ese monto no es suficiente por el trabajo realizado.

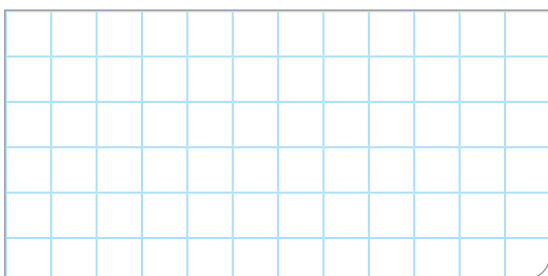


Fuente: <https://goo.gl/xDHMbm>

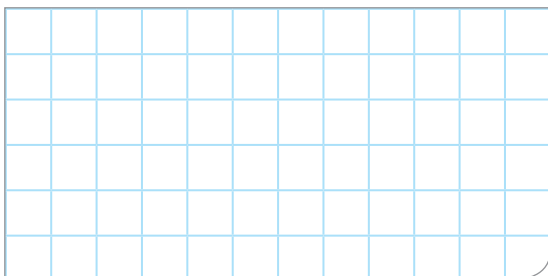
1. ¿Cuánto debe cobrar Alberto por el mantenimiento del jardín de Marcela?
2. Si otro jardín cuadrado tuviera el triple de lado del jardín de Fiorella, ¿cuánto cobraría Alberto por el trabajo de mantenimiento?

Comprendemos el problema


1. ¿Qué forma tiene el jardín de Fiorella y cuánto miden sus lados?



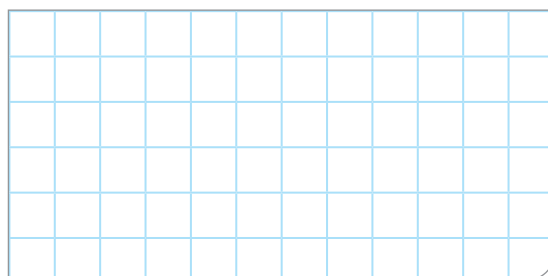
2. ¿Cuánto paga Fiorella por el mantenimiento de su jardín?



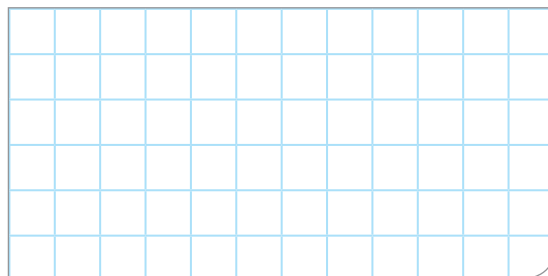
3. ¿Qué forma tiene el jardín de Marcela y cuánto miden sus lados?



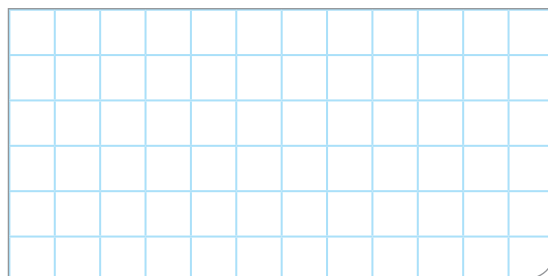
4. ¿Cuánto paga Marcela por el mantenimiento de su jardín?



5. ¿Por qué Alberto no estaría de acuerdo con el pago propuesto por Marcela?



6. ¿Qué pide hallar la situación significativa?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

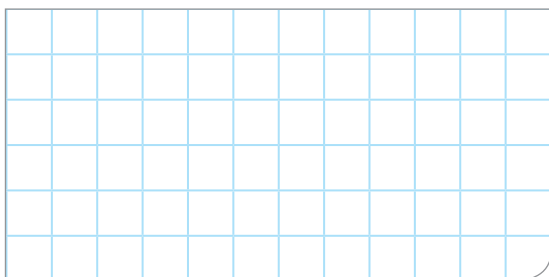


Ejecutamos la estrategia o plan

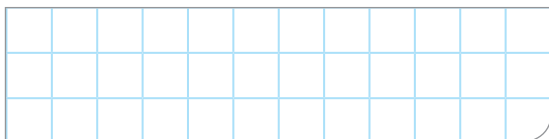
1. Representa mediante una figura geométrica el jardín de Fiorella con las medidas correspondientes. Determina su área y escribe cuánto pagó por su mantenimiento.



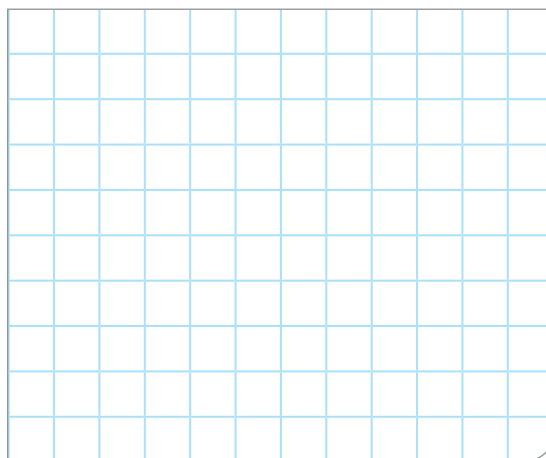
2. Representa mediante una figura geométrica el jardín de Marcela y calcula su área. Compara ambos gráficos y determina cuántas veces contiene el jardín de Marcela al jardín de Fiorella.



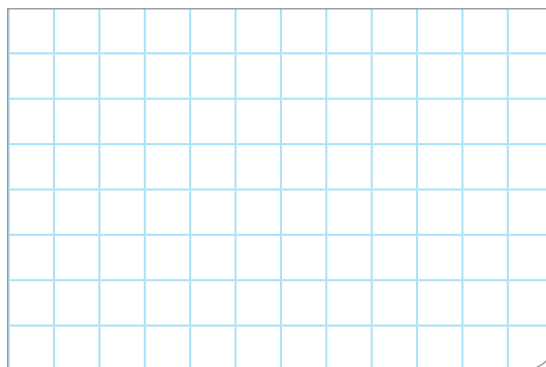
3. A partir de la respuesta de la pregunta 2 de *Ejecutamos la estrategia o plan*, ¿cuánto debe pagar Marcela por el mantenimiento de su jardín? Responde la primera pregunta de la situación significativa.



4. Representa gráficamente el otro jardín de forma cuadrada, que tenga el triple de lado del jardín de Fiorella, y calcula su área. Compara ambos gráficos y determina cuántas veces contiene dicho jardín al jardín de Fiorella.

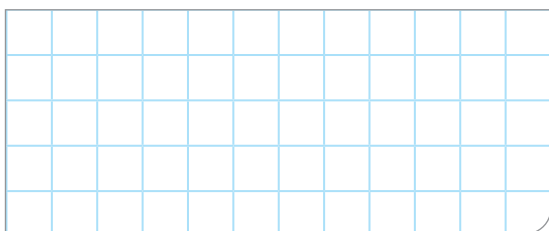


5. Considerando la respuesta de la pregunta 4 de *Ejecutamos la estrategia o plan*, ¿cuánto debe pagarse por el mantenimiento de dicho jardín? Responde la segunda pregunta de la situación significativa.



Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿El procedimiento utilizado te permitió dar respuesta a la primera y segunda pregunta de la situación significativa? Explica.



2. Plantea otro procedimiento para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



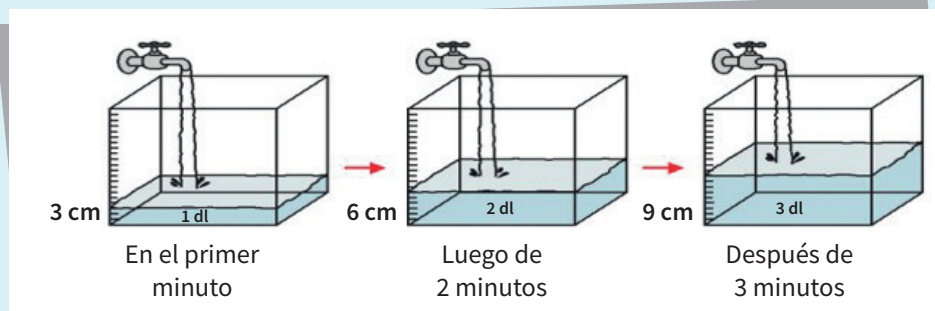


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con símbolos y lenguaje algebraico nuestra comprensión sobre la proporcionalidad directa e inversa. Asimismo, justificamos mediante ejemplos las características y propiedades de la variación entre dos magnitudes y la constante de proporcionalidad, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

La imagen muestra el incremento de agua en un depósito al transcurrir el tiempo. Si el depósito tiene una altura de 21 cm, ¿en cuánto tiempo, desde que se abrió la llave del caño, el agua alcanzará su máximo nivel?



Resolución

Según la imagen, en el depósito el agua aumenta a un ritmo constante por minuto. Para comprobarlo, calculamos el cociente entre la altura del agua y el tiempo transcurrido.

- Al transcurrir un minuto:

$$\frac{\text{Altura (cm)}}{\text{Tiempo (min)}} = \frac{3}{1} = 3 \text{ cm/min}$$

- Al transcurrir dos minutos:

$$\frac{\text{Altura (cm)}}{\text{Tiempo (min)}} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm/min}$$

- Al transcurrir tres minutos:

$$\frac{\text{Altura (cm)}}{\text{Tiempo (min)}} = \frac{9}{3} = 3 \text{ cm/min}$$

- Al transcurrir x minutos:

$$\frac{21}{x} = 3, \text{ entonces, } x = \frac{21}{3} \therefore x = 7 \text{ min}$$

Observamos la relación entre las magnitudes *altura* y *tiempo*. Se obtiene el mismo resultado (3 cm/min) en distintos tiempos. A dicho resultado se le denomina constante de proporcionalidad.

Respuesta:

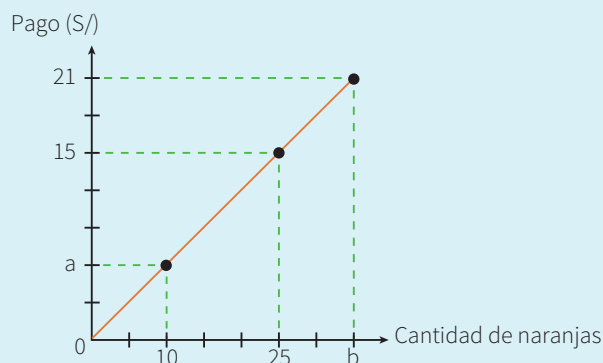
El agua alcanzará su máximo nivel a los 7 minutos.

1. Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

2. ¿En qué situaciones cotidianas se utilizan las relaciones de proporcionalidad?

Situación significativa B

Observa, en el gráfico, la línea recta que representa la relación entre el pago realizado y la cantidad de naranjas.



A partir de dicha información, calcula los valores correspondientes de a y b ; además, calcula el precio de una naranja.

Resolución

Ten en cuenta que si el diagrama cartesiano que representa la relación entre dos magnitudes es una línea recta que parte del origen del sistema de coordenadas, entonces la relación entre estas dos magnitudes es directamente proporcional. Por ejemplo, en el gráfico podemos identificar que las magnitudes *pago* y *cantidad de naranjas* son directamente proporcionales, es decir, a mayor cantidad de naranjas, mayor es el pago a realizar.

Luego, el cociente de valores debe ser constante, por lo cual debemos plantear que:

$$\frac{\text{Cantidad de naranjas}}{\text{Pago (S/)}} = \frac{10}{a} = \frac{25}{15} = \frac{b}{21} \rightarrow a = 6; b = 35$$

Para determinar el pago por una naranja, se plantea la siguiente proporción:

$$\frac{\text{Pago (S/)}}{\text{Cantidad de naranjas}} = \frac{15}{25} = 0,6$$

Por lo tanto, el precio de una naranja es de S/0,60.

Respuesta:

Los valores de a y b son 6 y 35, respectivamente. Así también, el pago por una naranja es de S/0,60.

1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

2. Dadas dos magnitudes, ¿pueden establecerse relaciones de proporcionalidad? Plantea un ejemplo.

Situación significativa C

Aurora y Beatriz son dos estudiantes del primer grado de Secundaria que disputan la final de una competencia de atletismo de 100 metros planos. El premio que se repartirá es de S/99, considerando que el premio es mayor cuando el tiempo empleado sea el menor.

Si Aurora llega a la meta en 20 segundos y Beatriz, en 25 segundos, ¿cuánto dinero le corresponde a cada una de ellas?

Aprendemos a partir del error

Resolución

Como el premio se reparte de forma directamente proporcional, podemos plantear que el premio de Aurora (A) es al premio de Beatriz (B) como 20 segundos es a 25 segundos, es decir:

$$\frac{A}{B} = \frac{20}{25};$$

$$\text{simplificando: } \frac{A}{B} = \frac{4}{5} \rightarrow \begin{cases} A = 4x \\ B = 5x \end{cases}$$

Ya que el premio total es de S/99, planteamos que:

$$5x + 4x = 99$$

$$9x = 99$$

$$x = 11$$

Reemplazando:

$$\begin{cases} A = 4(11) = 44 \\ B = 5(11) = 55 \end{cases}$$

Respuesta:

Aurora recibirá S/44 y Beatriz recibirá S/55.

1. ¿El procedimiento realizado es correcto? De no ser así, plantea el procedimiento que corresponde.

2. Si se reparten S/144 de premio, ¿se mantendrá la misma constante de proporcionalidad? Justifica tu respuesta.



Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos o variación entre dos magnitudes, transformamos esas relaciones en proporcionalidad directa y las expresamos con símbolos y lenguaje algebraico. También empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos pertinentes para resolver problemas de proporcionalidad directa. Asimismo, justificamos mediante ejemplos las características y propiedades de la variación entre dos magnitudes y la constante de proporcionalidad, y corregimos errores si los hubiera.

1. Si hace 10 años las edades de Ana y su madre eran 15 y 40, respectivamente, ¿cuál es la razón entre las edades actuales de ambas?



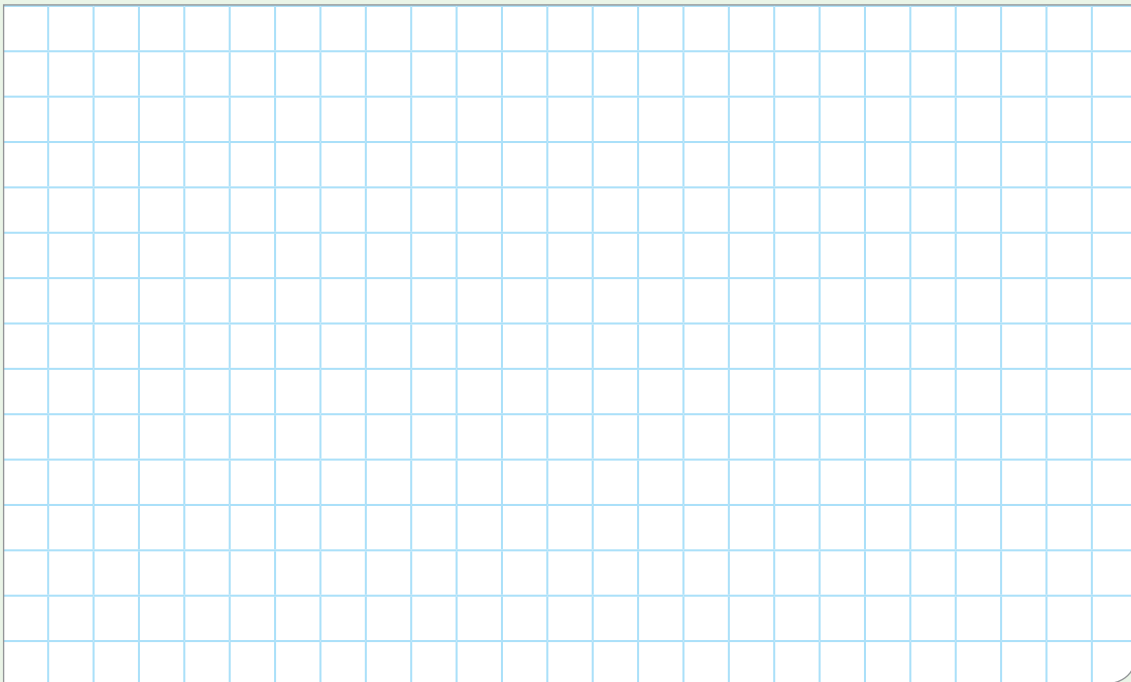
© Melanie Pastor

a) $\frac{3}{8}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{1}{2}$

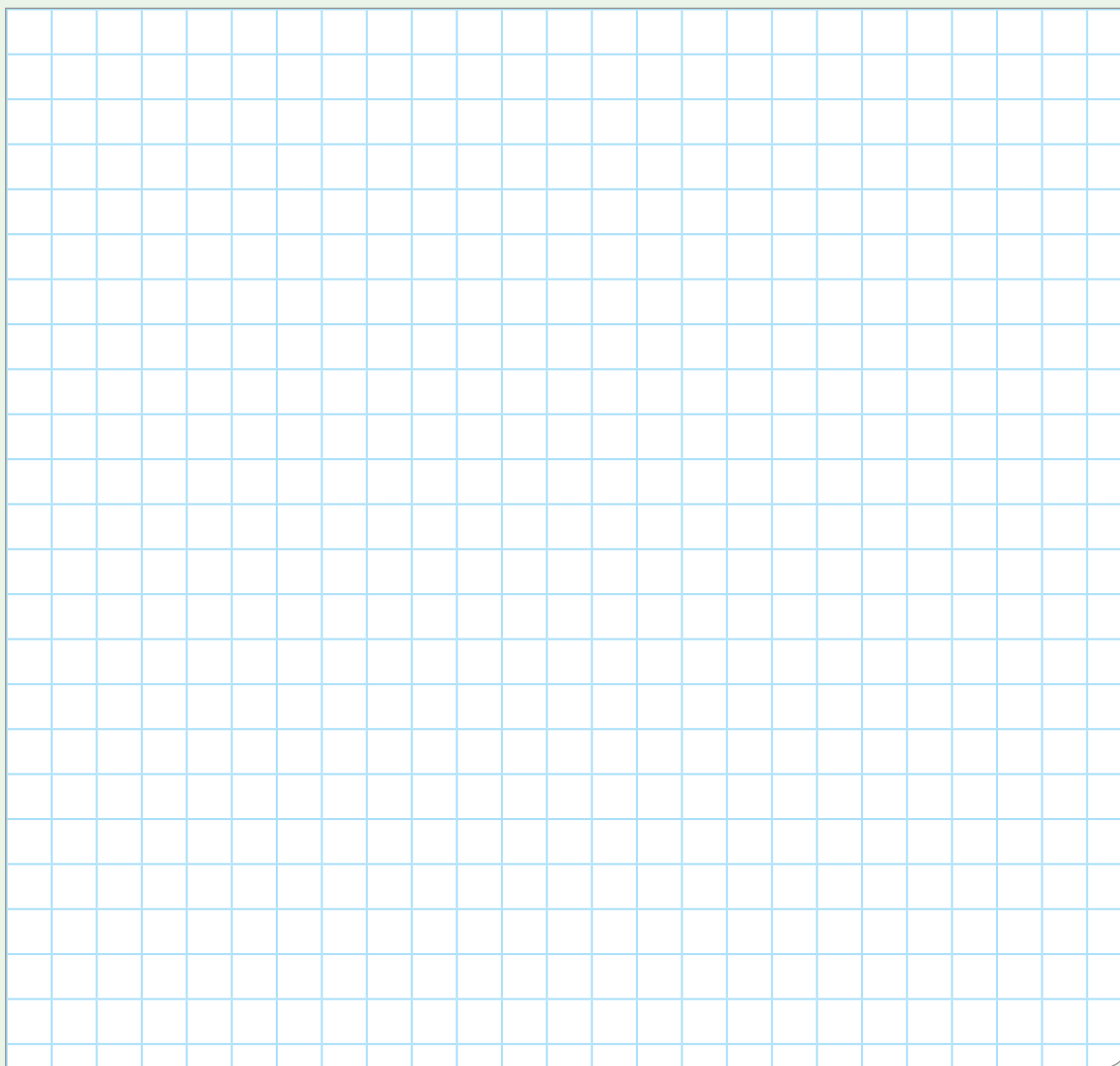
d) $\frac{1}{4}$



4. La gráfica muestra la cantidad de dinero que emplea el tutor de primer grado "A" para adquirir las entradas de sus estudiantes en la visita al Museo de Historia Natural. Traslada los valores y completa la tabla. ¿Cuál es el precio de una entrada al museo? Justifica tu respuesta.



Cantidad de estudiantes	5	8	12	15
Costo de entradas (S/)				



5. ¿Cuál de las siguientes tablas no representa una relación de proporcionalidad? Justifica tu respuesta.

a)

Cantidad de cuadernos	2	3	6
Costo (S/)	5	7,5	15

b)

Cantidad de baldes de pintura	2	4	8
Área de pared pintada (m ²)	25	50	100

c)

Lado de un cuadrado (m)	2	3	4
Área (m ²)	4	9	16

d)

Cantidad de personas	1	5	8
Costo de pasajes (S/)	5	25	40

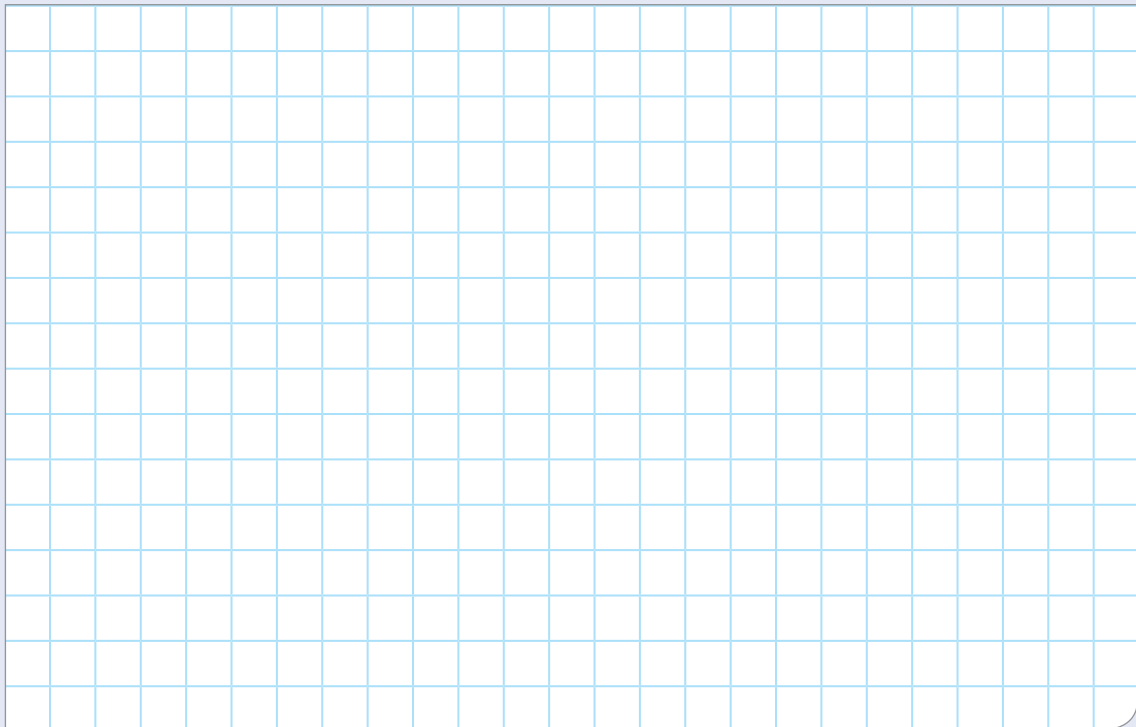
9. En una tienda de abarrotes, Sara observa la siguiente oferta para un mismo tipo de detergente. ¿Qué tamaño de bolsa le conviene comprar? ¿Por qué?

¡Solo HOY!

OFERTA DE "LA BODEGUITA"
Detergente GALLITO

120 g	→	S/1,10
250 g	→	S/2,10
520 g	→	S/3,80
900 g	→	S/6,80

- a) La bolsa de 520 g, porque el costo del detergente por gramo es menor.
- b) La bolsa de 250 g, porque el gramo de detergente cuesta menos.
- c) La bolsa de 120 g, porque paga menos dinero.
- d) La bolsa de 900 g, porque viene más detergente.



10. La razón entre dos números a y b es $\frac{3}{8}$. Relaciona con flechas las columnas para que los valores correspondientes de c y d formen una proporción con los números a y b , respectivamente.

Si: $c = 7,5$

Si: $d = 40$

Si: $c + d = 22$

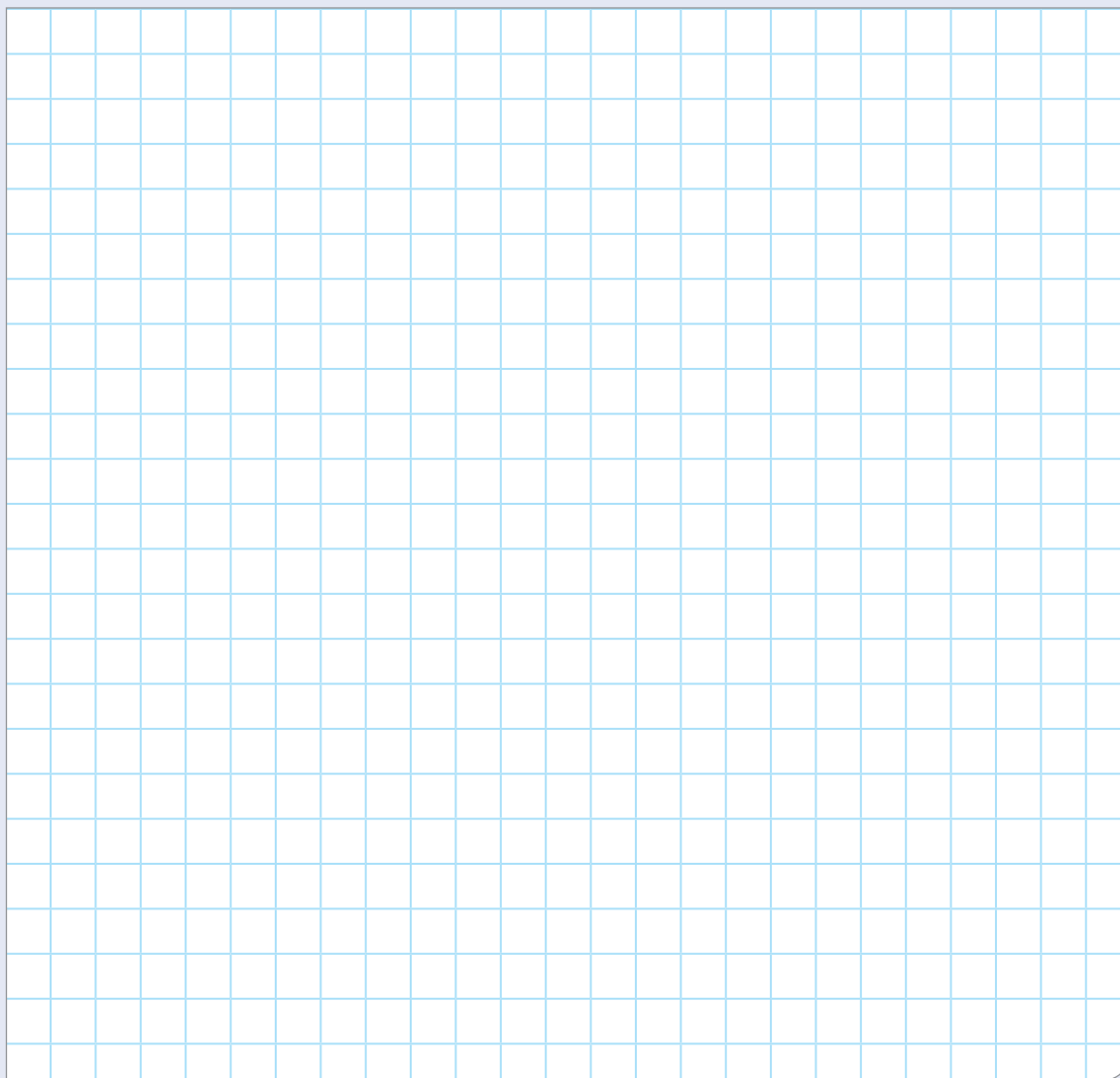
Si: $c = 9$

$c = 15$

$c = 6$

$d = 24$

$d = 20$



Ficha 3



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos gráfica y simbólicamente las propiedades de las operaciones de adición y sustracción con fracciones, y establecemos relaciones entre sus representaciones. Asimismo, empleamos estrategias de cálculo y procedimientos para realizar las operaciones de adición y sustracción con expresiones fraccionarias usando propiedades de las operaciones.

Compartimos un pan chuta

El pan chuta se caracteriza por ser muy grande. Es tan delicioso que muchas y muchos turistas gustan compartirlo con sus familiares.

Juana, Julio y José son docentes de Matemática que se reunieron para realizar un trabajo de investigación acerca de las representaciones de los números fraccionarios. Ponen como ejemplo un pan chuta (representado por un círculo), dividiéndolo en ocho pedazos iguales. Después de que José toma la parte del pan que le corresponde, queda lo que se muestra en la Figura 2:



Figura 1

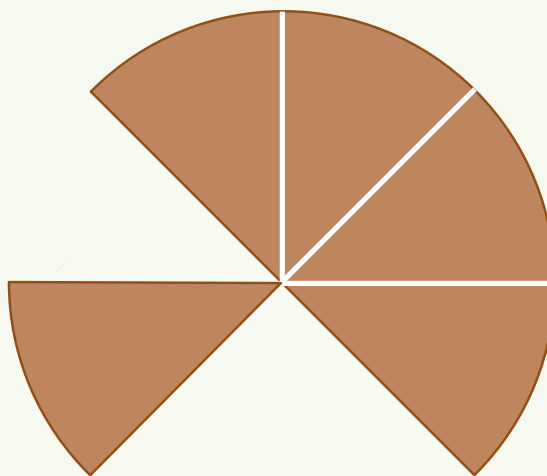


Figura 2

Fuente: <https://urlzs.com/v9XYc>

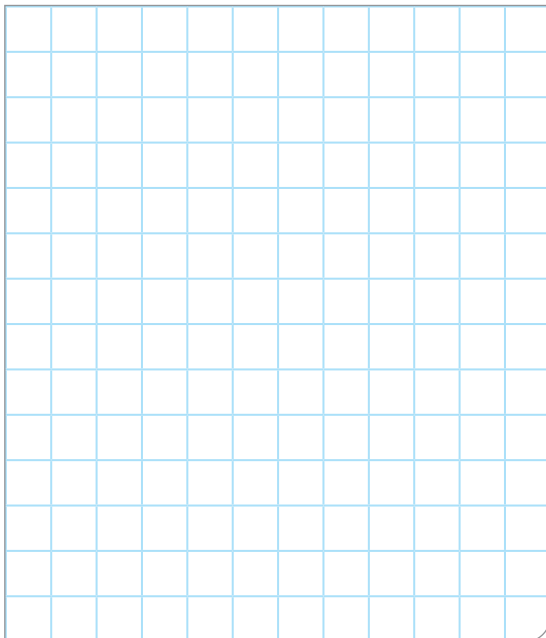
Luego, Juana comió la cuarta parte del pan. Después de que los tres comieron, quedó $\frac{1}{8}$ del pan.

Determina:

1. ¿Qué parte del pan chuta (representado por el círculo) comieron Juana y José?
2. ¿Qué parte del pan chuta (representado por el círculo) comió Julio?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué datos nos ayudarán a responder las preguntas de la situación significativa?
2. ¿Qué piden hallar las preguntas de la situación significativa?

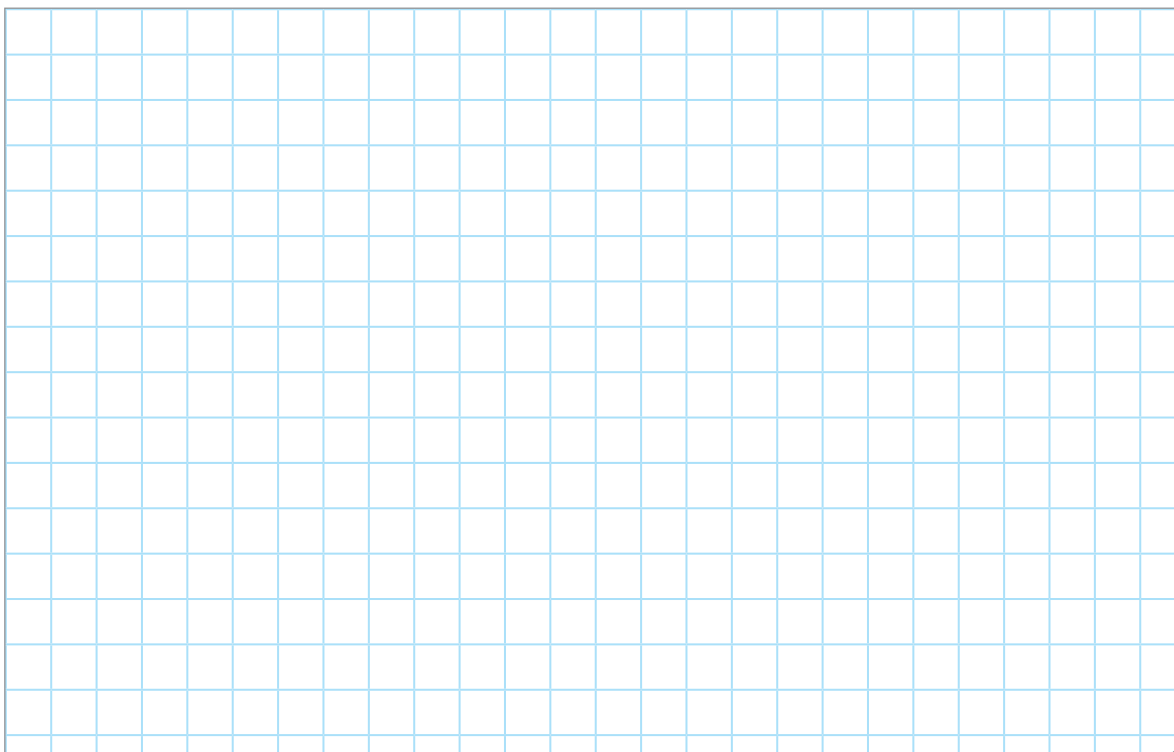


3. Expresa mediante una fracción la parte que falta en la Figura 2 de la situación significativa.



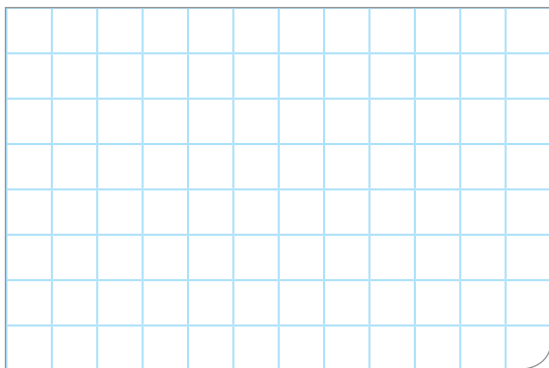
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué procedimiento realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa?

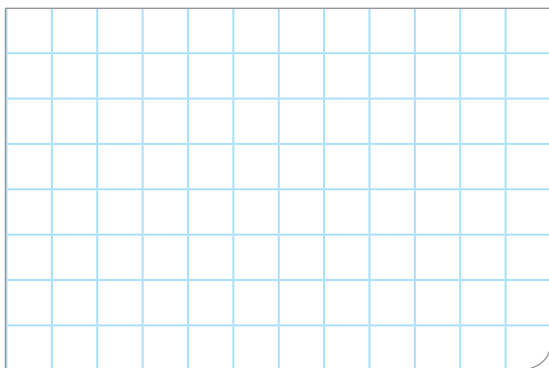


Ejecutamos la estrategia o plan

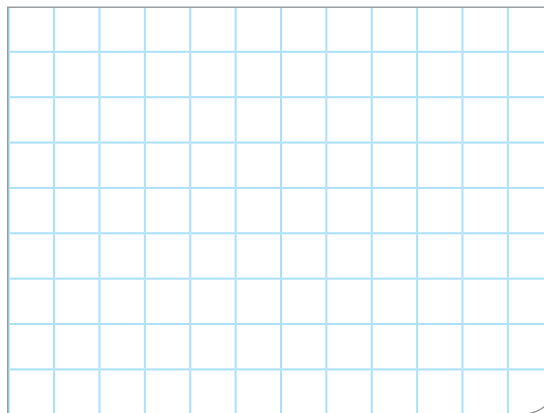
1. Utiliza el procedimiento propuesto en *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan* para expresar en forma gráfica y simbólica (fracción) la parte del pan que comió Juana.



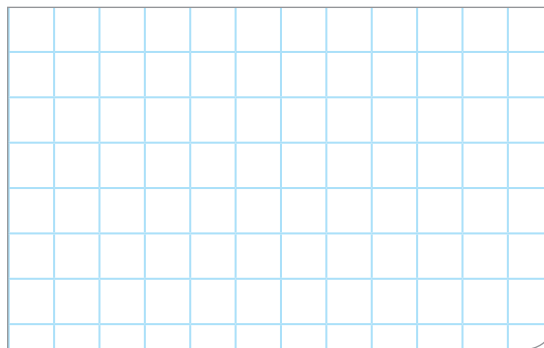
2. Representa gráfica y simbólicamente la cantidad de pan que comieron Juana y José.



3. Representa mediante fracciones lo que comieron Juana y José y responde la primera pregunta de la situación significativa.

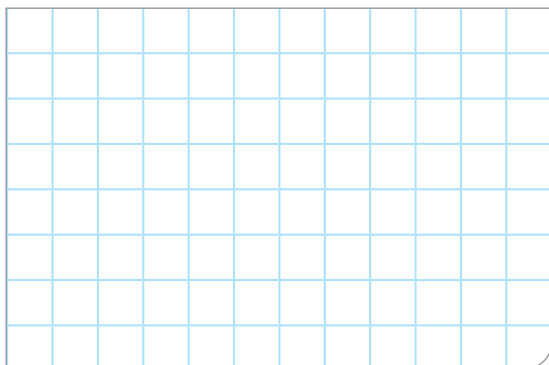


4. Representa mediante un gráfico la parte del pan que comió Julio y responde la segunda pregunta de la situación significativa.

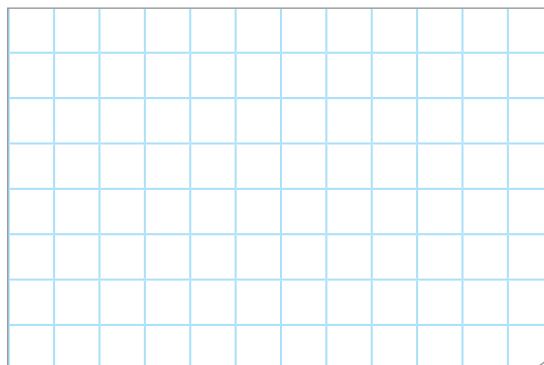


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Dos o más fracciones son heterogéneas si sus denominadores son diferentes. En ese sentido, describe el procedimiento para sumar $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{8}$.



2. Dos o más fracciones son homogéneas si sus denominadores son iguales. En ese sentido, describe el procedimiento para restar $\frac{1}{8}$ de $\frac{3}{8}$.





Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos gráfica y simbólicamente las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división con expresiones fraccionarias, y empleamos estrategias de cálculo y procedimientos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias. Asimismo, justificamos las operaciones con expresiones fraccionarias mediante ejemplos y corregimos los procedimientos si hubiera errores.

Situación significativa A

Para las elecciones municipales escolares 2020, los estudiantes gestionaron recursos por medio de algunas actividades.



Fuente: <https://goo.gl/NXjr8z>

Un candidato de primero de secundaria distribuyó su presupuesto de la siguiente manera:

- La mitad del presupuesto se utilizó para refrigerio.
- $\frac{1}{5}$ del presupuesto se utilizó en publicidad.
- $\frac{1}{4}$ del presupuesto se empleó para implementar sus proyectos.
- El resto del presupuesto se destinó para impresión de documentos.

¿Qué parte del presupuesto se empleó en la impresión de documentos?

Resolución

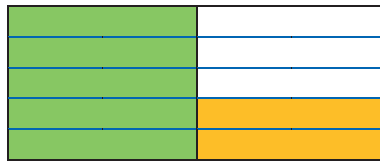
El total del presupuesto lo representamos como una unidad, en este caso, un rectángulo.



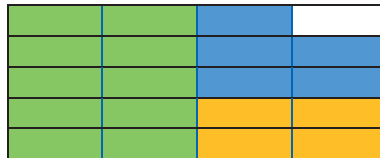
- Como la mitad va para el refrigerio, dividimos el rectángulo en dos partes iguales. Pintamos una parte de verde que representa la mitad del total.



- Considerando el rectángulo dividido en dos partes iguales, lo dividimos nuevamente con líneas horizontales en cinco partes iguales. Así, el rectángulo queda dividido en 10 partes iguales, donde cada parte representa $\frac{1}{10}$, y dos de estas es $\frac{2}{10}$ que equivale a $\frac{1}{5}$, lo cual representa el presupuesto destinado para publicidad (pintado de color naranja).



- Considerando el rectángulo dividido en diez partes iguales, lo dividimos nuevamente con líneas verticales en cuatro partes iguales. Así, el rectángulo queda dividido en 20 partes iguales, donde cada parte representa $\frac{1}{20}$, y cinco de estas es $\frac{5}{20}$ que equivale a $\frac{1}{4}$, lo cual representa el presupuesto destinado para proyectos (pintado de color azul).



- Como se observa en el último gráfico, queda una parte de color blanco, la cual representa la parte destinada para la impresión de documentos, que corresponde a $\frac{1}{20}$ del presupuesto.

Respuesta:

Para la impresión de documentos se destinó $\frac{1}{20}$ del presupuesto.

1. Describe el procedimiento que se utilizó para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

2. ¿Podrías realizar otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa? Explica cómo.

Situación significativa C

Un obrero combina $\frac{3}{4}$ L de pintura blanca con $\frac{3}{5}$ L de color verde oscuro para obtener el color deseado. En un descuido, tropieza y se pierde $\frac{1}{10}$ L de la combinación. Finalmente, ¿cuántos litros (L) quedaron?



Fuente: <http://tiny.cc/2e4x7y>

Aprendemos a partir del error

Resolución

Para obtener el color deseado, se combina la cantidad de pintura de los colores blanco y verde oscuro, es decir:

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{5} = \frac{6}{9}$$

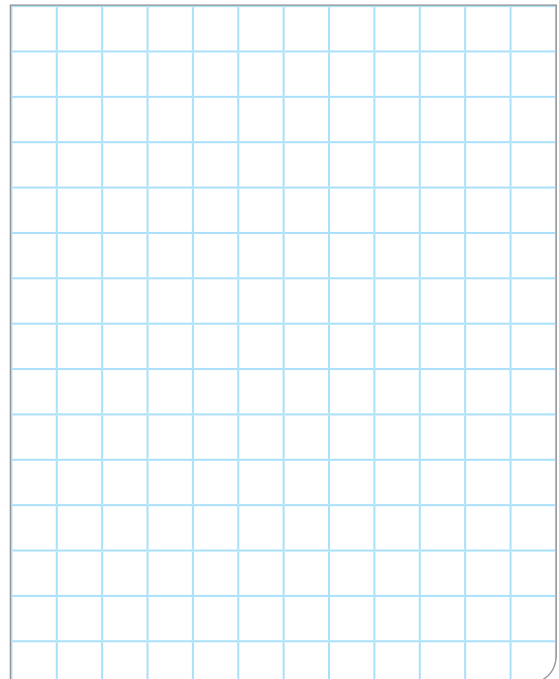
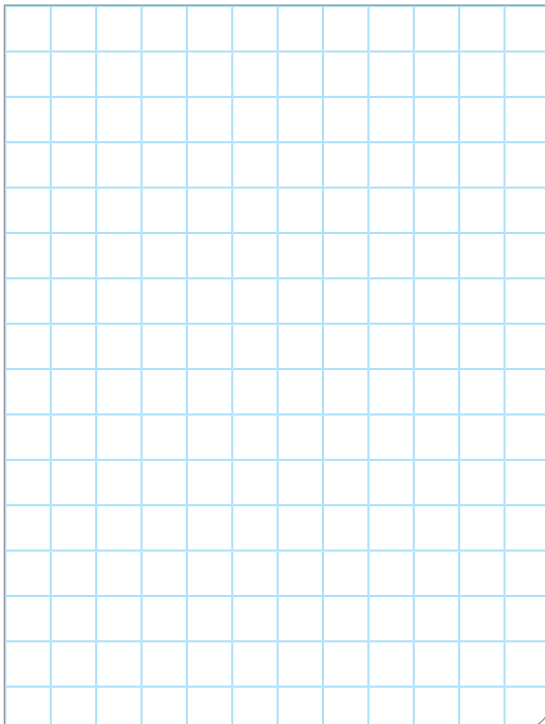
Luego se pierde $\frac{1}{10}$ L de la combinación. Para saber cuánto queda de pintura, realizamos una resta:

$$\frac{6}{9} - \frac{1}{10} = \frac{5}{19}$$

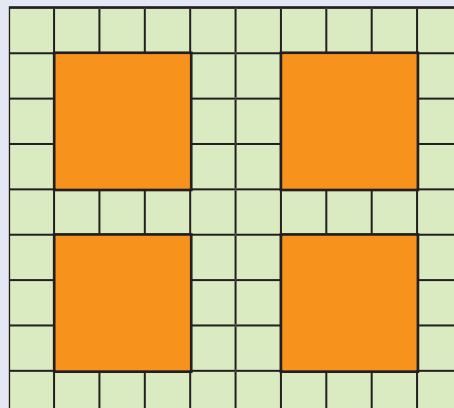
Respuesta:

Finalmente queda $\frac{5}{19}$ L de pintura.

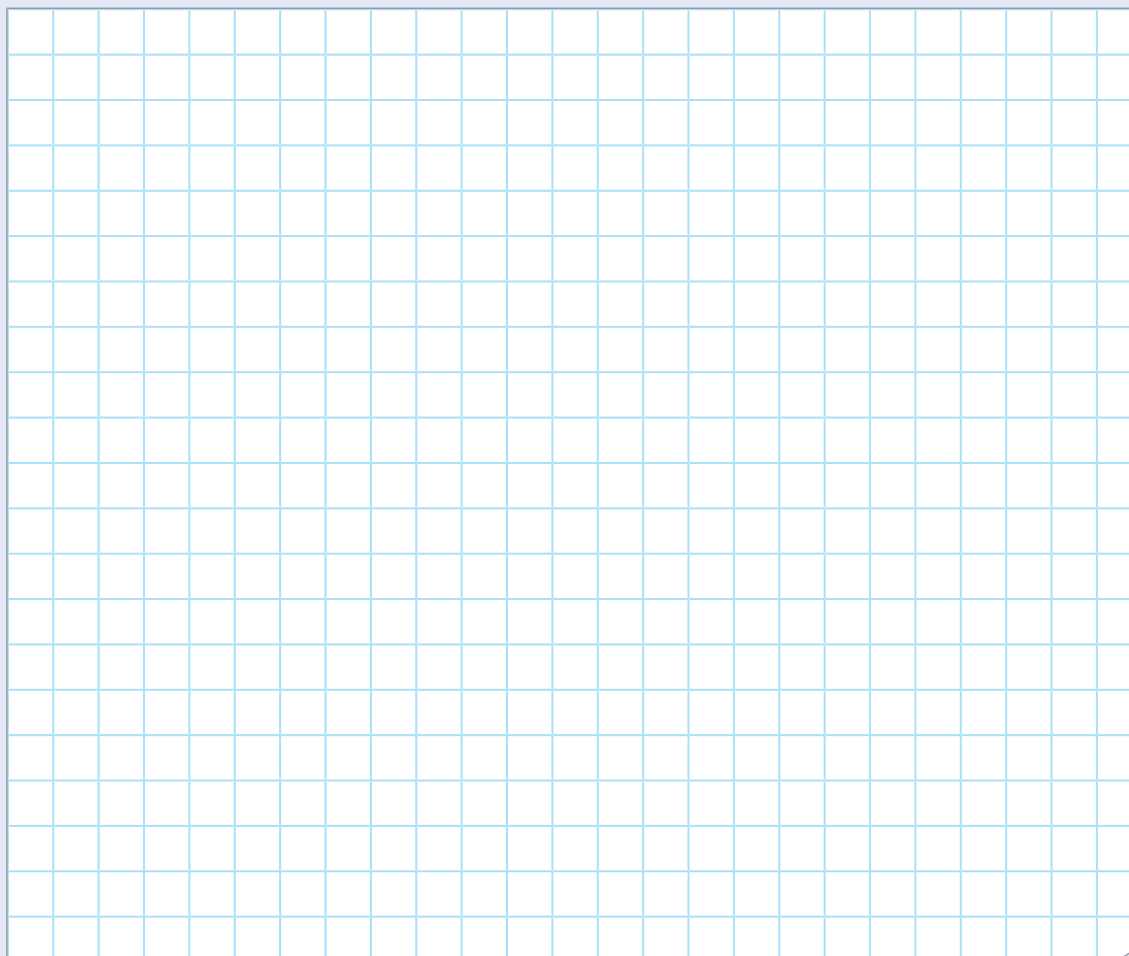
1. Verifica el procedimiento y corrige si estuviera errado.
2. ¿Podrías realizar otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa? Explica cómo.



8. Felipe colocó losetas cuadradas de diferentes tamaños en su patio, como se muestra en la imagen. La loseta de color naranja equivale a nueve losetas pequeñas. Sobre la base de esta información, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?



- a) Las losetas de color naranja colocadas por Felipe cubren $\frac{9}{50}$ del patio.
- b) Las losetas de color naranja colocadas por Felipe cubren $\frac{9}{25}$ del patio.
- c) Las losetas de color naranja colocadas por Felipe cubren $\frac{2}{5}$ del patio.
- d) Las losetas de color naranja colocadas por Felipe cubren la cuarta parte del patio.



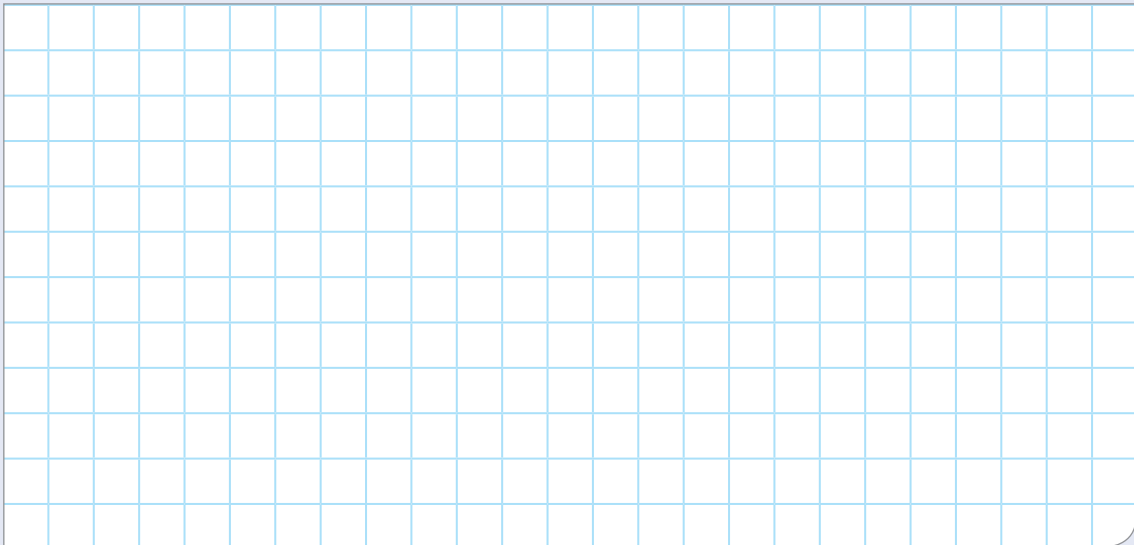
9. Para realizar las instalaciones eléctricas de una casa, se compró un rollo de cable eléctrico; la mitad se usó para la instalación del circuito eléctrico de la sala y el comedor. La mitad de lo que quedó se empleó para la instalación eléctrica del ambiente de la cocina y, luego, la mitad del resto se utilizó para la instalación eléctrica del dormitorio. Finalmente, con las $\frac{2}{5}$ partes de lo que quedó se realizó la conexión del timbre. Si finalmente quedaron 15 m, ¿qué longitud tenía el rollo de cable eléctrico al inicio?

a) 300 m

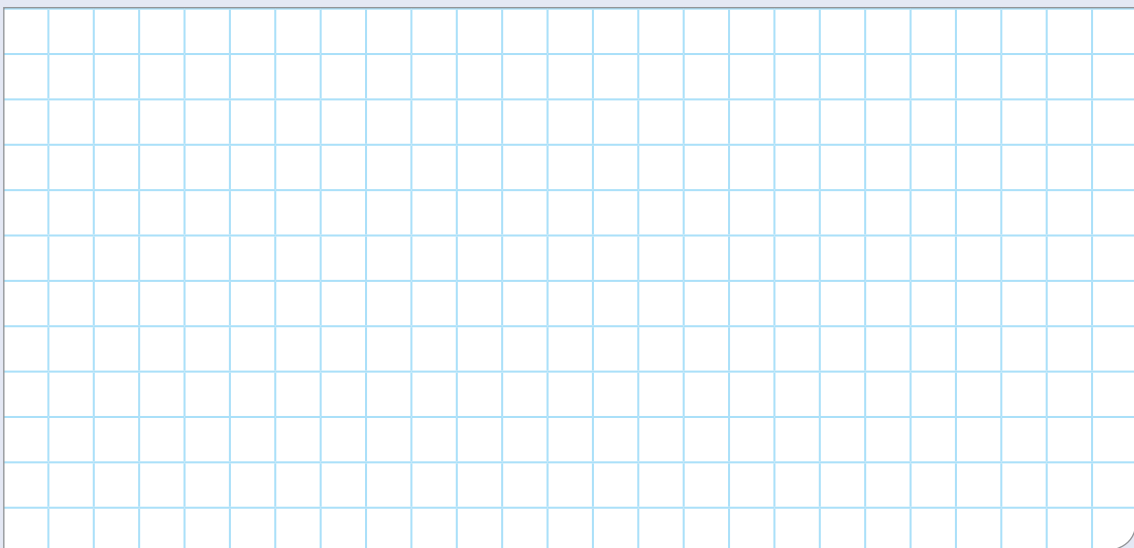
b) 400 m

c) 200 m

d) 150 m



10. César y Juan compran una torta cuadrada para compartirla. César cortó la torta en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Una vez que terminaron su parte, decidieron repartir lo que quedaba. César volvió a cortar el pedazo en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Después, volvió a partir el pedazo que sobraba en tres partes iguales y repartió un pedazo para cada uno. Juan indica que comió más de la mitad de la torta. ¿Es eso cierto? Fundamenta tu respuesta.



Ficha 4

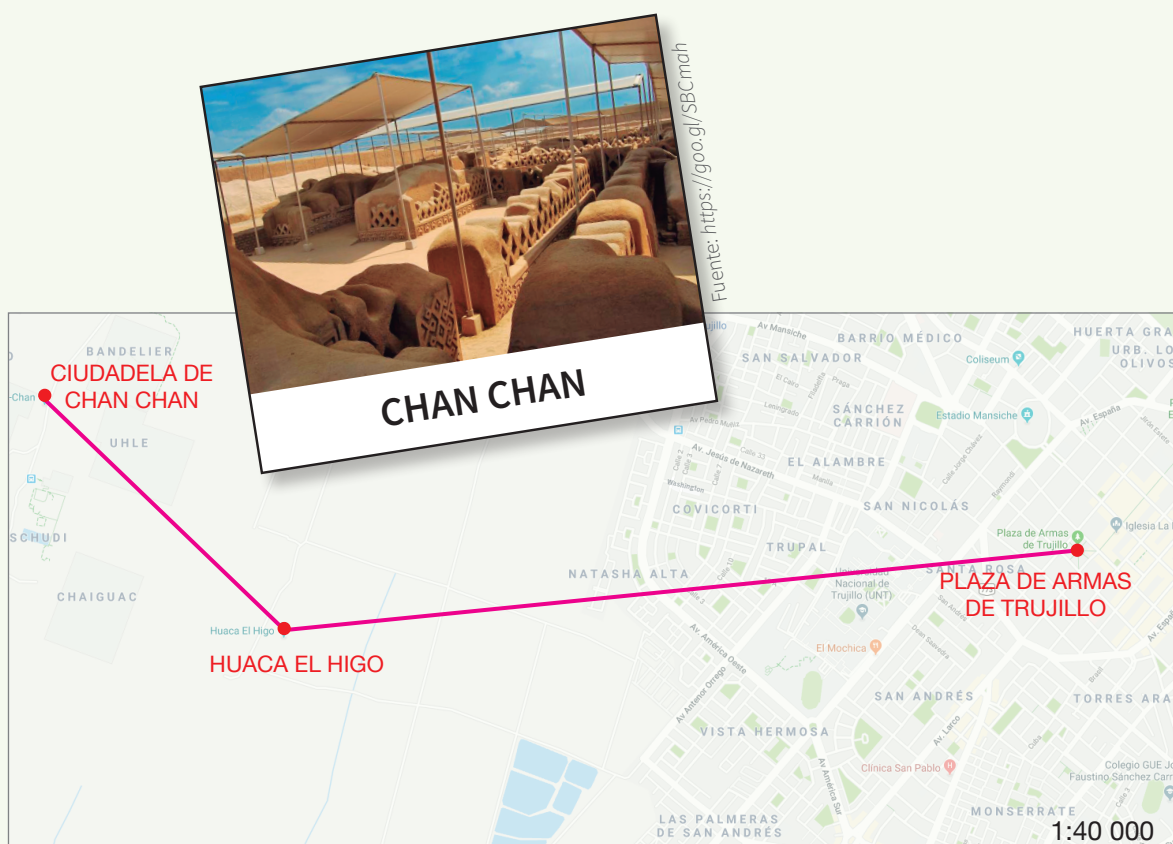


Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Leemos planos a escala y los usamos para ubicarnos en el espacio; empleamos estrategias heurísticas y procedimientos para describir la localización de los objetos, mediante unidades convencionales (centímetro y kilómetro).

Turismo en La Libertad

En sus vacaciones de fin de año, la familia de Daniel viajó a la región La Libertad para conocer la famosa ciudadela de Chan Chan. Este centro arqueológico es la ciudad construida de barro más grande de Sudamérica. Daniel trazó las distancias geométricas en un plano, como el que se muestra. Ten en cuenta que la distancia geométrica en un plano o mapa es la longitud del segmento de recta entre dos puntos.

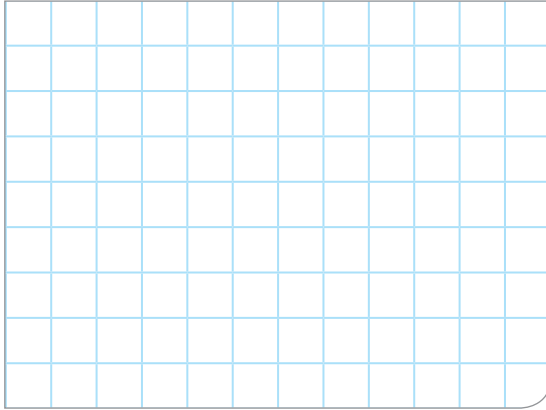


Daniel midió con una regla en el plano las distancias geométricas que hay desde la plaza de Armas de Trujillo a la huaca El Higo y desde la huaca El Higo a la ciudadela de Chan Chan. Las medidas que obtuvo fueron 10,5 cm y 4,5 cm, respectivamente.

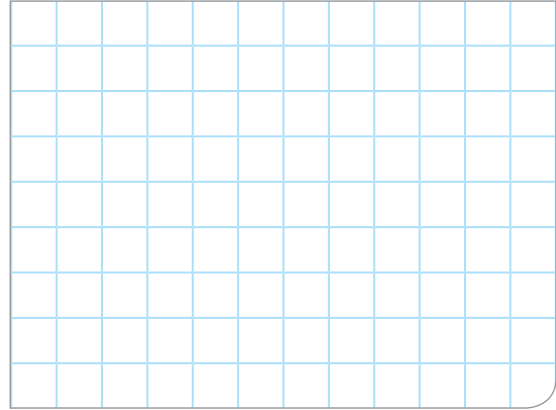
Si la familia de Daniel parte de la plaza de Armas de Trujillo a la huaca El Higo y de aquí, luego, a la ciudadela de Chan Chan, ¿cuál es la distancia geométrica total, en kilómetros, de este recorrido?

Comprendemos el problema

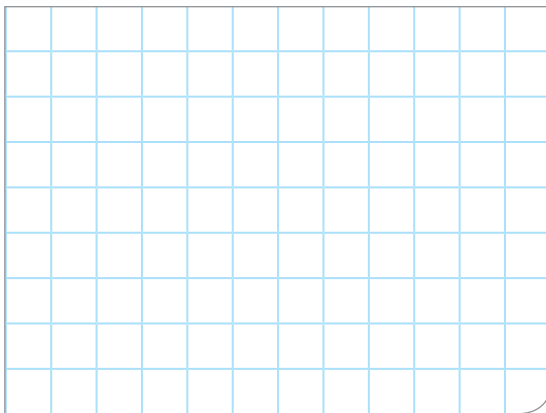
1. ¿Cuánto mide la distancia geométrica de la plaza de Armas de Trujillo a la huaca El Higo, según el mapa?



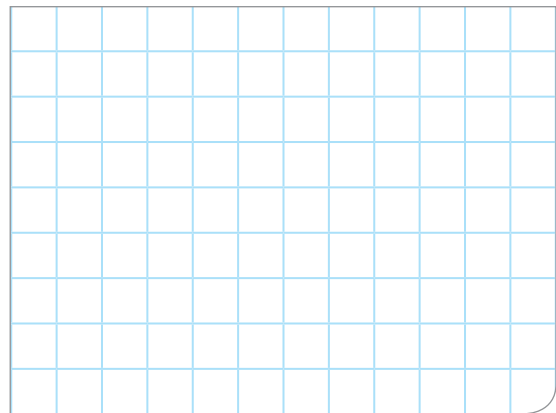
3. ¿Qué pide hallar la pregunta de la situación significativa?



2. ¿Cuánto mide la distancia geométrica de la huaca El Higo a la ciudadela de Chan Chan, según el mapa?

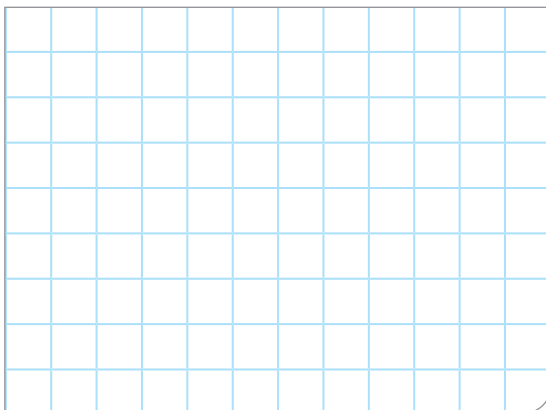


4. ¿Qué significa la escala que se presenta en el plano?

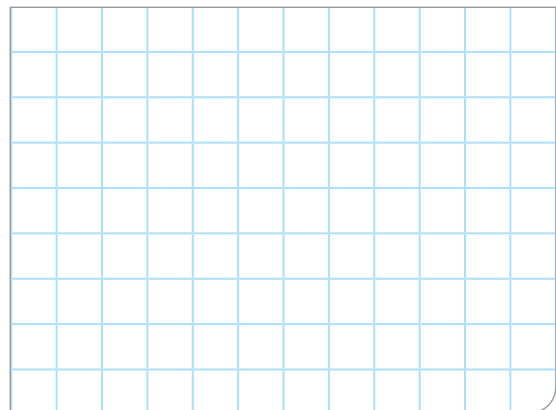


Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Para calcular la distancia geométrica real entre la plaza de Armas de Trujillo y la huaca El Higo, ¿qué procedimientos debes seguir?



2. Para calcular la distancia geométrica real entre la huaca El Higo y la ciudadela de Chan Chan, ¿qué procedimientos debes seguir?



Ejecutamos la estrategia o plan

1. Utiliza el procedimiento de la pregunta 1 de *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan* y calcula la distancia geométrica real (en centímetros) entre la plaza de Armas de Trujillo y la huaca El Higo.

2. Convierte de centímetros a kilómetros el resultado hallado en la pregunta anterior, para lo cual completa el siguiente esquema de factores de conversión:

$$\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm} \times \frac{\text{m}}{\text{cm}} \times \frac{\text{km}}{\text{m}} =$$

3. ¿Cuál es la distancia geométrica real, en kilómetros, desde la plaza de Armas de Trujillo hasta la huaca El Higo?

4. Utiliza el procedimiento de la pregunta 2 de *Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan* y calcula la distancia geométrica real (en centímetros) entre la huaca El Higo y la ciudadela de Chan Chan.

5. Convierte de centímetros a kilómetros el resultado hallado en la pregunta anterior, para lo cual completa el siguiente esquema de factores de conversión:

$$\underline{\hspace{2cm}} \text{ cm} \times \frac{\text{m}}{\text{cm}} \times \frac{\text{km}}{\text{m}} =$$

6. ¿Cuál es la distancia geométrica real, en kilómetros, desde la huaca El Higo hasta la ciudadela de Chan Chan?

7. Da respuesta a la pregunta de la situación significativa.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué procedimiento llevaste a cabo para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa?

2. Si la distancia geométrica entre la plaza de Armas de Trujillo y la ciudadela de Chan Chan es de 5,6 km, ¿cuántos centímetros medirá en el mapa? (Sugerencia: utiliza la escala 1:40 000).

Situación significativa B

Mónica decide realizar una visita a tres lugares importantes de la ciudad de Huancayo: plaza Constitución, Torre Torre y parque de la Identidad Huanca. Para el inicio de su recorrido recibe la información sobre las distancias geométricas. Desde la plaza Constitución hasta Torre Torre, la distancia geométrica es de 3 km, y desde Torre Torre hasta el parque de la Identidad Huanca, es de 2 km.



Ayuda a Mónica a determinar la escala del plano.

Resolución

Datos:

- La distancia geométrica desde la plaza Constitución hasta Torre Torre es de 3 km. Si convertimos a centímetros es 300 000 cm.
- La distancia geométrica desde Torre Torre hasta el parque de la Identidad Huanca es de 2 km. Si convertimos a centímetros es 200 000 cm.

Medimos con una regla las distancias en el mapa:

- La distancia geométrica desde la plaza Constitución hasta Torre Torre es de 9 cm, en el plano.
- La distancia geométrica desde Torre Torre hasta el parque de la Identidad Huanca es de 6 cm, en el plano.

Utilizamos la relación: $E = \frac{d}{D}$

Donde:

E: es la escala que se presenta en el mapa o plano.

d: longitud en el mapa o plano expresada en centímetros.

D: longitud real.

- Para la distancia geométrica desde la plaza Constitución hasta Torre Torre:

$$E = \frac{d}{D} \rightarrow E = \frac{9 \text{ cm}}{300\,000 \text{ cm}} = \frac{3}{100\,000}$$

Es decir, una distancia de 3 cm en el plano equivale en la realidad a 1 km.

- Para la distancia desde Torre Torre hasta el parque de la Identidad Huanca:

$$E = \frac{d}{D} \rightarrow E = \frac{6 \text{ cm}}{200\,000 \text{ cm}} = \frac{3}{100\,000}$$

Es decir, una distancia de 3 cm en el plano equivale en la realidad a 1 km.

Respuesta:

La escala que se encuentra en el plano es 3:100 000.

1. Describe el proceso seguido para dar respuesta al desafío de la situación significativa.

2. Si consideras la distancia geométrica desde el parque de la Identidad Huanca hasta la plaza Constitución, ¿la escala en la que está el mapa será 3:100 000? Explica.

Situación significativa C

Jorge quiere calcular el área de su distrito. Para ello, dispone del mapa que se muestra en la figura como una región sombreada. Para calcular el área de dicha región, es necesario identificar los puntos de intersección en la cuadrícula. Observa que hay puntos interiores (I) y puntos que se encuentran en el borde de la región (B). Luego, calculamos el área aplicando la fórmula del Teorema de Pick:

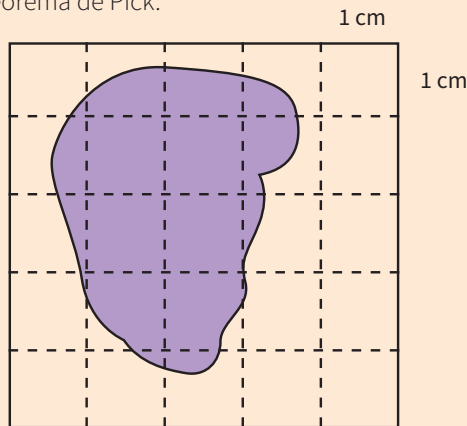
$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

Donde:

A: área de la región

B: puntos que se ubican en el borde de la región

I: puntos interiores en la región sombreada

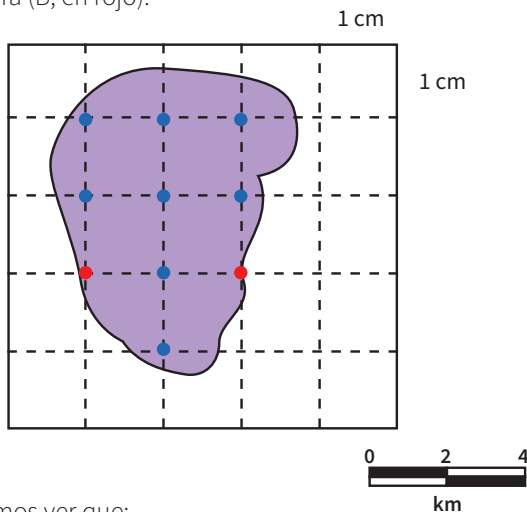


Calcula aproximadamente el área del distrito de Jorge, en kilómetros cuadrados.

Aprendemos a partir del error

Resolución

Primero ubicamos y contamos los puntos interiores (I, en celeste) y los puntos que se ubican en el borde de la figura (B, en rojo).



Podemos ver que:

$$I = 8 ; B = 2$$

La fórmula para el área aproximada es:

$$A = I + \frac{B}{2} - 1$$

Reemplazando:

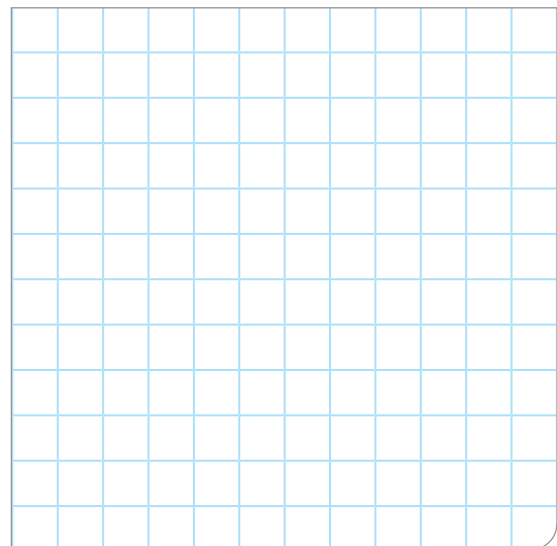
$$A = 8 + \frac{2}{2} - 1 = 8 \text{ km}^2$$

Según la escala mostrada, 1 cm del dibujo equivale a 1 km en la realidad; luego, el área de la región sombreada será $8 \times 1 = 8 \text{ km}^2$.

Respuesta:

El área aproximada del distrito de Jorge es 8 km^2 .

1. Verifica el proceso de resolución y corrige si hubiera algún error.





Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Describimos el recorrido de un objeto real o imaginario, presentado en planos o mapas a escala que usamos para ubicarnos en el espacio y determinar rutas, y empleamos estrategias heurísticas o procedimientos para describir la localización de los objetos, mediante unidades convencionales (centímetro y kilómetro). Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades que descubrimos entre los objetos, y corregimos los errores si los hubiera.

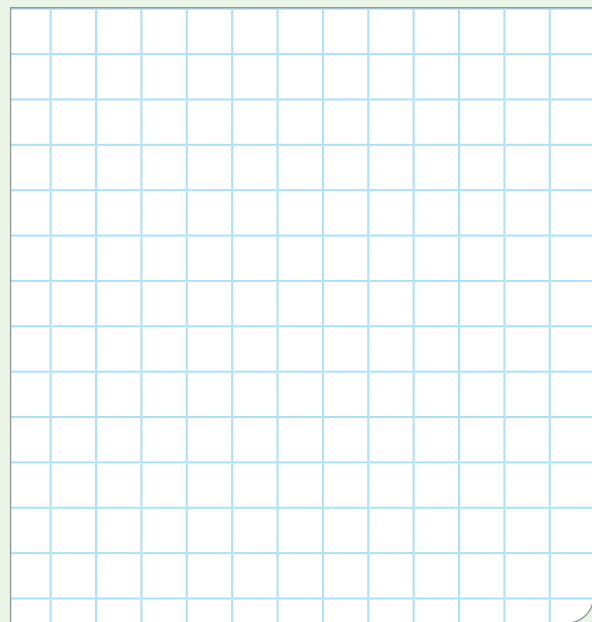
1. Diego mide la distancia geométrica entre dos ciudades en el mapa (Cusco y Arequipa). Si esta medida es de 3 cm, ¿cuánto mide la distancia geométrica real entre estas dos ciudades?

a) 1 km

b) 3 km

c) 10 km

d) 30 km



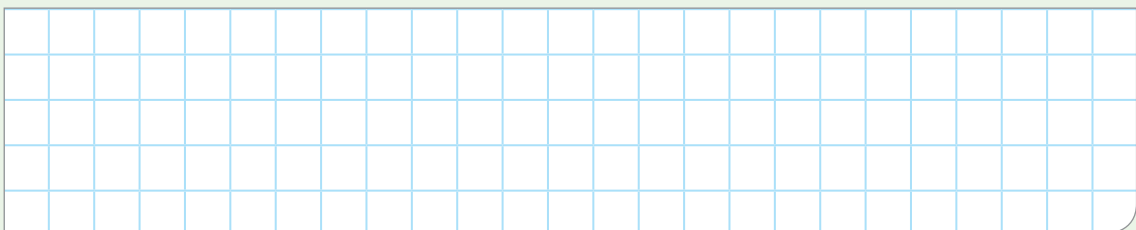
2. En un plano a escala 1:50 000, la distancia entre la ciudad de Huaraz y las ruinas de Wilcaguaín es 14 cm. ¿Cuál es la distancia geométrica real entre estos dos lugares?

a) 35 km

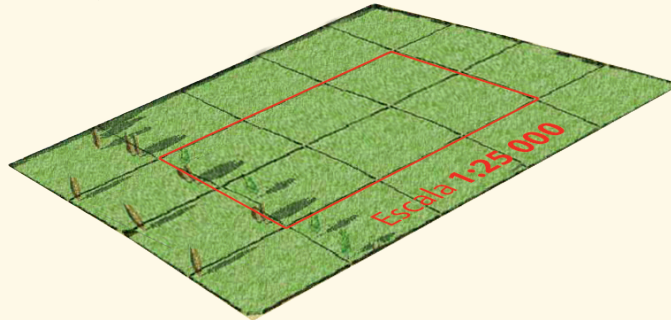
b) 5 km

c) 7 km

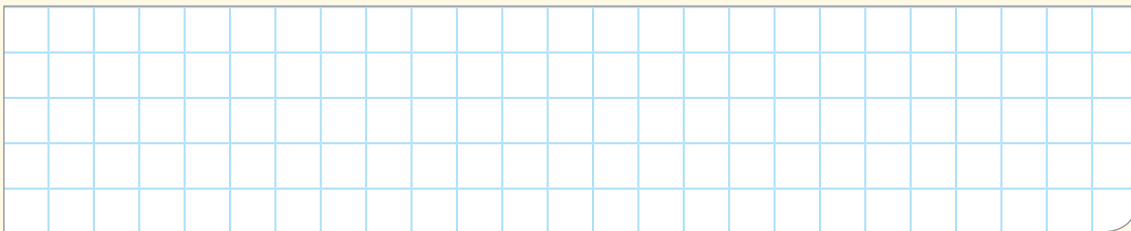
d) 50 km



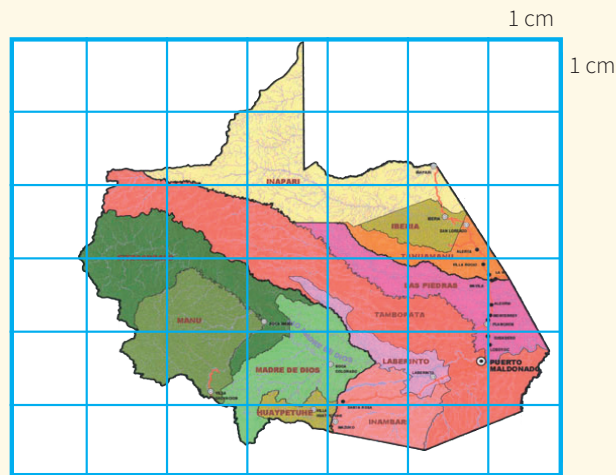
5. Elena heredó una chacra para sembrar melocotones. En el plano que se muestra a continuación, la chacra (señalada de rojo) tiene como dimensiones 6 cm de largo y 3 cm de ancho. ¿Cuál es el área (en metros cuadrados) de la chacra?



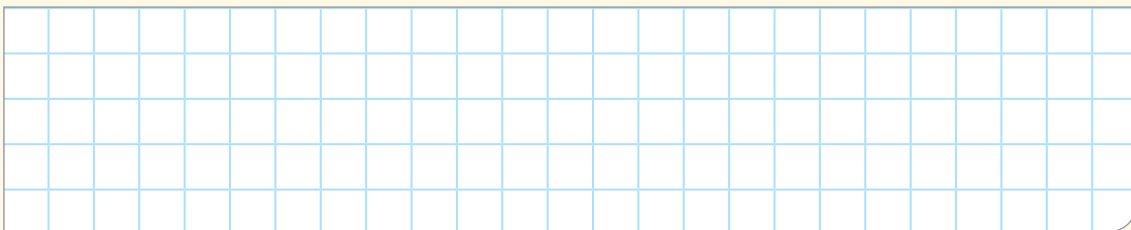
- a) 4500 m² b) 25 000 m² c) 1 125 000 m² d) 1 500 000 m²



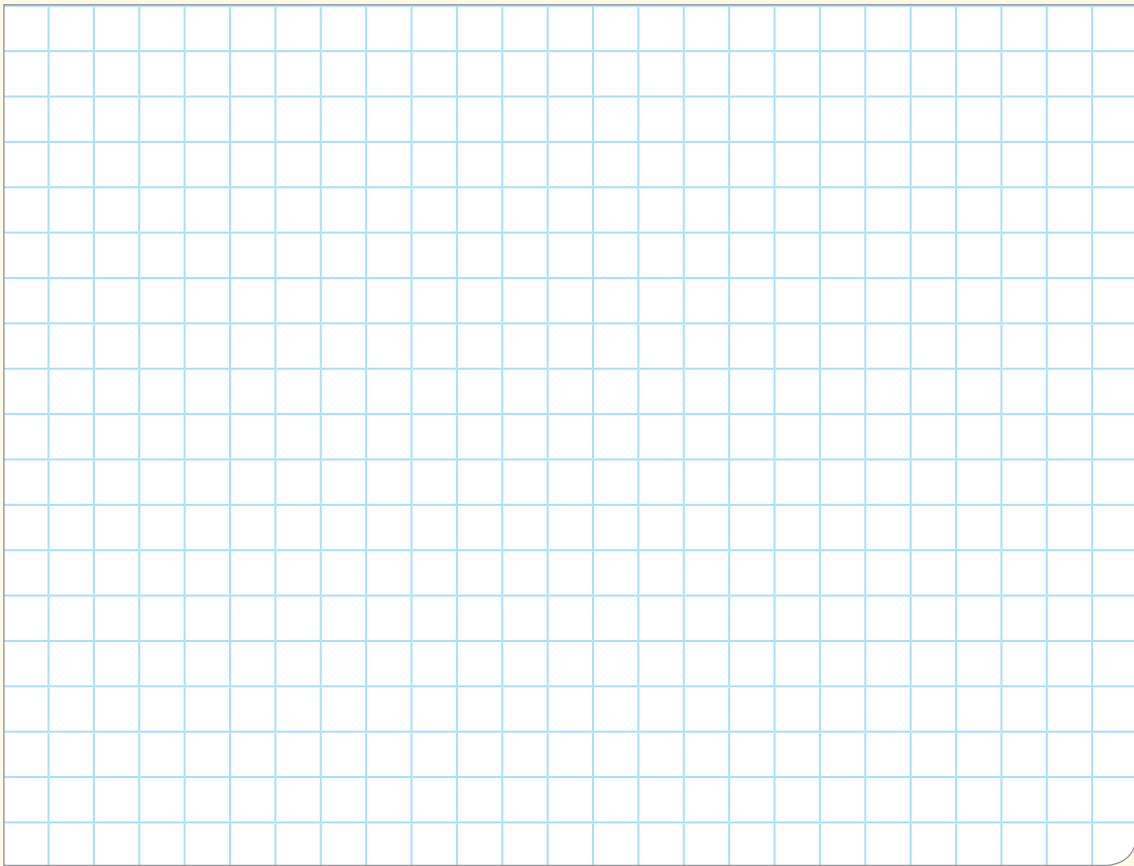
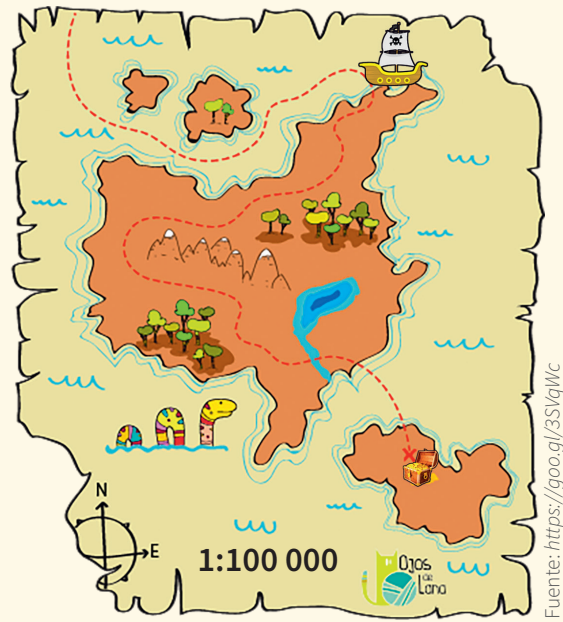
6. Calcula el área aproximada de la superficie de la región Madre de Dios, a partir del mapa mostrado, considerando que 1 cm en el mapa equivale a 70 km en la realidad.



- a) 85 750 km² b) 850 000 km² c) 4900 km² d) 83 300 km²

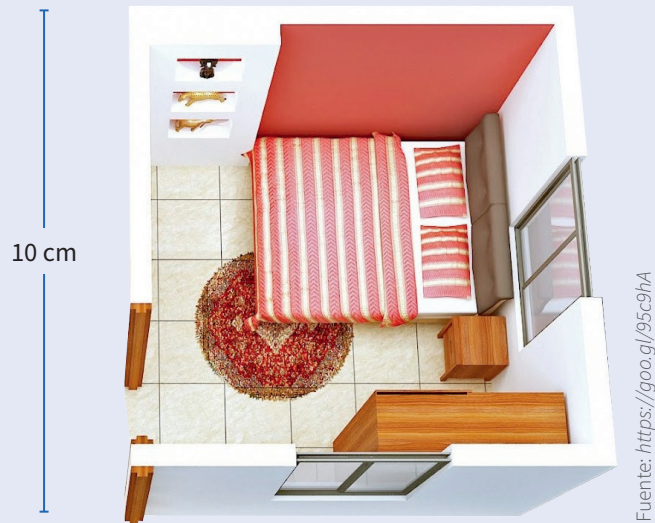


7. El siguiente mapa corresponde a la región conocida como “La isla de los piratas”. Toma una regla y, a continuación, mide la distancia geométrica que hay entre el barco y el tesoro; luego, determina en metros la distancia geométrica que corresponde a la realidad.



8. En un hotel de la ciudad del Cusco, las habitaciones tienen una superficie cuadrada de 25 m^2 , como muestra la figura.

Una maqueta de estas habitaciones fue elaborada de tal manera que cada lado mide 10 cm . ¿Cuál fue la escala utilizada para elaborar la maqueta?

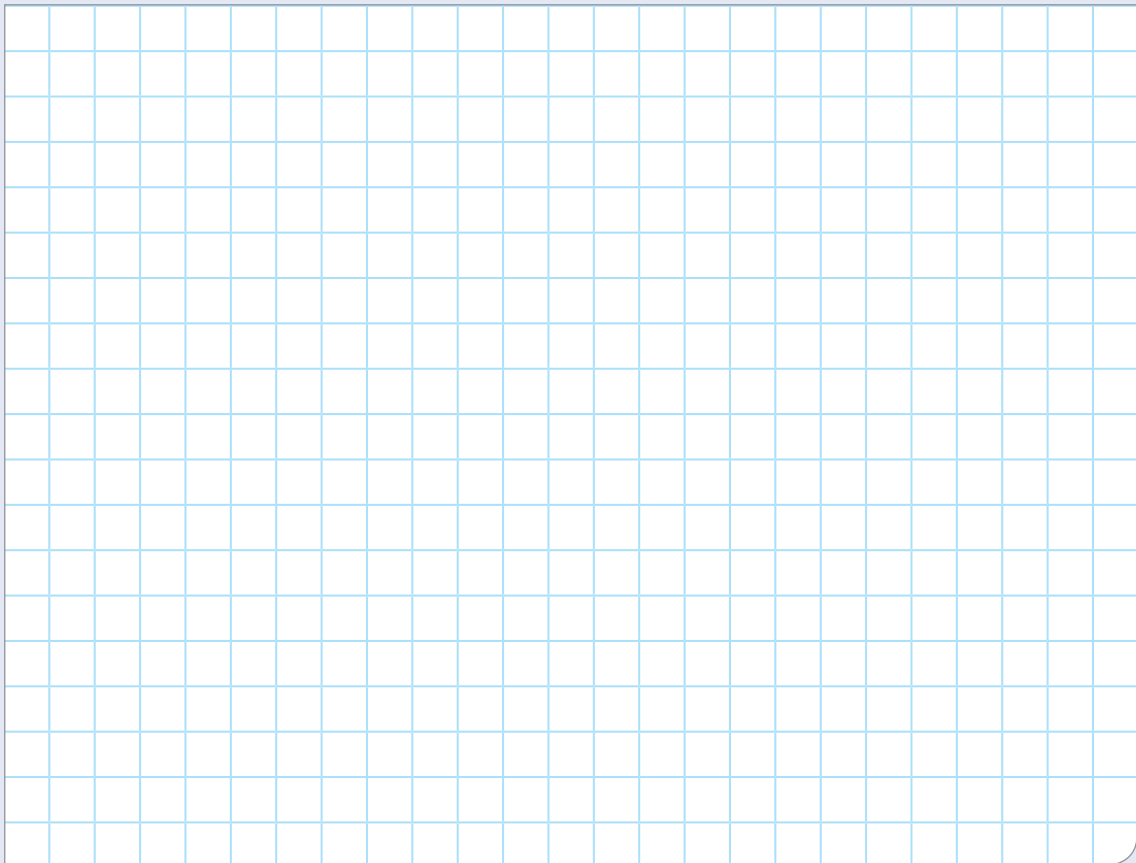


a) 1:50

b) 1:100

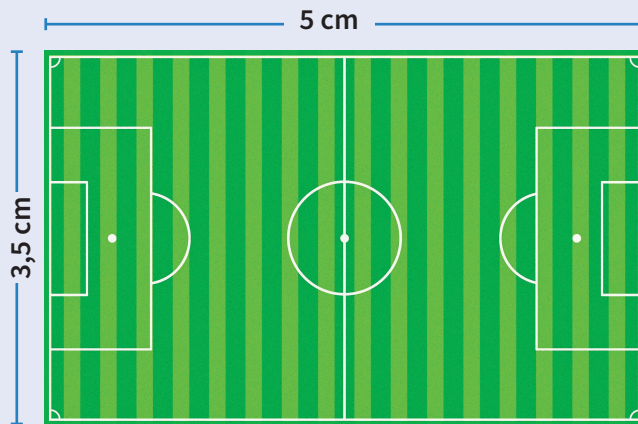
c) 1:200

d) 1:500

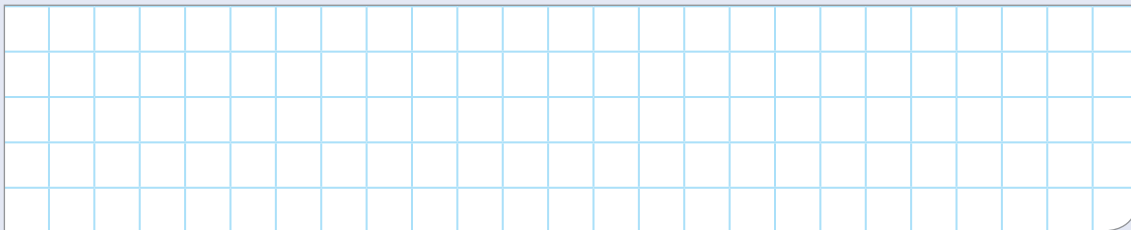


9. El siguiente plano corresponde a un campo de fútbol dibujado a escala 1:2000. Para darle mantenimiento, se desea recubrir el campo con planchas cuadradas de pasto artificial de 4 m^2 .

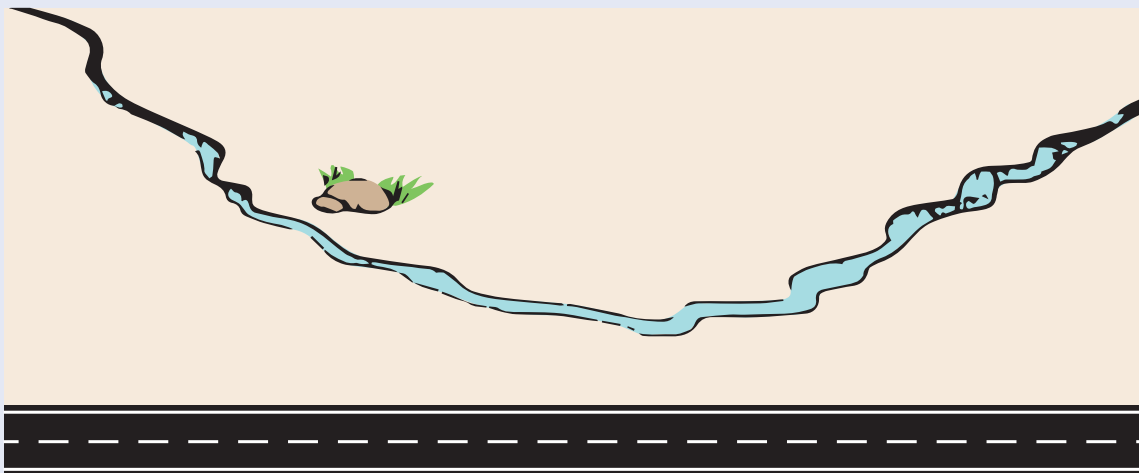
¿Cuántas planchas cuadradas de pasto artificial de 4 m^2 serán necesarias para cubrir todo el campo?



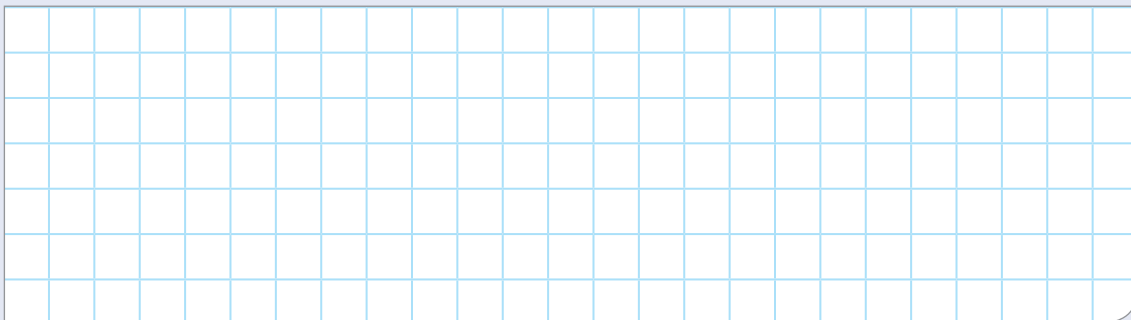
- a) 1360 planchas b) 1750 planchas c) 7000 planchas d) 28 000 planchas



10. El siguiente mapa está a escala 1:100 000. Determina en el mapa dos puntos del río que distan 1,5 km de la carretera. Márcalos y justifica tu respuesta.



Fuente: *Fractal 3*



Ficha 5



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Usamos procedimientos para determinar la mediana, la media y la moda de variables cuantitativas discretas, y explicamos la comprensión de las medidas de tendencia central.

Delegación de deportistas para la disciplina de natación

La entrenadora de natación debe seleccionar a sus dos mejores deportistas, quienes representarán a la institución educativa en los Juegos Deportivos Escolares 2020, categoría damas. Para ello, registra el tiempo que realiza cada una de las cuatro deportistas que tiene a su cargo en 6 pruebas de 50 metros libres.



Fuente: <https://goo.gl/shigvM>

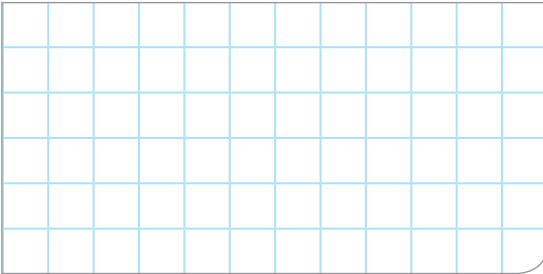
Deportista	Tiempo (segundos)					
	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 3	Prueba 4	Prueba 5	Prueba 6
Sandra	44	31	46	35	37	43
Gabriela	33	32	33	31	32	32
Sofía	32	37	32	35	32	32
Sheyla	32	33	32	32	32	33

La entrenadora, a partir de los resultados, elige a Gabriela como la mejor deportista.

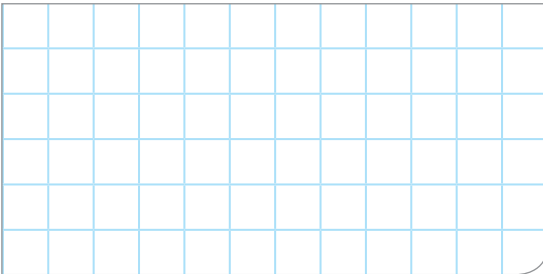
1. ¿Con base en qué resultados toma esta decisión? Explica.
2. ¿Qué medida de tendencia central ayudaría a la entrenadora a elegir a la segunda mejor deportista?, ¿por qué?

Comprendemos el problema

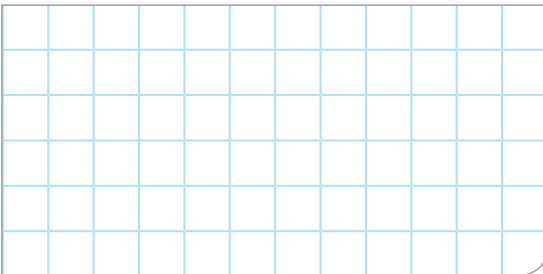
1. ¿A cuántas nadadoras debe seleccionar la entrenadora?



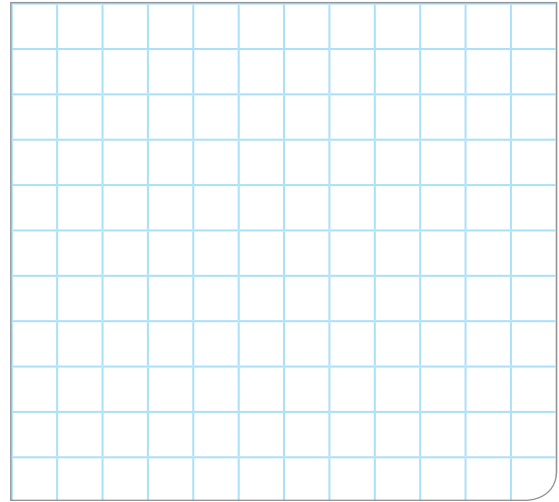
2. ¿En cuántas pruebas participa cada una de las deportistas?



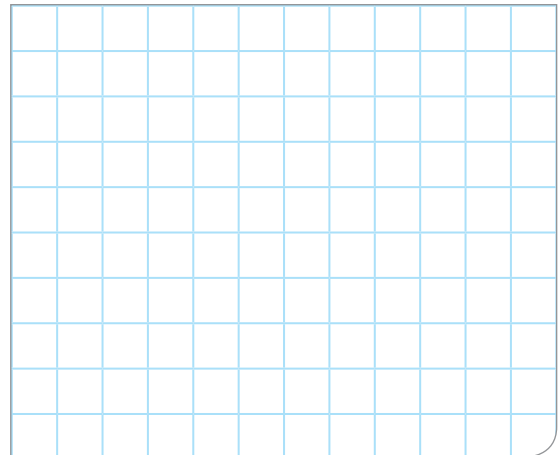
3. ¿Por qué crees que Gabriela fue elegida como la mejor deportista?



4. ¿Qué debes averiguar?

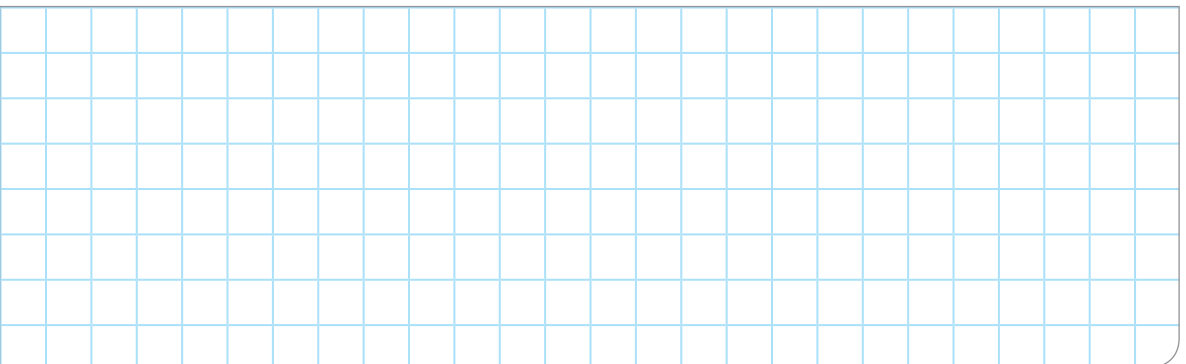


5. ¿Cuáles son las medidas de tendencia central que conoces?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué procedimiento realizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa?



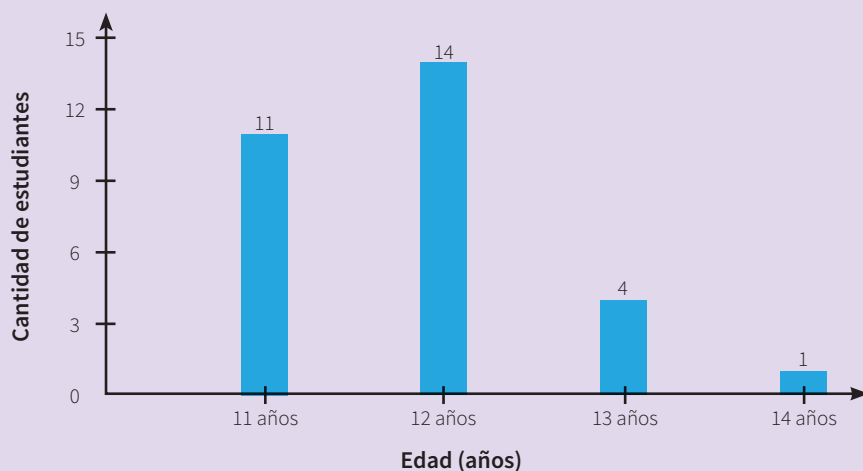


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de una muestra de una población por medio de variables cuantitativas discretas y expresamos el comportamiento de los datos mediante medidas de tendencia central. Asimismo, justificamos los procedimientos y cálculos obtenidos reconociendo los errores para corregirlos.

Situación significativa A

Un docente de la institución educativa desea conocer la media aritmética de la edad de sus estudiantes del primer grado de secundaria, para lo cual cuenta con el siguiente gráfico de barras:



Ayuda al docente a determinar la media aritmética de la edad de sus estudiantes.

Resolución

Por definición, la media aritmética (\bar{x}) es el promedio de los datos, y se obtiene al dividir la suma de todos los valores de la muestra por el número total de datos de la muestra.

En el gráfico de barras podemos observar que:

11 estudiantes tienen 11 años, 14 estudiantes tienen 12 años, 4 estudiantes tienen 13 años y 1 estudiante tiene 14 años. Asimismo, nos permite obtener la cantidad de estudiantes: $n = 11 + 14 + 4 + 1 = 30$.

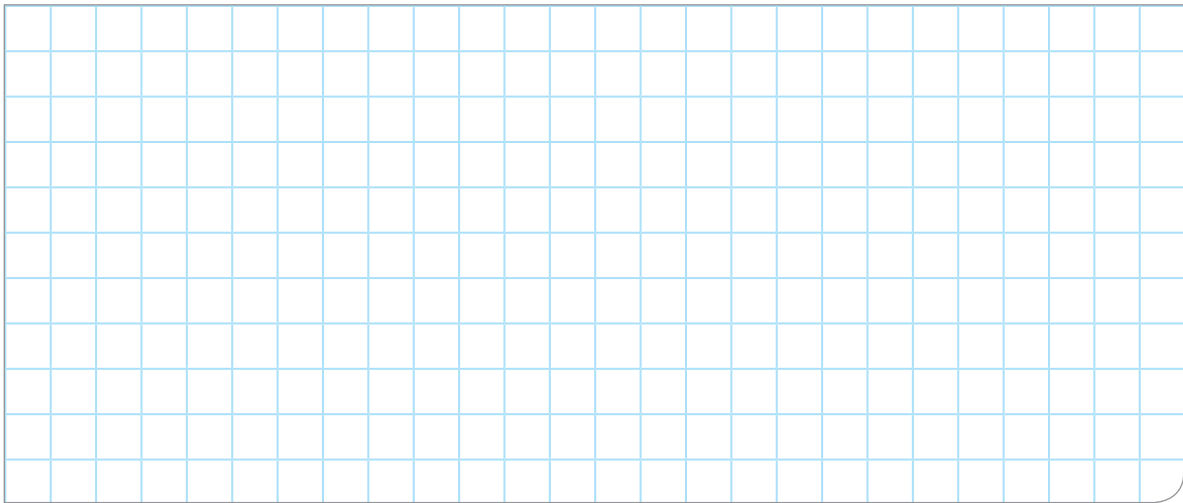
Para encontrar la suma de las edades, se multiplica la cantidad de estudiantes por sus edades correspondientes. Finalmente, se suman dichos resultados, es decir: $11 \times 11 + 14 \times 12 + 4 \times 13 + 1 \times 14 = 355$

$$\bar{x} = \frac{11 \times 11 + 14 \times 12 + 4 \times 13 + 1 \times 14}{30} = \frac{355}{30} = 11,8333\dots$$

Respuesta:

La edad promedio de los estudiantes es 11,83 años.

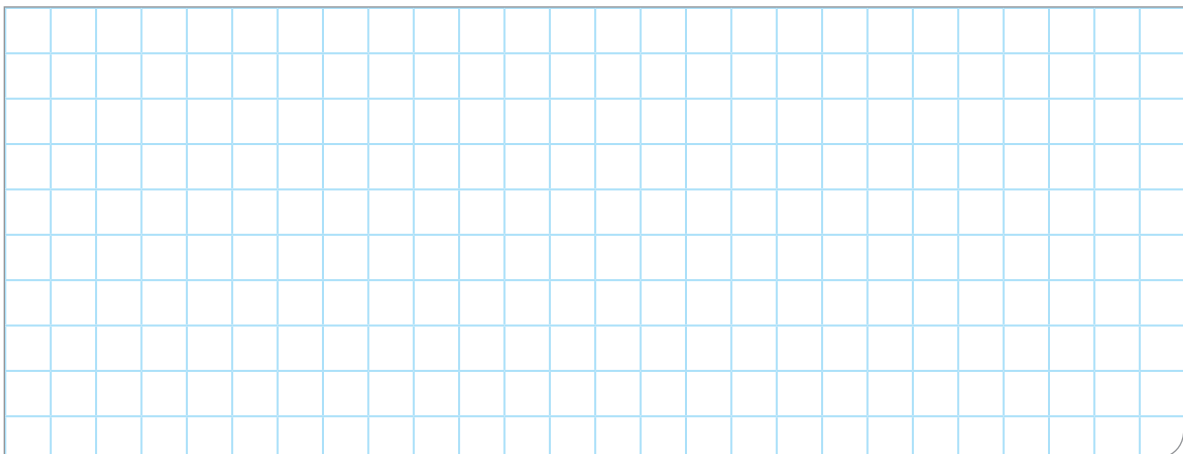
1. Describe el procedimiento que se realizó para determinar la media aritmética de la edad de los estudiantes.



2. ¿Qué significa que un grupo de estudiantes tenga en promedio 11,83 años?



3. Al observar un conjunto de datos de variables cuantitativas discretas, Manuel afirma que el orden de los datos influye para el resultado de la media o promedio. ¿Es correcta la afirmación de Manuel? Justifica tu respuesta con ejemplos.

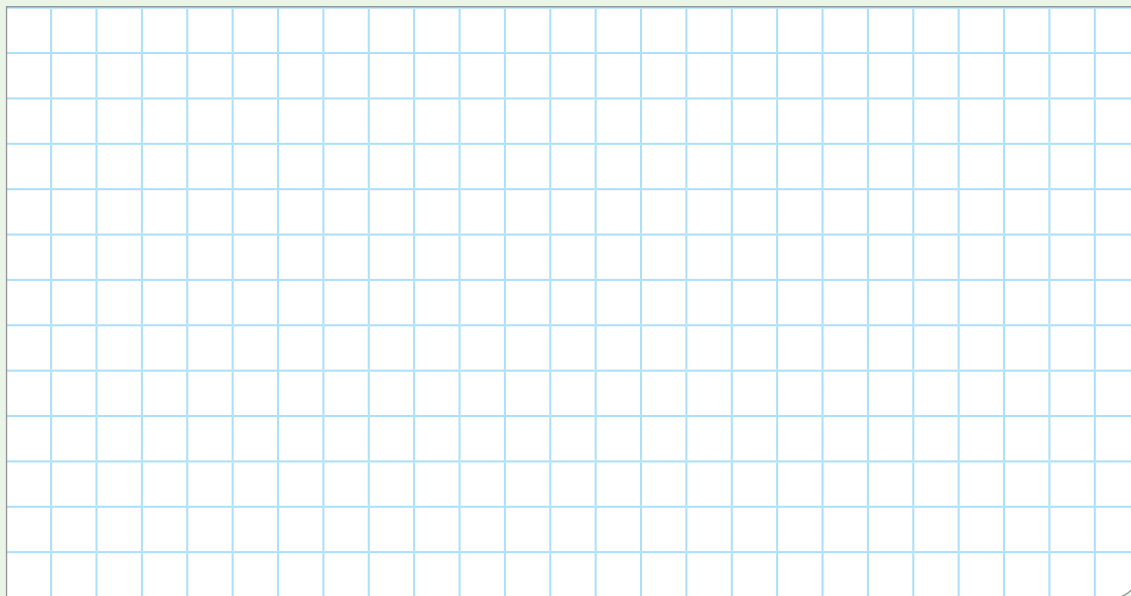


3. Un estudiante obtiene los siguientes puntajes en sus exámenes de Matemática durante un semestre:

14; 13; 1; 16; 16; 15; 14; 18; 18; 17; 17; 20; 19; 18; 0.

¿Cuál es el puntaje más representativo que obtuvo el estudiante?

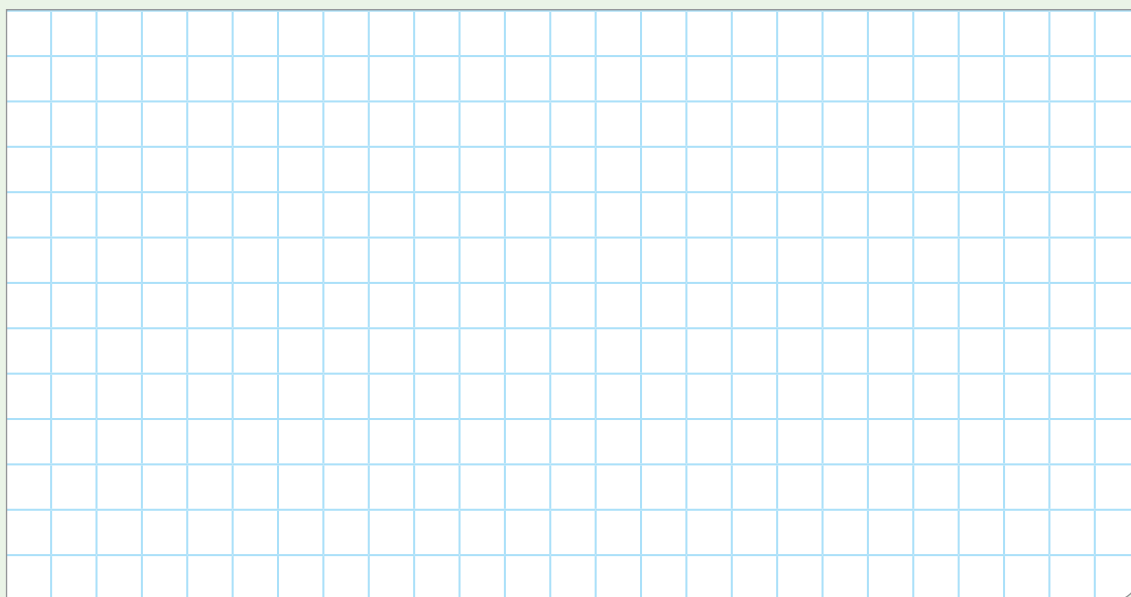
- a) 16 b) 14,4 c) 18 d) 14



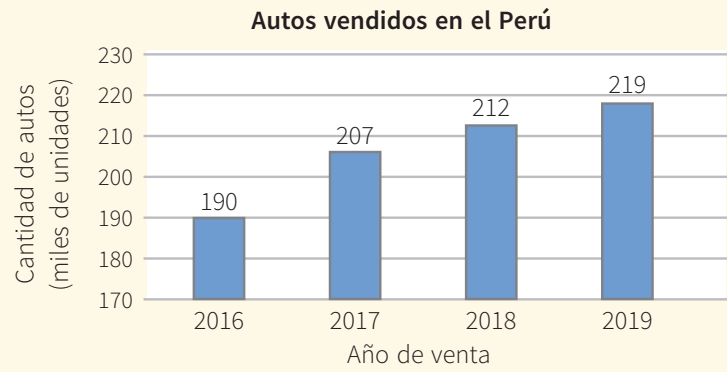
4. Los datos siguientes corresponden a los minutos que Alberto debió esperar el bus para ir a su trabajo durante 15 días:

20; 5; 6; 8; 6; 6; 8; 6; 5; 6; 8; 6; 5; 6; 7.

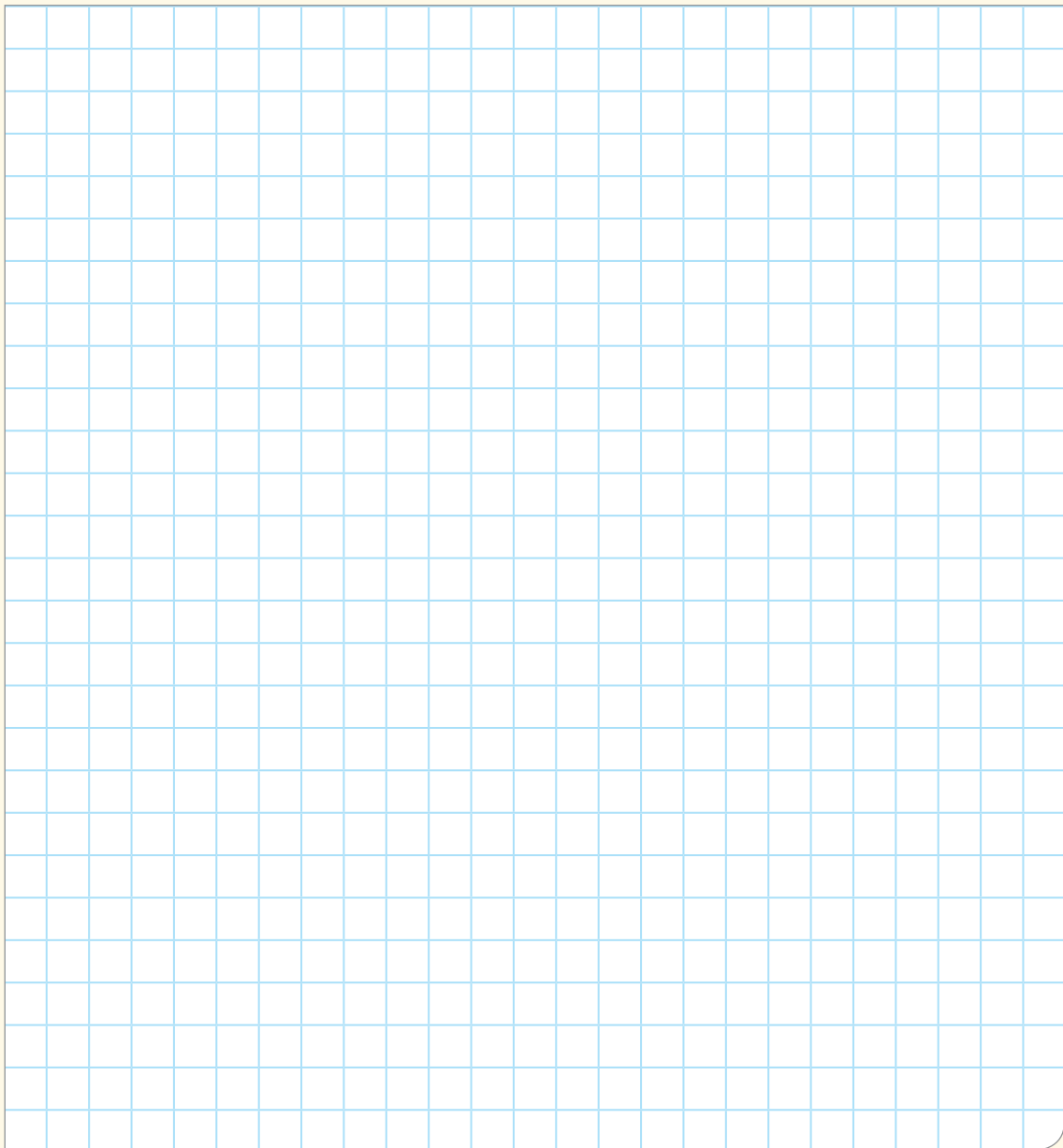
¿Cuál de las medidas de tendencia central tomará en cuenta para estimar el tiempo que debe esperar su transporte? ¿Por qué?



5. El siguiente gráfico de barras muestra la venta de autos en el Perú del 2016 al 2019. De acuerdo con el comportamiento de los datos, determina la media de la cantidad de autos vendidos en dicho periodo.

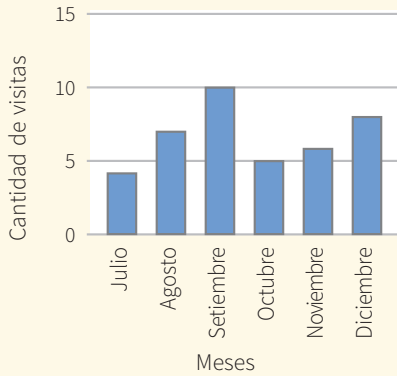


- a) 207 000 autos b) 212 000 autos c) 216 000 autos d) 218 000 autos

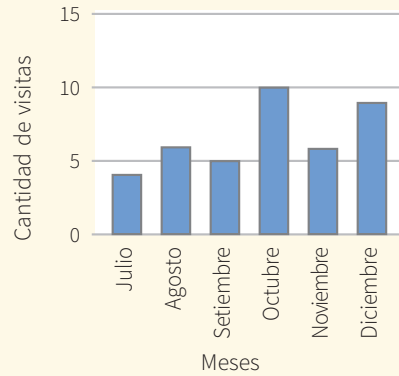


6. La cantidad de veces que Olber asistió a la biblioteca de la institución educativa en el último semestre del año fue: 8; 6; 10; 5; 6; 4. ¿Qué gráfico representa la cantidad de veces que Olber asistió a la biblioteca en el periodo mencionado?

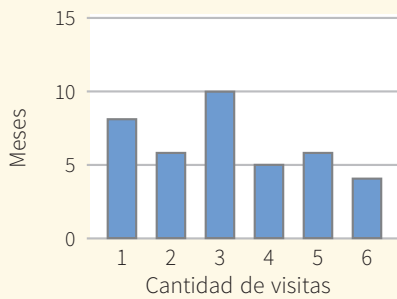
a) **Asistencia de Olber a la biblioteca**



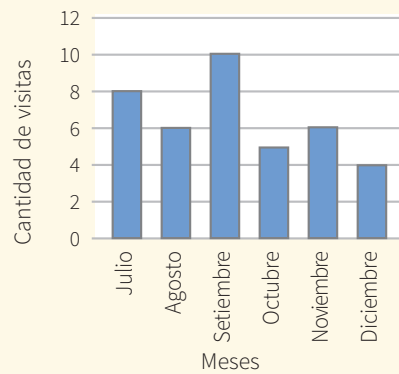
b) **Asistencia de Olber a la biblioteca**



c) **Asistencia de Olber a la biblioteca**



d) **Asistencia de Olber a la biblioteca**



7. La siguiente tabla muestra la información de la cantidad de veces que asistieron al cine 100 personas durante el mes de marzo:

Cantidad de veces que asistieron al cine	Cantidad de personas (f_i)	Frecuencia relativa porcentual (h_i %)	Grados del ángulo del sector circular
0	20	20 %	$\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$
1	25		
2	40		
3	5		
4	10		
Total	100		

- a) Completa la tabla según el ejemplo y determina qué porcentaje de personas asistieron al cine en más de dos oportunidades.

- b) Representa los datos mediante un gráfico circular. (Utiliza tu transportador).

10. El siguiente cuadro presenta a los países que más medallas de oro ganaron en las últimas cinco olimpiadas.

Países	Sídney 2000	Atenas 2004	Pekín 2008	Londres 2012	Río 2016
Estados Unidos	36	36	36	46	46
China	28	32	51	38	26
Reino Unido	11	9	19	29	27
Rusia	32	27	23	24	19

- a) Expresa el comportamiento de los datos de China mediante un diagrama de barras.

- b) Completa la siguiente tabla con las medidas de tendencia central y, a partir de ellas, pronostica cuál es el país favorito para ganar las próximas olimpiadas. Justifica tu respuesta.

Medidas de tendencia central	Estados Unidos	China	Reino Unido	Rusia
Media				
Mediana				
Moda				

Ficha 6



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos o variaciones entre dos magnitudes y transformamos esas relaciones en funciones lineales. También empleamos estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas.

Promovemos la práctica del deporte

Con la finalidad de fomentar la práctica del deporte en sus hijos, las señoras Nelly y Silvia planean inscribirlos en una academia de fútbol, para lo cual analizan las promociones de dos academias cercanas:

LOS OLÍMPICOS TALLERES DE FÚTBOL
Para niñas, niños y jóvenes
Matrícula:
20 soles (único pago)
Mensualidad:
15 soles

ESCUELA DE CAMPEONES
Para niñas, niños y jóvenes
Exonérate del pago de **matrícula**
Mensualidad: 20 soles
INSCRÍBETE YA

Luego de analizar las promociones, Nelly decide matricular a su hijo en la academia Los Olímpicos y Silvia, en la academia Escuela de Campeones.

1. Determina mediante una expresión matemática la relación entre el tiempo y el pago total de cada una de las academias.
2. Determina al cabo de cuánto tiempo Nelly y Silvia pagaron la misma cantidad y cuál fue el monto.

3. Representa mediante una expresión matemática la relación entre el pago de la mensualidad y el tiempo (meses) para la academia Los Olímpicos.

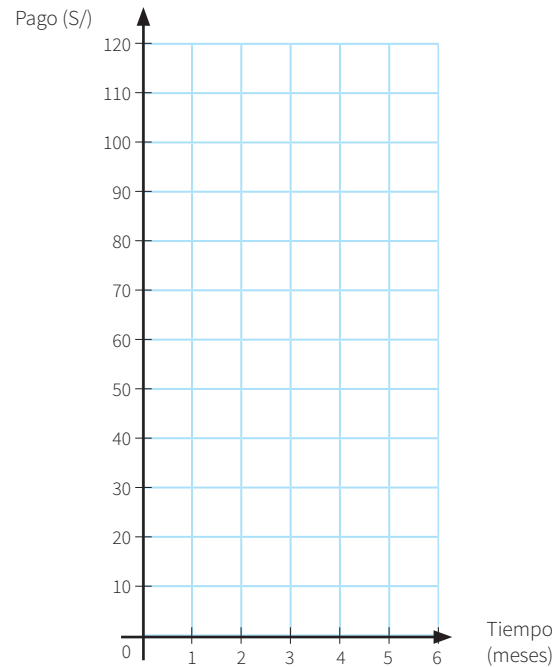
4. Representa mediante una expresión matemática la relación entre el pago de matrícula y la mensualidad para la academia Los Olímpicos.

5. Completa la tabla con el pago de la mensualidad de la academia Escuela de Campeones.

Tiempo (meses)	Academia Escuela de Campeones	
	Pago por mes (S/)	Pago total (S/)
1	20(1)	20
2	20(2)	40
3		
4		
5		

6. ¿Qué observas respecto al pago de la mensualidad y el tiempo para la academia Escuela de Campeones? Representa esta relación mediante una expresión matemática.

7. Representa en el siguiente diagrama cartesiano los datos de las tablas de la relación entre el tiempo y el pago total (ver actividades 1 y 5 de esta sección) y escribe en cada una de las gráficas su expresión matemática:



8. Considerando las tablas o el diagrama cartesiano, responde la segunda pregunta de la situación significativa.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Considerando el diagrama cartesiano de la pregunta 7 de *Ejecutamos la estrategia o plan*, interpreta qué ocurre a los cinco meses en relación con los pagos totales para las academias.

2. Para el periodo de un año, ¿en cuál de las dos academias convendría matricularse? Justifica tu respuesta.



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Relacionamos representaciones gráficas, tabulares y algebraicas para expresar el comportamiento de la función lineal; justificamos con ejemplos las características y propiedades de las funciones lineales y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

La siguiente función representa la temperatura (en °C) de un refrigerador nuevo a los t minutos de haberlo encendido:

$$T(t) = 20 - 2t; 0 \leq t \leq 8$$

Grafica dicha función y responde:

- ¿Qué tipo de función es?
- ¿La función es creciente o decreciente? ¿Por qué?
- ¿Qué representa el 20 de la función $T(t)$ y qué significado tiene?
- ¿Qué representa el -2 de la función $T(t)$ y qué significado tiene?

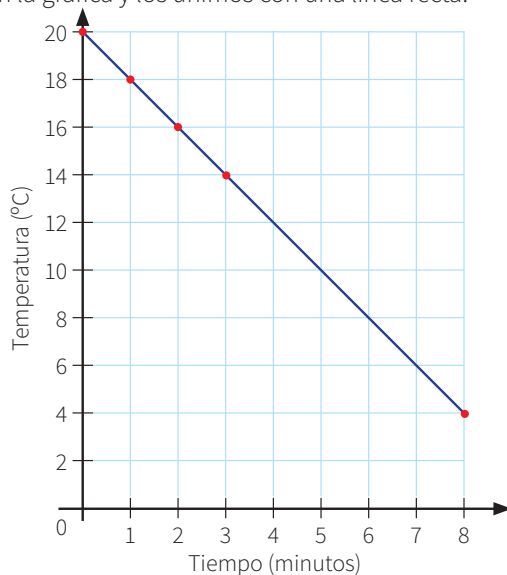


Resolución

Hallamos algunos puntos de la función completando la siguiente tabla:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$T(t)$	20	18	16	14					4

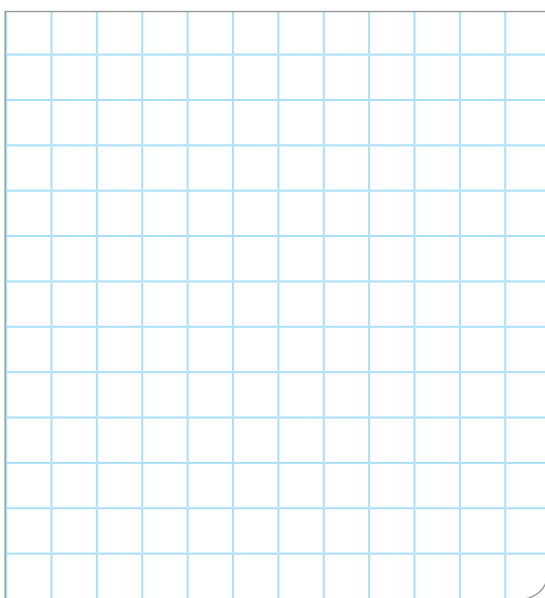
Ubicamos los datos de la tabla en la gráfica y los unimos con una línea recta:



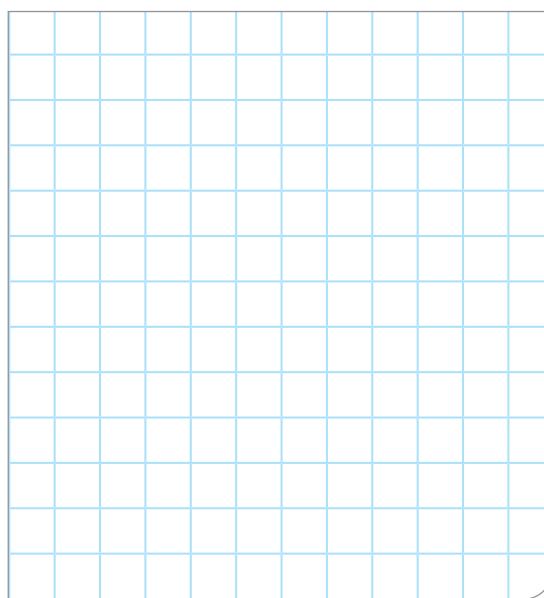
Respuesta:

- a. La gráfica corresponde a una función lineal.
- b. Dicha función es decreciente porque, conforme aumentan los minutos, la temperatura disminuye; además, porque su pendiente es negativa.
- c. Observamos que 20 es el punto de intersección con el eje Y, lo cual significa que la temperatura inicial era de 20 °C.
- d. -2 es la pendiente de la recta y significa que, por cada minuto que pasa, la temperatura del refrigerador disminuye en 2 °C, como se puede apreciar viendo la variación entre los cuatro primeros términos de la tabla.

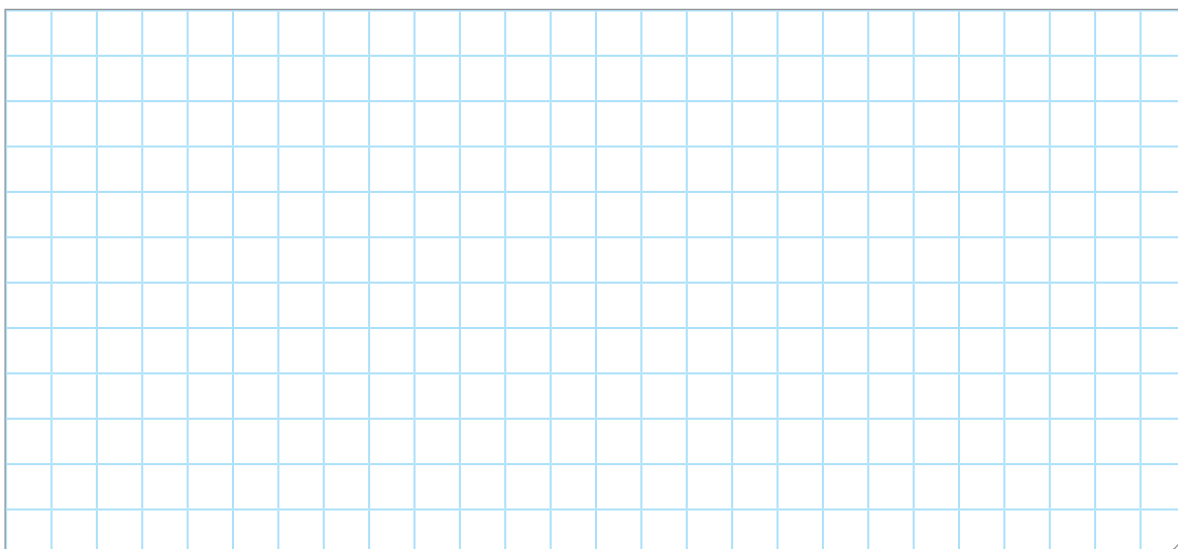
1. Describe el procedimiento que se utilizó para responder las preguntas de la situación significativa.



2. Elabora el gráfico de la función $T(t) = 20 - 3t$; $0 \leq t \leq 8$; $t \in \mathbb{N}$. ¿Qué significa el valor de -3 en la función $T(t)$?

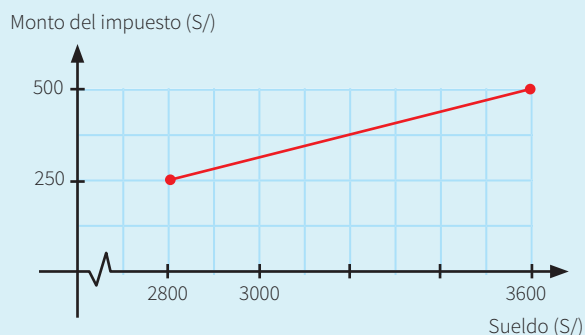


3. Plantea una situación significativa en la que $T(t) = 20 + 3t$; $0 \leq t \leq 6$; $t \in \mathbb{N}$ represente la temperatura en función del tiempo.



Situación significativa B

Los ingresos mensuales de un grupo de trabajadores fluctúan entre 2800 y 3600 soles. Ellos deben abonar un impuesto al municipio en función de su sueldo, como se muestra en el siguiente gráfico. ¿Cuánto pagaría un trabajador cuyo ingreso es de 3000 soles mensuales?



Resolución

Calcularemos la pendiente con los datos extremos del gráfico (triángulo celeste) y luego con los datos que contienen a la incógnita (triángulo verde).

En el gráfico 1, se calcula la pendiente: $\frac{250}{800}$.

En el gráfico 2, se calcula la pendiente: $\frac{y}{200}$.

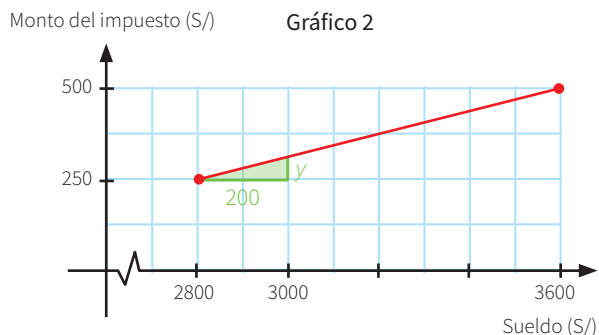
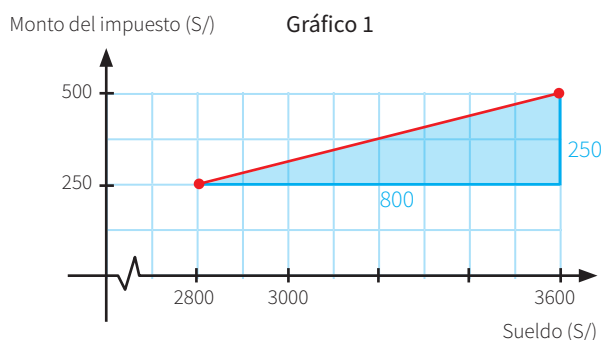
Como se trata de la misma función, las pendientes son iguales:

$$\begin{aligned} \frac{250}{800} &= \frac{y}{200} \\ y &= 200 \times \frac{250}{800} \\ y &= 62,50 \end{aligned}$$

En el segundo gráfico, observamos que la persona cuyo sueldo es 3000 debe pagar $250 + y = 250 + 62,5 = 312,50$ soles.

Respuesta:

La persona cuyo ingreso es de 3000 soles pagaría S/312,50 de impuesto.



- Describe el procedimiento que se siguió para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa. Sustenta tu respuesta.

- ¿Puedes dar respuesta a la pregunta de la situación significativa utilizando otro procedimiento? Explica tu respuesta.

Situación significativa C

Una librería ofrece el servicio de fotocopias. Los precios, según el número de fotocopias requerido, están publicados en la tabla que se muestra.

Una mañana ingresan tres clientes. El primero solicita 15 fotocopias y el segundo, 30. Si la librería cobró 5 soles por los tres, ¿cuántas copias como máximo pudo haber solicitado el tercer cliente?



Fuente: <https://goo.gl/Daqlb5>

Cantidad de fotocopias	Precio unitario (céntimos)
De 1 a 20	10
Más de 20	5

Aprendemos a partir del error

Resolución

Ya que el precio es proporcional a la cantidad de fotocopias, lo representaremos como una función lineal por partes, donde x representa la cantidad de fotocopias:

$$f(x) = \begin{cases} 0,10x; & \text{si: } 1 \leq x \leq 20 \\ 0,05x; & \text{si: } x \geq 20 \end{cases}$$

El primer cliente pagará:

$$1 \leq 15 \leq 20; \text{ entonces, } f(15) = 0,10 \times 15 = 1,50 \text{ soles}$$

El segundo cliente pagará:

$$30 \geq 20; \text{ entonces, } f(30) = 0,05 \times 30 = 1,50 \text{ soles}$$

El tercer cliente debió pagar la diferencia:

$$5 - (1,50 + 1,50) = 2 \text{ soles}$$

Considerando el primer tramo de la función, podemos plantear: $0,10x = 2$; entonces, $x = \frac{2}{0,10}$; luego, $x = 20$, lo cual está dentro de los límites de la condición: $1 \leq 20 \leq 20$

Respuesta:

El tercer cliente solicitó 20 fotocopias.

1. ¿El procedimiento realizado ayudó a dar respuesta a la pregunta de la situación significativa? Justifica tu respuesta.

2. En caso de que el procedimiento fuera errado, ¿cuál sería su corrección?



Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos o variaciones entre dos magnitudes y transformamos esas relaciones en funciones lineales. También representamos mediante gráficas, tablas y expresiones algebraicas el comportamiento de la función lineal, y empleamos estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas. Asimismo, justificamos con ejemplos las características y propiedades de las funciones lineales y corregimos errores si los hubiera.

La tabla muestra el pago que realizan algunas familias por el servicio de internet, en función del número de meses consumidos.

	Familia Chávez	Familia Trelles	Familia Rojas	Familia Quispe
Número de meses	8	3	15	9
Pago (S/)	480	180	900	540

Considerando la información presentada, da respuesta a las preguntas 1 y 2.

1. ¿Cuál es el modelo matemático que representa la situación planteada?

a) $f(x) = 60 + x$

b) $f(x) = 60x$

c) $f(x) = 70x - 30$

d) $f(x) = 50x + 80$

2. La familia Quispe lleva utilizando el mismo servicio de internet desde hace un año y medio. ¿Cuánto habrá pagado hasta ahora por este servicio?

a) S/90

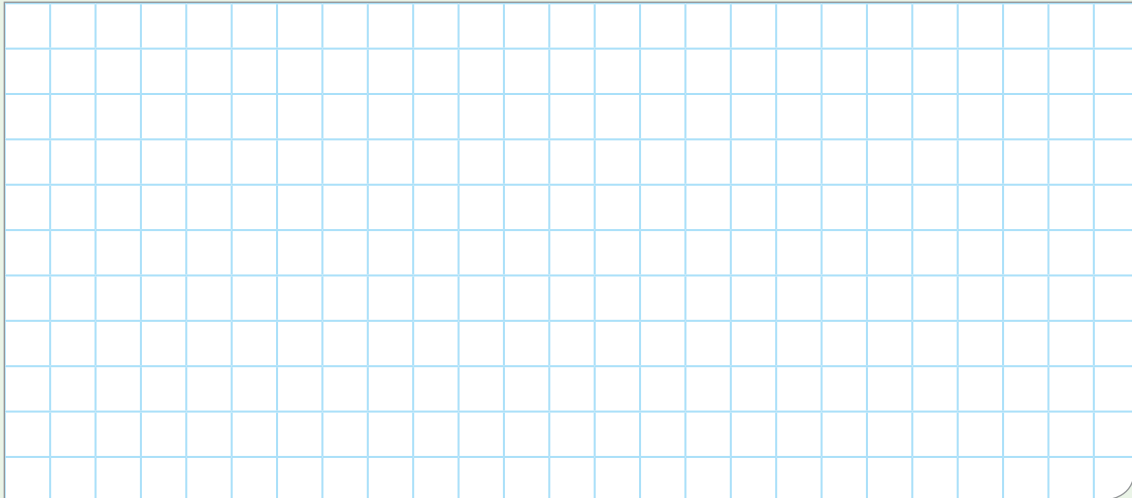
b) S/720

c) S/1080

d) S/1440

3. Daniel es un profesor de Matemática. Para la fiesta de despedida del año, decidió comprar como regalo un cubo mágico para cada uno de sus estudiantes. Si cada cubo cuesta $S/3$, ¿en qué conjunto numérico está definida la función que representa la correspondencia entre la cantidad de cubos mágicos y el dinero que va a gastar?

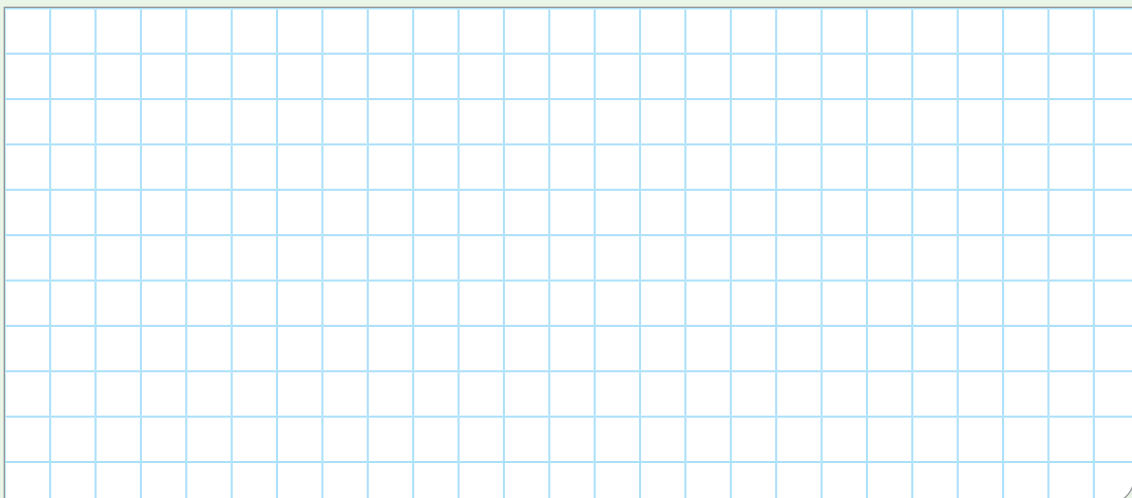
a) Naturales b) Enteros c) Racionales d) Reales



4. Una empresa farmacéutica contrata un servicio de transporte motorizado para distribuir sus productos. El contrato estipula que el pago por cada entrega realizada es de $S/10$. Como máximo se efectuarán 150 entregas al mes. Expresa, mediante una función, el pago mensual según el contrato, de acuerdo a la cantidad de entregas realizadas.

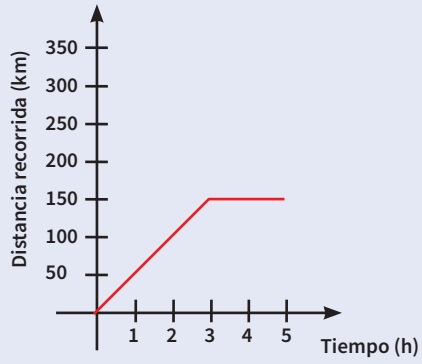


Fuente: <https://goo.gl/o71293>

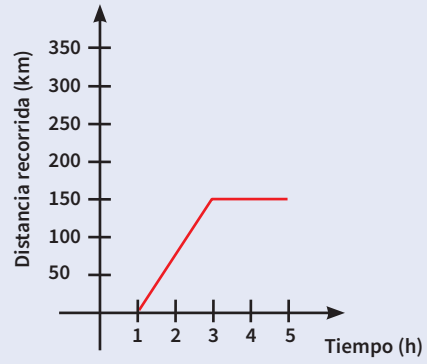


8. La distancia recorrida por un auto que viaja x horas se representa mediante la siguiente expresión: $f(x) = 50x$. Luego de 3 horas de iniciado el recorrido, el auto se detiene por 2 horas. ¿Cuál es la gráfica que representa esta situación? Justifica tu respuesta.

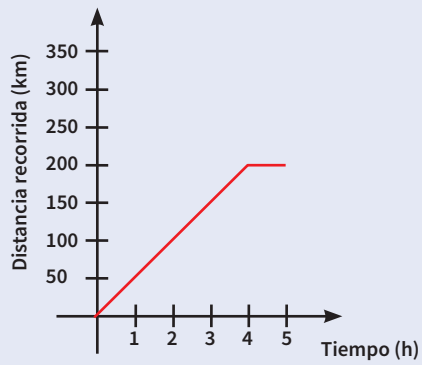
a)



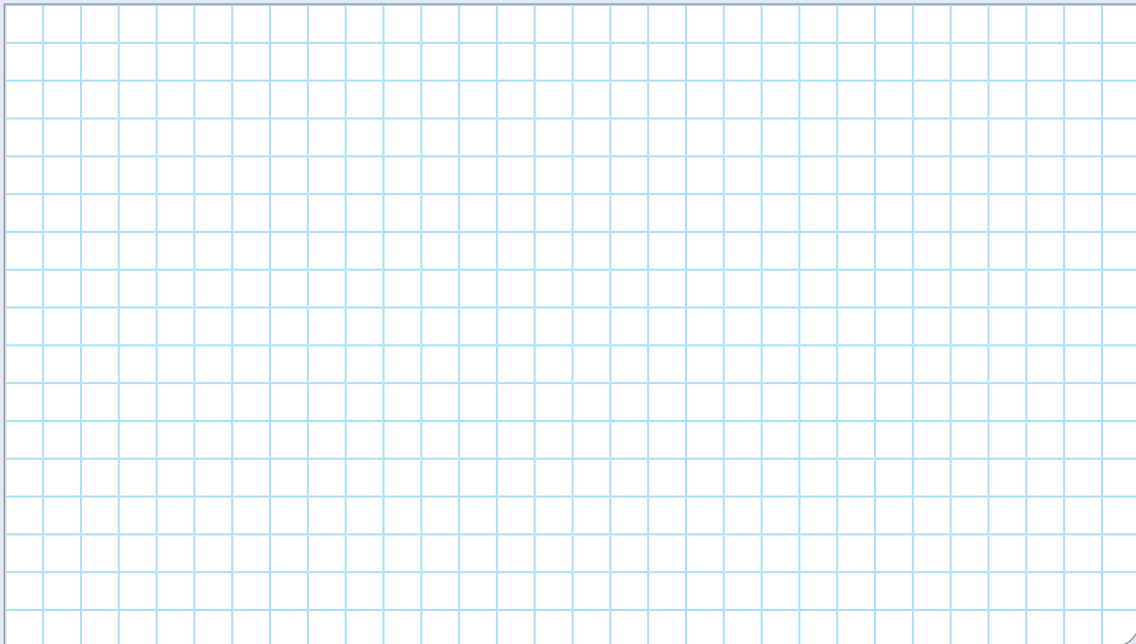
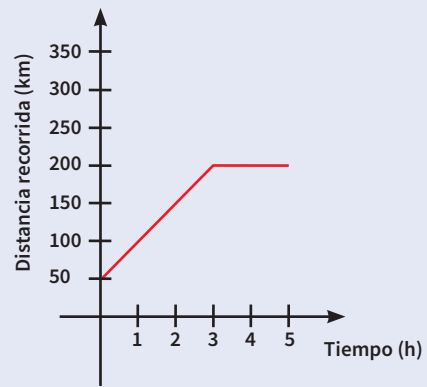
b)



c)



d)

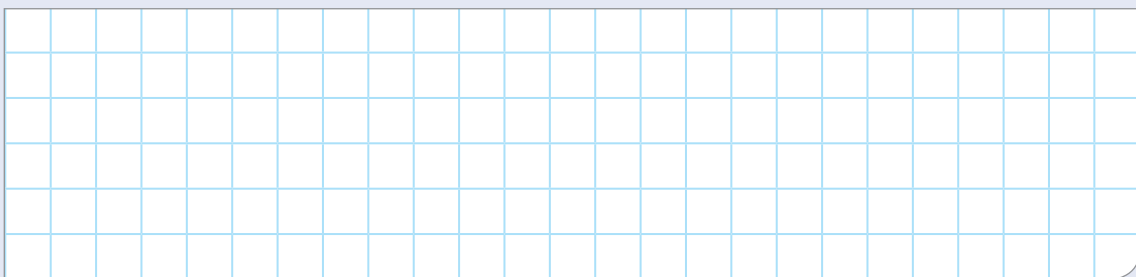
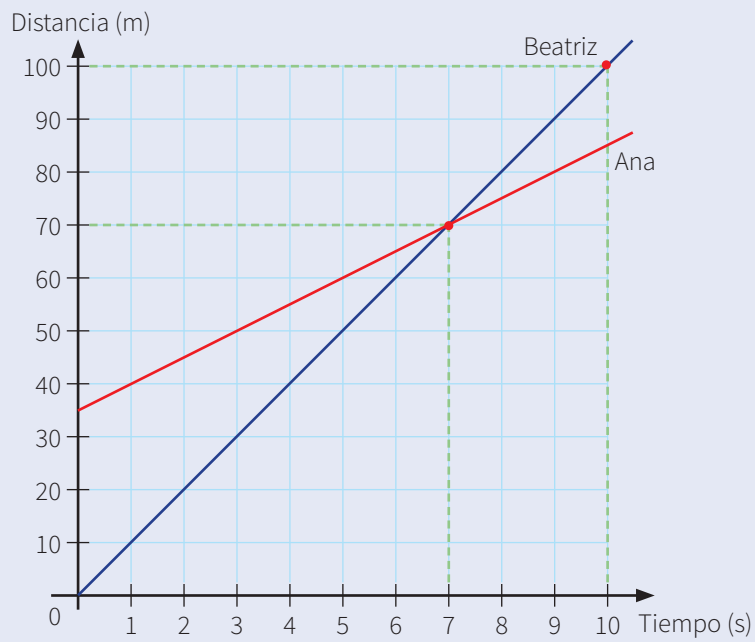


9. Dos compañías A y B ofrecen servicio de taxi. La tarifa de la compañía A es de S/5 por servicio más S/2 por cada kilómetro recorrido; la compañía B cobra únicamente S/3 por cada kilómetro recorrido. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) A partir de 4 km conviene contratar el taxi A.
- b) A partir de 5 km conviene contratar el taxi A.
- c) A partir de 5 km conviene contratar el taxi B.
- d) A partir de 6 km conviene contratar el taxi A.



10. A partir de la gráfica, determina la función que representa la distancia recorrida por Ana y Beatriz en función del tiempo empleado.



Ficha 7



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Usamos diversas representaciones para comprender las propiedades de las operaciones con números enteros, y establecemos relaciones entre datos y las transformamos a expresiones numéricas con números enteros. Asimismo, empleamos estrategias y procedimientos para realizar las operaciones con números enteros.

Temperaturas extremas en el Perú

La Organización Mundial de la Salud (OMS) afirma que la temperatura ambiente óptima para nuestro organismo varía entre 18°C y 24°C .



Fuente: <https://goo.gl/wN2Rga>



Fuente: <https://goo.gl/hJBpmp>

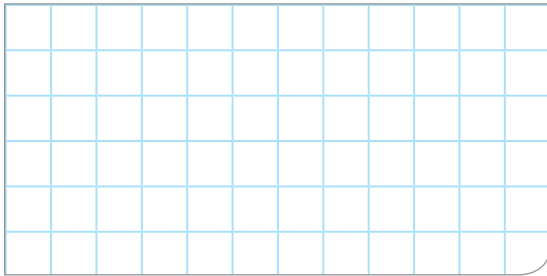
En nuestro país, el clima es variado; en algunas regiones tenemos un clima frío y en otras, un clima cálido.

El Servicio Nacional de Meteorología e Hidrografía del Perú (SENAMHI) ha precisado que este año la temperatura ambiente alcanzará niveles extremos. Así pues, en Puno habrá temperaturas de hasta 6°C bajo cero, mientras que en Piura la temperatura alcanzará picos de 37°C . La exposición al frío provoca congelamiento e hipotermia. Por otro lado, el calor es causante de deshidratación y agotamiento.


1. ¿Cuántos grados centígrados ($^{\circ}\text{C}$) de diferencia hay entre la temperatura mínima de Puno y la temperatura máxima de Piura?
2. ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura máxima recomendada por la OMS y la temperatura máxima en Piura?
3. ¿Cuál es la diferencia entre la temperatura mínima recomendada por la OMS y la temperatura mínima en Puno?

Comprendemos el problema

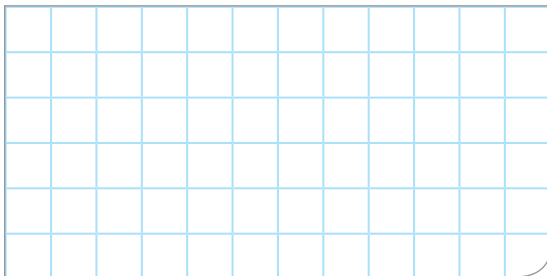
1. ¿Cuál es la temperatura mínima a la que llegará Puno según el SENAMHI?



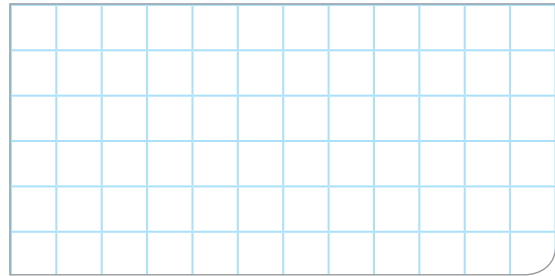
2. Según el SENAMHI, ¿cuál será la temperatura máxima en la región Piura?



3. Según la OMS, ¿entre qué valores varía la temperatura ambiente óptima para nuestro organismo?



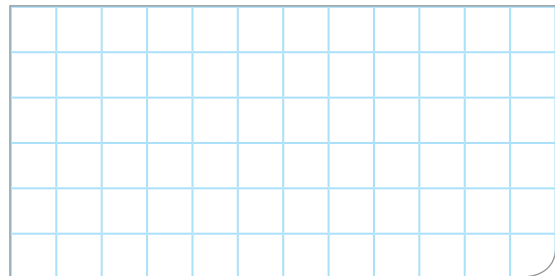
4. Explica qué significa "6 °C bajo cero".



5. Escribe todos los datos que presenta la situación significativa.

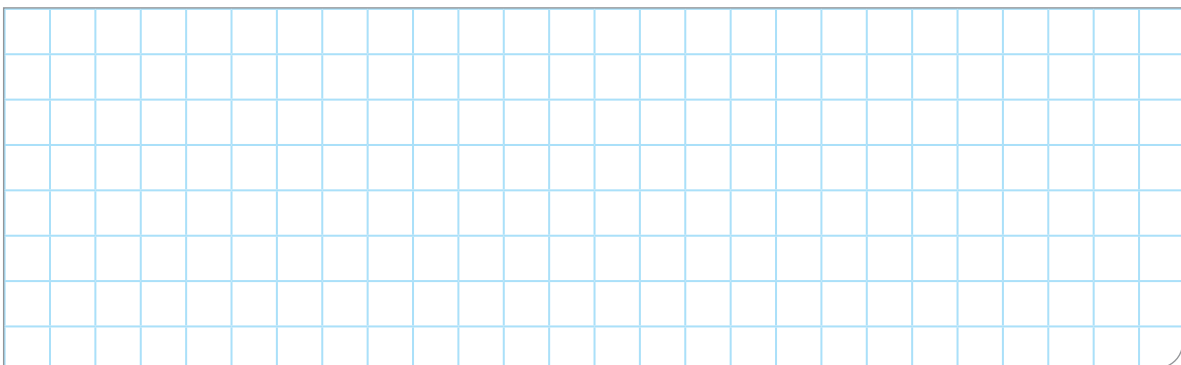


6. ¿Qué se pide hallar en las preguntas de la situación significativa?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



Ejecutamos la estrategia o plan

1. Escribe mediante una expresión matemática las siguientes temperaturas:

a) 37°C : _____

b) 6°C bajo cero: _____

2. Representa en la recta numérica las temperaturas identificadas en la situación significativa.

3. Ubica en la recta numérica los valores de la temperatura mínima de Puno y la temperatura máxima de Piura.

4. Considerando el gráfico de la pregunta 3 de *Ejecutamos la estrategia o plan*, toma como punto de partida el valor numérico de la temperatura de Puno y determina cuántas unidades se avanza hasta la ubicación del valor numérico de la temperatura de Piura. Representa mediante una operación lo realizado en la recta numérica y responde a la primera pregunta de la situación significativa.

5. Procede de manera simbólica a realizar las operaciones para dar respuesta a la segunda y tercera pregunta de la situación significativa.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Si se aumenta 5°C a la temperatura mínima de Puno y a la temperatura máxima de Piura, ¿cuáles serían las nuevas temperaturas?

2. ¿Utilizar la recta numérica te ayudó para responder las preguntas de la situación significativa? Justifica tu respuesta.



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Empleamos diversas estrategias para realizar operaciones con números enteros. Asimismo, justificamos las operaciones con números enteros mediante ejemplos y propiedades de las operaciones y corregimos los procedimientos si hubiera errores.

Situación significativa A

Luego de la cuarta fecha de un torneo de fútbol, en la tabla de posiciones un equipo lleva 3 goles a favor (GF) y 4 en contra (GC). En la quinta fecha, convirtió 2 goles, pero recibió 5 en contra. ¿Cuál será su nueva diferencia de goles (DG)?



Fuente: <https://goo.g/DMWx3c>

Resolución

Interpretamos la información en relación con la cuarta fecha, mediante números enteros, es decir:

Goles a favor (GF): +3

Goles en contra (GC): -4

Para calcular la diferencia de goles (DG), sumamos dichos valores: $(+3) + (-4)$.

Como son números de signos diferentes, se restan sus valores absolutos (valor absoluto de +3 es 3, valor absoluto de -4 es 4), es decir, $4 - 3 = 1$. El resultado lleva el signo del sumando de mayor valor absoluto, es decir, el signo de -4; entonces: $(+3) + (-4) = -1$

En la quinta fecha, el equipo anotó 2 goles y recibió 5, entonces actualizamos la información para los goles a favor y en contra:

Goles a favor (GF): $(+3) + (+2)$

Goles en contra (GC): $(-4) + (-5)$

Para sumar dos números que tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y al resultado se le añade el signo común, es decir:

Goles a favor (GF): $(+3) + (+2) = +5$

Goles en contra (GC): $(-4) + (-5) = -9$

Respuesta:

La nueva diferencia de goles es: $(+5) + (-9) = -4$

1. Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

2. En la sexta fecha el equipo convirtió 5 goles y recibió 3 goles. ¿Cuál será la nueva diferencia de goles?

Situación significativa B

La temperatura del aire baja según se asciende en la atmósfera, a razón de $9\text{ }^{\circ}\text{C}$ por cada 300 metros, aproximadamente. Un globo meteorológico registra una temperatura de $-90\text{ }^{\circ}\text{C}$, en un momento en que la temperatura a nivel del suelo es de $18\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿A qué altura se encuentra el globo meteorológico?

Fuente: <https://bit.ly/2QAHxKf>



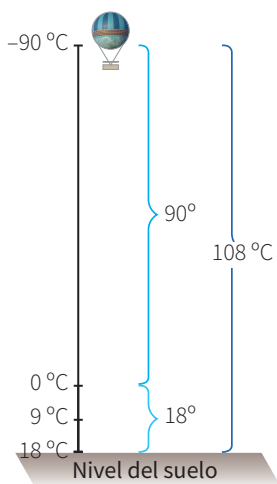
© Carlos Boza

Resolución

- Cada vez que el globo asciende 300 m, la temperatura disminuye $9\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- Debemos calcular primero cuánto ha disminuido la temperatura desde los $18\text{ }^{\circ}\text{C}$ en que se elevó el globo hasta los $-90\text{ }^{\circ}\text{C}$ que registró en el momento planeado. Para restar dos números enteros, se suma al minuendo (-90) el opuesto del sustraendo (-18), es decir: $(-90) + (-18)$. Aplicando la propiedad de la adición obtenemos: $(-90) + (-18) = -108$.

Por lo tanto, $(-90) - (+18) = -108$.

Representamos los datos en un diagrama:



- El valor numérico del resultado tiene signo negativo, esto nos indica que la temperatura disminuyó en $108\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Ahora calculamos cuántas disminuciones de $9\text{ }^{\circ}\text{C}$ hay en $108\text{ }^{\circ}\text{C}$:

$$108 \div 9 = 12$$

Por lo tanto, el globo ascendió:

$$300\text{ m} \cdot 12 = 3600\text{ m}$$

Respuesta:

El globo se encuentra a 3600 m de altura.

1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

2. Al observar que la temperatura de $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ bajo cero varía a $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ bajo cero, Julia afirma que la temperatura disminuye. ¿Es correcta la afirmación de Julia? Justifica tu respuesta.

Situación significativa C

El Huascarán, el pico más alto del Perú, alcanza los 6768 metros sobre el nivel del mar (m s. n. m.). La depresión de Sechura, zona de tierras bajas situada en la región Piura, tiene su punto más bajo a 34 metros bajo el nivel del mar (m b. n. m.). ¿Cuál es la diferencia en metros entre el pico más alto y el punto más bajo de nuestro país?



Fuente: <https://bit.ly/2KK5Ww4>

El Huascarán



Fuente: <https://bit.ly/2wUtcPK>

El desierto de Sechura

Aprendemos a partir del error

Resolución

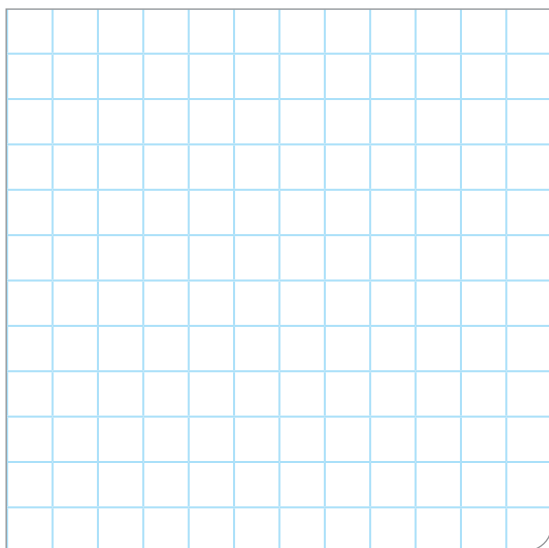
Como nos piden calcular la diferencia entre ambos puntos, efectuamos una resta.

$$6768 \text{ m} - 34 \text{ m} = 6734 \text{ m}$$

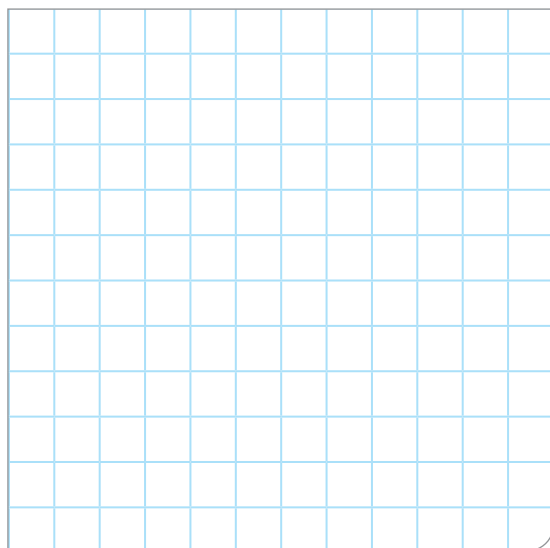
Respuesta:

La diferencia entre los dos puntos es de 6734 m.

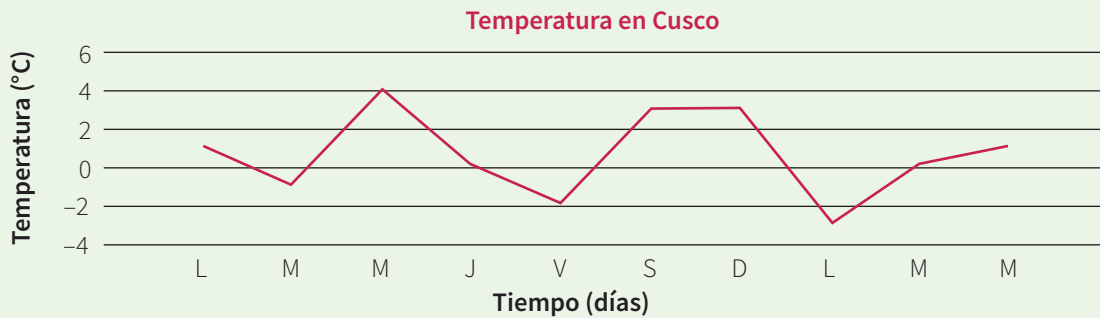
1. Elabora una gráfica lineal vertical que represente las alturas mencionadas en la situación significativa.



2. Verifica el procedimiento y corrige si estuviera errado.



3. El Servicio Nacional de Meteorología e Hidrografía del Perú (SENAMHI) registró las temperaturas a las 2 a. m. en la ciudad del Cusco durante 10 días, como se muestra en el siguiente gráfico.



¿Cuántos grados centígrados (°C) desciende la temperatura del miércoles de la primera semana hasta el día viernes?

- a) Desciende 6 °C b) Desciende 4 °C c) Desciende 3 °C d) Desciende 2 °C

4. De acuerdo con un libro de historia, un personaje nació en el año 35 a. C. y murió en el año 15 d. C., a la edad de 50 años. ¿Es esto realmente posible? Explica haciendo uso de tus conocimientos matemáticos.

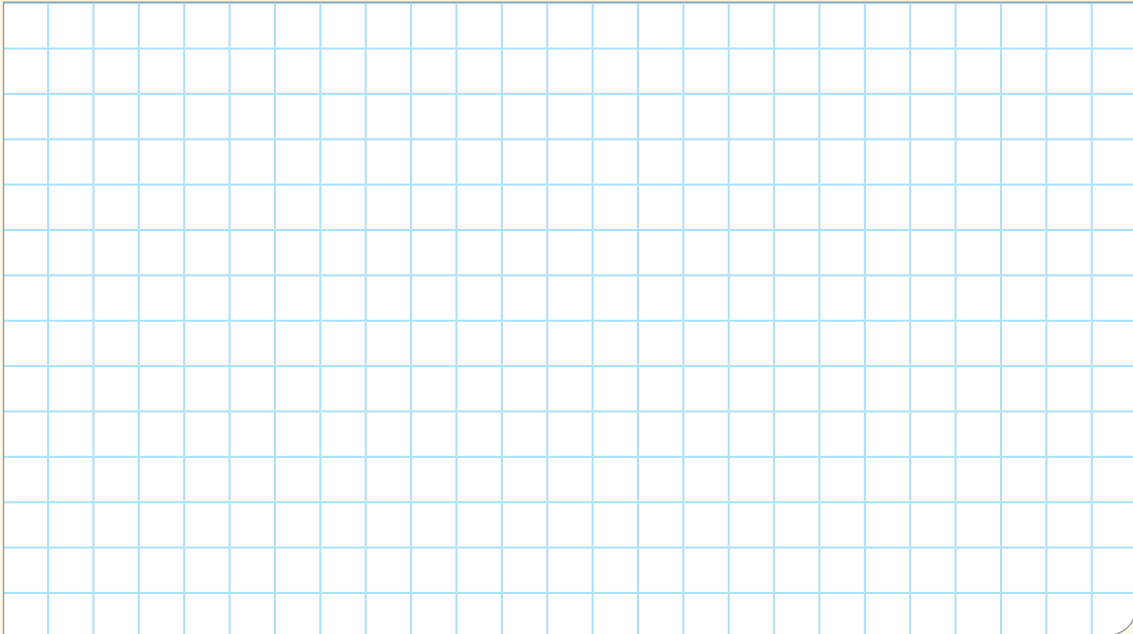
5. La galería "Alfombra mágica" tiene 3 niveles de sótano y 8 pisos, y está ubicada en un conocido centro comercial. En ese lugar, Viviana es propietaria de dos tiendas. Una de ellas se encuentra en el 3.^{er} nivel del sótano y la otra se ubica a 7 niveles de esta. ¿En qué piso se ubica la segunda tienda de Viviana?

a) Piso 3

b) Piso 4

c) Piso 7

d) Piso 10



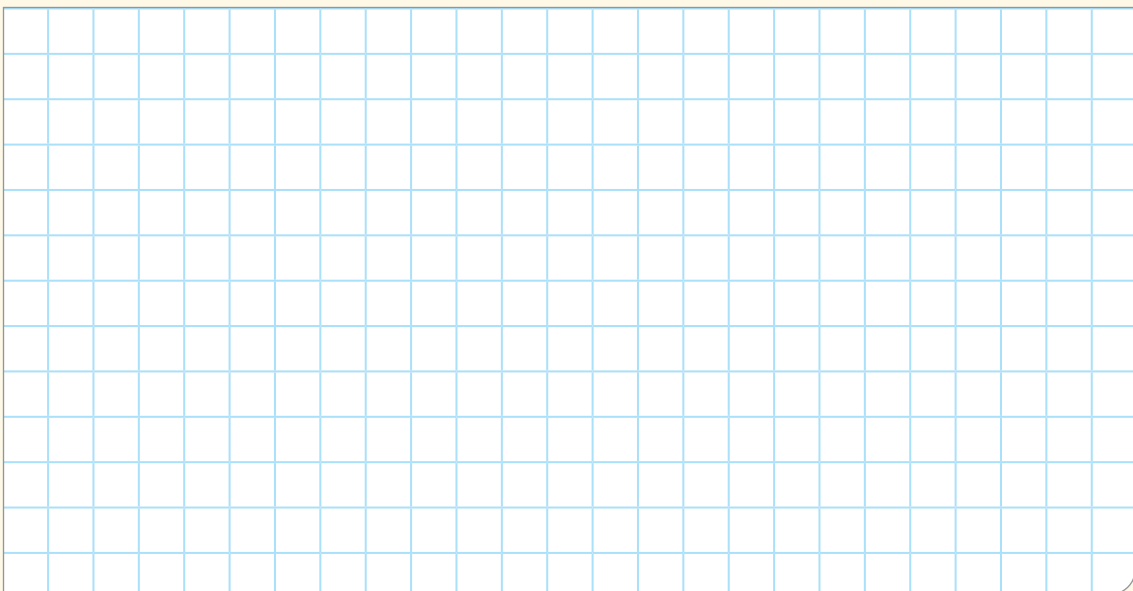
6. En la ciudad de Puno, a las 7 a. m. el termómetro marcaba $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$; luego de cinco horas la temperatura sube $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ y 10 horas después baja $7\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Qué temperatura marca el termómetro a las 10 p. m.?

a) $1\text{ }^{\circ}\text{C}$

b) $3\text{ }^{\circ}\text{C}$

c) $8\text{ }^{\circ}\text{C}$

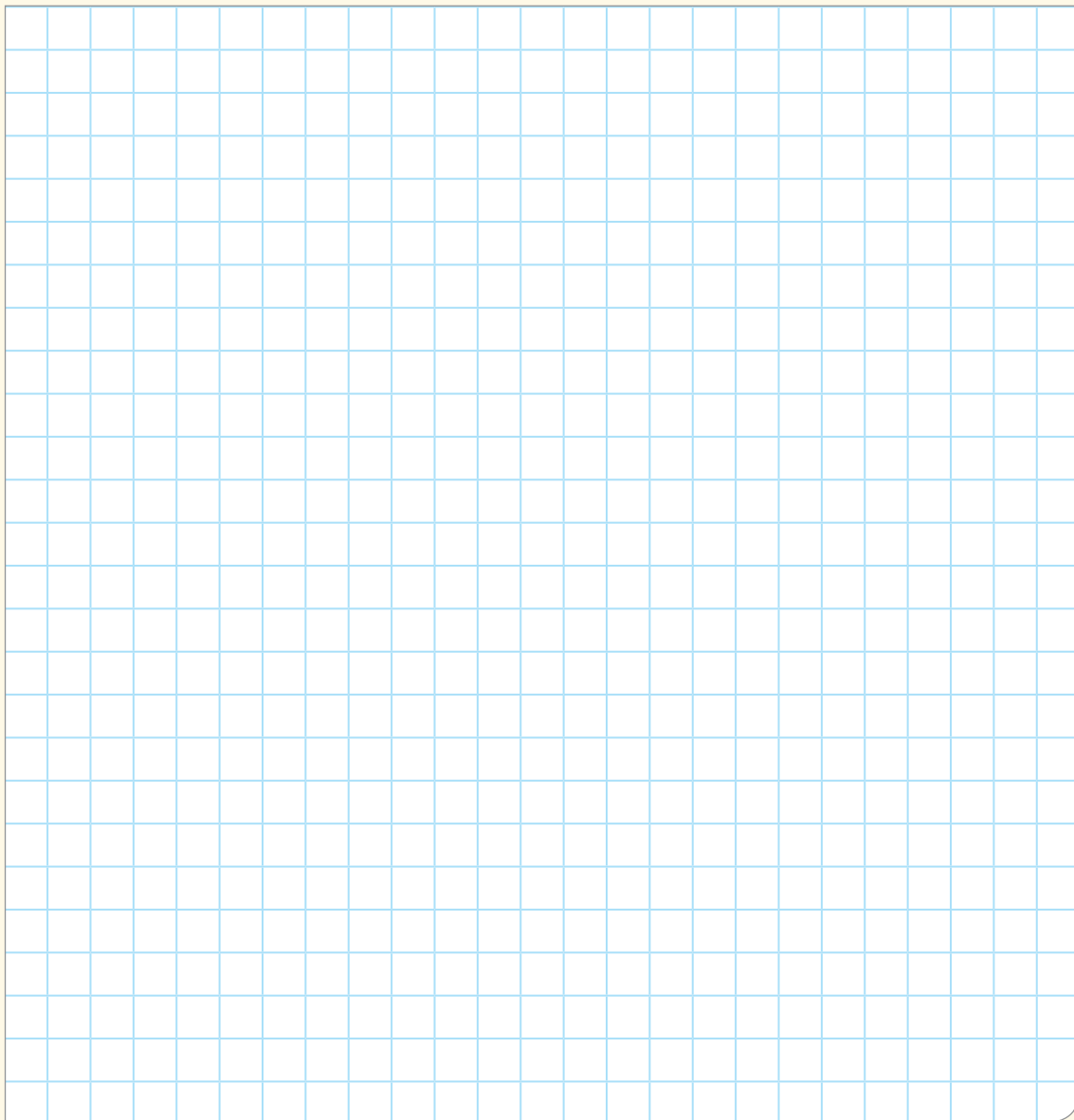
d) $10\text{ }^{\circ}\text{C}$



7. En la tabla adjunta se registran los goles a favor y en contra de 5 equipos que participan en el torneo descentralizado peruano. Completa la tabla si se sabe que GF son goles a favor y GC son goles en contra.

N.º	Equipo	GF	GC	Situación final	Operación matemática
1	Alianza Lima	18	6	12 GF	
2	Universitario	17	11		
3	Sporting Cristal	21		13 GF	
4	Melgar		9	1 GC	
5	Binacional	8	14		

Sugerencia: utiliza la recta numérica para expresar cada una de las operaciones matemáticas.



8. Rosa visita un supermercado para utilizar los puntos de su tarjeta. Después de canjearlos por un perfume y un reloj, le quedan 330 puntos. ¿Cuántos puntos tenía acumulados antes del canje?



250 puntos



850 puntos



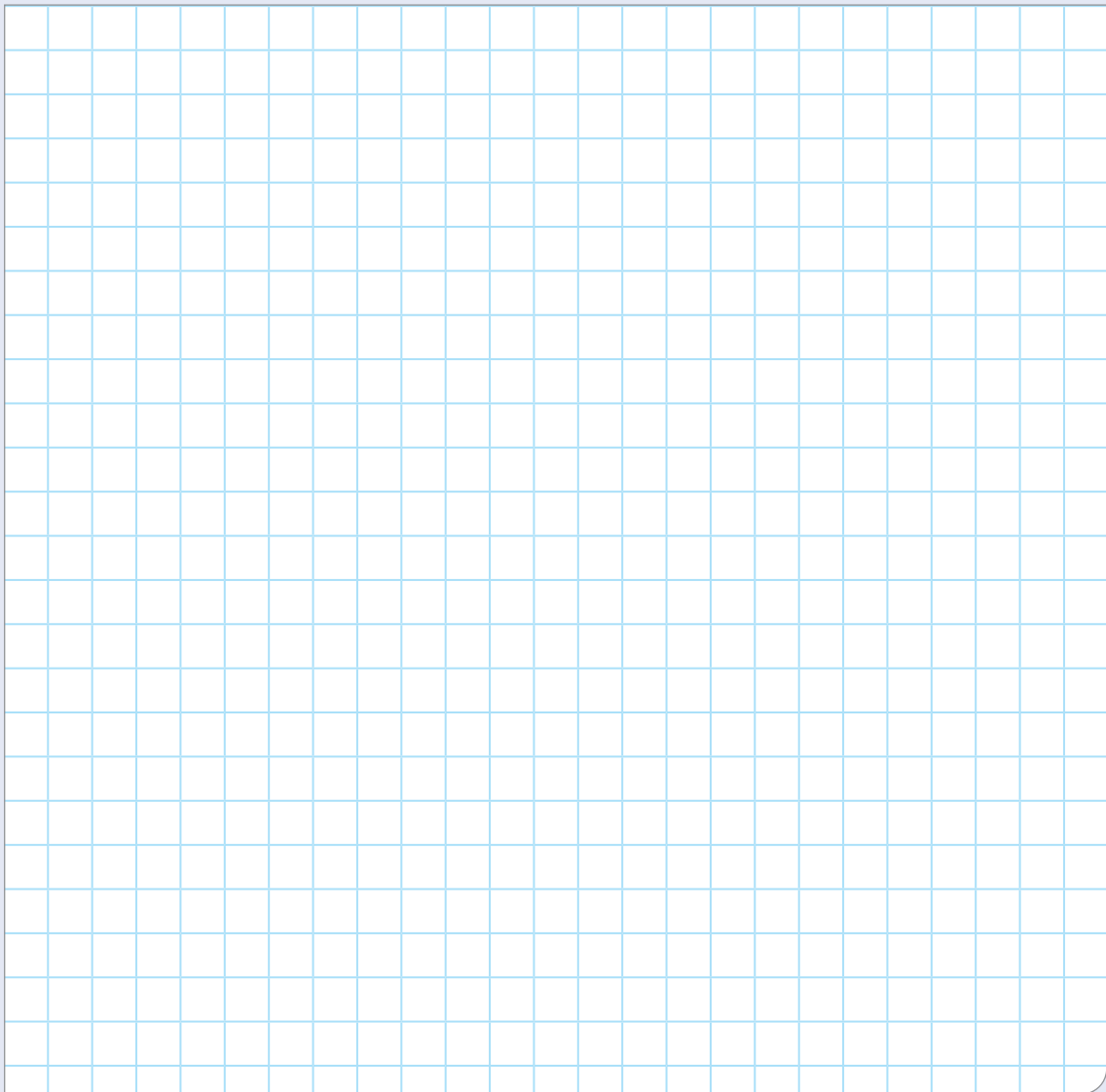
800 puntos

a) 345 puntos

b) 520 puntos

c) 1180 puntos

d) 1430 puntos

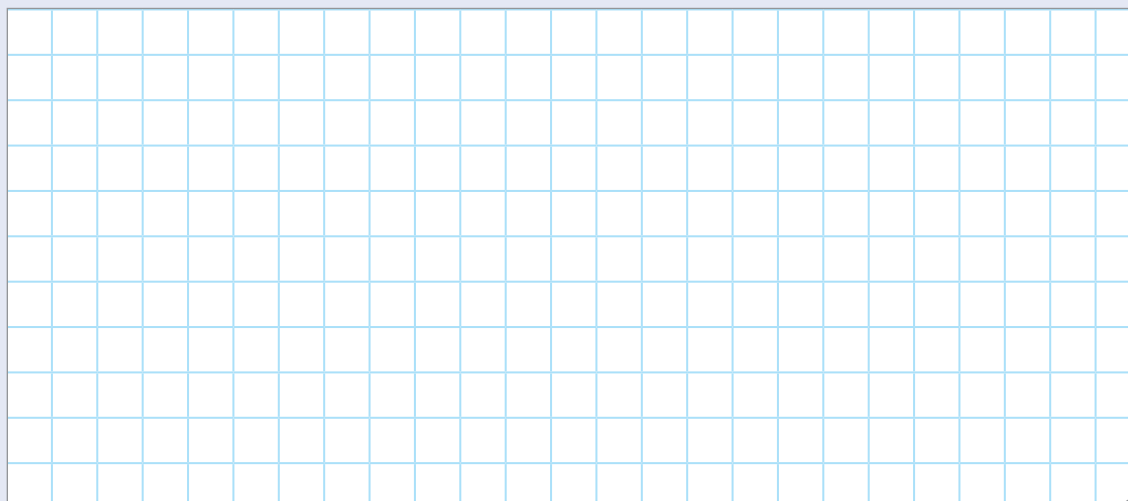


9. La siguiente tabla muestra las temperaturas máxima y mínima registradas en un día en los cinco continentes.

Continentes Temperatura	América	Europa	Asia	Oceanía	África
Mínima	-17°	-1°	-17°	16°	-19°
Máxima	23°	18°	28°	24°	59°

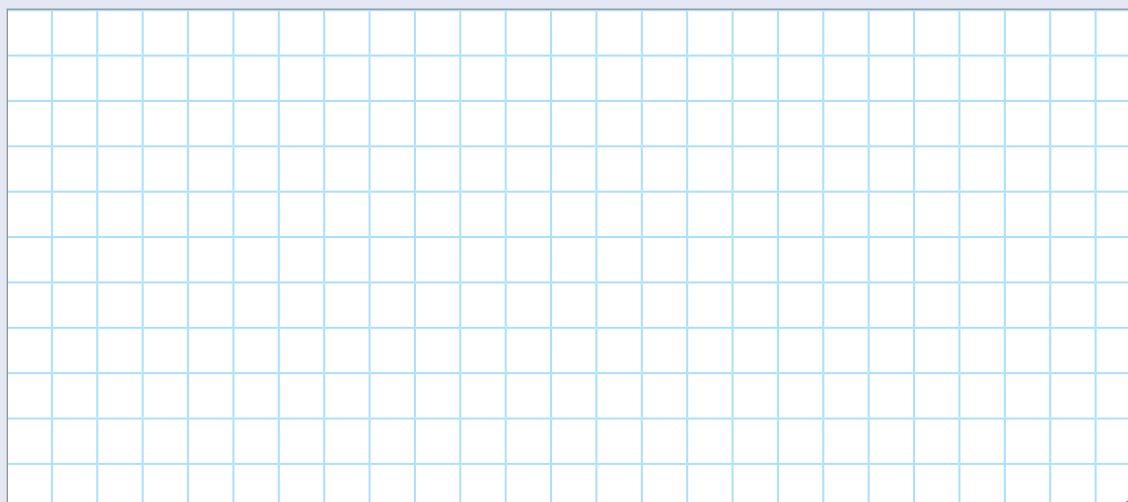
¿En qué continentes se dan la mayor y la menor variación de temperatura respectivamente?

- a) Asia y África b) América y Oceanía c) África y Oceanía d) América y África



10. Si a es un número entero negativo y b es un número entero positivo, ¿qué signo tendrá el resultado de la operación $a - b$?

¿Por qué? Sustenta tu respuesta con un ejemplo.



Ficha 8

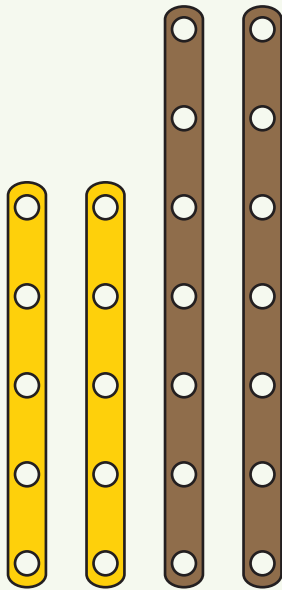


Aplicamos nuestros aprendizajes

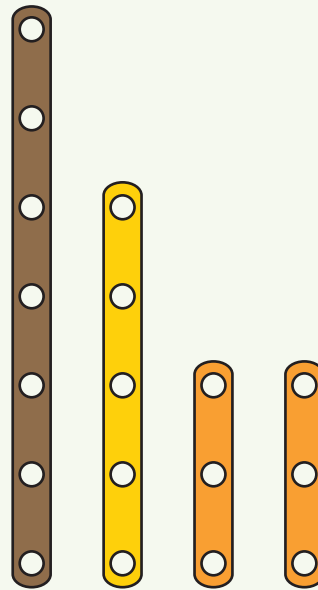
Propósito: Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios, asociamos estas características y las representamos con formas bidimensionales. Asimismo, expresamos con dibujos, construcciones con material concreto y con lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre los cuadriláteros.

Utilizamos el mecano para construir formas geométricas

El mecano es un juego muy conocido que consta de tiras alargadas, generalmente metálicas, aunque pueden elaborarse incluso en papel, con una serie de agujeros equidistantes. Las tiras son de diferentes tamaños. Para unir las, se usa una serie de tuercas y tornillos que permiten alargar la longitud que se desee, así como formar líneas abiertas, cerradas, rectas o quebradas y, por lo tanto, figuras geométricas.



Grupo A

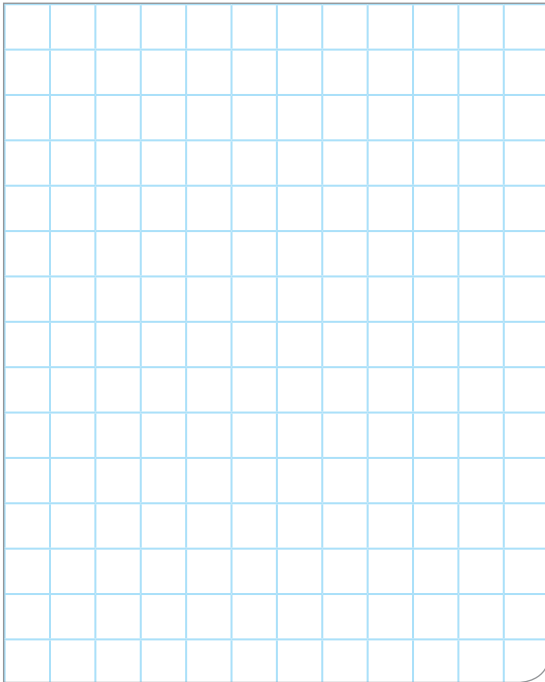


Grupo B

1. ¿Cuántos tipos de cuadriláteros formarías con las piezas de mecano de cada grupo? Determina los nombres y las características de los cuadriláteros formados.
2. Determina el perímetro de cada tipo de cuadrilátero construido con las piezas de mecano de cada grupo.

Comprendemos el problema

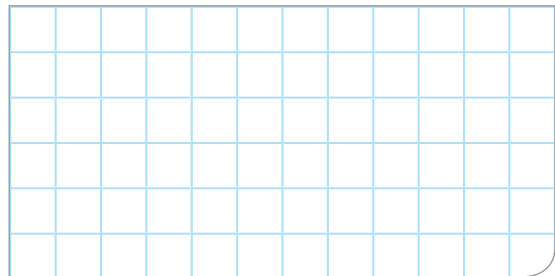
1. ¿Para qué nos sirve el mecano?



2. En el mecano de la página 221, ¿cuánto mide cada una de las piezas?




3. ¿Qué te solicitan las preguntas de la situación significativa?

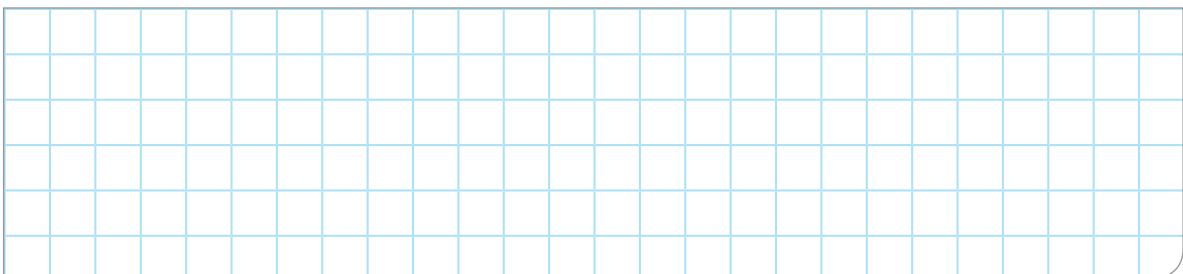


Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe los procedimientos que realizarías para construir las figuras geométricas con el mecano de los grupos A y B.



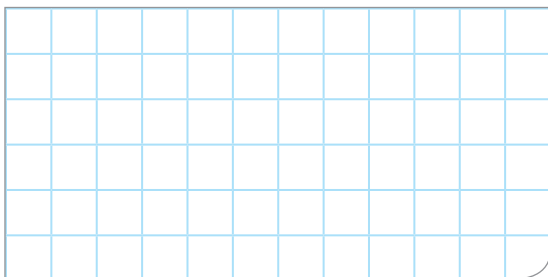
2. ¿Cómo determinarías el perímetro de cada figura que formas?



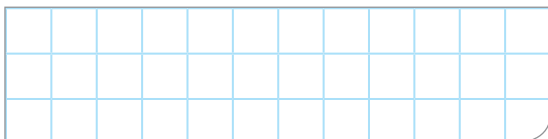
Ejecutamos la estrategia o plan

Recorta las piezas de mecano del grupo A, propuesto en la página 221, y construye todos los tipos de cuadriláteros posibles.

1. Dibuja los cuadriláteros que has construido y señala la longitud de cada pieza. Calcula el perímetro de los cuadriláteros e indica sus elementos.

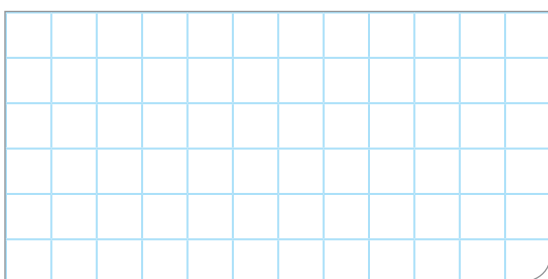


2. ¿Cuántos cuadriláteros has construido y cuáles son sus nombres?

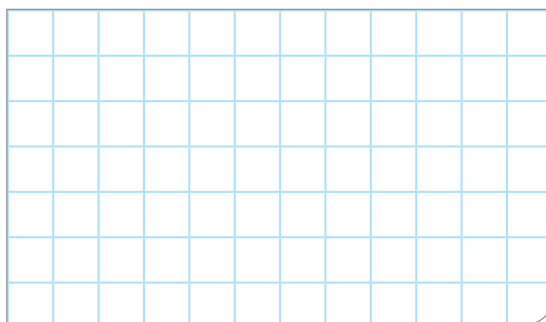


Recorta las piezas de mecano del grupo B, propuesto en la página 221, y construye todos los tipos de cuadriláteros posibles.

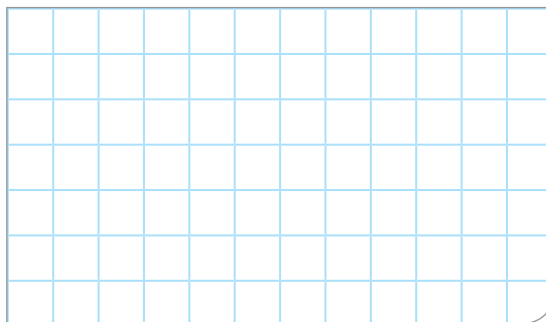
3. Dibuja los cuadriláteros que has construido y señala la longitud de cada pieza. Calcula su perímetro e indica sus elementos.



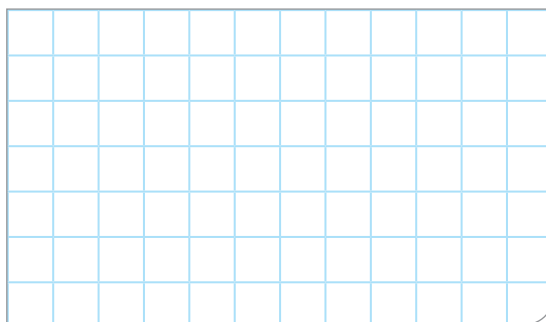
4. ¿Cuántos cuadriláteros has construido y cuáles son sus nombres?



5. Escribe las características de cada uno de los cuadriláteros que has construido.

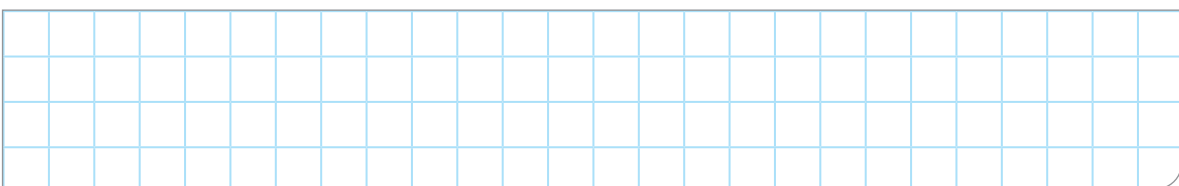


6. Compara dos de los cuadriláteros que has construido y señala las diferencias y semejanzas entre ellos.



Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Clasifica los tipos de cuadriláteros que has construido considerando las características que has descrito en la pregunta 5 de *Ejecutamos la estrategia o plan*.



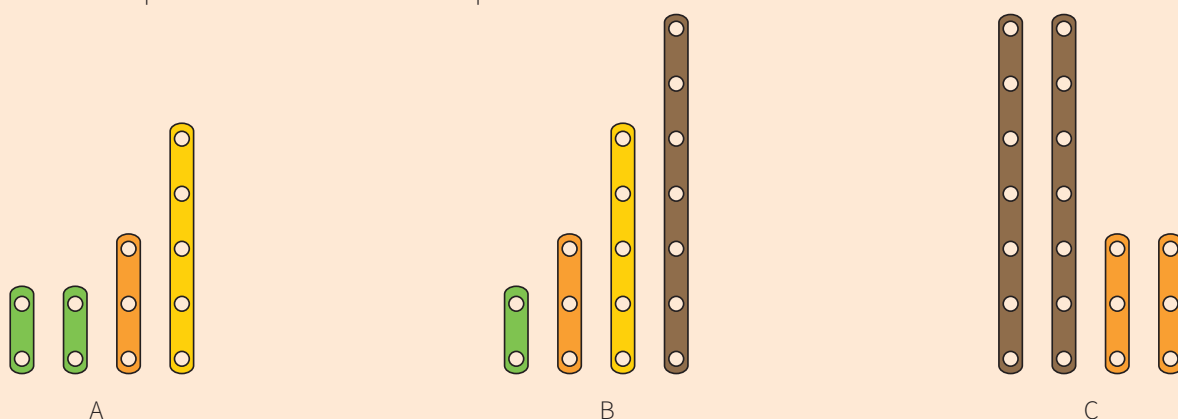


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Empleamos recursos o procedimientos para determinar la longitud, el perímetro y el área de cuadriláteros, empleando unidades convencionales. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades que descubrimos entre las formas geométricas, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

Mónica decide construir un trapecio isósceles haciendo uso del mecano. ¿Cuál de los grupos debe elegir para formar un trapecio isósceles? Justifica tu respuesta.



Resolución

Primero debemos conocer cuáles son las características de un trapecio isósceles:

- Tiene dos lados paralelos y dos lados no paralelos.
- Sus dos lados no paralelos son iguales.
- Tiene cuatro ángulos, dos agudos y dos obtusos.
- Tiene cuatro lados.
- Sus lados paralelos se denominan bases y son de diferente longitud.

Una vez descritas algunas de las características de esta figura geométrica, se decide cuál de los grupos de mecanos nos permite construir un trapecio isósceles.

Respuesta:

La respuesta es el grupo A, porque tiene dos varillas iguales que serían los lados no paralelos y dos varillas diferentes que serían las bases.

1. Describe tres características más, diferentes a las ya mencionadas en la resolución.

2. ¿Puedes formar otros trapecios con B y C? Justifica tu respuesta y representa gráficamente.

Situación significativa B

Juan decide construir un romboide a partir de un rectángulo de papel que se muestra en la imagen. Calcular el área y el perímetro del romboide.

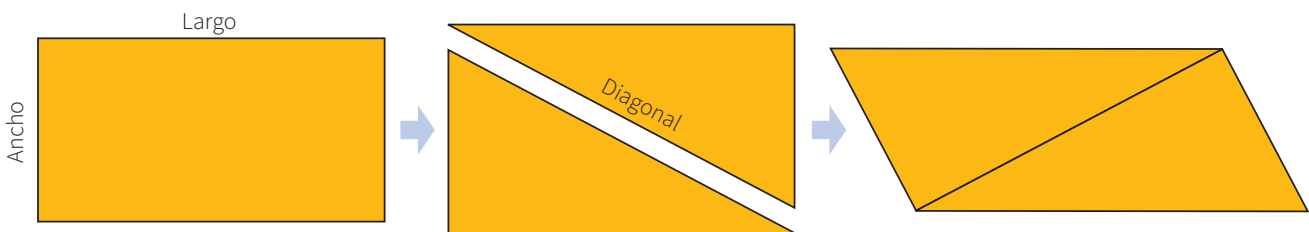


Describe qué procedimiento realizaría Juan. Luego, justifica si el perímetro y el área del rectángulo y del romboide tienen o no las mismas medidas.

Resolución

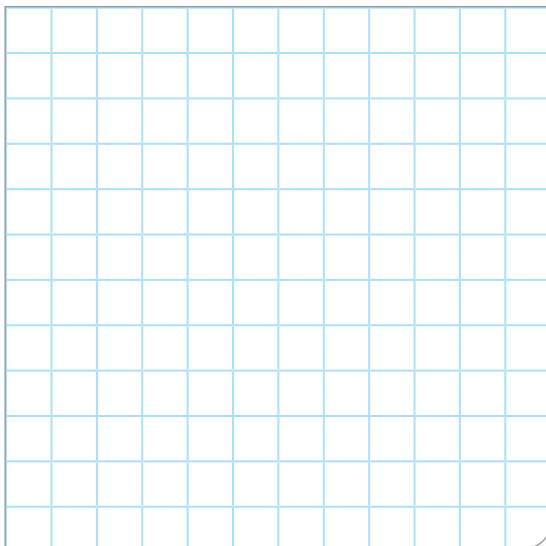
Juan realiza el siguiente procedimiento para construir el romboide:

Primero traza la diagonal del rectángulo y corta por dicho trazo. Luego, une las partes por el largo del rectángulo, obteniendo así el romboide.

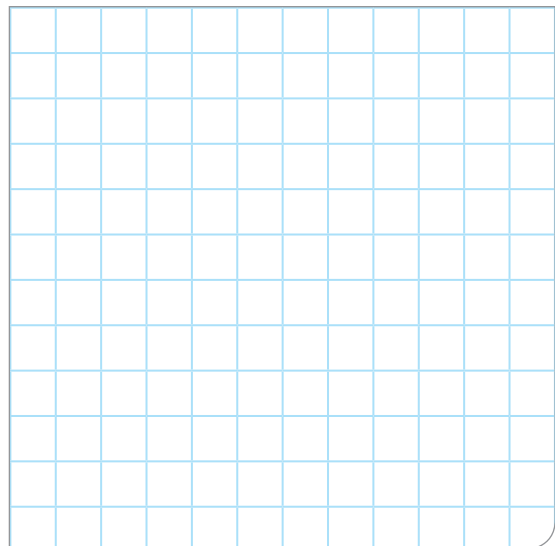


Después de realizar el procedimiento, Juan observa que el área de ambas figuras geométricas es igual. Pero al realizar la medición de los lados de cada figura, se da cuenta de que el romboide tiene mayor perímetro que el rectángulo.

1. Describe el procedimiento realizado por Juan.

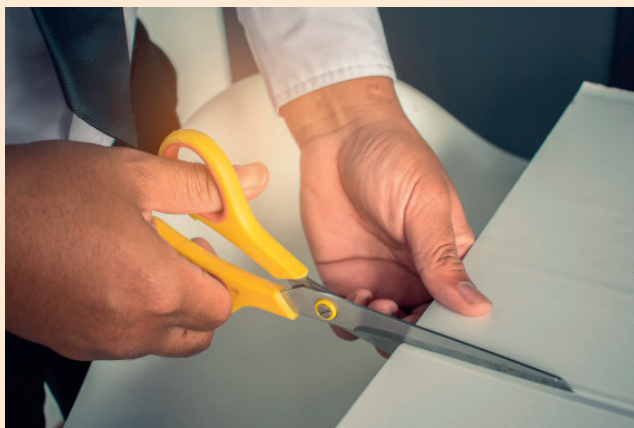


2. Mediante un ejemplo, comprueba si el área del rectángulo y del romboide tienen la misma medida.



Situación significativa C

José corta piezas cuadradas de papel. Para comprobar si son cuadradas, mide los lados y verifica que sean iguales, después de lo cual afirma que están bien cortadas. En cambio, Alessandra dice que, para comprobar que las piezas de papel son cuadradas, se deben medir las diagonales; si estas son iguales, significa que la pieza cuadrada está bien cortada.



¿Estás de acuerdo con el procedimiento de cada uno de ellos para determinar si las piezas cortadas tienen forma cuadrada? Justifica tu respuesta.

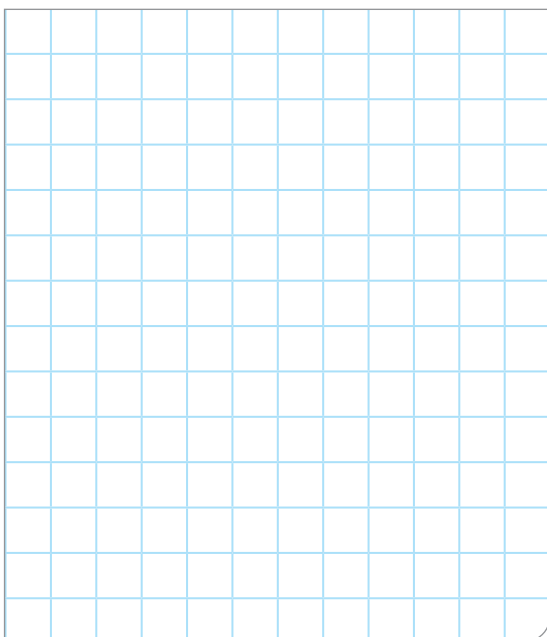
Aprendemos a partir del error

Resolución

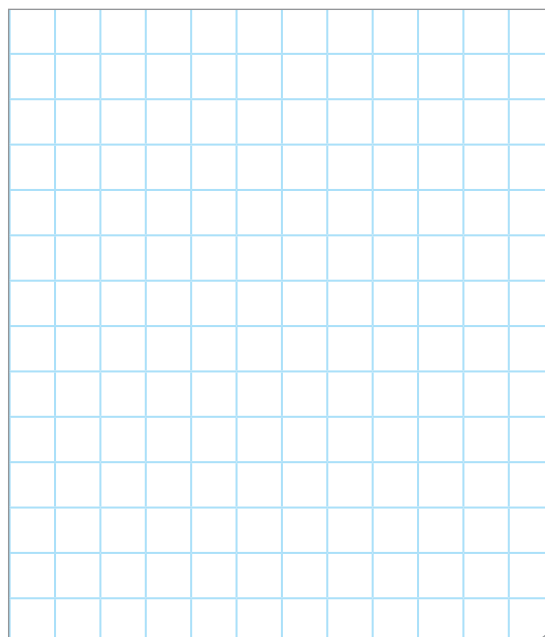
Sí, es suficiente que los cuatro lados sean iguales para asegurar que se trata de un cuadrado.

La afirmación de Alessandra es válida, ya que en un cuadrado las dos diagonales son iguales.

1. ¿Son correctas las afirmaciones de la resolución para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa? Justifica tu respuesta mediante gráficos.



2. ¿Son suficientes por separado los procedimientos de José y Alessandra para asegurar que las piezas son cuadradas? Justifica tu respuesta mediante gráficos.



5. Determina a qué cuadrilátero corresponden las siguientes características:

- Solo un par de ángulos opuestos congruentes.
- Dos pares de lados consecutivos congruentes.
- Las diagonales son perpendiculares.
- Solo una diagonal corta a la otra en su punto medio.

- a) Cuadrado
- b) Rectángulo
- c) Rombo
- d) Trapezoide bi-isósceles

6. El borde externo del marco de madera de un espejo cuadrangular tiene 96 cm de perímetro y la parte interna de dicho marco tiene un perímetro de 72 cm. ¿Cuál es el área del marco de madera?



- a) 152 cm²
- b) 252 cm²
- c) 324 cm²
- d) 576 cm²

7. Pedro contrata a Mauro para que alfombrar su dormitorio, cuya forma es un rectángulo (Fig. 1). Mauro realiza mal el corte de la alfombra (Fig. 2); a pesar de eso, logra alfombrar el dormitorio completamente.

Dibuja cómo se podría alfombrar el dormitorio descomponiendo el área de la alfombra.

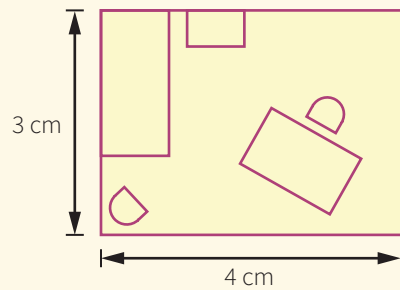


Figura 1

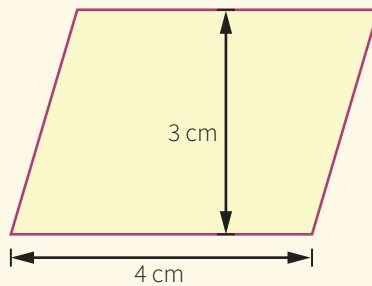
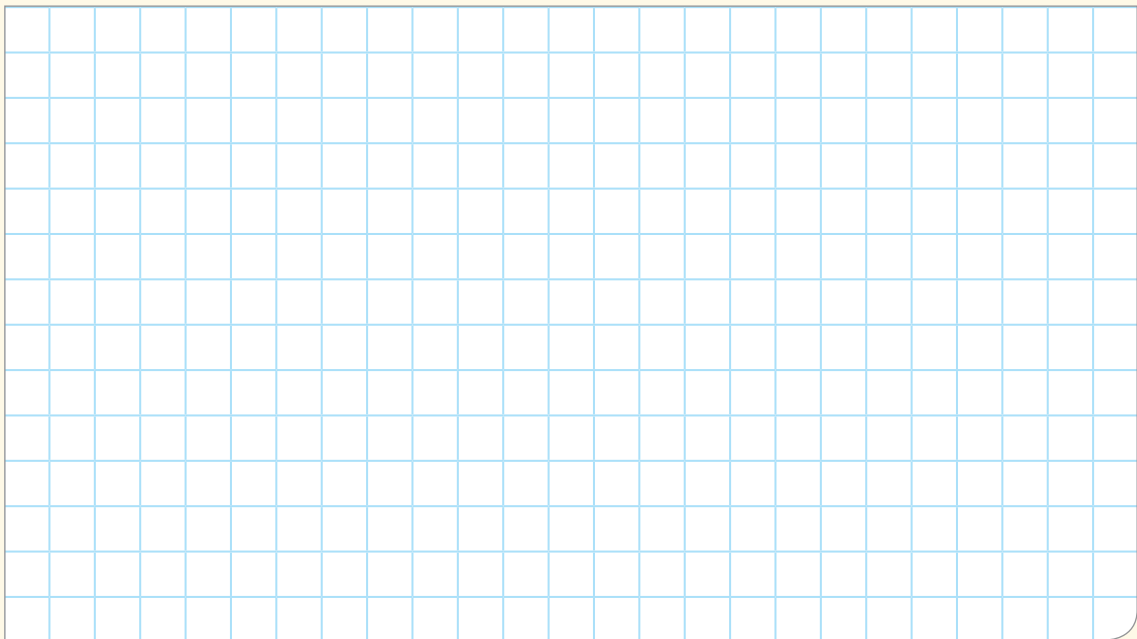


Figura 2



8. Indica si las afirmaciones son verdaderas o falsas:

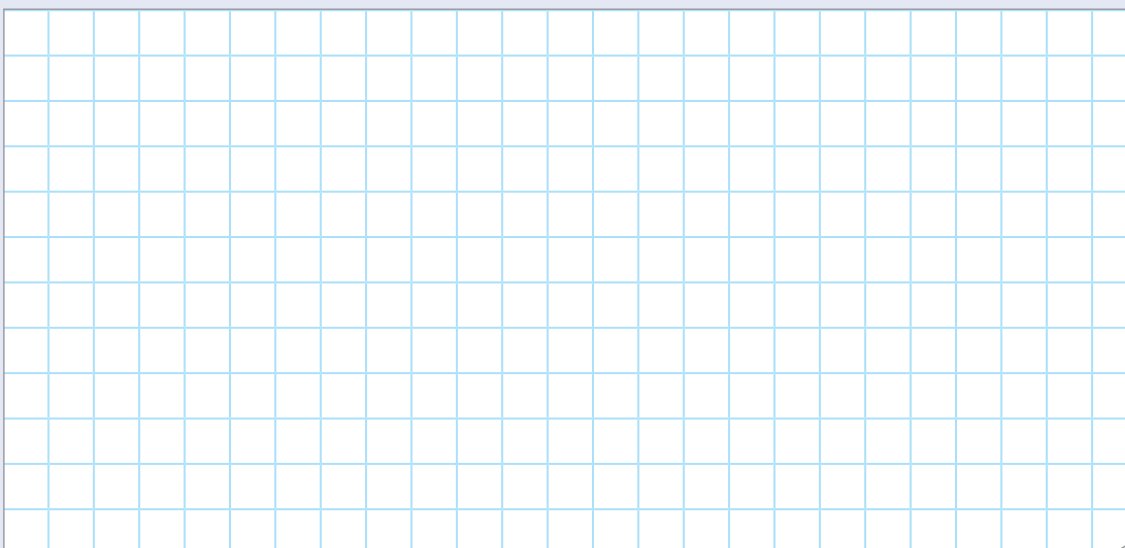
- i. Si un paralelogramo tiene un ángulo recto, todos sus ángulos son rectos.
- ii. Si un cuadrilátero tiene un ángulo recto, tiene al menos otro ángulo recto.
- iii. Si un cuadrilátero tiene dos diagonales iguales, es un paralelogramo.
- iv. Hay cuadriláteros que no son paralelogramos y que tienen las diagonales iguales.

a) VFFV

b) VFFF

c) VVFF

d) FFFV



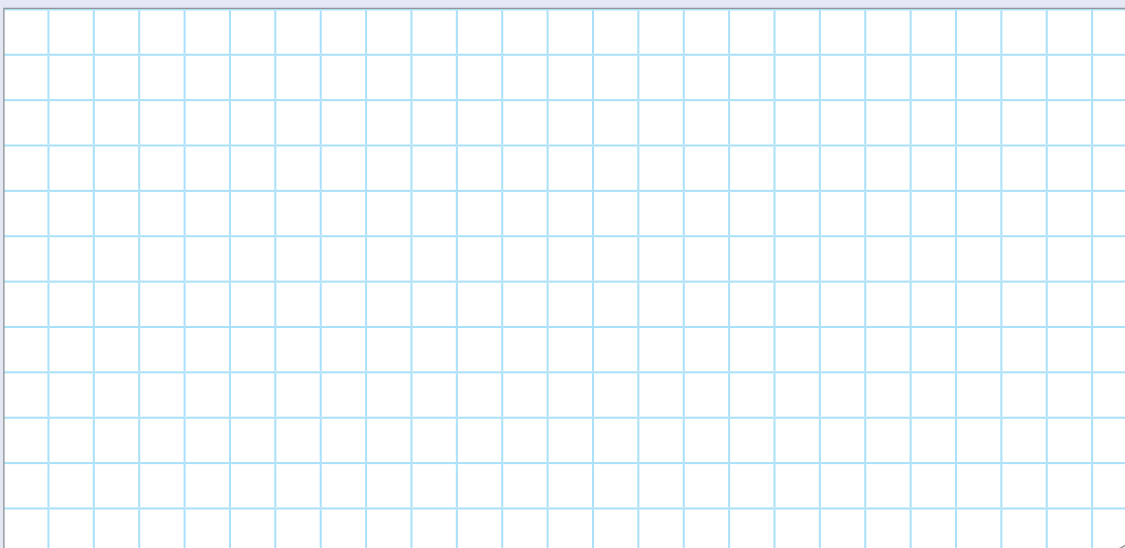
9. Teresa, al planchar un mantel circular de 2 m de diámetro, ha quemado parte de su borde. Para aprovechar la tela, ella confeccionará un mantel triangular de lados iguales y lo más grande posible. ¿Cuál será la medida de cada lado del mantel triangular? ($\sqrt{3} \approx 1,73$)

a) 1,73 m

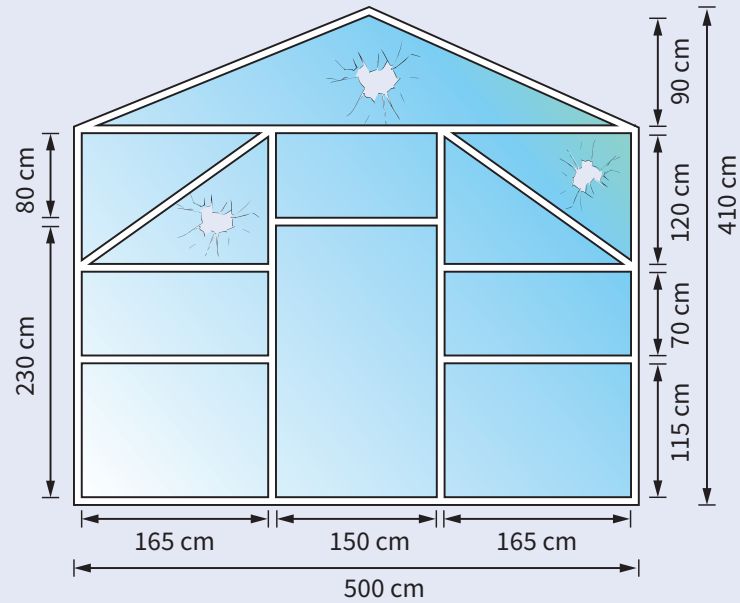
b) 1,50 m

c) 1,41 m

d) 1,00 m

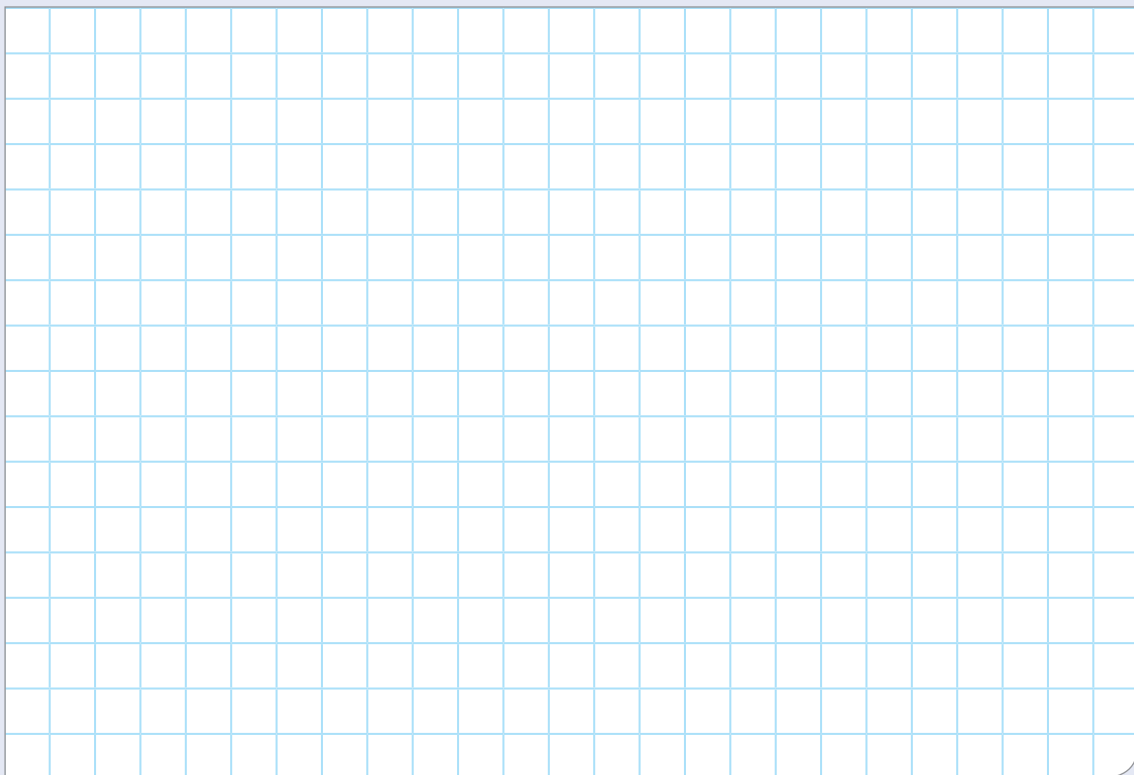


10. Varios vidrios de la parte frontal de la capilla han sido dañados. Para la reparación, el vidriero trae dos vidrios que tienen la forma de un rectángulo.



Fuente: *Matemática para todos*

- a) ¿Qué medidas deben tener los vidrios rectangulares para que puedan cubrir la parte dañada?
b) ¿Cuántos metros cuadrados de vidrio tienen que ser reemplazados?



Ficha 9



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos la comprensión sobre el valor de la probabilidad como más o menos probable de una situación aleatoria, y empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos simples mediante la regla de Laplace. Asimismo, justificamos mediante ejemplos la probabilidad de la ocurrencia de sucesos.

Promociones por inauguración de tienda

Una tienda de ropa ofrece a los clientes que efectúan compras mayores a 100 soles la posibilidad de girar la “Ruleta regalona” y obtener un beneficio. Si la flecha de la ruleta cae en la sección con el cartel “Premio”, el cliente puede elegir un producto de igual o menor precio al monto de su compra completamente gratis. Si la flecha cae en la sección del caracol, el cliente se hace acreedor a un descuento del 10 % del monto de su compra. Finalmente, si la flecha cae en la sección de la estrella, se le agradece por su visita. Elva hizo una compra de S/120 y giró la ruleta.



Fuente: <https://goo.gl/vrk5bl>

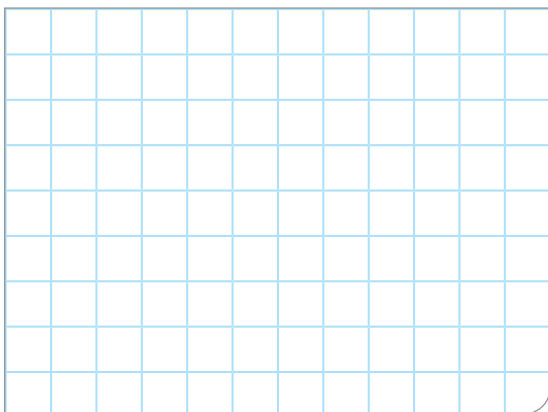
Ruleta regalona



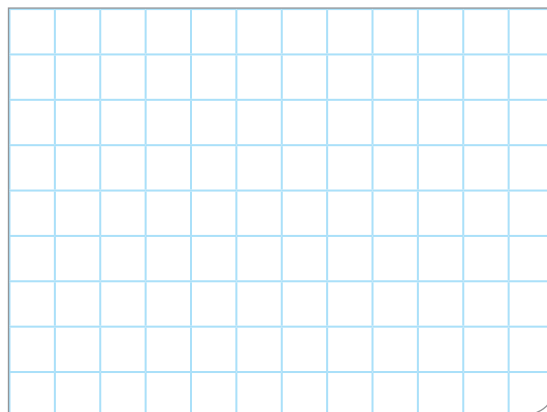
1. ¿Qué es más probable que reciba Elva: premio, descuento o el agradecimiento por la visita?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que Elva reciba algún beneficio económico?

Comprendemos el problema

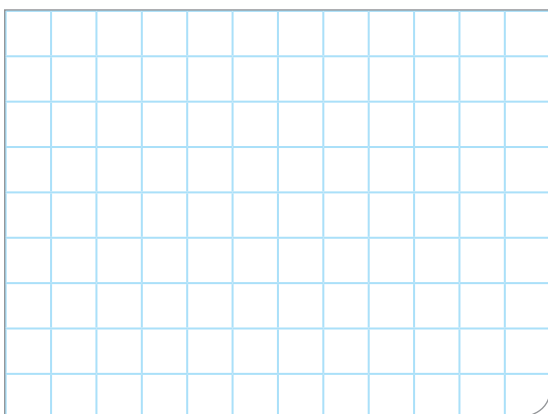
1. ¿Cuáles son los datos que presenta la situación significativa?



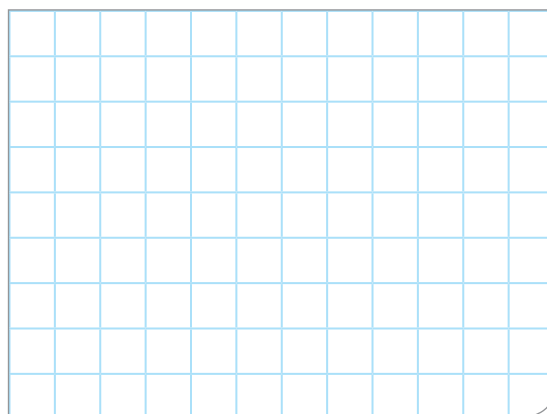
3. ¿Cuáles son las opciones que tiene la ruleta y cuántas de cada una?



2. Al hacer girar la ruleta, ¿cuál es el beneficio si la flecha cae en "Premio" y qué ocurre si cae en la estrella?

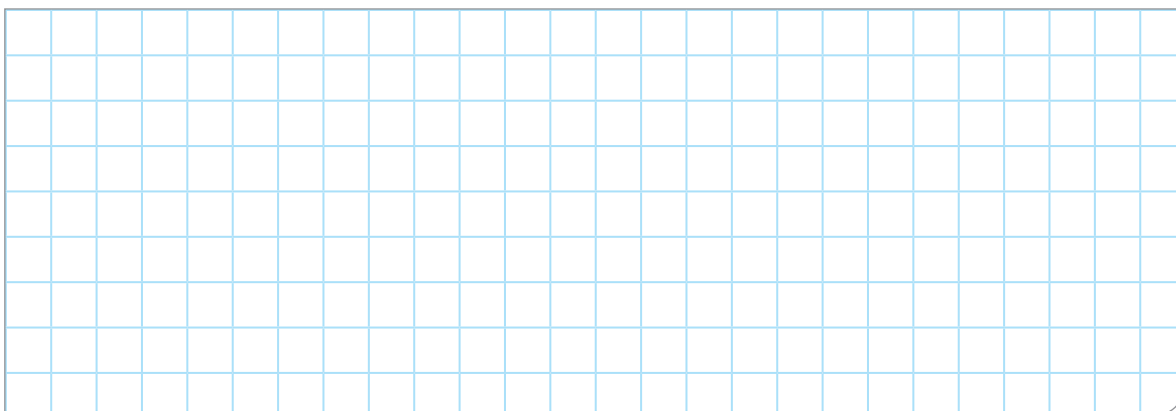


4. ¿Qué te piden calcular las preguntas de la situación significativa?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



Ejecutamos la estrategia o plan

1. ¿Cuáles y cuántos son los resultados posibles que se obtendrían al girar la ruleta?

2. Determina el número de resultados favorables para cada suceso.

3. Para calcular la probabilidad de un suceso A, se aplica la regla de Laplace, que consiste en dividir el número de resultados favorables de que suceda A por el número de resultados posibles; es decir,

$$P(A) = \frac{\text{N.º de resultados favorables al suceso A}}{\text{N.º de resultados posibles}}$$

A partir de ello, calcula la probabilidad de cada resultado de la pregunta 2 de *Ejecutamos la estrategia o plan*.

4. A partir de los resultados obtenidos, determina cuál de las opciones de la ruleta es más probable que sea para Elva y cuál es la menos probable? ¿Por qué?

5. Responde la primera pregunta de la situación significativa.

6. Calcula la probabilidad solicitada en la segunda pregunta de la situación significativa.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Observando la imagen de la ruleta, ¿puedes determinar si hay mayor o menor probabilidad de que Elva reciba un beneficio? Justifica tu respuesta.

2. En una ruleta de ocho secciones, cuatro corresponden a gorras, tres corresponden a polos y una sección, a pantalones. Determina en cuál de las secciones es más probable y menos probable que caiga la flecha al girar la ruleta.



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Determinamos las condiciones de una situación aleatoria y representamos su probabilidad mediante la regla de Laplace y, a partir de este valor, determinamos si un suceso es más o menos probable que otro. Asimismo, justificamos con ejemplos sobre la probabilidad de ocurrencia de sucesos y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

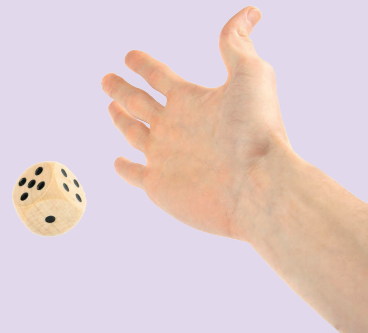
Se lanza un dado una sola vez. A partir de ello, determina si cada suceso resulta seguro, imposible o probable.

Suceso A: Que salga un número par.

Suceso B: Que salga un número compuesto mayor que 4.

Suceso C: Que salga un número primo mayor que 5.

Suceso D: Que salga un número menor que 10.



Resolución

El espacio muestral (Ω) es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Por lo tanto, primero determinamos el espacio muestral (Ω), es decir, todos los posibles resultados que se dan al lanzar un dado.

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

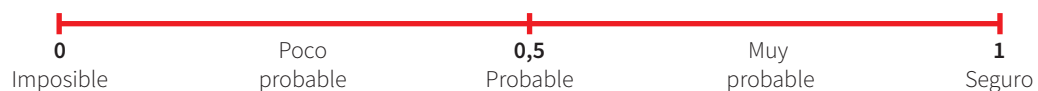
El suceso es un subconjunto del espacio muestral formado por los resultados del experimento. Entonces, realizamos una lista de las posibilidades de cada suceso:

- Suceso A, que salga par: $A = \{2, 4, 6\}$
- Suceso B, que salga un número compuesto mayor que 4: $B = \{6\}$
- Suceso C, que salga primo mayor que 5: $C = \{ \}$
- Suceso D, que salga menor que 10: $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Luego, calculamos la probabilidad de cada suceso aplicando la regla de Laplace:

$$P(A) = \frac{\text{N.º de casos favorables al suceso A}}{\text{N.º de casos posibles}}$$

Los resultados de la probabilidad también se pueden representar en una recta numérica:



- El suceso A de que salga par es probable porque:

$$P(A) = \frac{3}{6}, \text{ entonces } P(A) = 0,5$$

Para expresar la probabilidad en porcentajes, multiplicamos por 100 %.

$$P(A) = 0,5 \times 100 \%, \text{ entonces } P(A) = 50 \%$$

Significa que tiene 3 (casos favorables) posibilidades de 6 (casos posibles), el 50 % de probabilidad de que salga un número par al lanzar un dado.

- El suceso B de que salga un número compuesto mayor que 4 es poco probable porque:

$$P(B) = \frac{1}{6} = 0,166... , \text{ entonces } P(B) = 0,1666... \times 100 \%, \text{ entonces } P(B) = 16,666... \%$$

Esto implica: que salga un número compuesto mayor que 4, al lanzar un dado una sola vez, es poco probable.

- El suceso C de que salga un número primo mayor que 5 es imposible porque:

$$P(C) = \frac{0}{6} = 0$$

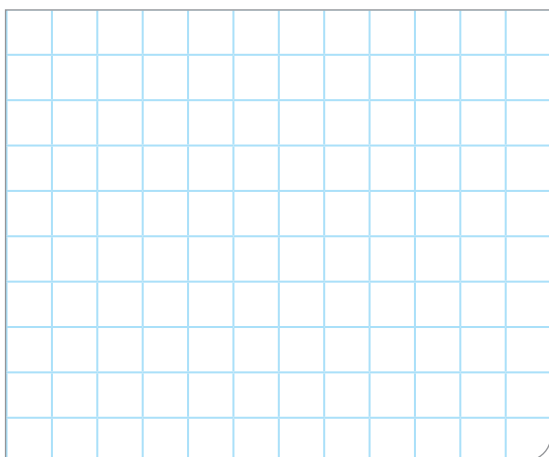
Significa que la probabilidad es nula o el suceso es imposible, porque el menor número primo mayor que 5 es 7 y no aparece en el dado.

- El suceso D de que salga un número menor que 10 es seguro porque:

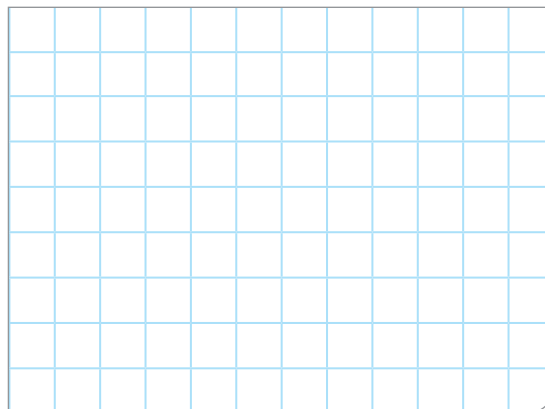
$$P(D) = \frac{6}{6} = 1 \rightarrow P(D) = 1 \times 100 \%, \text{ entonces } P(D) = 100 \%$$

Significa que la probabilidad es segura, porque tiene 6 posibilidades de 6, o que se tiene el 100 % de probabilidad de que salga un número menor que 10 al lanzar un dado, pues todos los resultados del dado son menores que 10.

1. Describe el procedimiento realizado para determinar si el suceso dado es seguro, imposible o probable.



2. Plantea cuatro ejemplos de sucesos diferentes usando el dado, de manera que sea más probable el primero, menos probable el segundo, seguro el tercero e imposible el cuarto.



Situación significativa B













Se lanzan simultáneamente dos dados una sola vez. Determina:

- ¿Cuántos elementos tiene el respectivo espacio muestral?
- Si sumamos los valores de los resultados de ambos dados, ¿qué suma es más probable que ocurra?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener dicha suma?















Resolución

- Dibujamos una tabla de doble entrada y anotamos todos los posibles resultados al lanzar los dos dados:

						
	1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
	2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
	3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
	4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
	5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
	6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

Como resultan 6 filas y 6 columnas, nuestro espacio muestral tendrá: $6 \times 6 = 36$ resultados posibles.

- Para dar respuesta a la segunda pregunta, necesitamos conocer la suma de los valores posibles al lanzar ambos dados. Para ello, escribimos los resultados de la suma en la tabla de doble entrada.

						
	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11
	7	8	9	10	11	12

Situación significativa C

La profesora Karina acudió al ginecólogo para su control de gestante y se acaba de enterar de que tendrá mellizos. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto sexo?



Fuente: <https://goo.gl/NP5ed1>

Aprendemos a partir del error

Resolución

Los mellizos de la profesora podrán resultar:

- Dos hombres: (H; H)
- Dos mujeres: (M; M)
- Un hombre y una mujer: (H; M)
- Una mujer y un hombre: (M; H)

Por lo tanto, el espacio muestral es:

$$\Omega = \{(H; H); (M; M); (H; M); (M; H)\}$$

Se puede observar que hay cuatro posibilidades de que los mellizos de la profesora sean de distinto sexo.

Se puede corroborar aplicando la regla de Laplace, considerando que C representa el suceso de que los bebés sean de distinto sexo:

$$P(C) = \frac{\text{N.º de casos favorables a C}}{\text{N.º de casos posibles}}$$

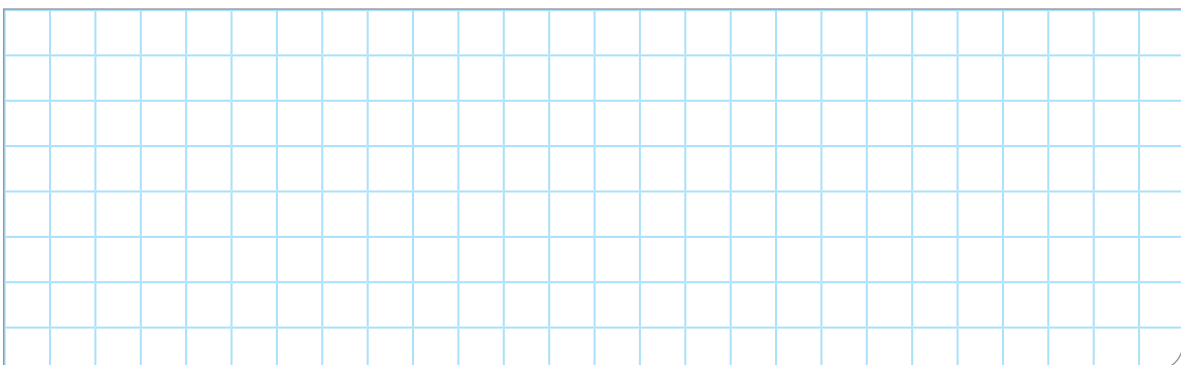
$$P(C) = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$P(C) = 0,25 \times 100 \%$$

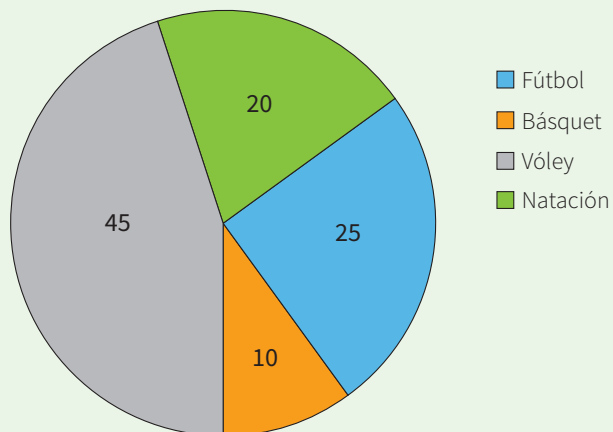
$$P(C) = 25 \%$$

Respuesta: La probabilidad de que los mellizos sean de distinto sexo es $\frac{1}{4}$.

1. Revisa el procedimiento. En caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



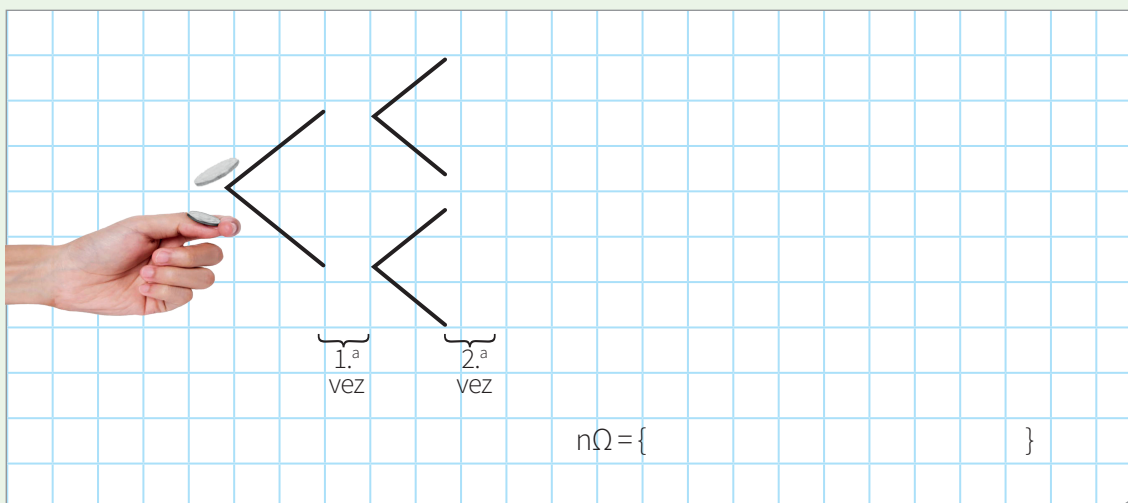
3. El gráfico representa la población de 100 estudiantes de una academia deportiva y las disciplinas que practican.



Si un día cualquiera se escoge a un estudiante al azar, calcula la probabilidad de que no practique básquet.

- a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{9}{10}$ c) $\frac{10}{10}$ d) $\frac{90}{10}$

4. Determina el espacio muestral producido al lanzar una moneda dos veces, completando el siguiente diagrama de árbol. Calcula cuál es la probabilidad de obtener al menos un sello.



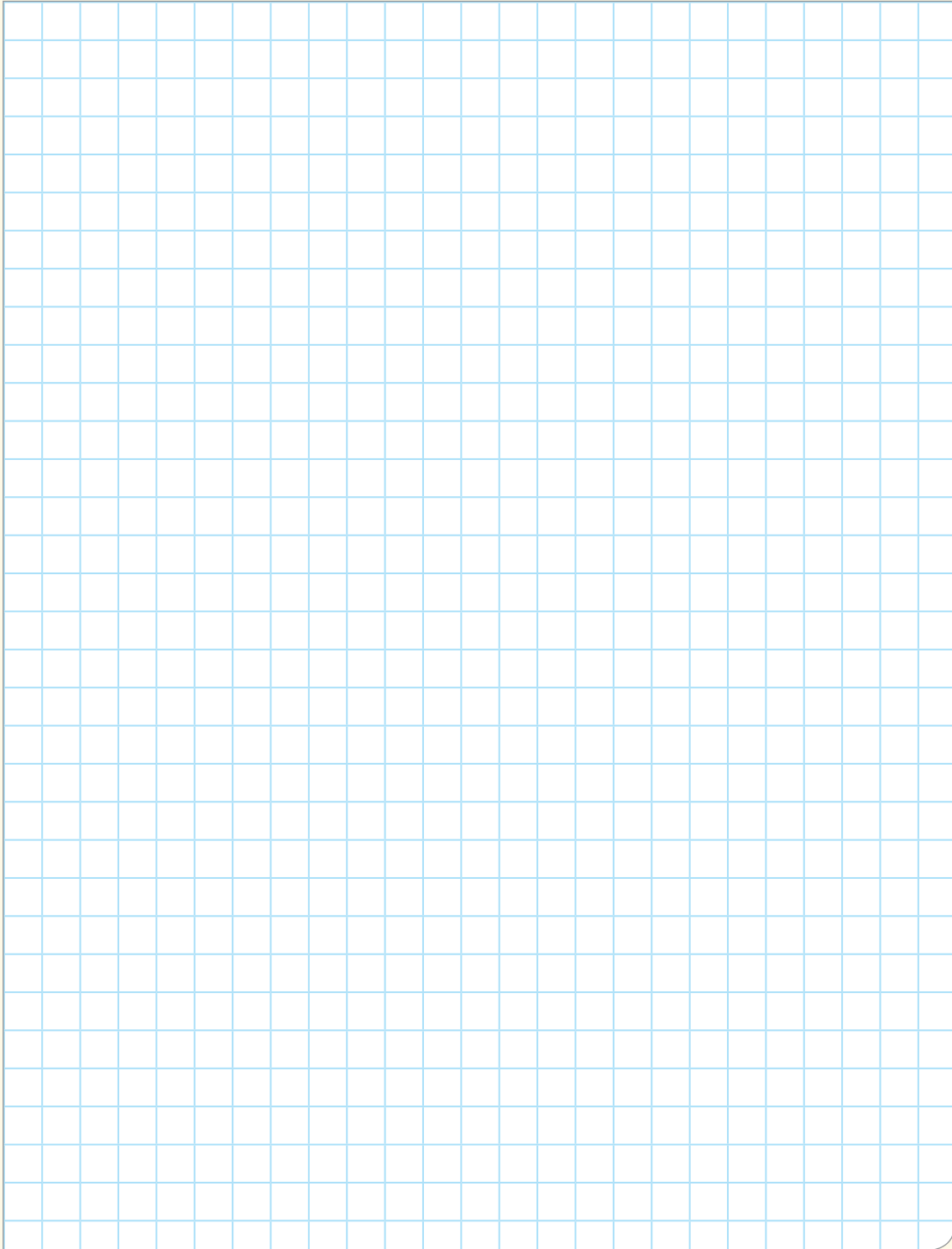
5. Una escuela, con la finalidad de recaudar fondos para la implementación de su biblioteca, realizará una rifa. Para ello, manda a imprimir 500 boletos, de los cuales 10 están premiados. ¿Cuál es la probabilidad de comprar un boleto que no resulte premiado?

a) 98 %

b) 90 %

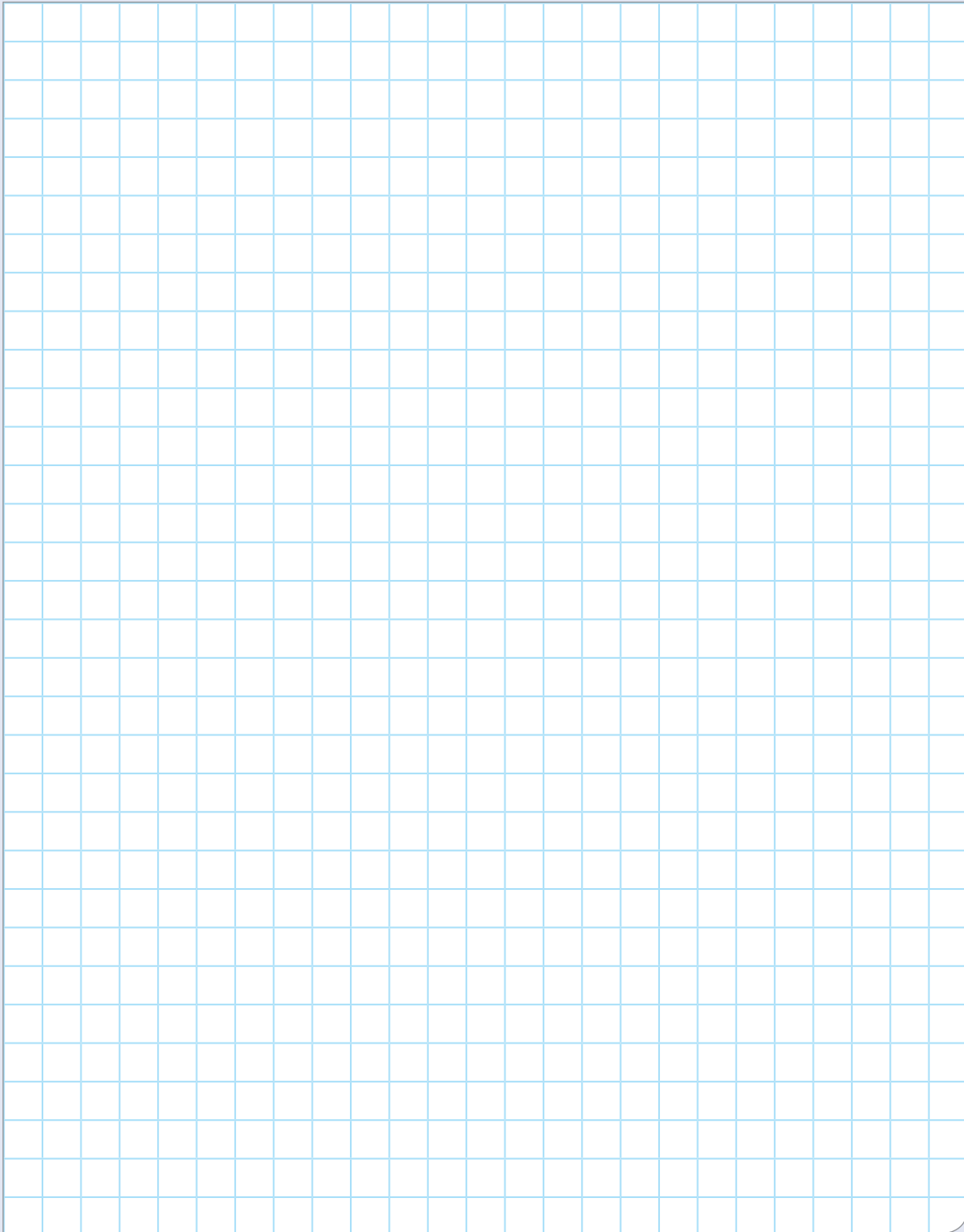
c) 10 %

d) 2 %

A large grid of graph paper with 20 columns and 30 rows, intended for students to show their work on solving the probability problem.

10. Si un número del siguiente tablero se elige aleatoriamente, ¿la probabilidad de que ese número sea múltiplo de 5 es mayor que la probabilidad de que sea múltiplo de 2? Justifica tu respuesta.

2	5	7	15	18	23	35	50
---	---	---	----	----	----	----	----



Ficha 10



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos, regularidades y valores desconocidos, transformamos esas relaciones a una regla de formación de progresiones aritméticas y empleamos recursos, estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas.

Repartimos frutas

Diego abrió un negocio de venta de frutas. El primer día de abril repartió 12 cajas de fruta; el segundo día, 18 cajas; el tercer día, 24 cajas, y así sucesivamente hasta el último día del mes.



Fuente: <https://bit.ly/2JH9kr2>

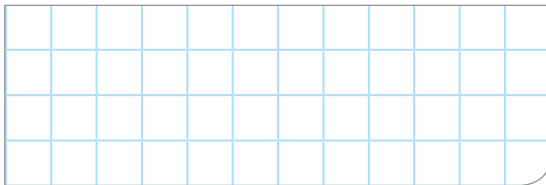
1. ¿Cuántas cajas de fruta repartió el 12 de abril? ¿Y el último día del mes?
2. Escribe la expresión matemática correspondiente a la entrega de cajas por día y determina la cantidad de cajas que entregará el 20 de mayo.

Comprendemos el problema

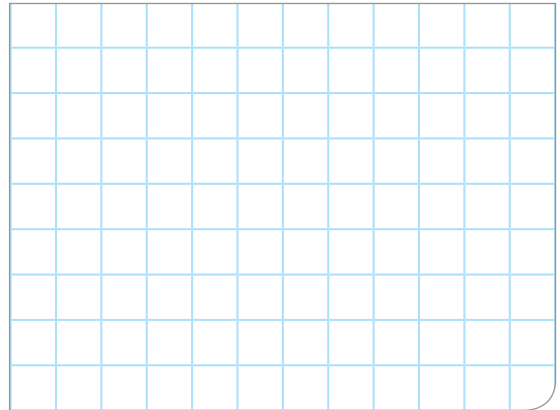
1. ¿Qué datos se presentan en la situación significativa?



2. ¿Cuántas cajas repartió el quinto día?



3. ¿Qué piden hallar las preguntas de la situación significativa?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



Ejecutamos la estrategia o plan

1. Completa la siguiente tabla:

Tiempo (días)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...	30
Cajas (unidades)														

2. A partir de la tabla, responde la primera pregunta de la situación significativa.



3. ¿Cuál es la razón de la progresión generada por la cantidad de cajas repartidas por día?

4. Expresa la cantidad de cajas que repartió el primer día.

5. Expresa la cantidad de cajas que repartió el segundo día, en función de la cantidad de cajas del primer día y de la razón.

6. Expresa la cantidad de cajas que repartió el tercer día, en función de la cantidad de cajas que repartió el primer día y de la razón.

7. Calcula la cantidad de cajas para el día 12 y el día 30.

8. Expresa la cantidad de cajas que se repartió el día n , considerando la razón y la cantidad de cajas que repartió el primer día. Da respuesta a la segunda pregunta de la situación significativa.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías usar otro procedimiento para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa? Justifica tu respuesta.

2. Comprueba cuántas cajas repartirá Diego el 20 de mayo.

Situación significativa B

En una progresión aritmética, el primer término es 61 y la razón es -5 . Si uno de sus términos es 11, ¿qué lugar ocupa dicho término en la progresión?

Resolución

Identificamos los datos de la progresión aritmética:

$$a_1 = 61; r = -5; a_n = 11$$

Nos pide calcular el número de términos, es decir, n .

Para encontrar el valor de n , aplicamos la fórmula del término general:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \times r$$

Reemplazando los datos en la fórmula del término general, se tiene:

$$11 = 61 + (n - 1) \times (-5), \text{ luego } 11 = 61 - 5n + 5$$

$$11 = 66 - 5n, \text{ entonces } 5n = 55$$

$$n = 11$$

Respuesta:

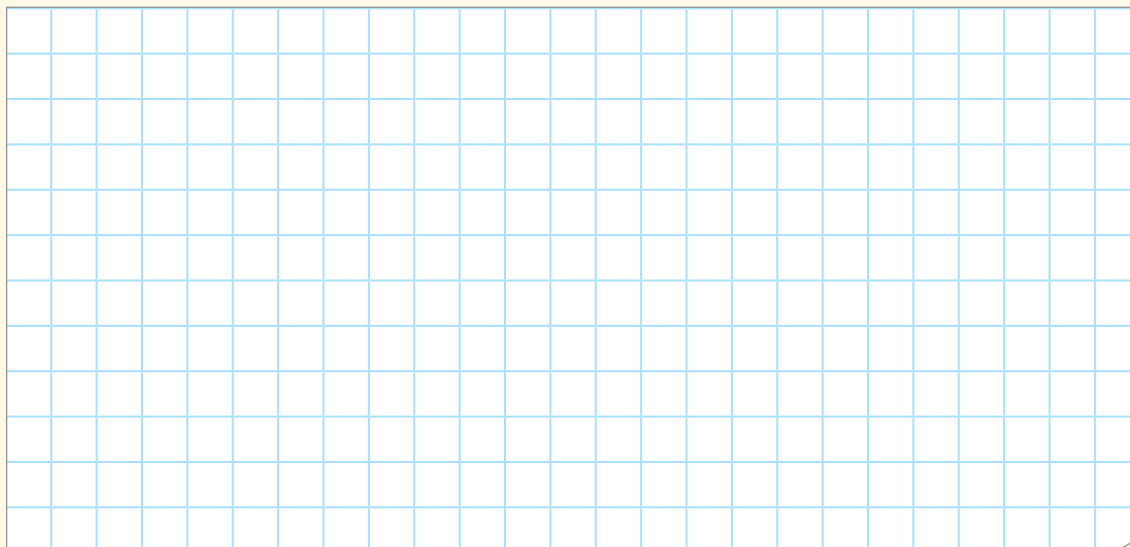
El término 11 ocupa el decimoprimer lugar en la progresión aritmética.

1. ¿El procedimiento utilizado ayudó a dar respuesta a la pregunta de la situación significativa? Sustenta tu respuesta.

2. Halla la razón de una progresión aritmética de 8 términos, sabiendo que el primer término es 3 y el último término es 38.

5. Las edades de cuatro personas están en progresión aritmética. Si la menor de ellas tiene 12 años y la mayor, 45 años, ¿cuánto suman las edades de las otras dos personas?

- a) 57 años b) 60 años c) 63 años d) 66 años



6. Lucía pone en práctica un plan de ahorro durante todo el 2020. En enero, tenía S/250. Cada mes aumenta este monto de forma constante para llegar a S/580 en diciembre. ¿Cuánto dinero incrementa en cada ahorro a cada mes?

- a) S/24 b) S/30 c) S/36 d) S/40

Año 2020	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Setiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
Ahorro (S/)	250											580

a_1 $n = 12$ a_n

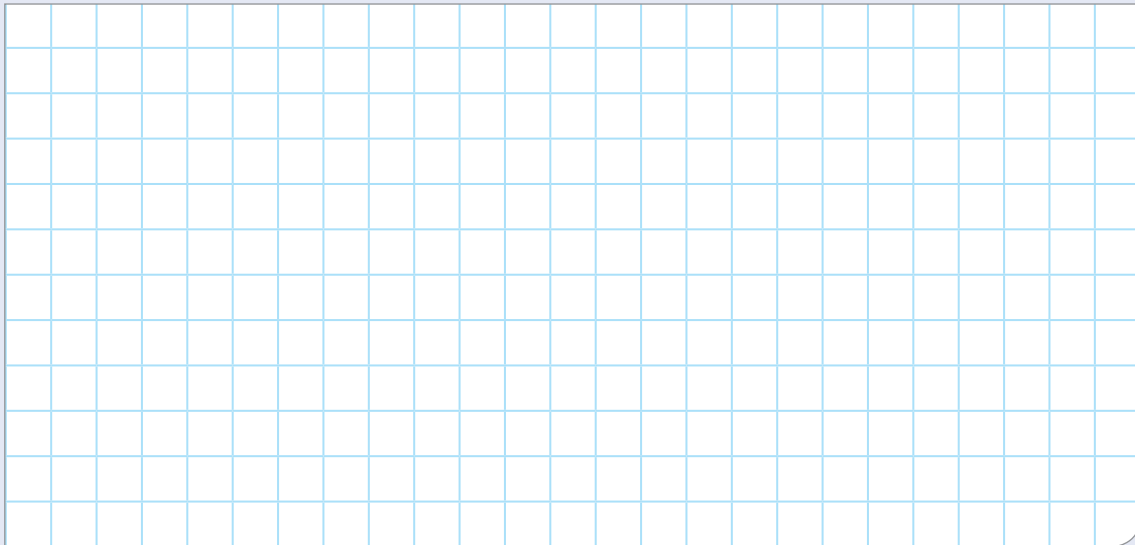
8. El quinto término de una progresión aritmética es 18 y el octavo es 30. ¿Cuál es el término que ocupa el decimosegundo lugar?

a) 40

b) 42

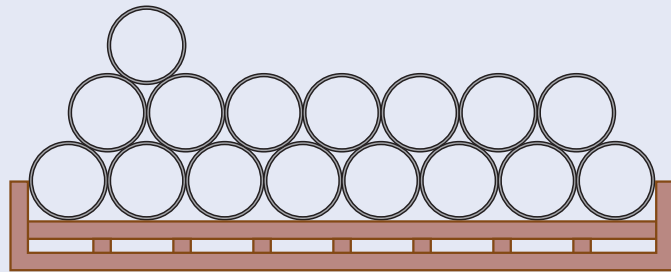
c) 44

d) 46



9. En una fábrica de acero, se agrupan los tubos formando un prisma triangular para su mejor almacenamiento.

El agrupamiento se inicia con 8 tubos en la primera fila. En las siguientes filas, el número de tubos va disminuyendo en uno hasta llegar a la fila que tiene un tubo. ¿Cuántos tubos habrá en 100 grupos?

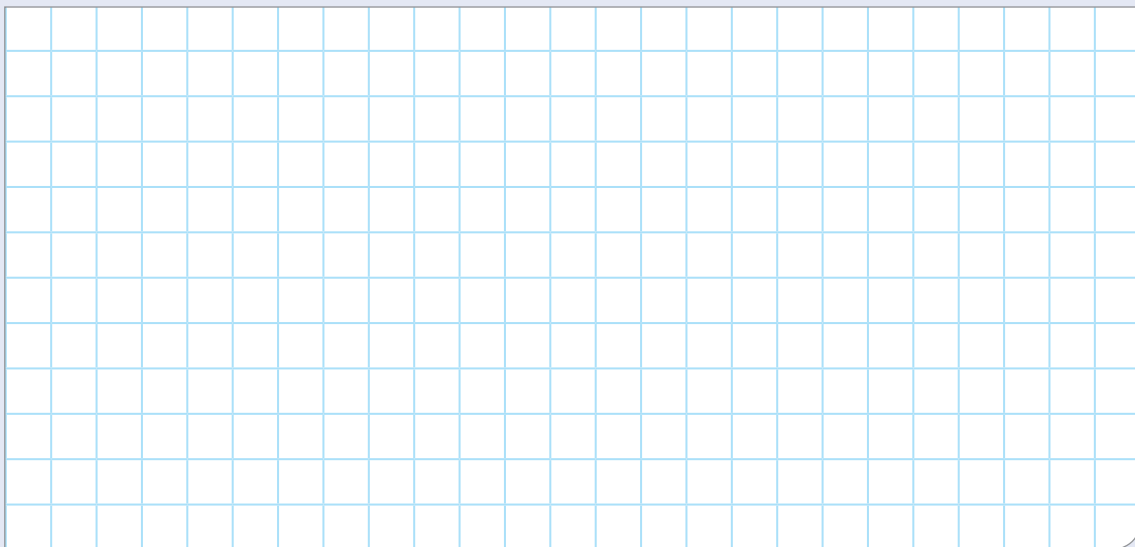


a) 360

b) 720

c) 3600

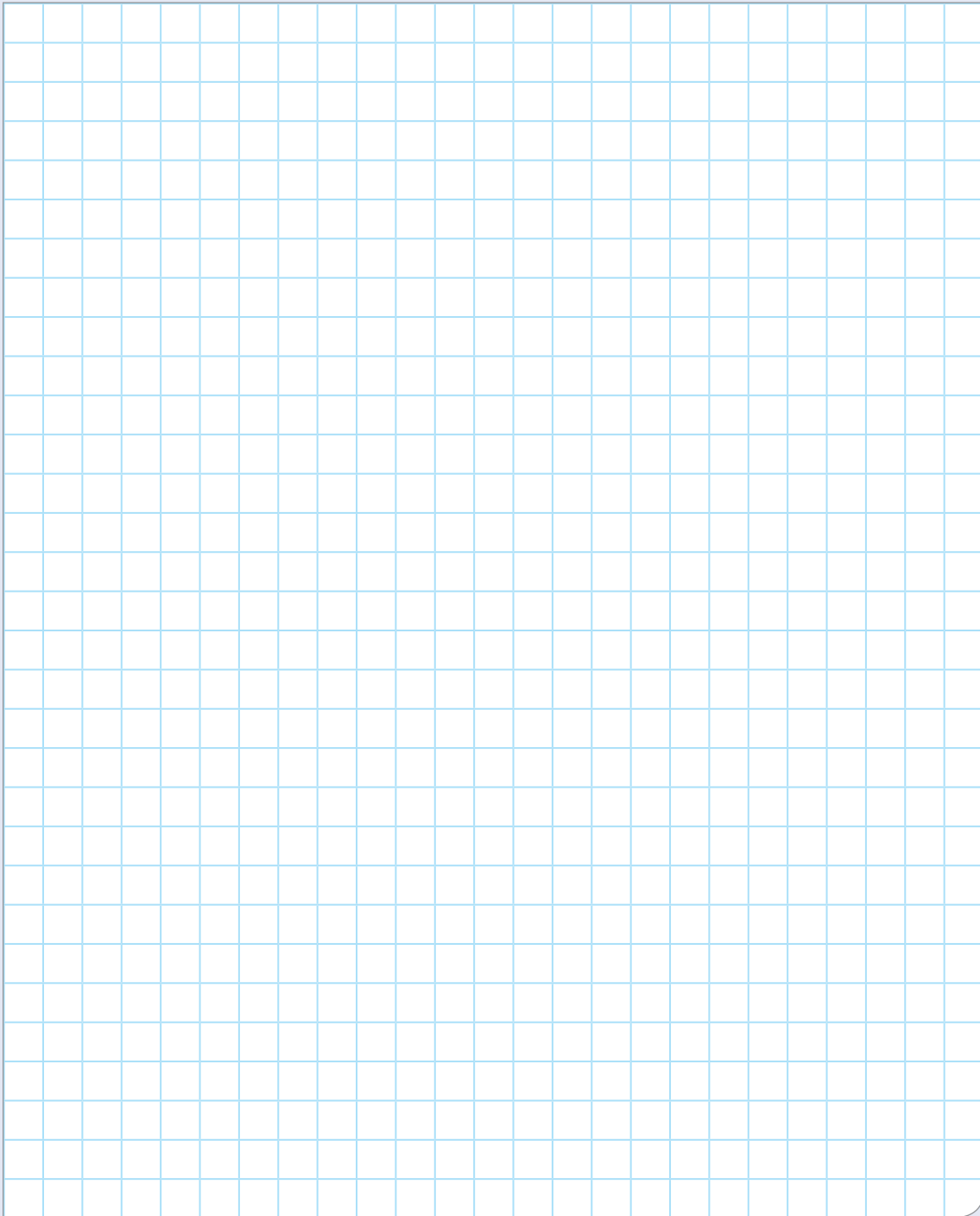
d) 7200



10. La suma de los n primeros términos de una progresión aritmética está dada por la siguiente expresión: $S_n = n^2 + n$

Calcula S_1 y S_2 .

- a) ¿Qué representa S_1 ?
- b) ¿Qué representa S_2 ?
- c) ¿Cuál es la razón de esta progresión?





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Empleamos estrategias o procedimientos para realizar operaciones y calcular descuentos porcentuales, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada; establecemos relaciones entre datos y acciones de ganar y perder, y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen descuentos porcentuales.

Descuentos

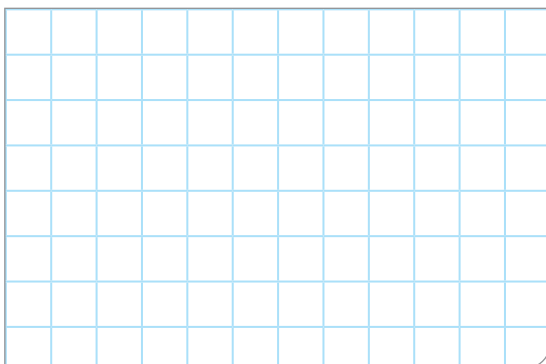
Las tiendas comerciales ofrecen descuentos para captar el interés de los consumidores. Estos descuentos generalmente se presentan en porcentajes. En la imagen se observa una tienda de venta de ropa deportiva, que es visitada por Edson y Ana.



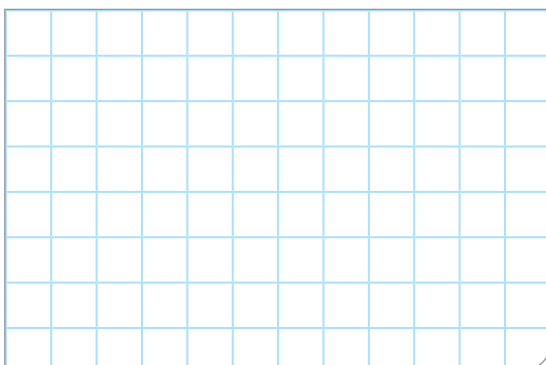
1. Si Edson no tiene tarjeta, ¿cuánto pagará por la compra de una pelota cuyo precio es S/20 soles?
2. Si Ana cuenta con tarjeta de la tienda, ¿cuánto pagará por la compra de un par de zapatillas cuyo precio es de S/80?

Comprendemos el problema

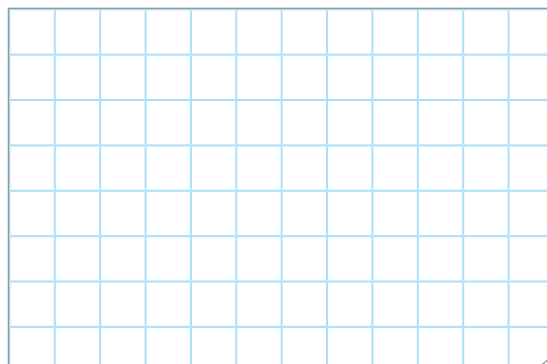
1. ¿Qué datos presenta la situación significativa?



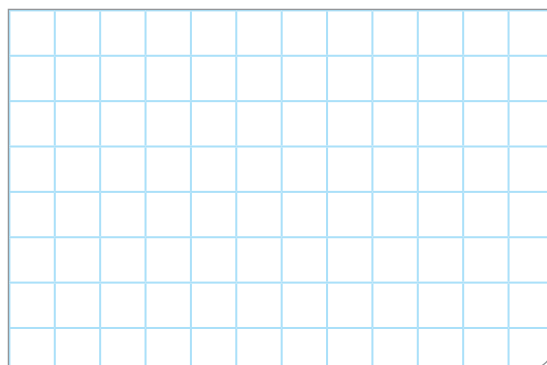
2. Representa de forma gráfica el 20 % de $S/20$.



3. ¿Qué significa lo representado en el gráfico de la pregunta 2 de *Comprendemos el problema*?

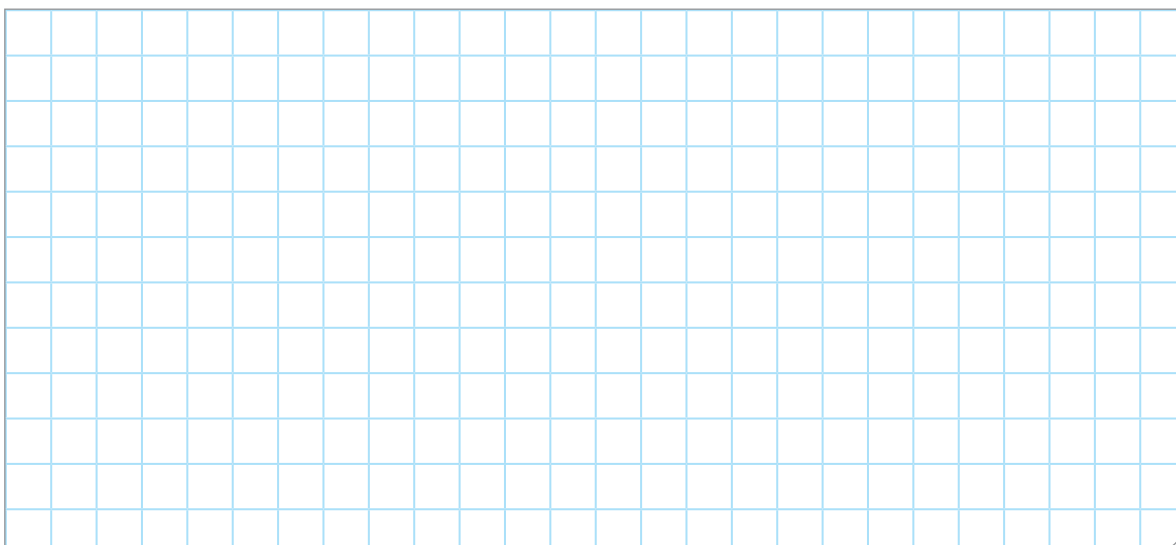


4. ¿Qué piden calcular las preguntas de la situación significativa?



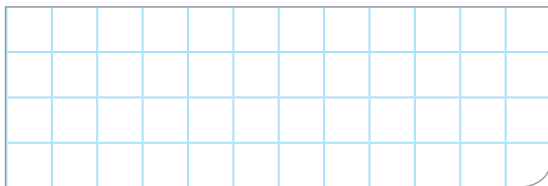
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

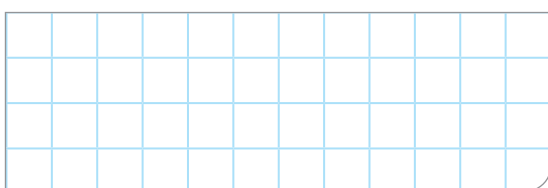


Ejecutamos la estrategia o plan

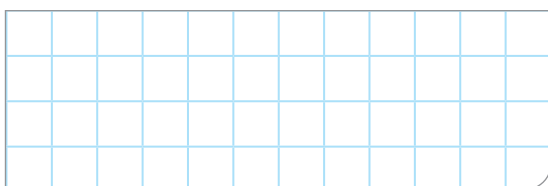
1. Representa 20 % como fracción.



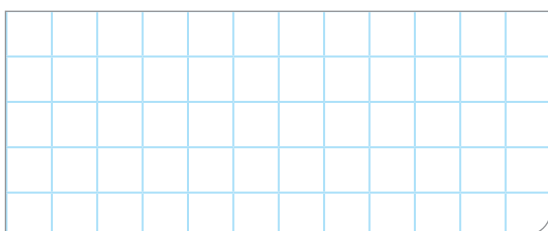
2. A partir de tu respuesta anterior, plantea una conclusión: El 20 % equivale a...



3. Para calcular el descuento de la pelota, se multiplica $S/20$ por la equivalencia de 20 %, que es...



4. ¿Cuál es el valor del descuento? Responde la primera pregunta de la situación significativa.



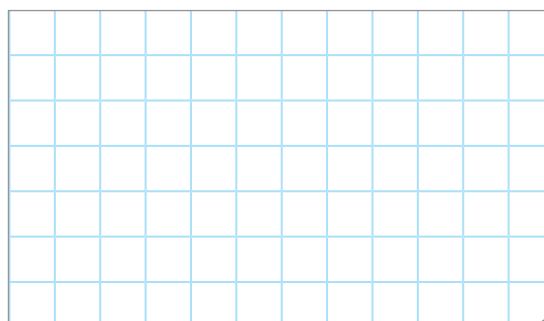
5. Expresa el 30 % mediante una fracción.



6. Para calcular el descuento del par de zapatillas, se multiplica $S/80$ por el equivalente del 30 %, que es...

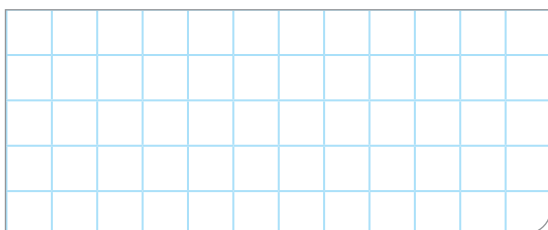


7. ¿Cuál es el valor del descuento? Responde la segunda pregunta de la situación significativa.

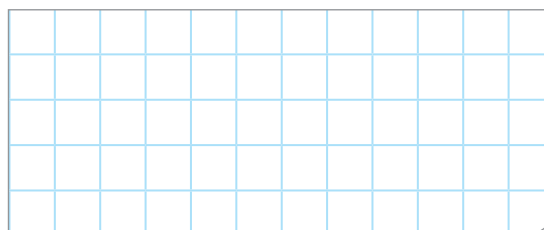


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías responder las preguntas de la situación significativa mediante otro procedimiento? Explica cómo.



2. Pedro cuenta con tarjeta y dice que por la compra de las zapatillas pagará el 70 % de $S/80$. ¿Es correcta esta afirmación? Justifica tu respuesta.





Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Usamos gráficos y lenguaje numérico para la comprensión de las operaciones con descuentos porcentuales, y empleamos estrategias para realizar operaciones y calcular aumentos y descuentos porcentuales, de acuerdo con las condiciones de la situación planteada. Asimismo, justificamos con ejemplos las propiedades de los números y de las operaciones, y corregimos los errores si los hubiera.

Situación significativa A

En un salón de clase, el 60 % de la totalidad de estudiantes son hombres. El 25 % de las estudiantes mujeres sabe nadar. Si 9 estudiantes mujeres no saben nadar, ¿qué cantidad de estudiantes en total tiene dicho salón de clase?



Resolución

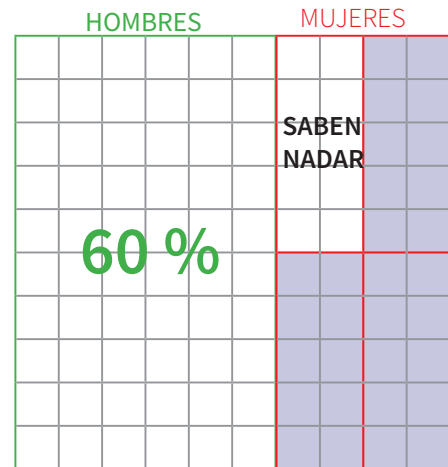
- Representamos los datos en una cuadrícula de $10 \times 10 = 100$ cuadraditos, donde cada cuadradito representa el 1 %. Entonces, el 60 % equivale a 60 cuadraditos, que corresponden a la cantidad de estudiantes hombres. El 40 % equivale a 40 cuadraditos, que corresponden a las estudiantes mujeres.

HOMBRES					MUJERES				

- Si el 25 % de estudiantes mujeres sabe nadar, entonces el 25 % de 40 cuadraditos equivale a 10 cuadraditos, quedando 30 cuadraditos, que representan la cantidad de estudiantes mujeres que no saben nadar. Es decir, que 30 cuadraditos (región sombreada) equivalen al 30 % del total (100 %).

Por lo tanto, si al 30 % le corresponde 9 estudiantes, al 100 %, que es el total, le corresponderá x estudiantes:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{ccc}
 \downarrow & 30\% \longleftrightarrow 9 \text{ estudiantes} & \downarrow \\
 \downarrow & 100\% \longleftrightarrow x & \downarrow
 \end{array} \\
 \hline
 x = \frac{100\% \cdot 9 \text{ estudiantes}}{30\%} = 30 \text{ estudiantes}
 \end{array}$$



Respuesta: El salón tiene 30 estudiantes.

- Describe el procedimiento que se utilizó para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

- ¿Podrías utilizar otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa? Explica cómo.

Situación significativa C

El precio de una *laptop*, incluyendo el 18 % del impuesto general a las ventas (IGV), es 2360 soles. ¿Cuál es el precio de la *laptop* sin incluir el impuesto?



Aprendemos a partir del error

Resolución

Calculamos a cuánto equivale el impuesto:

$$\frac{18}{100} \times 2360 = 424,80 \text{ soles}$$

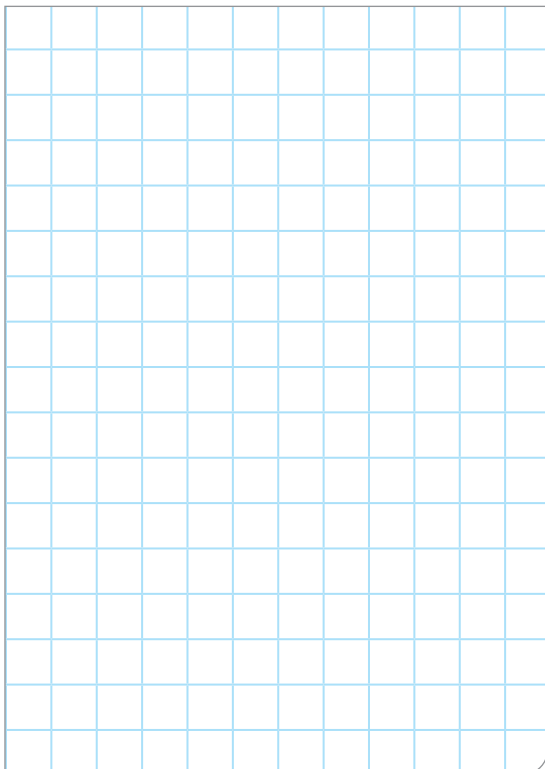
Por lo tanto, el precio sin el impuesto será:

$$2360 - 424,80 = 1935,20 \text{ soles}$$

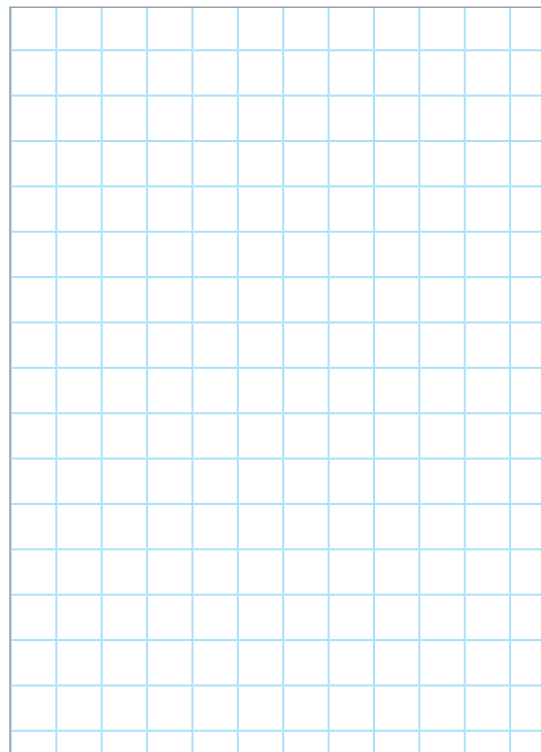
Respuesta:

La *laptop*, sin el impuesto, vale S/1935,20.

1. Verifica el procedimiento y corrige si estuviera errado.



2. Si el precio de una mochila sin IGV es de 50 soles, ¿cuál es el precio de la mochila si se aplica el IGV?





Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen descuentos y aumentos porcentuales; usamos gráficos y lenguaje numérico para la comprensión de las operaciones con descuentos porcentuales. Así también, empleamos estrategias para realizar operaciones y calcular aumentos y descuentos porcentuales. Asimismo, justificamos con ejemplos las propiedades de los números y de las operaciones, y corregimos los errores si los hubiera.

1. El banco Prestabank le indica a un cliente que por cada S/1000 que ahorre ganará un interés de S/25 al año. ¿Cuál es el porcentaje de interés anual que ganaría este cliente?

a) 4,25 %

b) 3,25 %

c) 2,5 %

d) 0,4 %

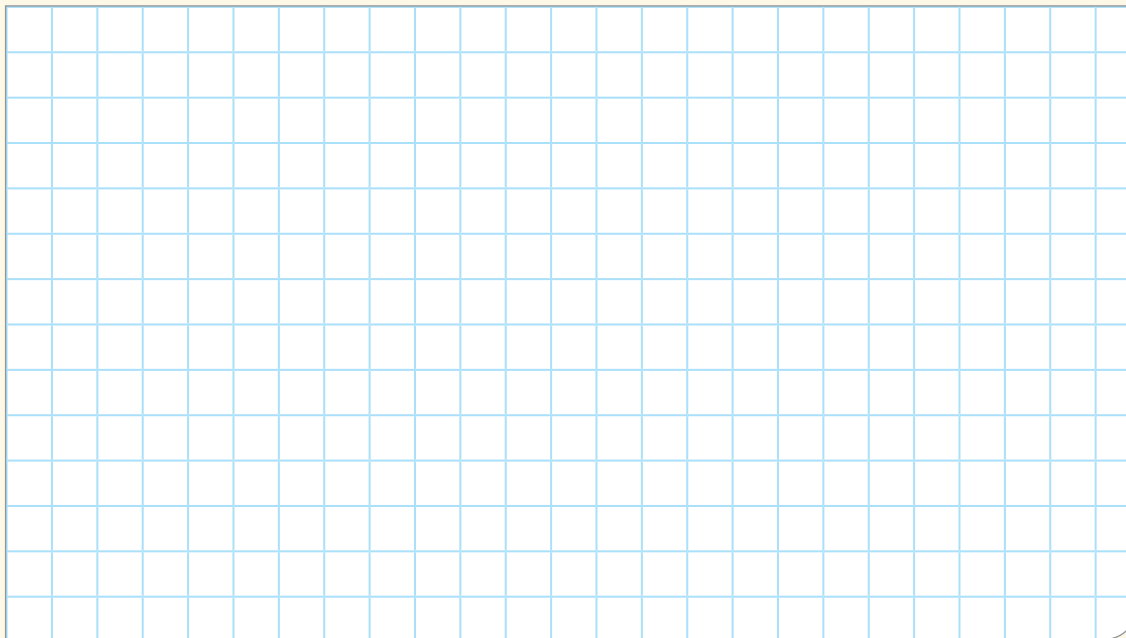
5. El impuesto general a las ventas (IGV) en el Perú es 18 %. Este porcentaje incrementa el precio de cualquier artículo en venta. Si en una factura figura el precio de una cocina en S/590, ¿cuál era el precio de la cocina antes de que fuera afectado por el IGV?

a) S/500

b) S/518

c) S/600

d) S/608



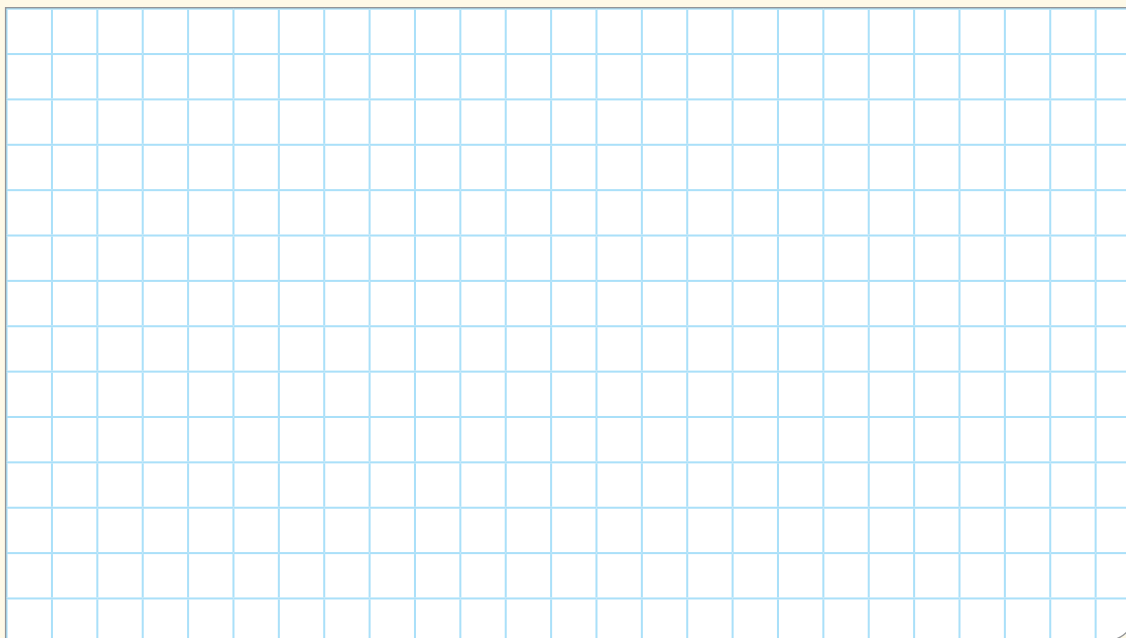
6. Una persona recibe 1,8 millones de soles al ganar una lotería. El premio fue afectado en un 10 % por concepto de impuestos. ¿A cuánto ascendía el premio ofrecido?

a) 1,90 millones de soles

b) 1,98 millones de soles

c) 2,00 millones de soles

d) 2,08 millones de soles



7. ¿Cuánto dinero recibirá el señor Julián García por los servicios prestados si gestiona su recibo por honorarios con la retención de su impuesto a la renta?

García García Julián Adriano

AV. SANTA ROSA MZA. W LOTE 25 A.H. VILLA HERMOSA
PROVINCIA CONSTITUCIONAL DEL
CALLAO - VENTANILLA

TELÉFONO: 505 0505

R.U.C. 10070850244

**RECIBO POR HONORARIOS
ELECTRÓNICO**

Nro: E001-11

Recibi de PROGRAMA TRABAJANDO JUNTOS

Identificado con RUC Número 20909090907

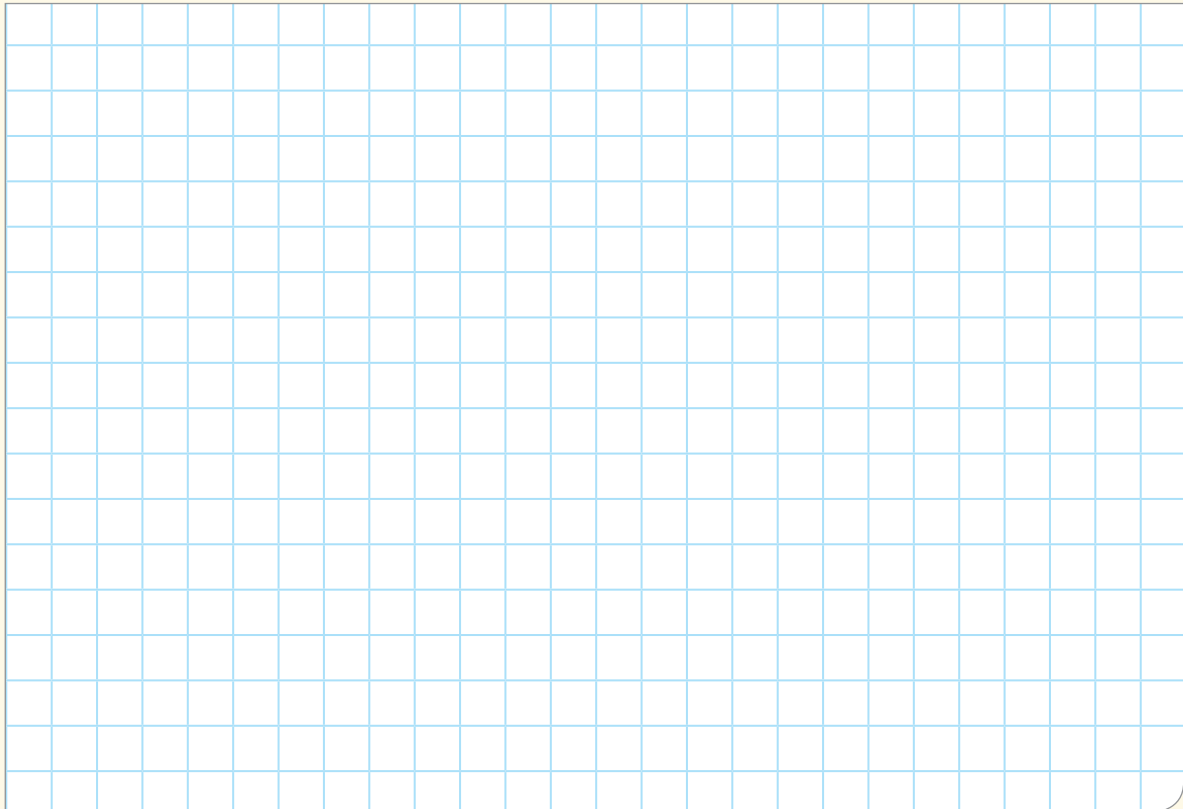
La suma de Y 00/100 SOLES

Por concepto de SERVICIOS DE REMODELACIÓN DE INTERIORES

Observación -

Fecha de emisión 22 de octubre del 2020

Total por Honorarios	:	<input type="text"/>	
Retención (8 %) IR	:	(304,00)	
Total Neto Recibido	:	<input type="text"/>	SOLES





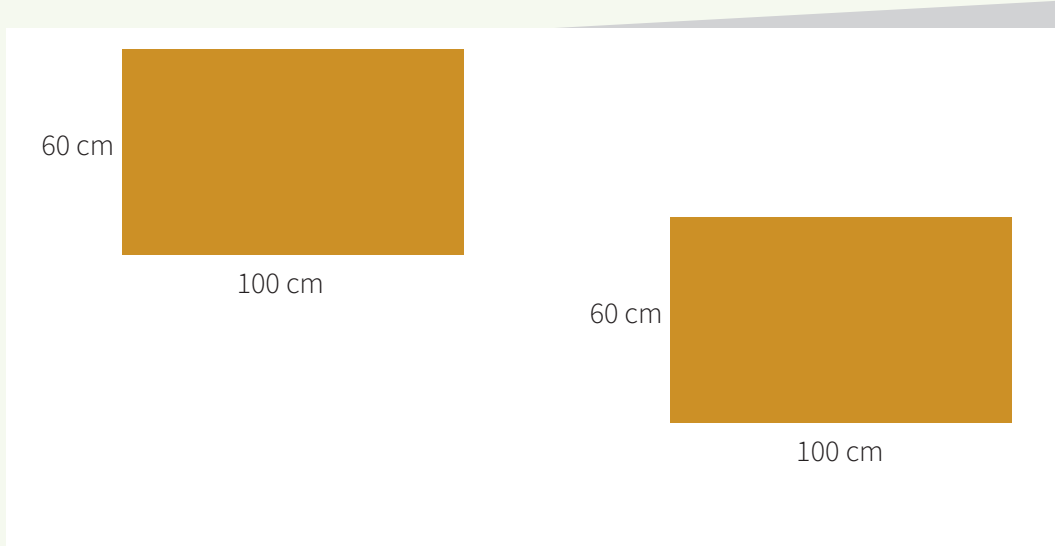
Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales y los representamos con formas tridimensionales (prismas rectos y cilindros). Asimismo, empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar la longitud, el perímetro, el área o el volumen de prismas y cilindros, utilizando unidades convencionales (centímetro, metro y kilómetro).

Construimos cajas

Docente y estudiantes del primer grado de secundaria ordenan el aula y observan que requieren cajas para colocar los materiales de la sección. Para ello, proponen construir dos cajas distintas con cartones reciclados.

Disponen de dos pliegos de cartones, que tienen la forma de un rectángulo, de 100 cm y 60 cm de largo y ancho, respectivamente. Uno de ellos será usado para construir la cara lateral de una caja con forma de prisma cuadrangular y el otro cartón para la superficie lateral de una caja con forma de cilindro.



Para terminar la construcción de las cajas, se requiere colocar bases de cartón.

1. ¿Cuál de las cajas presenta una base de mayor área? (Considera $\pi \approx 3,14$). Justifica tu procedimiento.
2. ¿Cuál de las cajas tiene mayor volumen? Explica tu respuesta.

Comprendemos el problema

1. ¿Qué datos nos presenta la situación significativa?

4. Escribe la fórmula para calcular el área del cuadrado.

2. ¿Qué forma tienen las caras laterales de las cajas y cuáles son sus medidas?

5. Escribe la fórmula para calcular el área del círculo.

3. ¿Qué forma tienen las bases de las cajas?

6. ¿Qué nos piden hallar las preguntas de la situación significativa?

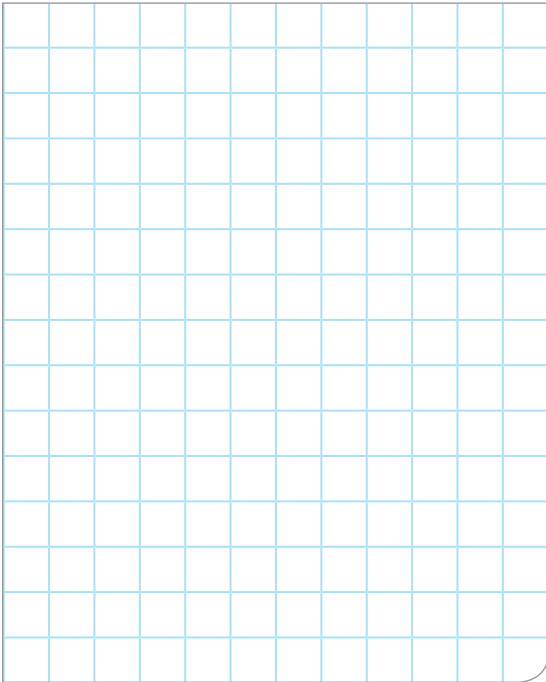
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe cómo elaborarías las cajas.

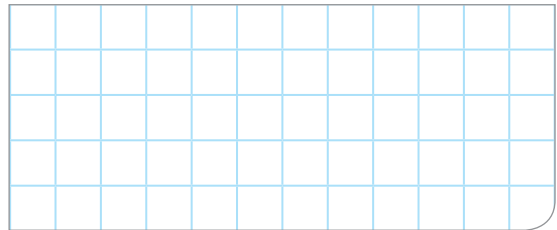
2. ¿Cómo calcularías el volumen de cada una de las cajas?

Ejecutamos la estrategia o plan

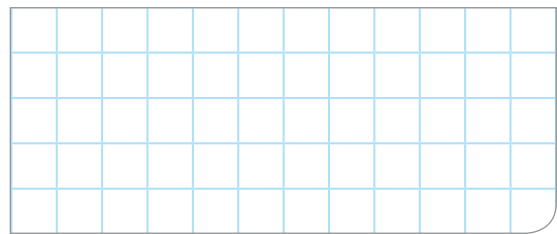
1. Elabora los gráficos de las dos cajas con sus respectivas medidas.



2. Determina el área de las bases de cada caja y escribe la diferencia entre ellas. Responde la primera pregunta de la situación significativa.

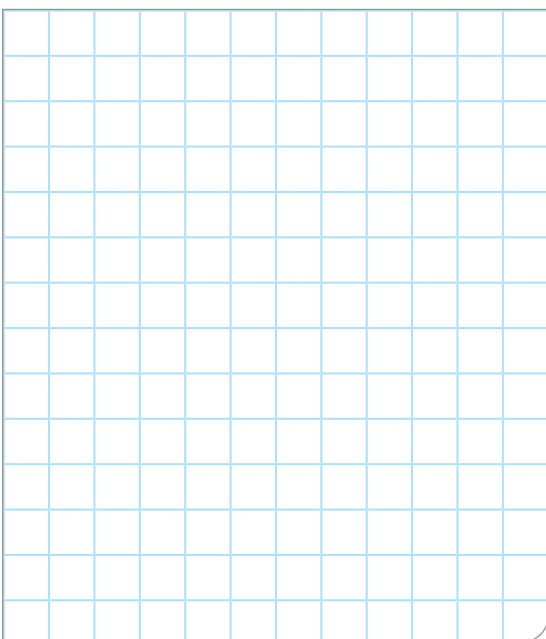


3. Calcula el volumen de cada una de las cajas y escribe la diferencia entre ellas. Responde la segunda pregunta de la situación significativa.

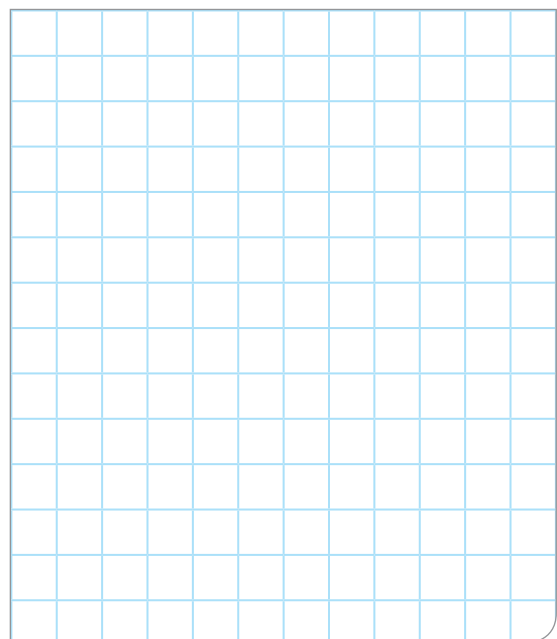


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué estrategias utilizaste para calcular el volumen de cada una de las cajas?



2. Describe el procedimiento seguido para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.





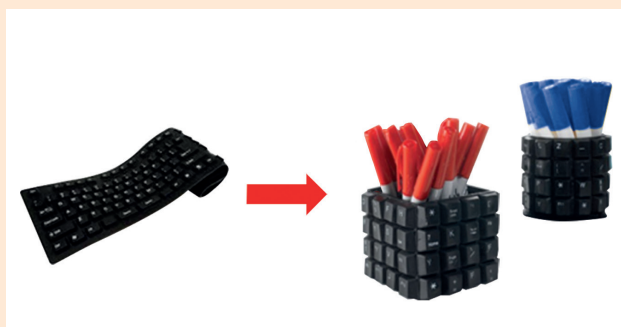
Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos con dibujos y lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las propiedades de las formas tridimensionales (prismas rectos y cilindros), establecemos relaciones entre las representaciones. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades que descubrimos entre las formas geométricas, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

Álex quiere construir un portalapiceros con un teclado flexible que ya no utiliza. Pero aún no decide si hacerlo con base cuadrada o circular. Las dimensiones de su teclado son de 30 cm de largo por 12 cm de ancho. Asimismo, el ancho del teclado determina que el portalapiceros tenga 12 cm de alto. ¿Cuál de los diseños tiene mayor capacidad?

Recuerda que el área de un círculo es πr^2 ; donde r es el radio del círculo. Además, la longitud de una circunferencia es $2\pi r$. Considera el valor de $\pi \approx 3,14$.



Resolución

Calculamos el volumen de cada diseño y determinamos cuál tiene mayor capacidad.

El primer diseño corresponde a un prisma de base cuadrada, cuyo perímetro es 30 cm; luego, el lado de su base mide

$$\frac{30}{4} = 7,5 \text{ cm.}$$



La fórmula para calcular el volumen es:

$$V_p = A_{\text{base}} \times h$$

Donde:

V_p : volumen del prisma

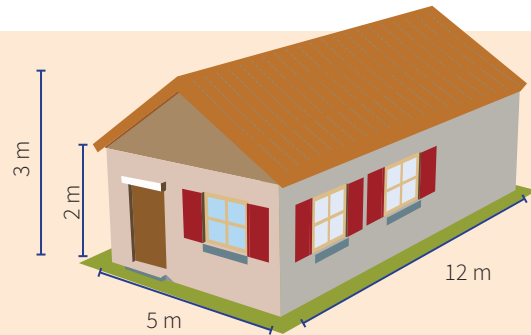
A_{base} : área de la base

h : altura

Reemplazando datos: $V_p = (7,5)^2 \times 12 = 675 \text{ cm}^3$

Situación significativa B

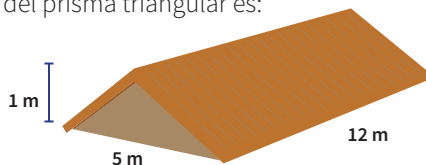
Un ingeniero necesita conocer el volumen de una construcción para diseñar su sistema de calefacción. Calcula el volumen de la construcción a partir de las dimensiones dadas en la figura.



Resolución

De la figura observamos que podemos descomponer la casa en dos prismas: uno de base triangular y otro de base rectangular.

La base del triángulo mide 5 m y su altura, 1 m; luego, el volumen del prisma triangular es:



$$V_1 = A_{\text{base}} \times h$$

Donde:

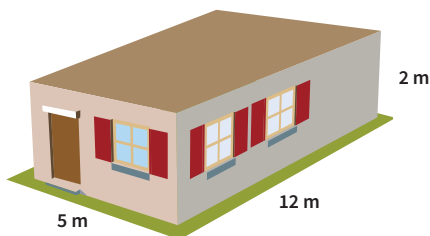
V_1 : volumen del prisma de base triangular

A_{base} : área de la base, que es de forma triangular (base por altura sobre dos)

h: altura

$$V_1 = \left(\frac{5 \times 1}{2} \right) \times 12 = 30 \text{ m}^3$$

El volumen del prisma rectangular es:



$$V_2 = A_{\text{base}} \times h$$

Donde:

V_2 : volumen del prisma de base rectangular

A_{base} : área de la base, que tiene forma de rectángulo (largo por ancho)

h: altura

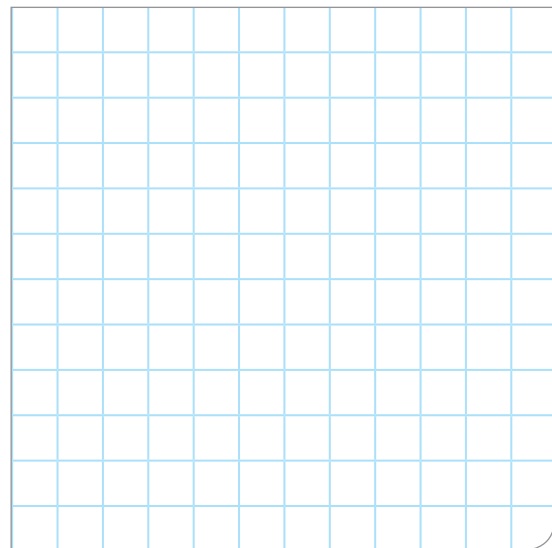
$$V_2 = (5 \times 12) \times 2 = 120 \text{ m}^3$$

El volumen total es: $V_{\text{casa}} = V_1 + V_2 = 150 \text{ m}^3$

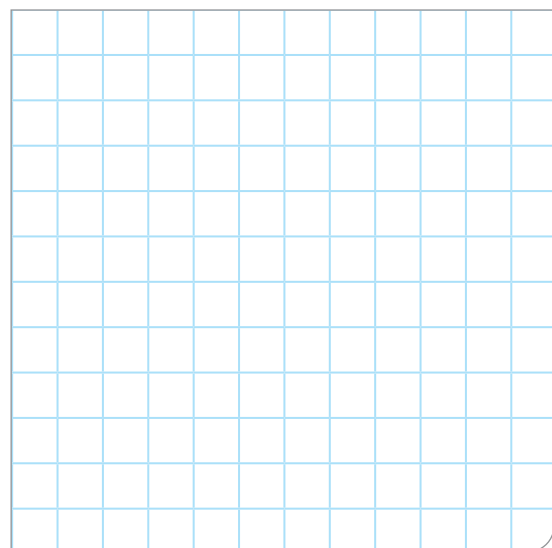
Respuesta:

El volumen de la construcción es 150 m^3 .

1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.



2. Diseña una figura tridimensional que pueda descomponerse en dos figuras conocidas. Dibújala y explica cómo lo harías.



Situación significativa C

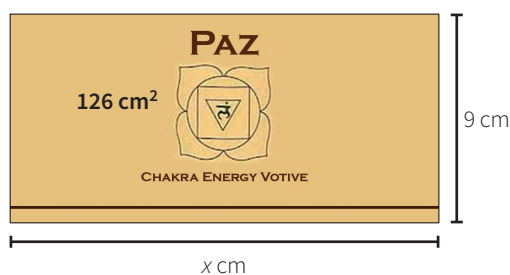
Se fabrican velas cilíndricas cuyas etiquetas rodean toda la superficie lateral que tiene un área de 126 cm^2 . Si la altura de la vela es de 9 cm , ¿cuál es su volumen? Considera el valor de $\pi \approx 3,14$.



Aprendemos a partir del error

Resolución

Al estirar la etiqueta, podemos observar que tiene la forma de un rectángulo.



Por el dato del área, planteamos que:

$$9 \cdot x = 126; \text{ entonces, } x = \frac{126}{9}$$
$$x = 14 \text{ cm}$$

Comparando la etiqueta con la vela, podemos ver que su largo corresponde al diámetro de la base del cilindro; por lo cual planteamos:

$$2 \times r = 14 \text{ cm}; \text{ entonces, } r = 7 \text{ cm}$$

Donde:

r : radio

Finalmente, aplicamos la fórmula del volumen de un cilindro:

$$V = \pi \times r^2 \times h$$
$$V = 3,14 \times 7^2 \times 9$$
$$V = 615,44 \text{ cm}^3$$

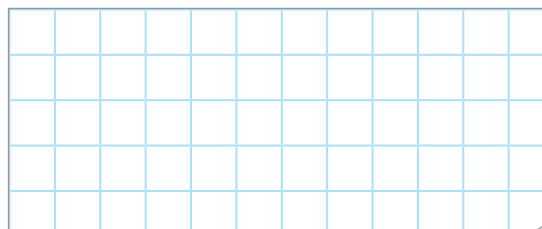
Respuesta:

El volumen de la vela es de $615,44 \text{ cm}^3$.

1. Verifica el procedimiento realizado en la resolución y encuentra el error cometido.

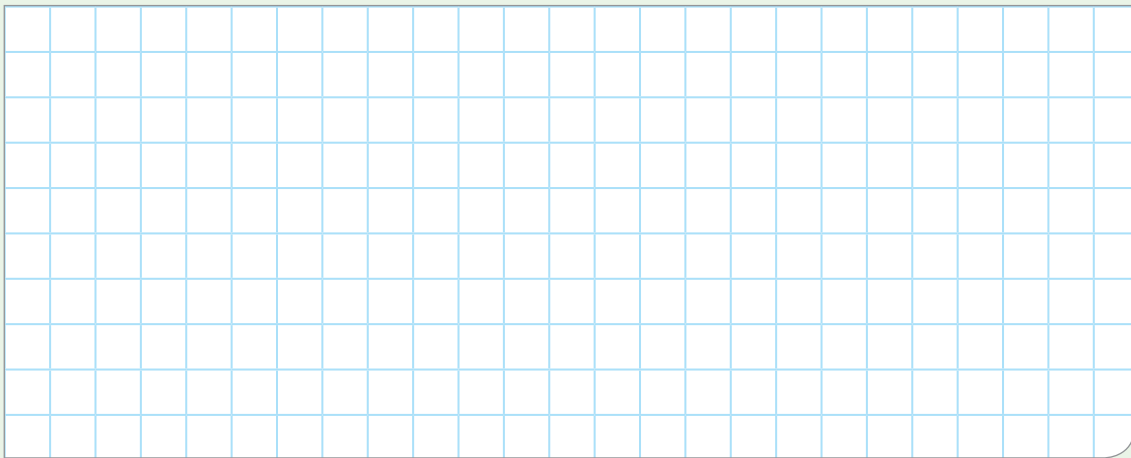


2. ¿Cuál sería el resultado correcto? Realiza el procedimiento.



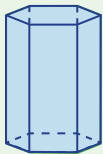
3. Imagina que le quitas la etiqueta a una lata de leche. Si el radio de la base de la lata es de 4 cm y su alto es el doble de la medida del radio, ¿cuál es la forma de la etiqueta y cuáles son sus dimensiones? Considera el valor de $\pi \approx 3,14$.

- a) Forma cuadrada con lados de 8 cm.
- b) Forma circular con diámetro de 8 cm.
- c) Forma rectangular con lados de 16 cm y 8 cm.
- d) Forma rectangular con lados de 25,12 cm y 8 cm.



4. En cada figura indica el nombre del prisma (según su base). Además, escribe el número de caras (C), de vértices (V) y de aristas (A) de cada uno.

Prisma _____

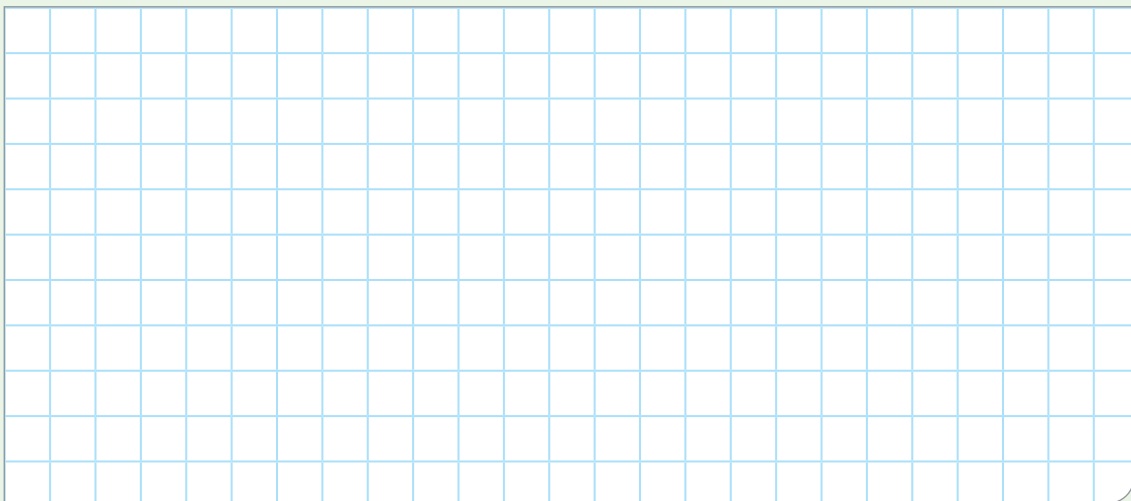


C	V	A

Prisma _____

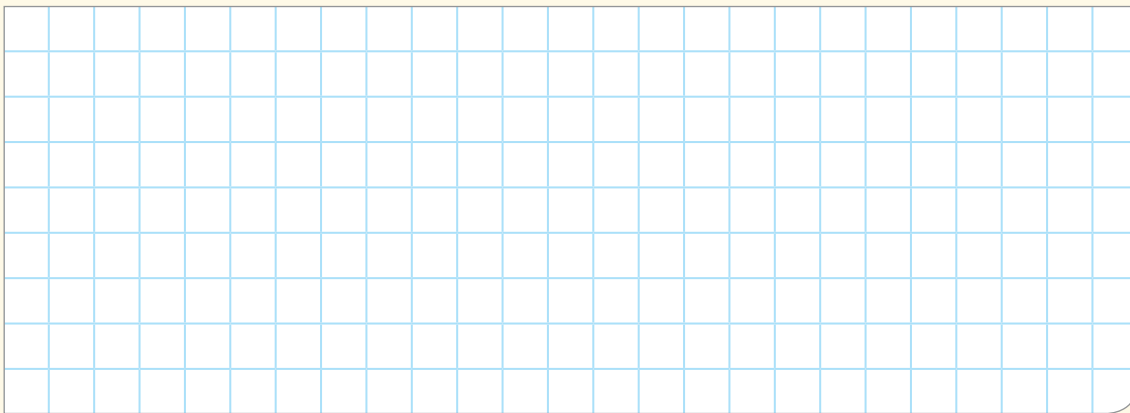


C	V	A



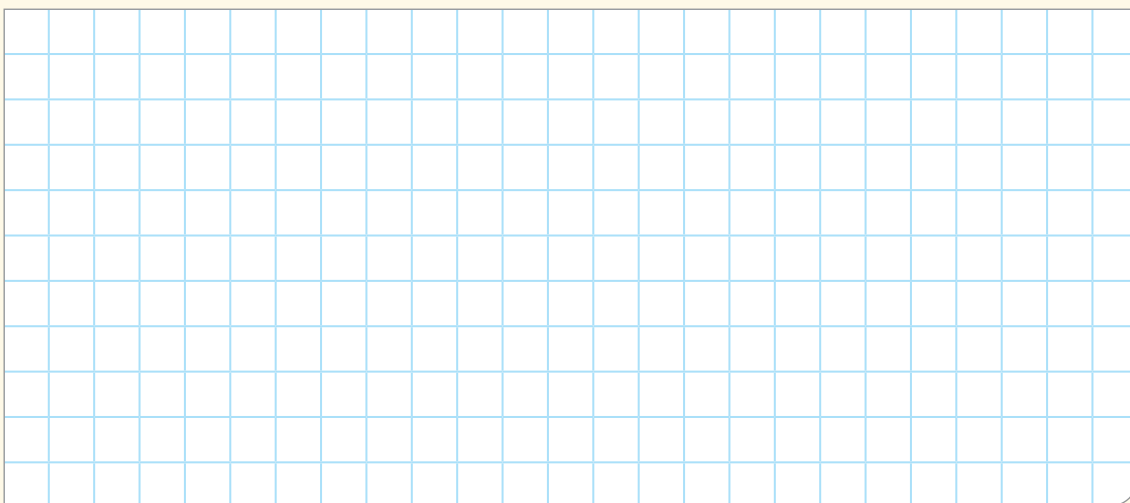
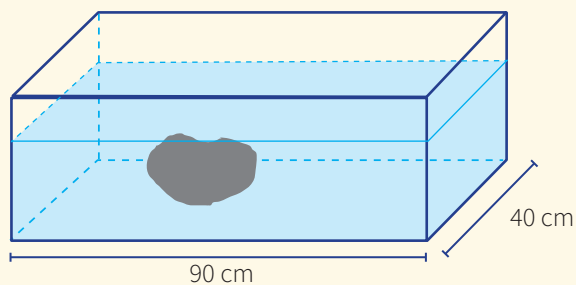
5. Una lata tiene una base con diámetro de 12 cm y una altura de 15 cm. ¿Cuántos centímetros cuadrados de hojalata se requirieron para elaborar esta lata?

- a) $2\pi \times 12 \times (15 + 12) \text{ cm}^2$
- b) $2\pi \times 6 \times (15 + 12) \text{ cm}^2$
- c) $2\pi \times 12 \times (15 + 6) \text{ cm}^2$
- d) $2\pi \times 6 \times (15 + 6) \text{ cm}^2$



6. Un recipiente con forma de prisma rectangular tiene 40 cm de ancho y 90 cm de largo, y contiene agua hasta una altura de 50 cm. Al sumergir una piedra, el nivel del agua subió 15 cm. ¿Cuál es el volumen de la piedra?

- a) $40 \times 90 \times 50 \text{ cm}^3$
- b) $40 \times 90 \times 35 \text{ cm}^3$
- c) $40 \times 90 \times 15 \text{ cm}^3$
- d) $40 \times 50 \times 15 \text{ cm}^3$



7. Observa los sólidos y explica por qué estas formas tridimensionales son equivalentes.

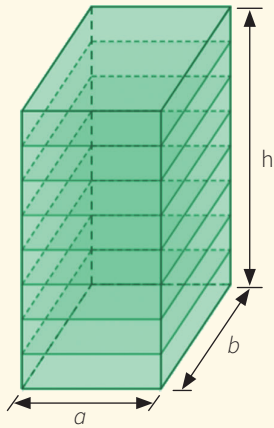


Imagen 1

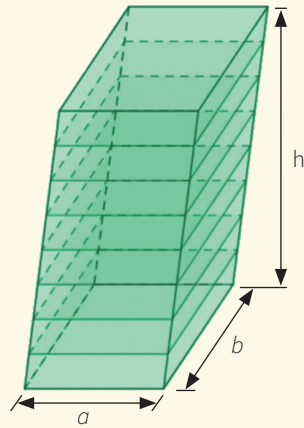


Imagen 2

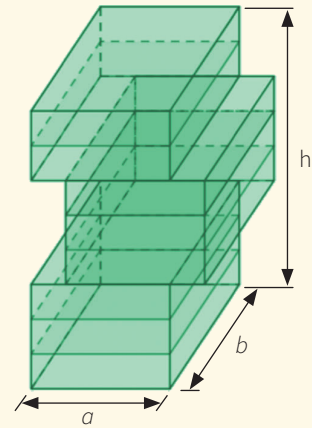
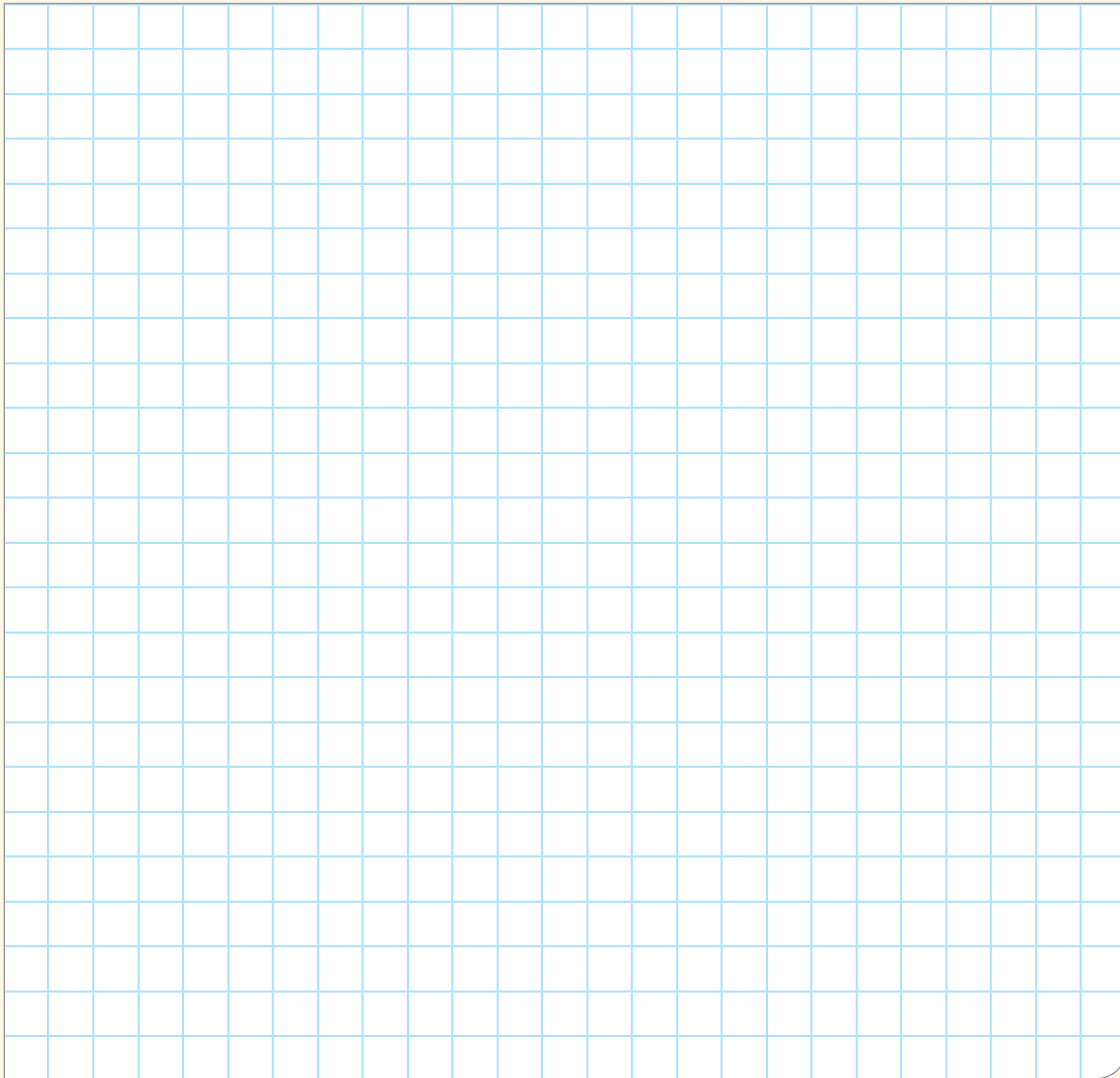


Imagen 3



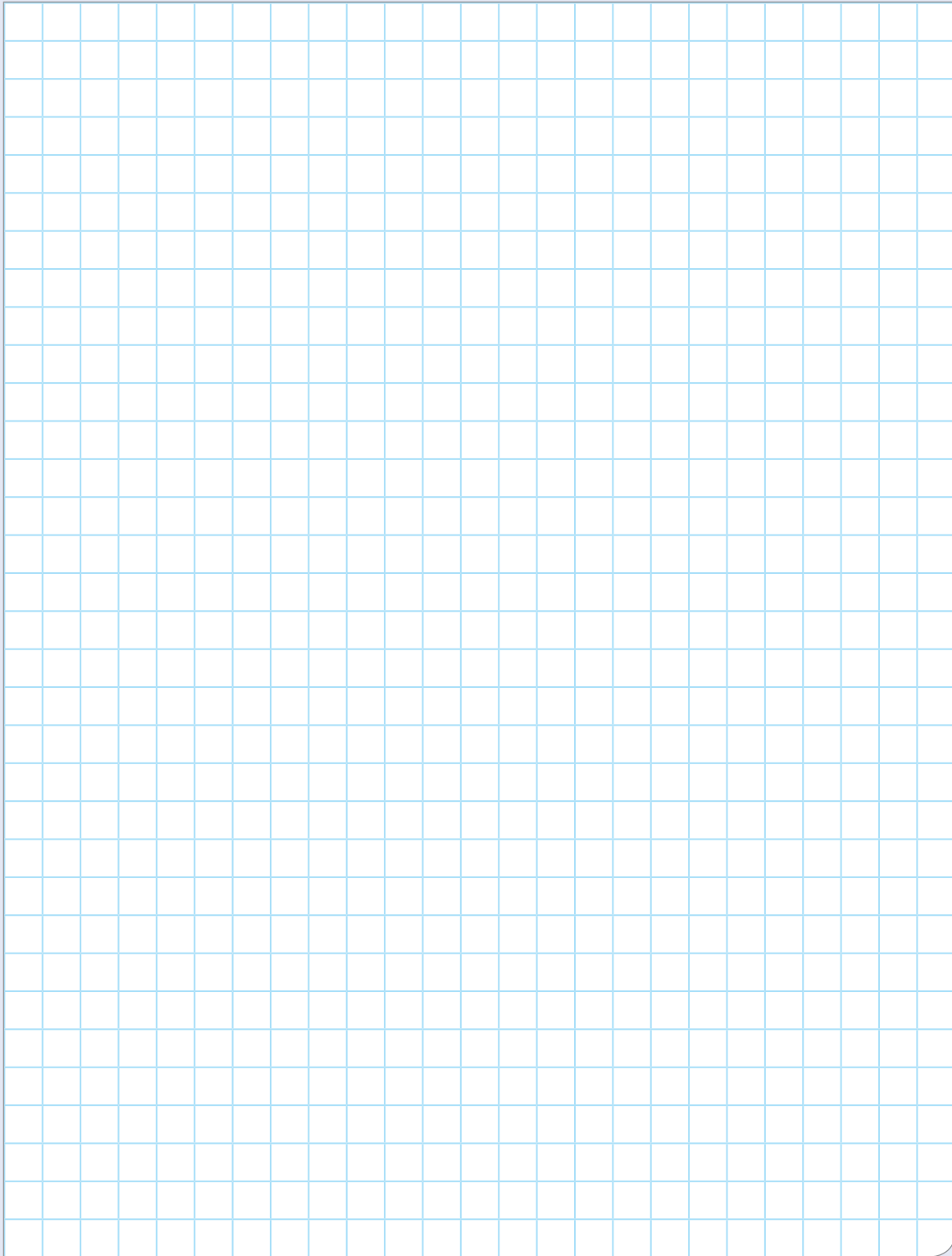
8. Un farmacéutico desea envasar 6,5 litros de alcohol en frascos de forma cilíndrica que miden 4 cm de diámetro en su base y 10 cm de alto. ¿Cuántos de dichos frascos podrá llenar? ($\pi \approx 3,14$ y $1 L \equiv 1000 \text{ cm}^3$)

a) 20 frascos

b) 51 frascos

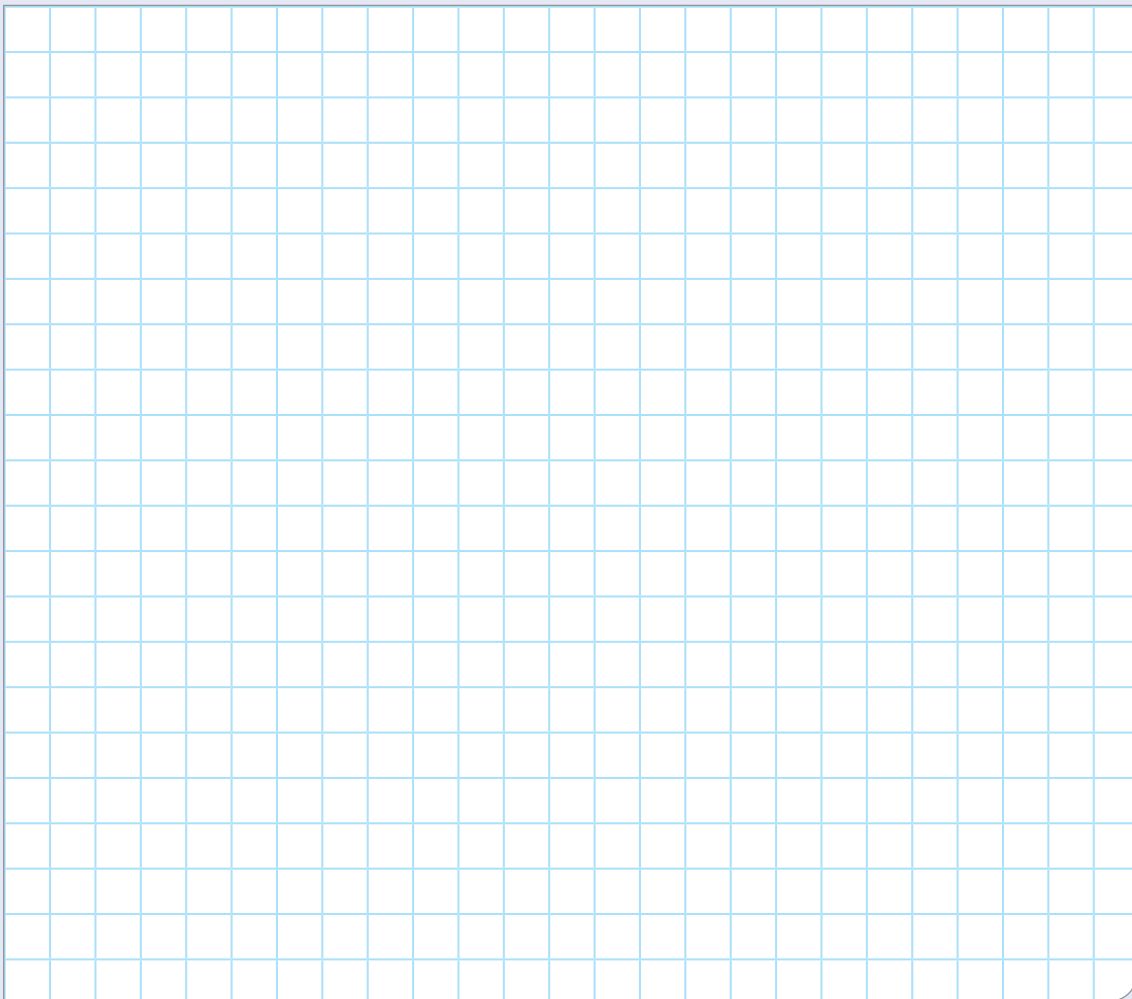
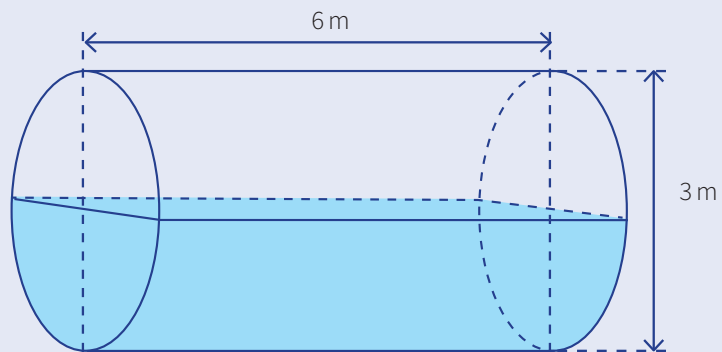
c) 52 frascos

d) 207 frascos

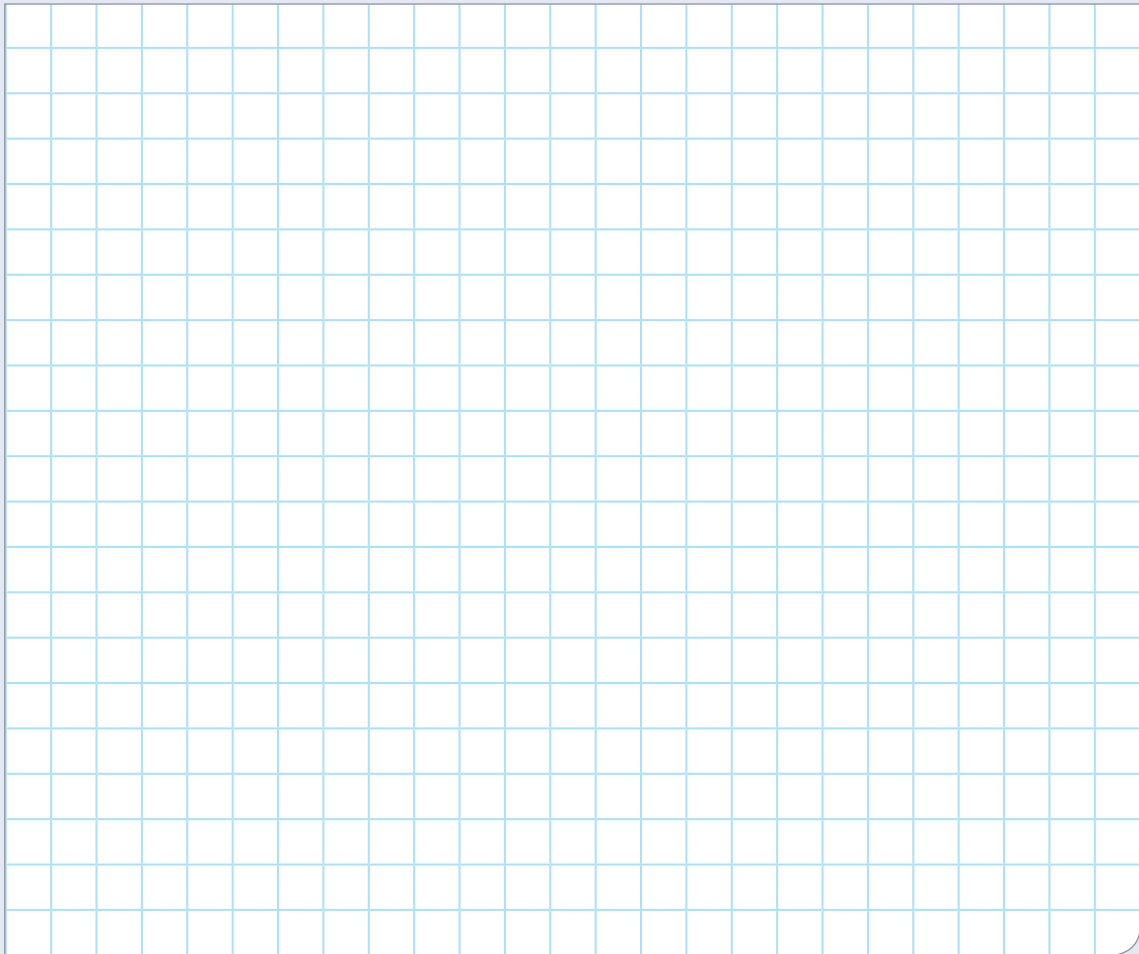
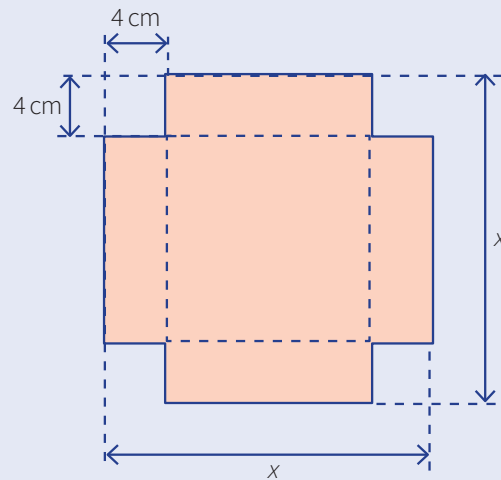


9. Un depósito cilíndrico descansa sobre el suelo de tal forma que su eje es horizontal. La altura del cilindro es 6 m y su diámetro tiene 3 m. Calcula el volumen que ocupa el agua cuando su altura es 1,5 m. ($\pi \approx 3,14$)

- a) 10,69 m³ aproximadamente.
- b) 14,13 m³ aproximadamente.
- c) 21,20 m³ aproximadamente.
- d) 42,39 m³ aproximadamente.



10. A partir de un cartón cuadrado, un grupo de estudiantes piensa construir una caja sin tapa de 4 cm de altura (prisma rectangular de base cuadrada). Para hacerlo, cortarán cuadrados de 4 cm en cada una de las esquinas del cartón, como se muestra en la figura. Determina la medida del lado del cuadrado (x) de tal forma que el volumen de la caja sea de 324 cm^3 .





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos la probabilidad mediante la regla de Laplace y, a partir de este valor, determinamos si un suceso es más o menos probable que otro; expresamos con lenguaje matemático nuestra comprensión sobre el valor de la probabilidad para caracterizar como más o menos probable la ocurrencia de sucesos en una situación aleatoria.

El azar

En una urna hay bolas numeradas del 0 al 99 (es decir: 0; 1; 2; 3... hasta el 99). Juan y María realizan la experiencia de extraer al azar una bola y leer el número que en ella aparece.

Juan desea que el número que saquen no incluya en su numeración la cifra 3. Mientras, María desea que el número que saquen no incluya en su numeración la cifra 9.

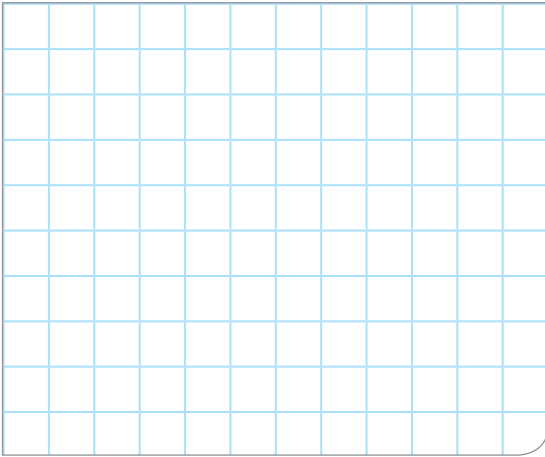


© Yeseline Martínez

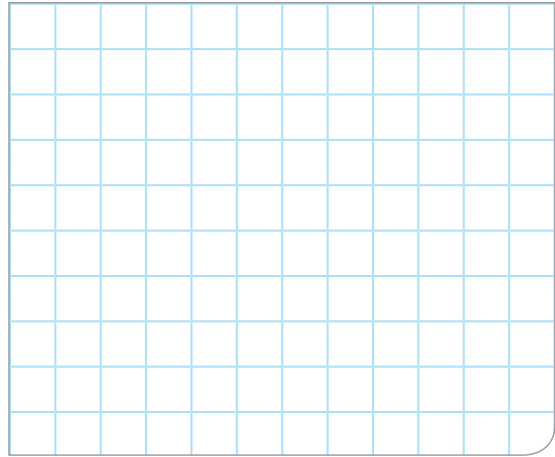
1. ¿Cuál de ellos tiene mayor probabilidad de lograr su objetivo?

Comprendemos el problema

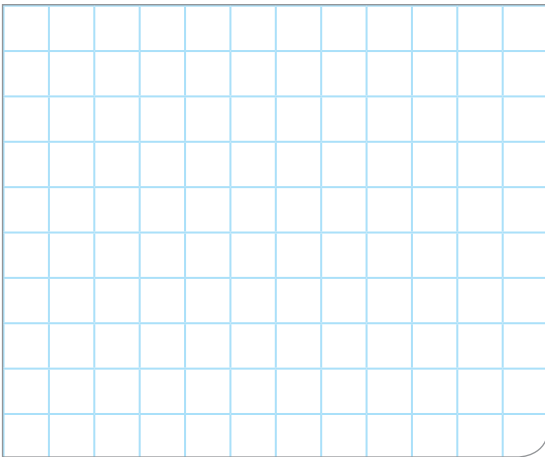
1. ¿Cuántas bolas hay en la urna?



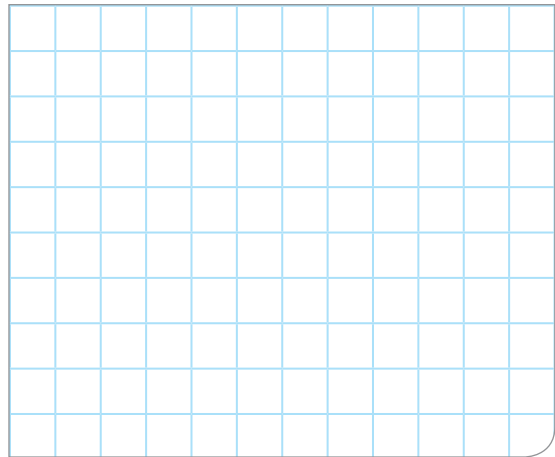
3. ¿Qué espera obtener María al extraer la bola al azar?



2. ¿Qué espera obtener Juan al extraer la bola al azar?

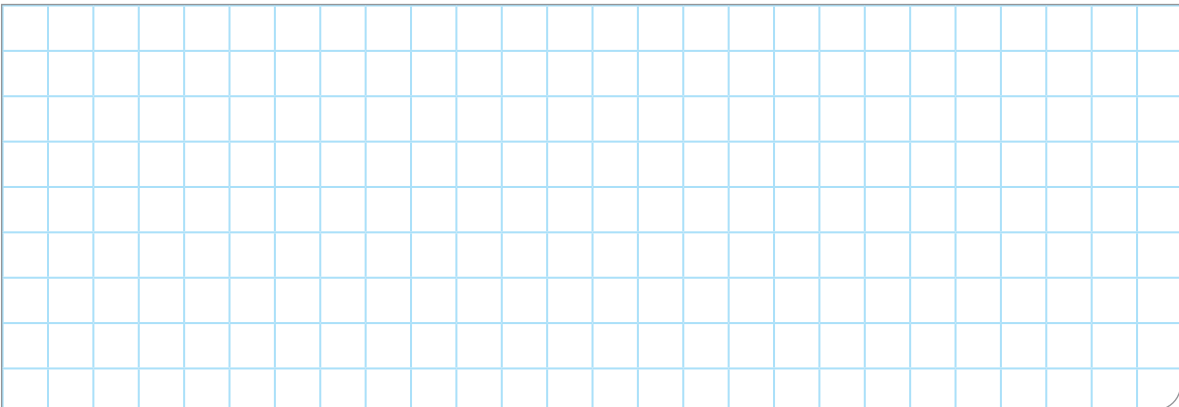


4. ¿Qué es lo que te piden averiguar?



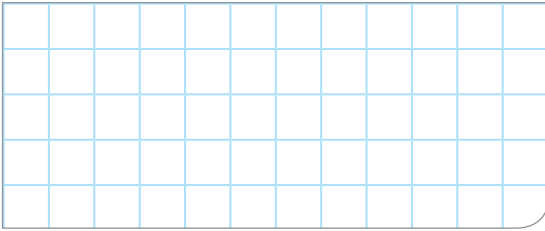
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

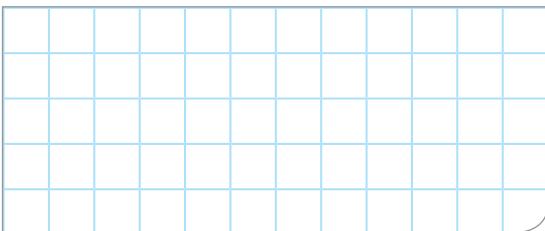


Ejecutamos la estrategia o plan

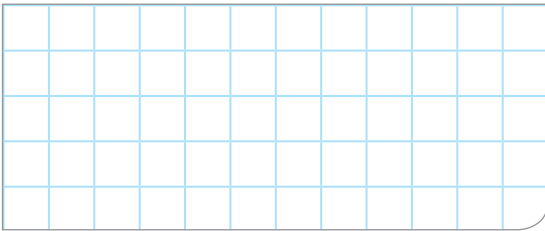
1. ¿Qué representa la cantidad de bolas de la urna?

A grid of 10 columns and 5 rows for writing the answer to question 1.

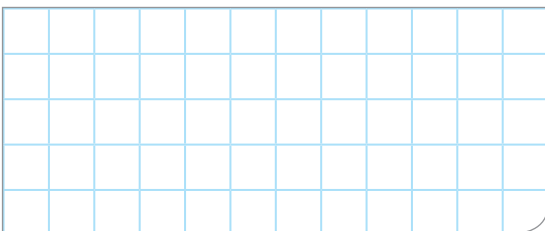
2. Determina el espacio muestral y la cantidad de elementos.

A grid of 10 columns and 5 rows for writing the answer to question 2.

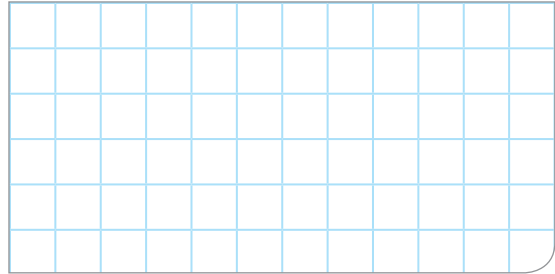
3. Escribe los números que incluyen la cifra 3.

A grid of 10 columns and 5 rows for writing the answer to question 3.


4. ¿Cuántas bolas de la urna no incluyen la cifra 3?

A grid of 10 columns and 5 rows for writing the answer to question 4.


5. ¿Cuál es la probabilidad de que Juan logre su objetivo? (Utiliza la regla de Laplace).

A grid of 10 columns and 5 rows for writing the answer to question 5.

6. De manera similar, ¿cuál es la probabilidad de que María logre su objetivo?

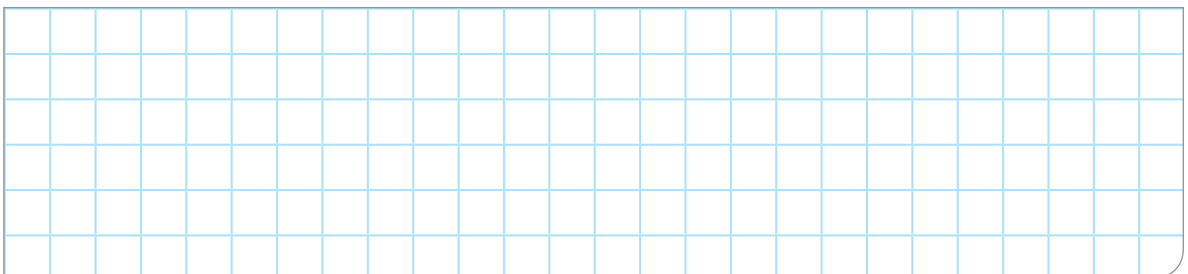
A grid of 10 columns and 5 rows for writing the answer to question 6.

7. Compara las respuestas de las preguntas 5 y 6. Responde la pregunta de la situación significativa.

A grid of 10 columns and 5 rows for writing the answer to question 7.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Es posible que, en un experimento aleatorio, el espacio muestral tenga solo un elemento? Justifica tu respuesta.

A large grid of 10 columns and 10 rows for writing the answer to the reflection question 1.



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos simples de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace. Asimismo, justificamos la probabilidad de ocurrencia de sucesos mediante ejemplos o usando información y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

Por el aniversario de la Municipalidad Distrital de Amarilis, se está rifando una motocicleta como único premio.

Seis pobladores se entusiasman por la posibilidad de ganarla y compran todos los *tickets* de la rifa. La cantidad que adquirió cada uno está en la siguiente tabla:

Nombre	Cantidad
Lucía	24
Lupe	32
Luis	44
Jaime	48
Mario	64
Iván	28

- ¿Cuál es la probabilidad que tiene Jaime de ganar la motocicleta?
- ¿Cuál de los seis pobladores tiene mayor posibilidad de ganar y cuánta es su probabilidad de hacerlo?

Resolución

Para calcular la probabilidad, se debe saber el número de casos posibles.

Sumaremos la cantidad de *tickets* vendidos:

$$24 + 32 + 44 + 48 + 64 + 28 = 240$$

Luego:

- Aplicamos la regla de Laplace para hallar la probabilidad que tiene Jaime de ganar la motocicleta.

$$P(J) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}} = \frac{48}{240} = \frac{1}{5} = 0,2$$

- Determinamos que Mario tiene mayor posibilidad de ganar porque compró más *tickets*, 64 *tickets*.

$$P(M) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}} = \frac{64}{240} = 0,2666\dots$$

Respuesta:

- La probabilidad de que Jaime gane es $\frac{1}{5}$.
- Mario tiene una probabilidad de 0,27. Sin embargo, en comparación con Jaime, tiene mayor probabilidad.

- ¿La probabilidad de ganar un premio puede ser mayor que uno? Justifica tu respuesta.

- ¿Cuál de los pobladores tiene menor probabilidad de ganar el premio? Justifica tu respuesta.

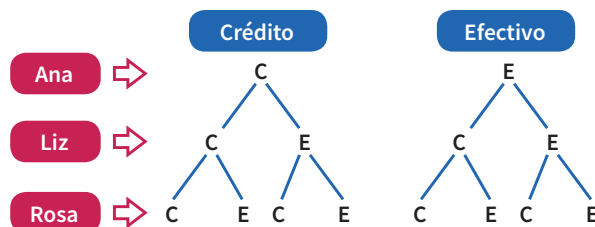
Situación significativa C

Ana, Liz y Rosa salen de compras. Si bien cada una lleva tarjeta de crédito y efectivo, esta vez elegirán un medio de pago al azar. En el momento de pagar, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas pague en efectivo?

Aprendemos a partir del error

Resolución

Determinamos la cantidad de casos posibles:



Determinamos el espacio muestral Ω , el conjunto de los casos posibles:

$$\Omega = \{CCC, CCE, CEC, CEE, ECC, ECE, EEC, EEE\}$$

Determinamos el suceso A: "Al menos una de ellas paga en efectivo".

$$A = \{CCE, CEC, ECC\}$$

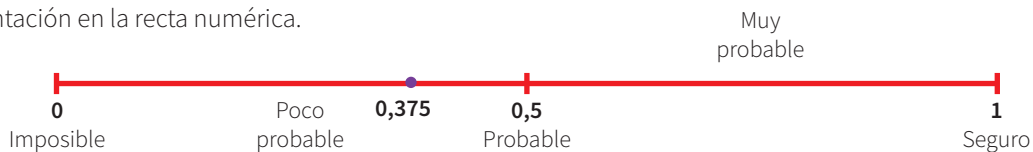
Encontramos 3 casos con un solo pago en efectivo, son los casos favorables al suceso A.

$$P(A) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}} = \frac{3}{8} = 0,375$$

$$P(A) = 0,375 \times 100 \% = 37,5 \%$$

Respuesta:

La probabilidad de que solo una de ellas pague en efectivo es de 37,5 %, es decir, resulta poco probable, considerando la representación en la recta numérica.

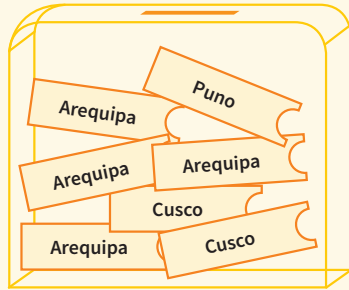


1. ¿Es correcto el procedimiento en la resolución? De no ser así, corrige.

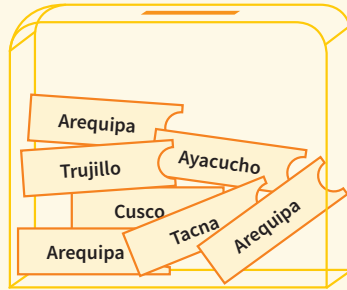
2. ¿Crees que el diagrama de árbol representa de manera adecuada los posibles resultados del experimento? ¿Por qué?

Empresa de transporte

Una empresa de transporte desea premiar a sus pasajeros más frecuentes con un sorteo de boletos de viaje de ida y vuelta a diversos destinos nacionales. Para ello, prepara dos urnas idénticas, donde deposita los boletos con los diversos destinos de viaje.



Urn 1



Urn 2

Con esta información, responde las preguntas de la 5 a la 10.

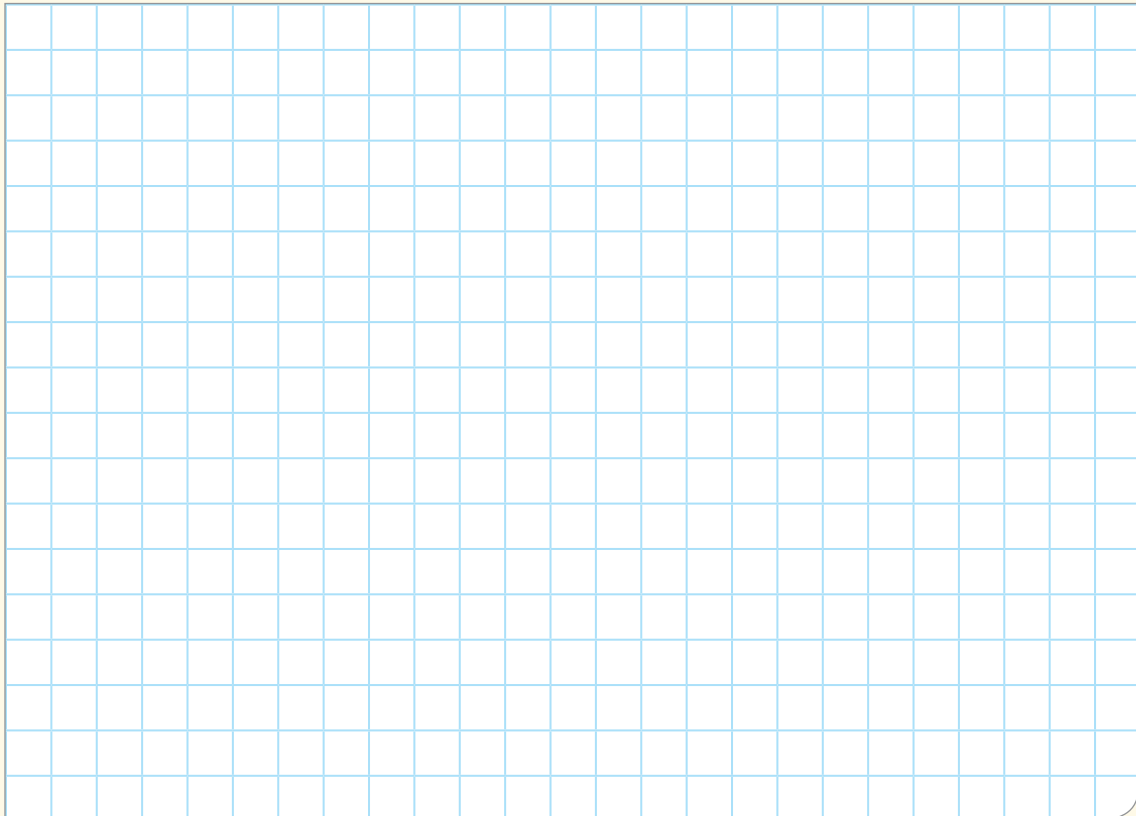
5. Pablo es un cliente muy fiel a la empresa de transporte. Por ello, ha sido premiado permitiéndole sacar un boleto de cada urna. ¿Cuál es la probabilidad de que saque un boleto de viaje al Cusco en la urna 1 y en la urna 2?

a) $\frac{14}{2}$ y $\frac{2}{14}$

b) $\frac{2}{7}$ y $\frac{1}{7}$

c) $\frac{7}{2}$ y $\frac{1}{7}$

d) $\frac{4}{14}$ y $\frac{3}{7}$



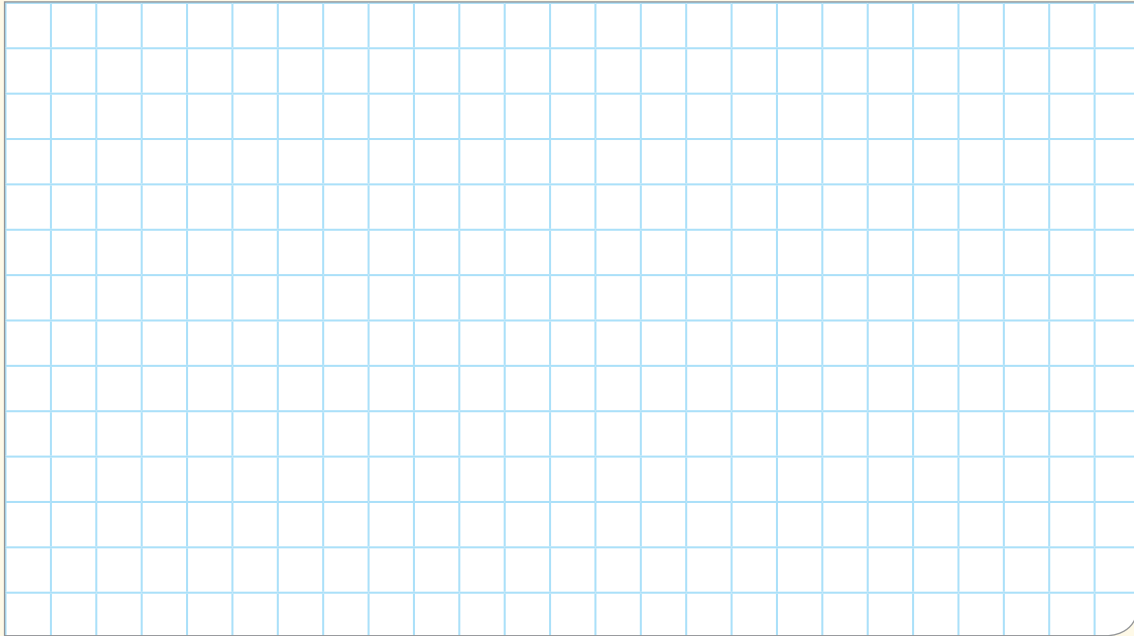
6. Si la empresa de transporte decidiera tener una sola urna y juntase todos los boletos, ¿cuál sería la probabilidad de que al extraer un boleto resultara ser para Arequipa?

a) $\frac{1}{2}$

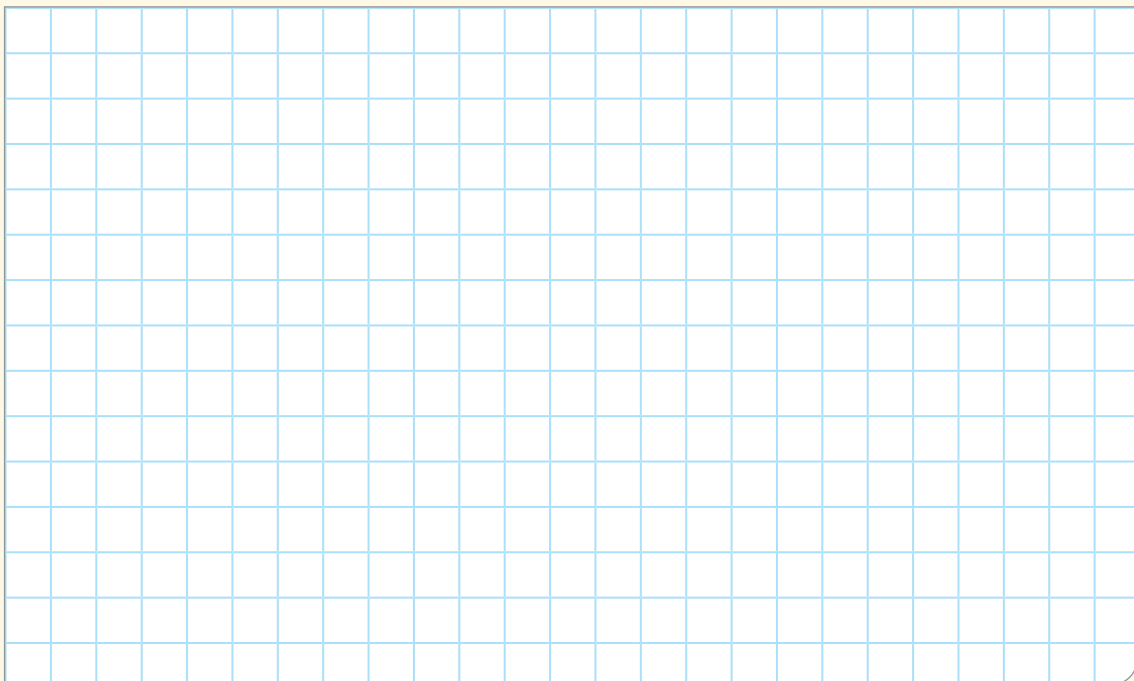
b) $\frac{1}{7}$

c) $\frac{7}{7}$

d) $\frac{1}{5}$



7. Un pasajero desearía viajar a Arequipa. ¿Cuál de las urnas le convendría escoger al sacar su boleto? Argumenta tu respuesta.



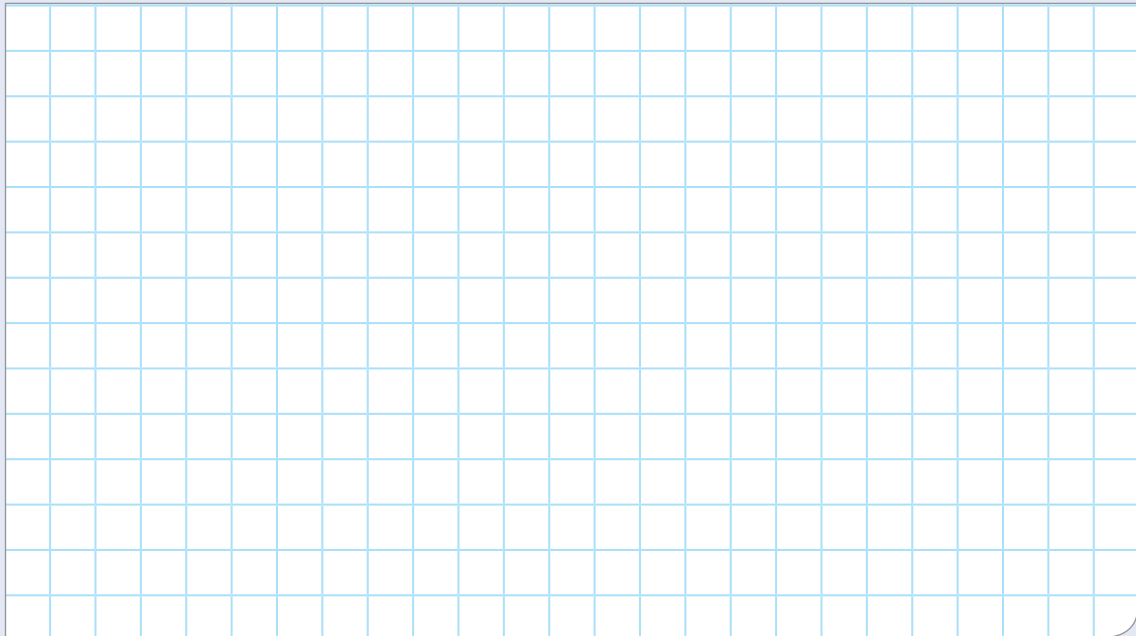
9. Si la empresa aumentara 3 boletos a Puno en la urna 1, ¿cuál sería la probabilidad de no obtener un boleto para Arequipa en dicha urna?

a) $\frac{1}{5}$

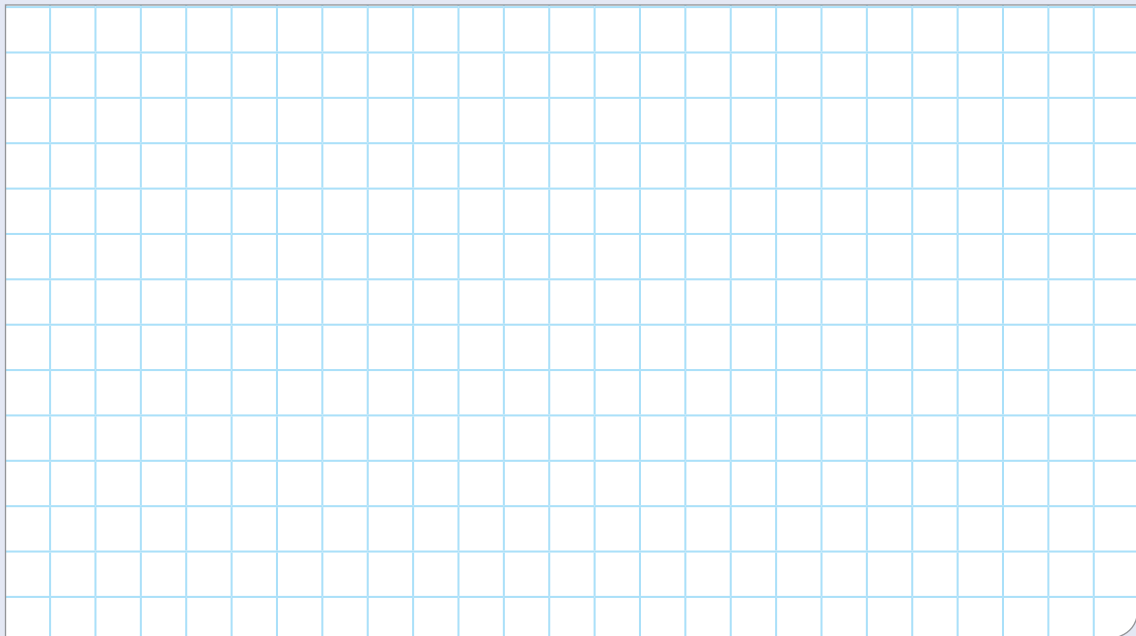
b) $\frac{2}{5}$

c) $\frac{3}{5}$

d) $\frac{4}{5}$



10. La empresa de transporte extrae de ambas urnas los boletos al Cusco y luego junta los restantes en una sola urna. ¿La probabilidad de sacar un boleto para Ayacucho sería la menor? Justifica tu respuesta.



Ficha 14



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos o desigualdades, y transformamos esas relaciones a expresiones matemáticas que incluyen inecuaciones. También empleamos estrategias heurísticas y procedimientos, usando propiedades de las operaciones y de las inecuaciones para resolver un problema.

¿Se respetan los límites de velocidad?

El exceso de velocidad es la primera causa de los accidentes de tránsito; así lo reveló un informe del Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI). Dicho documento destaca que la segunda causa de accidentes de tránsito es la invasión del carril contrario.

Respetar los límites de velocidad establecidos es de vital importancia para prevenir accidentes de tránsito. Por ello, los conductores y peatones, en general, debemos informarnos para evitar cometer alguna imprudencia que resulte fatal.



Juan va en su auto por la Vía Expresa con su amigo César y este le dice: “Vas muy despacio, podrías duplicar tu velocidad, aumentarla luego en 10 km/h y, aun así, estarías respetando el límite de velocidad permitido”. A partir de lo dialogado:

1. Escribe lo mencionado por César mediante una expresión matemática. Luego, calcula la velocidad máxima a la que podría estar conduciendo Juan.
2. Considerando que Juan conducía con la velocidad máxima de la pregunta anterior y que dentro de poco saldría de la Vía Expresa para entrar a la Zona escolar, ¿cuánto es lo mínimo que debería reducir su velocidad?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué entiendes por duplicar un valor? Da un ejemplo.

2. ¿Qué entiendes por aumentar un valor? Da un ejemplo.

3. ¿Qué entiendes por límite de velocidad?

4. ¿Cuál es la velocidad máxima permitida en la Vía Expresa?

5. ¿Cuál es la velocidad máxima permitida en la zona escolar?

6. ¿Qué te piden hallar en las preguntas de la situación significativa?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para responder las preguntas de la situación significativa.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. ¿Cómo representarías mediante una expresión matemática “duplicar la velocidad”?

2. ¿Cómo representarías mediante una expresión matemática “aumentar 10 km/h”?

3. Representa mediante una expresión matemática “duplicar tu velocidad, aumentarla luego en 10 km/h y, aun así, estarías dentro del límite de la velocidad permitido en la Vía Expresa”.

4. Responde la primera pregunta de la situación significativa.

5. Teniendo en cuenta la respuesta del ítem anterior, ¿qué valores enteros puede disminuir la velocidad para ingresar a la zona escolar?

6. Considerando los valores de la respuesta a la pregunta anterior, responde la segunda pregunta de la situación significativa.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podría Juan conducir a una velocidad menor que la obtenida en la primera pregunta de la situación significativa? Justifica tu respuesta.

2. ¿Podría Juan reducir su velocidad a menos que el valor obtenido en la segunda pregunta de la situación significativa? Justifica tu respuesta.

Situación significativa B

Las edades de dos hermanos Adrián y Rafaela suman 18 años.
¿Cuál es la edad mínima entera que puede tener el mayor?



Fuente: <https://goo.gl/78BLPx>

Resolución

Nuestra incógnita es la edad del mayor, a la que llamaremos x .

Como ambas edades suman 18 años, el menor tendrá $(18 - x)$ años.

Por la relación de las edades, podemos plantear la siguiente inecuación:

$$\begin{aligned}x &> 18 - x \\2x &> 18 \\2x \left(\frac{1}{2}\right) &> 18 \left(\frac{1}{2}\right) \\ \frac{2x}{2} &> \frac{18}{2} \\x &> 9\end{aligned}$$

Respuesta:

La edad mínima entera que tiene el mayor es 10 años.

1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

2. Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por un número positivo, ¿se obtiene otra desigualdad equivalente a la primera? Justifica tu respuesta con ejemplos.

Situación significativa C

En una empresa que fabrica cunas, la ganancia mensual, en soles, está determinada por la siguiente expresión: $G(x) = 400x - 10\,000$, donde x representa la cantidad de cunas fabricadas y vendidas.

¿Cuántas cunas debe fabricar y vender dicha empresa este mes, como mínimo, para no perder?



Fuente: <https://goo.gl/2k3GHt>

Aprendemos a partir del error

Resolución

Si la empresa no va a perder, su ganancia debe ser positiva, por lo cual podemos plantear la siguiente inecuación:

$$\begin{aligned}400x - 10\,000 &> 0 \\400x &> 10\,000 \\x &> \frac{10\,000}{400} \\x &> 25\end{aligned}$$

Respuesta:

Para no perder, la empresa debe fabricar y vender, como mínimo, 26 cunas.

1. ¿El procedimiento realizado es correcto? De no ser así, ¿cuál sería el procedimiento correcto?

2. ¿Cuál es la ganancia si vende 30 y 50 cunas? ¿Y si vende 10 cunas, gana o pierde? ¿Cuánto?

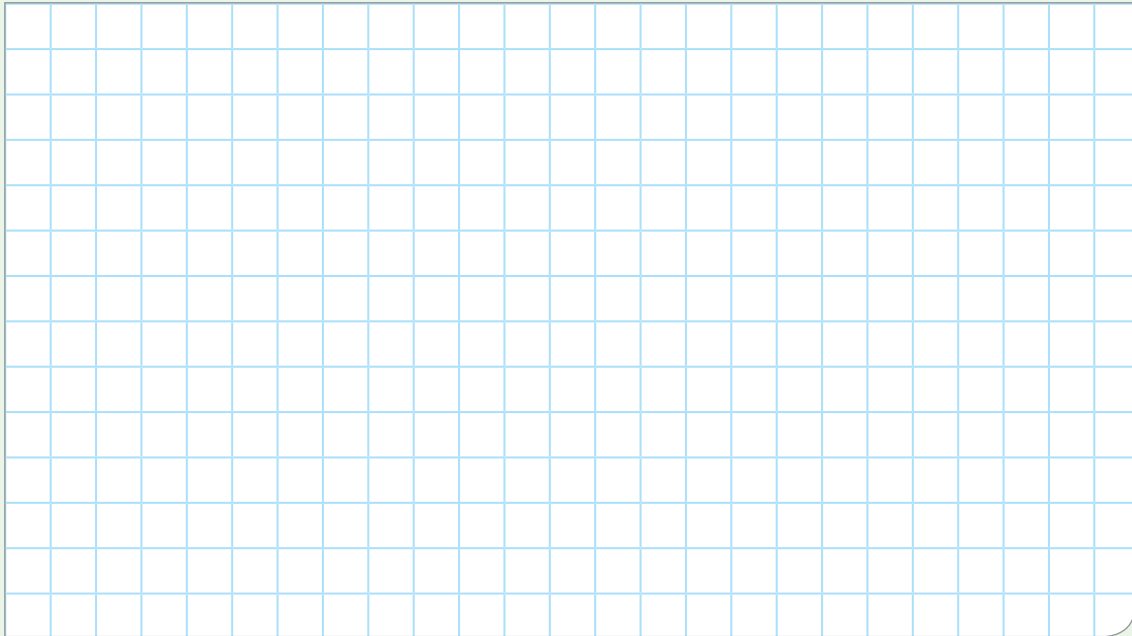
3. Regina tiene el triple de la edad de Sebastián. Si la suma de ambas edades es menor que 72, ¿cuál es la edad máxima que puede tener Sebastián?

a) 14 años

b) 15 años

c) 16 años

d) 17 años



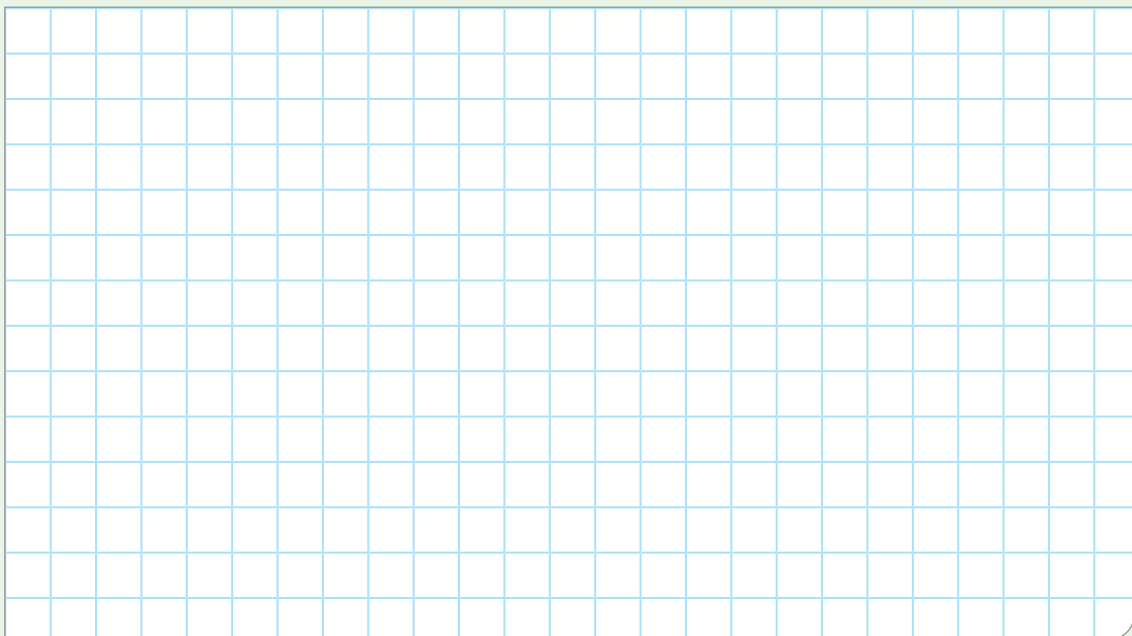
4. Para cada enunciado, escribe la expresión algebraica correspondiente.

I. Mi hermano tiene más de 20 canicas.

II. Luisa tiene menos de 20 años.

III. Si gasto $S/20$, me queda menos de $S/100$.

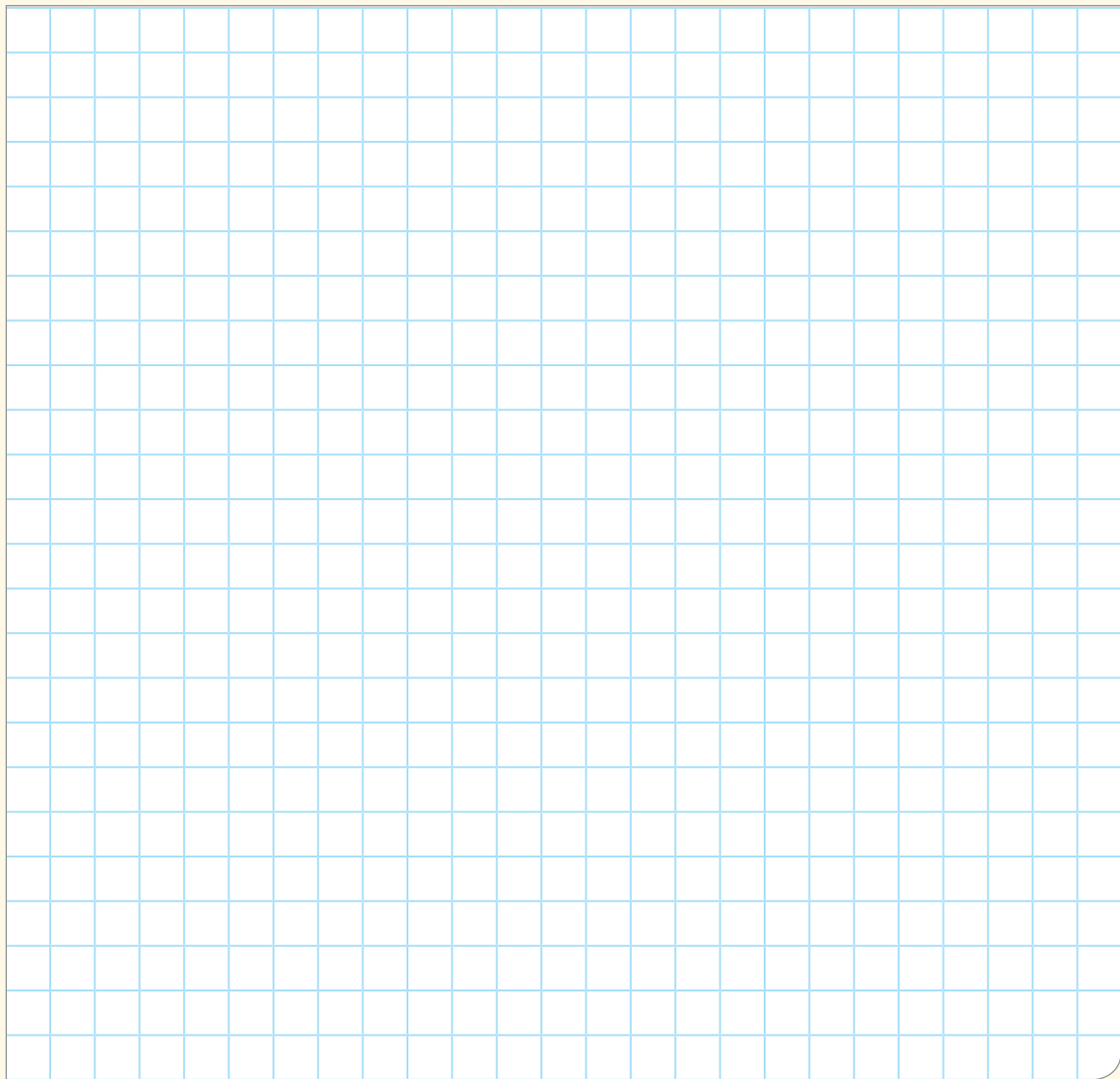
IV. En mi clase somos, por lo menos, 20 estudiantes.



7. Un comerciante compra cubos mágicos a un precio que oscila entre los 15 y 20 soles, y los vende a un precio entre los 30 y 35 soles. ¿Cuál puede ser su máxima ganancia al vender 25 cubos?

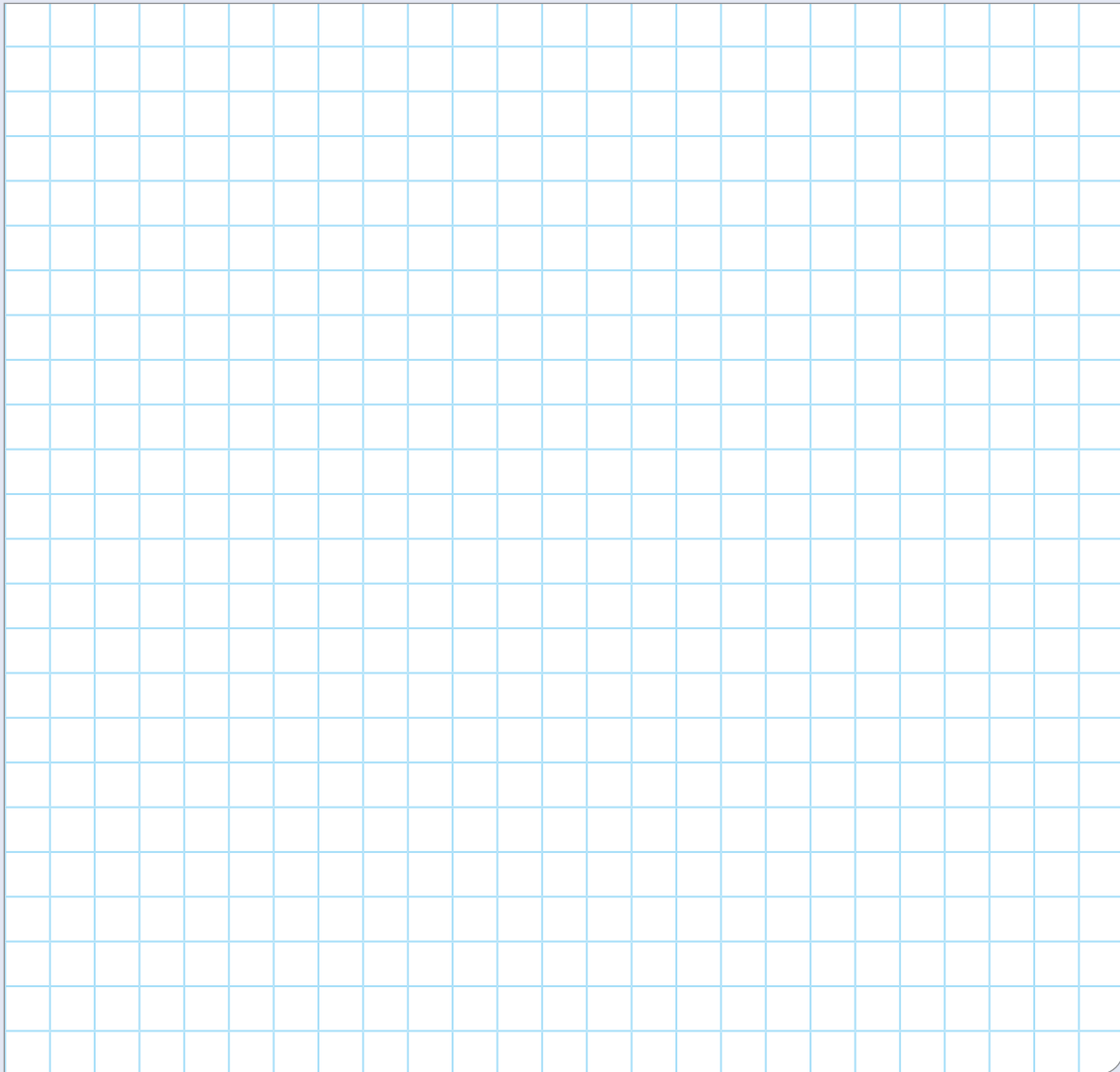
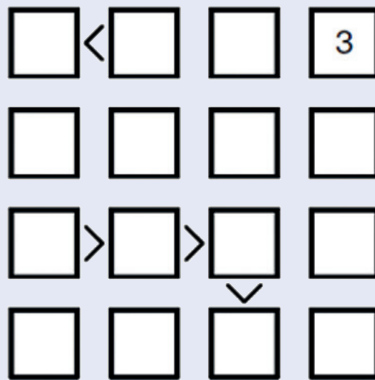


Fuente: <https://goo.gl/YSDxcr>



10. Completa cada casilla vacía con un número del 1 al 4, de manera que se cumplan las siguientes condiciones:

- En cada fila y en cada columna deben aparecer los números 1; 2; 3 y 4 sin repetirse.
- Si entre dos casillas vecinas hay un símbolo mayor o menor, los números que van en dichas casillas deberán cumplir esa relación de orden.



Ficha 15

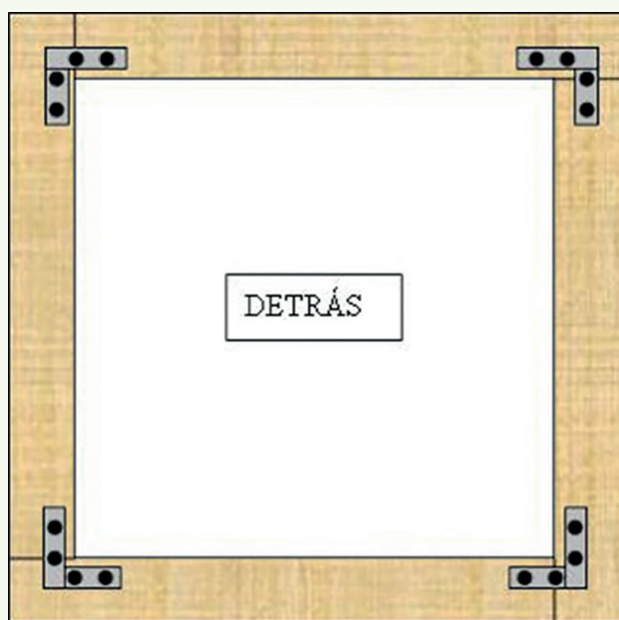


Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Empleamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para calcular el máximo común divisor con números naturales y simplificar procesos usando propiedades de los números, y establecemos relaciones entre datos para transformarlos a expresiones numéricas que incluyen múltiplos, divisores y propiedades de los números.

Elaboración de marcos para cuadros

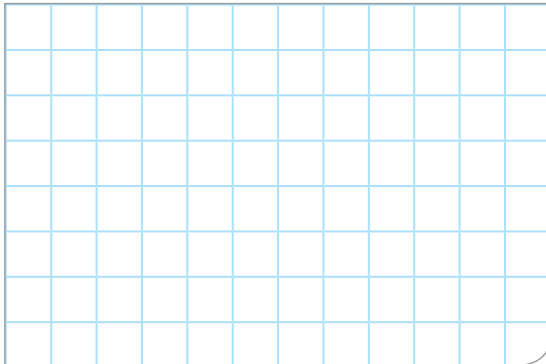
Una carpintería utiliza listones de madera de 90 cm y 150 cm para elaborar marcos como se muestra en la imagen. Se requiere que los dos listones se corten en trozos de igual tamaño, sin que sobre nada.



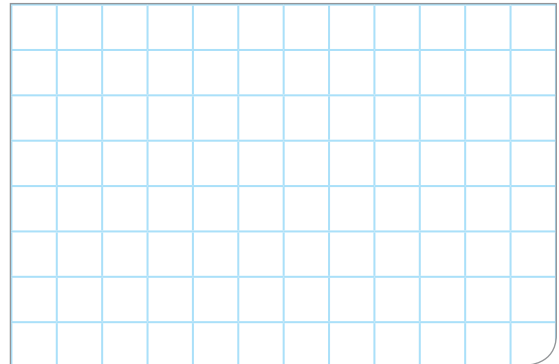
1. ¿Cuál debe ser la longitud de cada trozo para que el número de cortes sea el menor posible?
2. ¿Cuántos trozos de ese tamaño saldrán de cada listón?
3. ¿Cuántos cuadros se elaborarían?

Comprendemos el problema

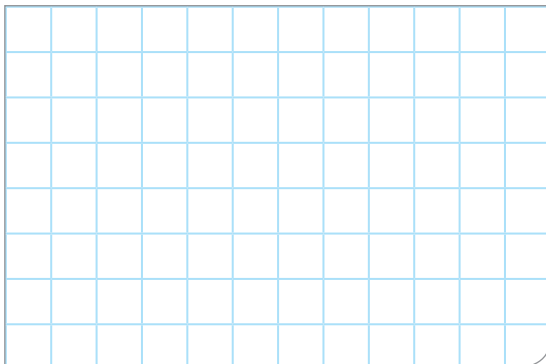
1. ¿Qué longitud tienen los listones de madera?



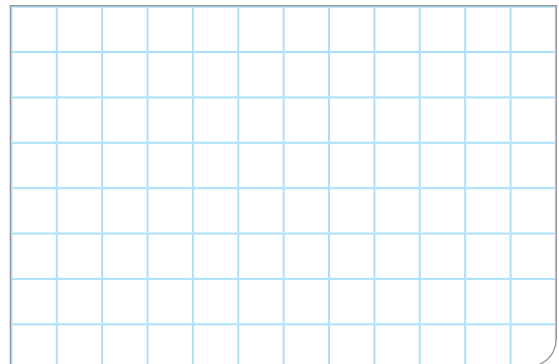
3. ¿Qué longitud deben tener los trozos de madera?



2. ¿Qué forma geométrica tiene el marco del cuadro de la imagen que se presenta en la situación significativa?

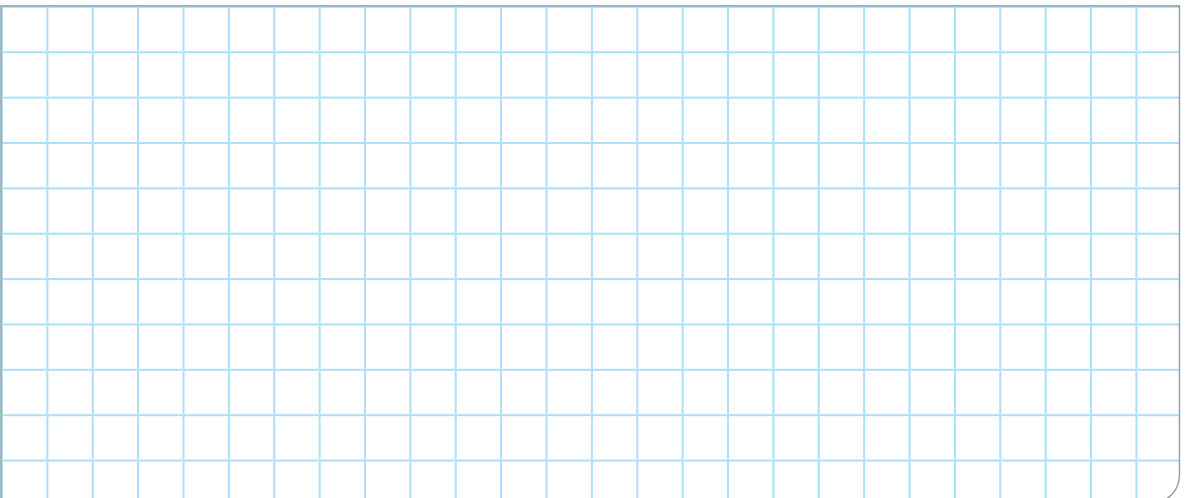


4. ¿Qué te piden averiguar en las preguntas planteadas de la situación significativa?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Haz un listado de acciones que te ayudarán a responder las preguntas de la situación significativa.



Ejecutamos la estrategia o plan

1. Dada la cantidad de trozos por cada listón, completa la tabla con la longitud de cada trozo y el número de cortes que se haría en el listón:

Tabla para el listón de 150 cm

Cantidad de trozos iguales	1	2	3	5	6	10	15	25	30	50	75	150
Longitud de cada trozo (cm)	150											
Número de cortes	0	1	2	4	5	9	14					

Tabla para el listón de 90 cm

Cantidad de trozos iguales	1	2	3	5	6	9	10	15	18	30	45	90
Longitud de cada trozo (cm)	90											
Número de cortes	0											

2. ¿Qué operación hiciste para determinar la longitud de cada trozo?
4. Considerando los valores obtenidos en la pregunta 3 de *Ejecutamos la estrategia o plan*, ¿cuál es la mayor longitud que tienen en común estos trozos? Responde la primera pregunta de la situación significativa.

3. Escribe las longitudes de los trozos que sean comunes a ambas tablas.
5. La mayor longitud que tienen en común cada trozo de ambos listones es el máximo común divisor (M. C. D.). ¿Cuántos trozos de listón se obtuvo? ¿Y cuántos cuadros elaborarías?

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Si se tuviera que cortar el listón de 90 cm en trozos de 4 cm o 12 cm, ¿todos los trozos obtenidos tendrán la misma longitud? Justifica tu respuesta.
2. ¿Qué aspecto clave ha permitido resolver el problema?



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Usamos diversas representaciones y lenguaje numérico para expresar la comprensión sobre las propiedades de los números (múltiplos y divisores). Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos las propiedades de los números y corregimos los errores si los hubiera.

Situación significativa A

Una persona pasa sus vacaciones de la siguiente manera: irá al gimnasio cada dos días, irá a la playa cada tres días y asistirá al cine cada cinco días. Si el primer día realizó las tres actividades, ¿dentro de cuántos días volverán a coincidir estas actividades por segunda vez?



Fuente: <https://goo.gl/q6Zmg>

Resolución

Hacemos un listado de los días en que realiza cada actividad:

- Va al gimnasio cada dos días, es decir: 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28; 30, 32... (estos números son múltiplos de 2).
- Irá a la playa cada tres días, es decir: 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27; 30, 33... (estos números son múltiplos de 3).
- Asistirá al cine cada 5 días, es decir: 5; 10; 15; 20; 25; 30, 35... (estos números son múltiplos de 5).

El menor múltiplo que se repite en las tres listas de múltiplos 2; 3 y 5 es 30. A este número se le denomina *mínimo común múltiplo* (m. c. m.) de 2; 3 y 5, y se representa:

$$\text{m. c. m. } (2; 3; 5) = 30$$

Respuesta:

Las tres actividades coincidirán nuevamente dentro de 30 días.

1. Describe el procedimiento que se realizó para responder la pregunta de la situación significativa.

2. ¿Dentro de cuántos días coincidirán las actividades por tercera vez?, ¿y por cuarta vez?

Situación significativa B

Al cumplir 12 años, Joaquín recibe de su padre S/100 de propina, con la condición de que solo podrá comprar objetos del mismo valor y que cuesten un número entero de soles. ¿De cuántas opciones de compra, en cuanto al precio, dispone Joaquín si piensa gastar toda la propina?



Fuente: diariouno.pe

Resolución

Ensayemos algunas posibles compras:

De 5 soles: $100 \div 5 = 20$ objetos

De 8 soles: $100 \div 8 = 12$, sobrando 4 soles

De 15 soles: $100 \div 15 = 6$, sobrando 10 soles

De 20 soles: $100 \div 20 = 5$ objetos

Como piensa gastar toda su propina, podemos notar que la compra solo resulta posible cuando el precio de los objetos es un divisor de 100. Hacemos una lista con los divisores de 100:

$$D_{(100)} = \{1; 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50; 100\}, \text{ entonces tiene 9 divisores.}$$

Respuesta:

Joaquín tiene 9 opciones de precios para comprar objetos del mismo precio. Así:

- 1 objeto de S/100
- 2 objetos de S/50
- 4 objetos de S/25
- 5 objetos de S/20
- 10 objetos de S/10
- 20 objetos de S/5
- 25 objetos de S/4
- 50 objetos de S/2
- 100 objetos de S/1

- 1.** Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

- 2.** Si Joaquín hubiera recibido más propina, ¿habría tenido más opciones de compra? ¿Puedes explicar por qué?

Situación significativa C

Un estudiante le pregunta su edad al profesor de Matemática y este responde: “45 años, que es a la vez múltiplo de 9 y 5; en cambio, la edad de mi esposa es múltiplo a la vez de 4 y 6”.

¿Cuántos años puede tener la esposa si es mayor de edad, pero menor que el profesor?



Fuente: diariocorreo.pe

Aprendemos a partir del error

Resolución

Identificamos que la edad del profesor, al ser múltiplo de 9 y 5, es múltiplo de $9 \times 5 = 45$.

Por analogía, la edad de la esposa será múltiplo de $4 \times 6 = 24$, y como tiene que ser menor de 45, solo puede tener 24 años.

Respuesta:

La esposa del profesor tiene 24 años.

1. En el caso de que el procedimiento fuera errado, ¿cuál sería el procedimiento correcto?

2. La hermana del profesor manifiesta que su edad es múltiplo de 3 y 5. Sabiendo que su edad es menor de 65 años, ¿múltiplo de qué número es la edad de su hermana y cuál es la edad máxima que puede tener?

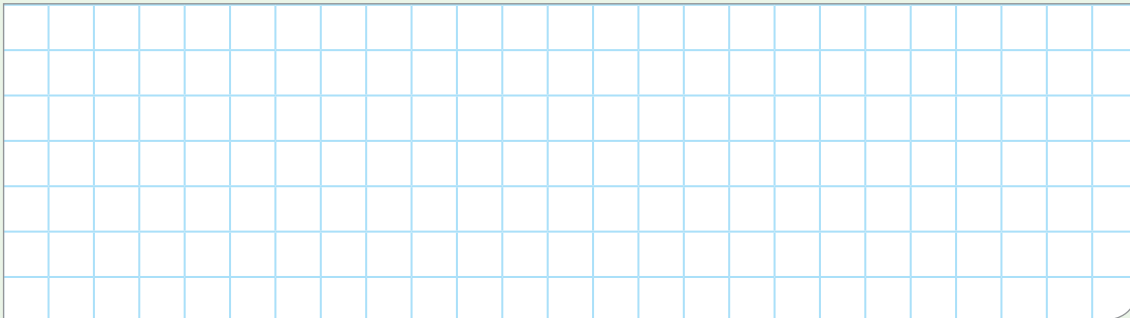
Se dice que dos números primos son “gemelos” cuando se diferencian en dos unidades, como los mostrados en la siguiente figura:



Utiliza esta información para responder la pregunta 3.

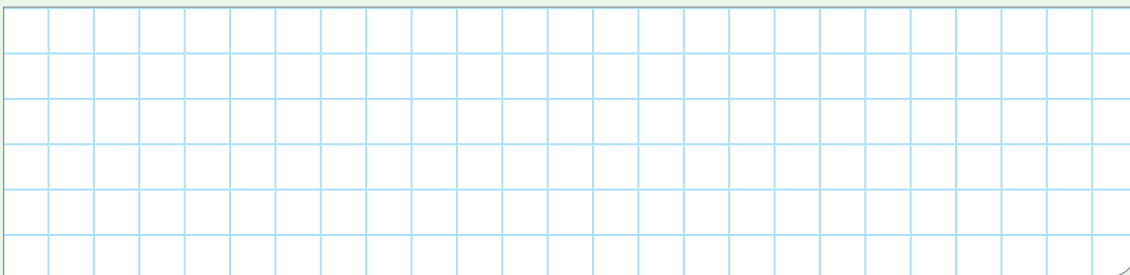
3. Del 1 al 20, ¿cuántas parejas de números primos gemelos hay?

- a) 7 b) 6 c) 5 d) 4



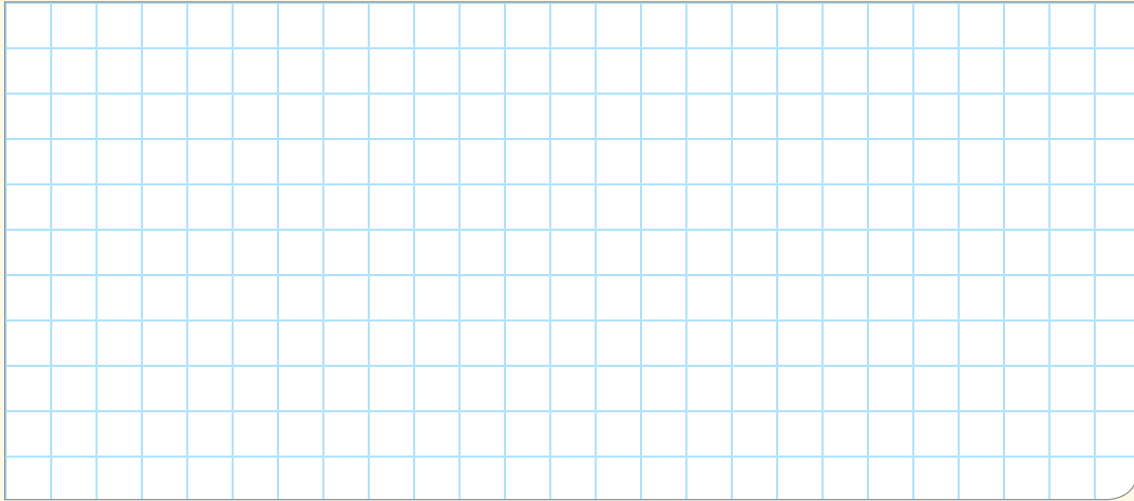
4. Isabel está recolectando tapas de botellas de plástico para una campaña de reciclaje. Ella ha juntado 24 tapas y quiere disponerlas sobre la mesa, de manera que formen un rectángulo. Dibuja todas las formaciones rectangulares de diferentes tamaños que podrá obtener.

Ejemplo, esta es una formación rectangular:



5. Un carpintero quiere cortar una plancha de *triplay* de 1 m de largo y 60 cm de ancho en cuadrados lo más grandes posibles. El carpintero debe utilizar toda la plancha de *triplay* y no desperdiciar ningún pedazo. ¿Cuál debe ser la longitud del lado de cada cuadrado?

- a) 10 cm b) 20 cm c) 30 cm d) 50 cm



6. La alarma del reloj A suena cada 9 minutos y la del reloj B, cada 21 minutos. Si acaban de coincidir los dos dando la señal, ¿cuánto tiempo pasará para que ambos relojes vuelvan a coincidir?



Reloj A

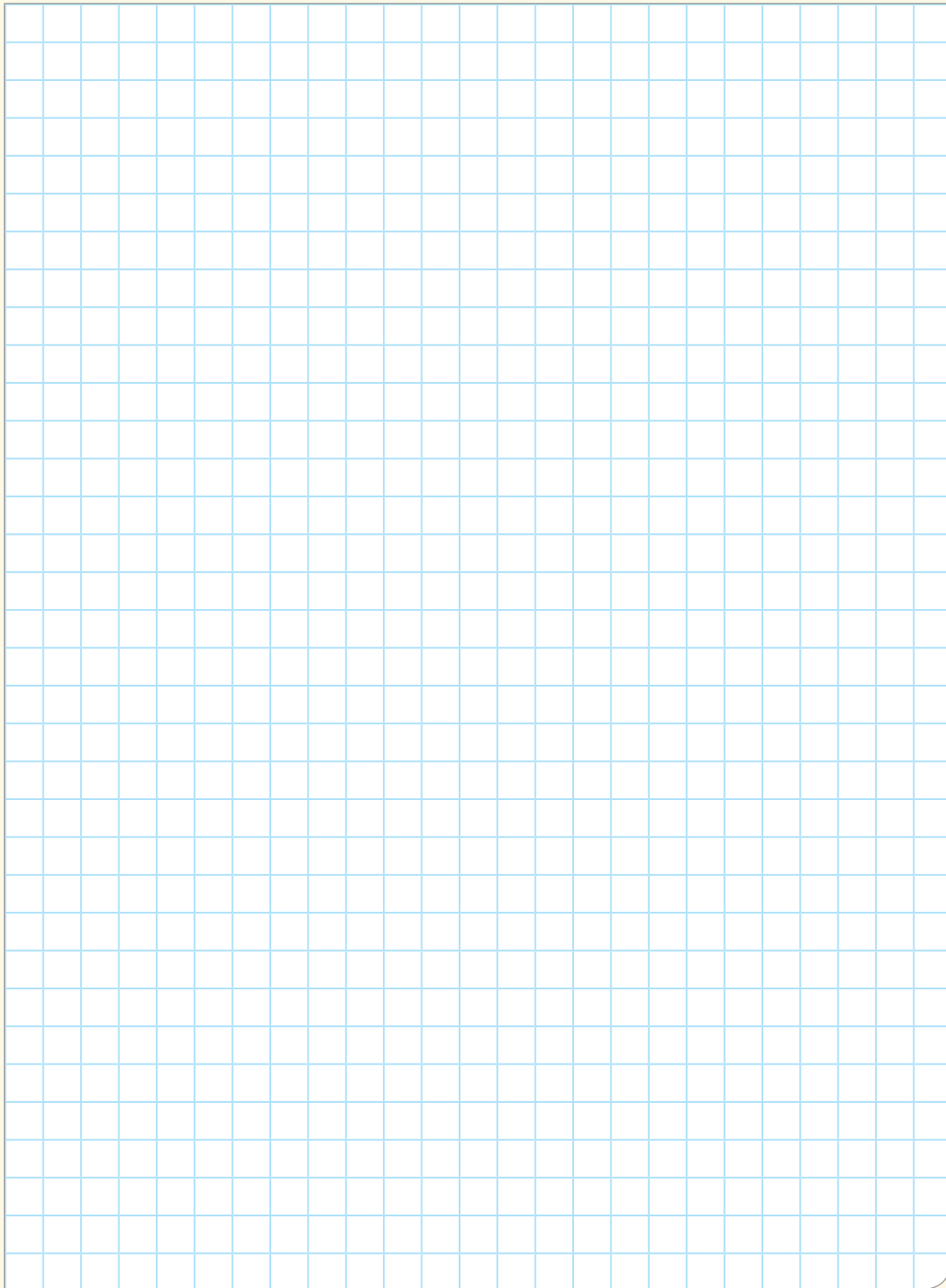


Reloj B

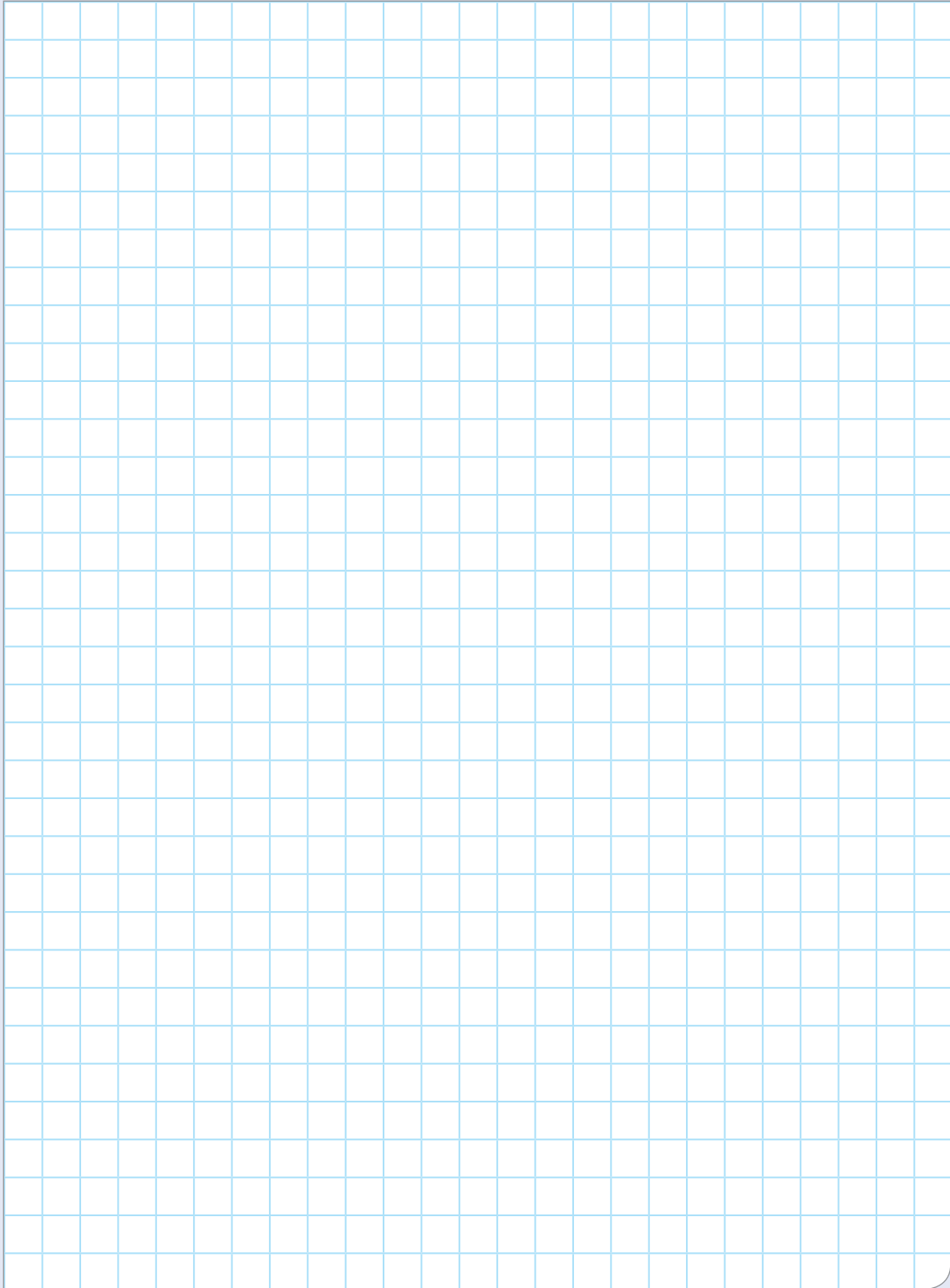
- a) 30 min b) 36 min c) 42 min d) 63 min



7. El m. c. m. de dos números primos entre sí es igual al producto de los mismos números, es decir, m. c. m. $(a, b) = a \times b$. Plantea tres ejemplos de esta propiedad.

A large grid of graph paper with 20 columns and 30 rows, intended for writing three examples of the property of the least common multiple of two coprime numbers.

10. Si se sabe que el m. c. m. y el m. c. d. de dos números son 36 y 6, respectivamente, y también se conoce el valor de uno de los números, ¿será posible obtener el valor del otro número? Justifica tu respuesta.





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Describimos las transformaciones de un objeto en términos de traslaciones o reflexiones, y leemos textos o gráficos que describen características, elementos o propiedades de las formas geométricas bidimensionales, así como de sus transformaciones, para extraer información.

Tejidos de la cultura paracas

Los textiles de la cultura paracas (700 a. C.) han sido considerados los más hermosos del Perú, tanto por su belleza artística como por el simbolismo de sus imágenes.

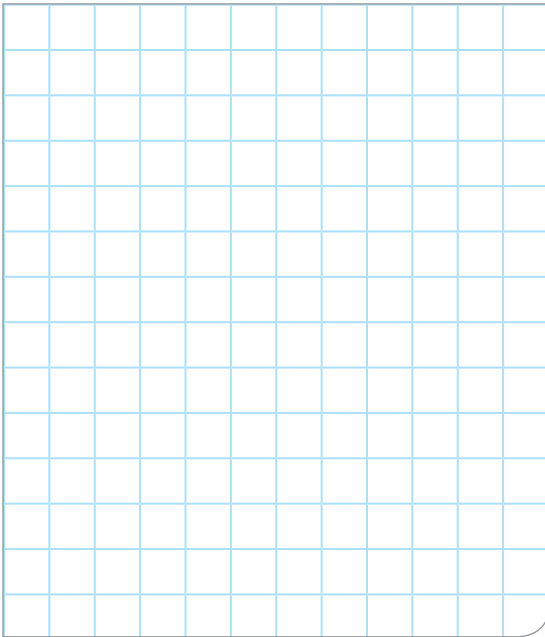
Fueron elaborados en lana de vicuña o de algodón en tonalidades delicadas y armoniosas. Se han contado 7 colores con los que lograron 190 gradaciones. Los diseños complejos y coloridos, de tipo geométrico, presentan figuras antropomorfas o zoomorfas: serpientes, felinos, aves y peces, y también plantas y frutos. Por ejemplo, este tejido presenta transformaciones geométricas: reflexión (simetría), traslación o rotación. La imagen se repite en toda la pieza de forma reiterada. Se emplea la técnica de reflexión por deslizamiento, que consiste en la reflexión de la figura seguida de una traslación.



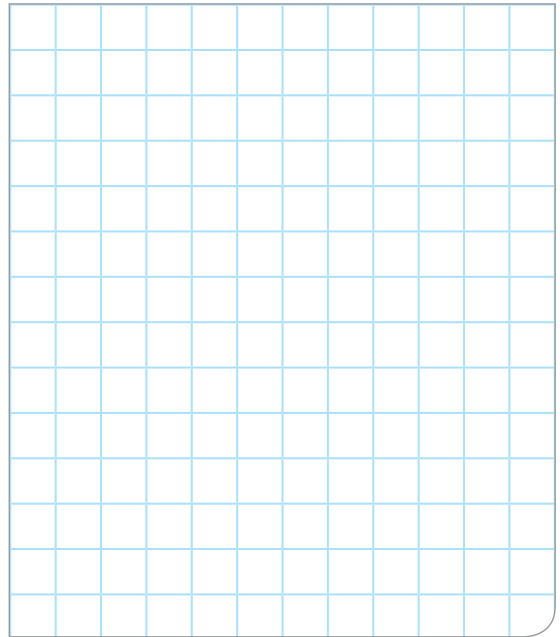
1. Sin considerar el color de las figuras, ¿cómo se logran las figuras B y C a partir de la figura A?

Comprendemos el problema

1. Describe la figura A que se muestra en el tejido paracas.

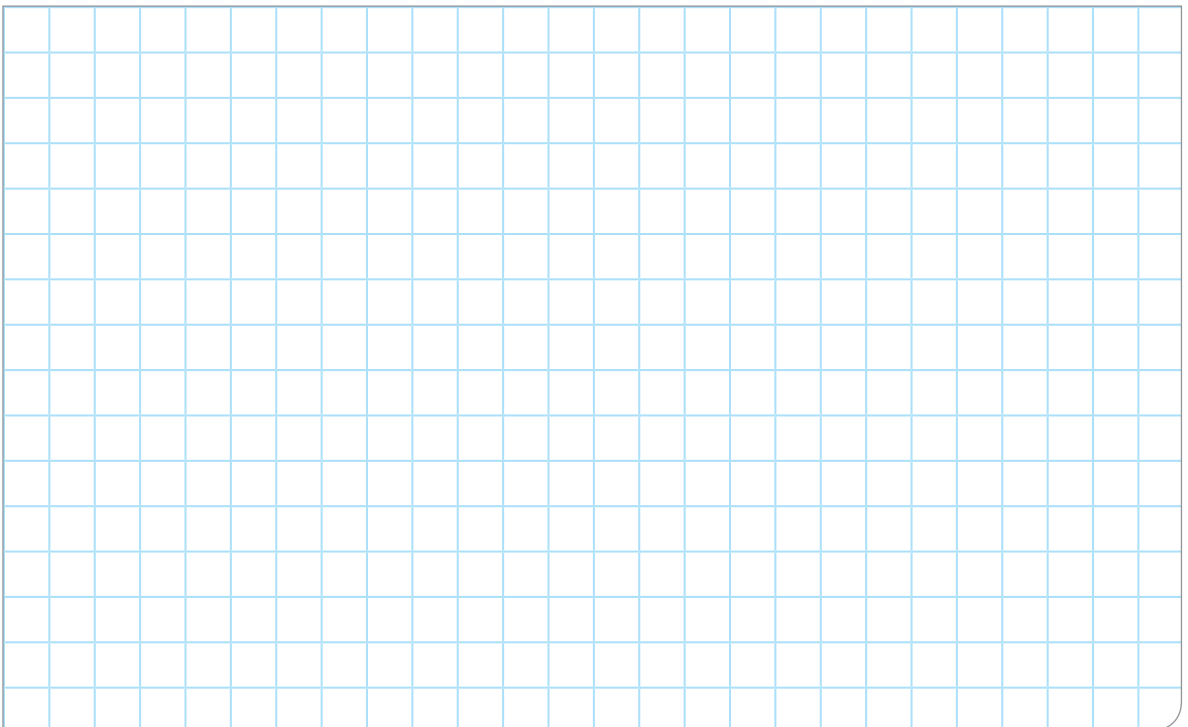


2. ¿Qué nos pide encontrar la pregunta de la situación significativa?



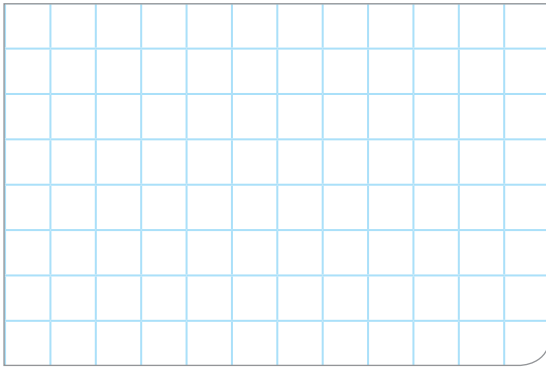
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

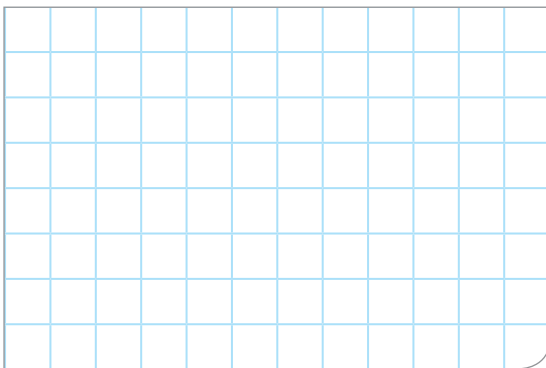


Ejecutamos la estrategia o plan

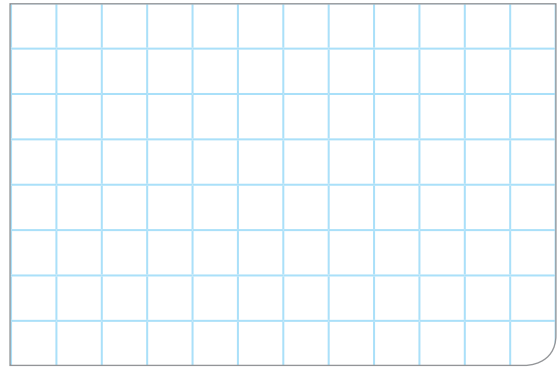
1. Si dibujamos toda la fila de la figura A en cuadrículas, determina cuántos espacios se desplazó la figura A para obtener la figura B.



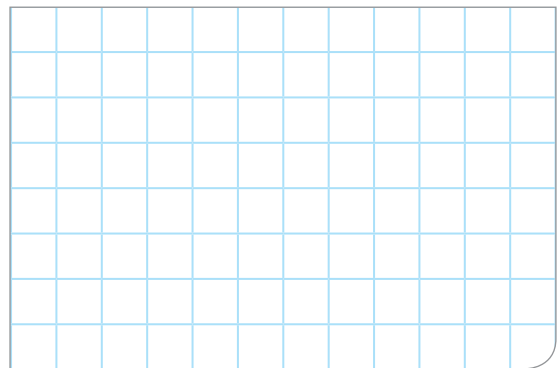
2. ¿Qué transformación geométrica se aplica a la figura A para obtener la figura B?



3. ¿Qué transformación geométrica se aplica a la figura A para obtener la figura C?

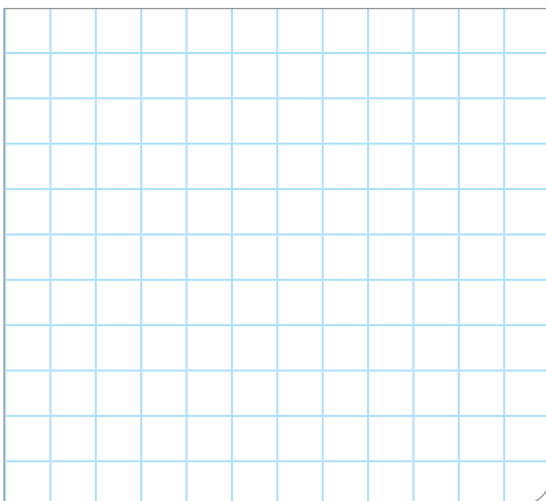


4. ¿Qué otras transformaciones geométricas observas en el tejido paracas?

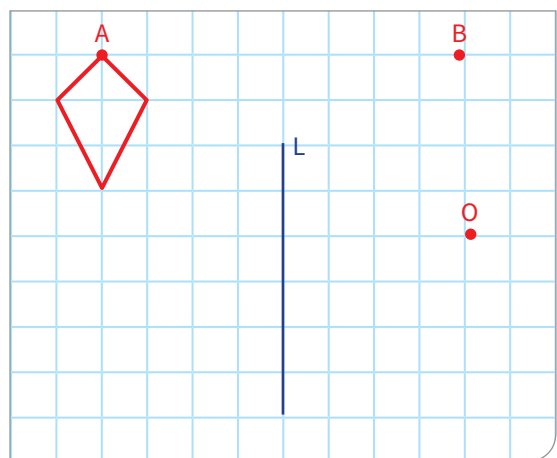


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué transformaciones geométricas realizaron para componer todo el tejido paracas a partir de la figura A?



2. Traslada esta figura llevando A hasta B. Luego, aplica una rotación de 180° respecto al centro de giro O. Finalmente, refleja respecto al eje de simetría L.





Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Empleamos procedimientos para describir el movimiento de los objetos. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades que descubrimos entre las formas y sus transformaciones geométricas, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

El tetris es un juego que consta de siete tipos de polígonos diferentes, que caen desde la parte superior de la pantalla. El jugador no puede impedir esta caída, sino dirigirla con el propósito de lograr el teselado del plano. Así, cuando una línea horizontal se completa, desaparece y todas las piezas que están por encima descienden una posición, liberando espacio y facilitando la tarea de ubicar nuevas piezas.



Figura A

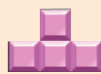
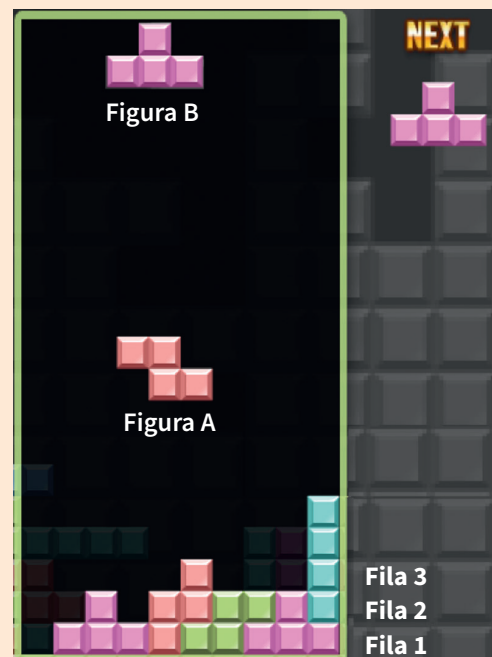


Figura B



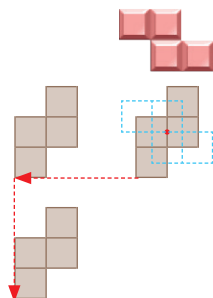
1. ¿Qué tipo de movimiento debe realizar la figura A para eliminar la fila inferior?
2. ¿Qué tipo de movimiento debe realizar la figura B para eliminar la segunda fila?

Resolución

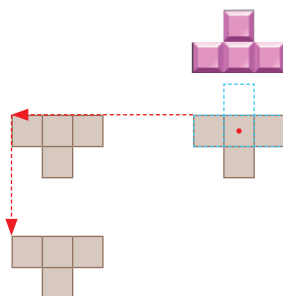
Como podemos apreciar, las figuras se mueven para completar la parte inferior de la pantalla.

Pueden girar en una rotación o avanzar vertical u horizontalmente en una traslación. Estos movimientos son transformaciones geométricas.

- Para eliminar la primera fila, la figura A debe rotar 90° , trasladarse horizontalmente y luego trasladarse verticalmente.



- Para eliminar la segunda fila, la figura B debe rotar 180° , trasladarse horizontalmente y luego trasladarse verticalmente.



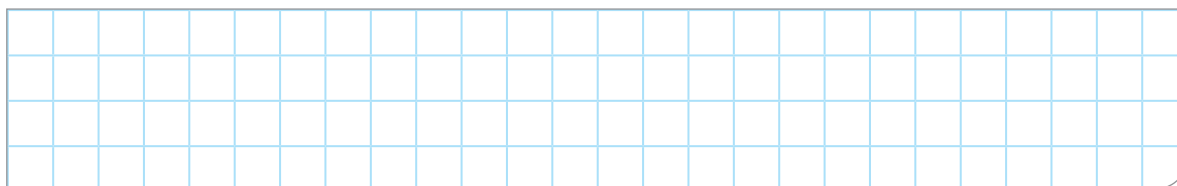
Respuesta:

La composición de transformaciones geométricas es:

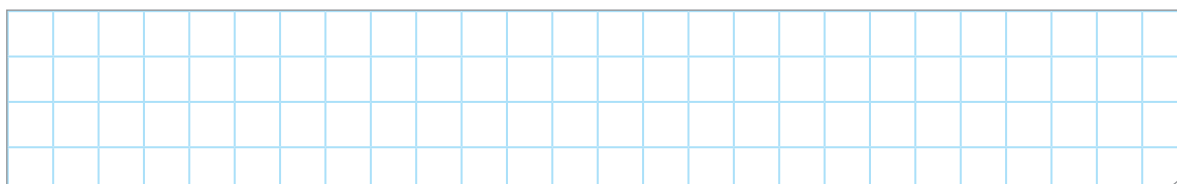
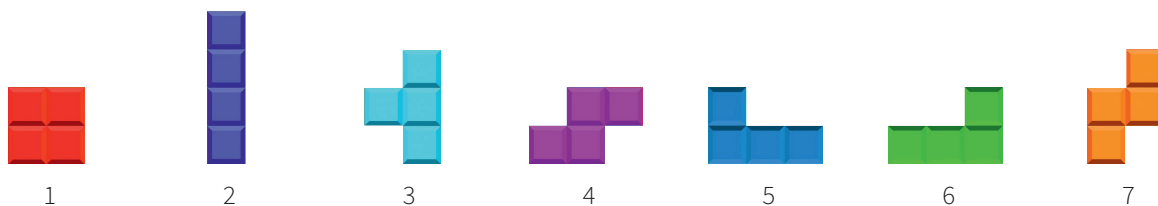
Figura A: Rotación, traslación horizontal, traslación vertical.

Figura B: Rotación, traslación horizontal, traslación vertical.

1. Considerando las figuras A y B de la situación significativa, realiza otro tipo de movimiento. Describe dichos movimientos.

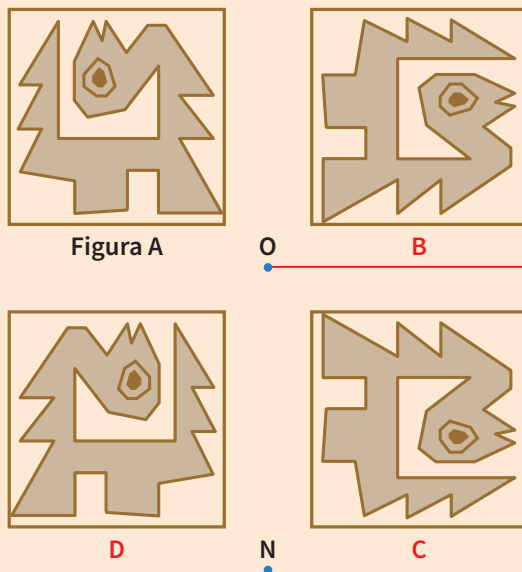


2. Determina la menor cantidad de figuras que debes utilizar para eliminar la fila 3 después de haber colocado las figuras A y B, y describe las transformaciones geométricas que se aplican. (Considera el ingreso de cada figura por el centro de la pantalla, como se muestra en las imágenes).



Situación significativa B

Describe qué transformaciones geométricas se aplicaron a la figura A para obtener la figura de la posición D.



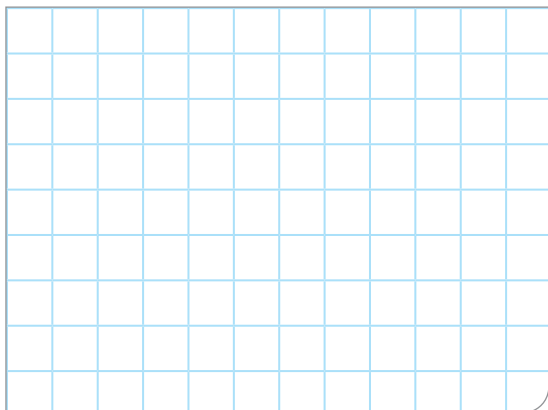
Resolución

Como podemos apreciar, la figura A ha sufrido ciertas transformaciones geométricas.

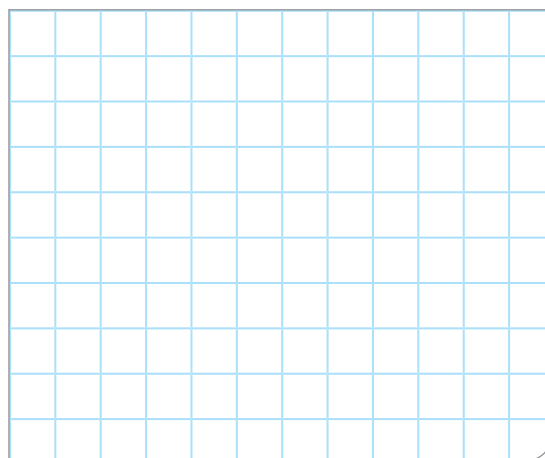
- Partiendo de la figura A, esta realiza primero un giro de 90° en sentido horario respecto al punto O y se obtiene la figura de la posición B.
- A la figura que se encuentra en la posición B, se le aplica una reflexión: trazamos un eje de simetría horizontal y se obtiene la figura simétrica de la posición C.
- La figura de la posición C da un giro de 90° en sentido antihorario respecto al punto N y se logra finalmente la figura de la posición D.

Por lo tanto, la composición de transformaciones geométricas es rotación, reflexión y rotación.

1. ¿Qué transformaciones geométricas se deberían aplicar a la figura de la posición D para llegar a obtener la figura A?



2. Dibuja el gráfico después de aplicar un giro de 180° a la figura A.





Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Describimos las transformaciones de un objeto en términos de traslaciones, rotaciones o reflexiones, y leemos textos o gráficos que describen características, elementos o propiedades de las formas geométricas bidimensionales, así como de sus transformaciones, para extraer información. También empleamos procedimientos para describir el movimiento de los objetos. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades que descubrimos entre las formas y sus transformaciones geométricas, y corregimos errores si los hubiera.

1. A continuación, se presenta un manto inca que se encuentra en el Museo Nacional de Brasil. ¿Qué transformación geométrica se observa en el recorte del tejido?



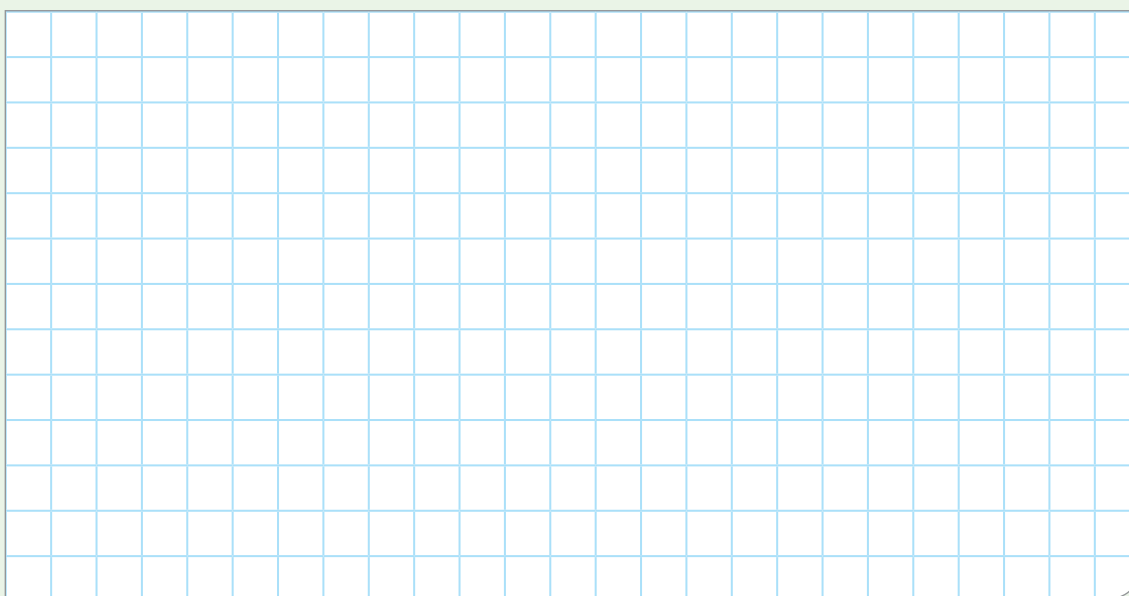
Fuente: <https://goo.gl/CEQM8N>

a) Traslación

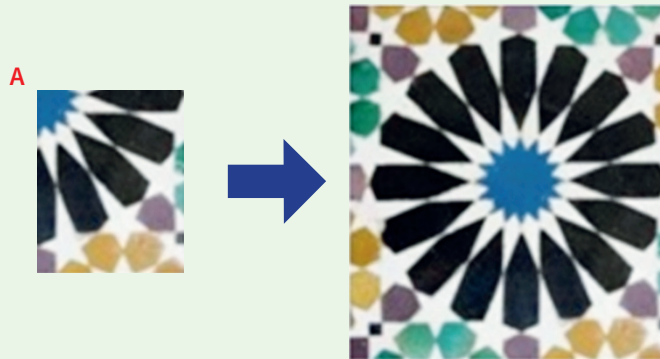
b) Rotación

c) Reflexión

d) Ampliación



2. ¿Qué ángulo alrededor de A debe rotar la pieza mostrada para formar todo el cuadro?

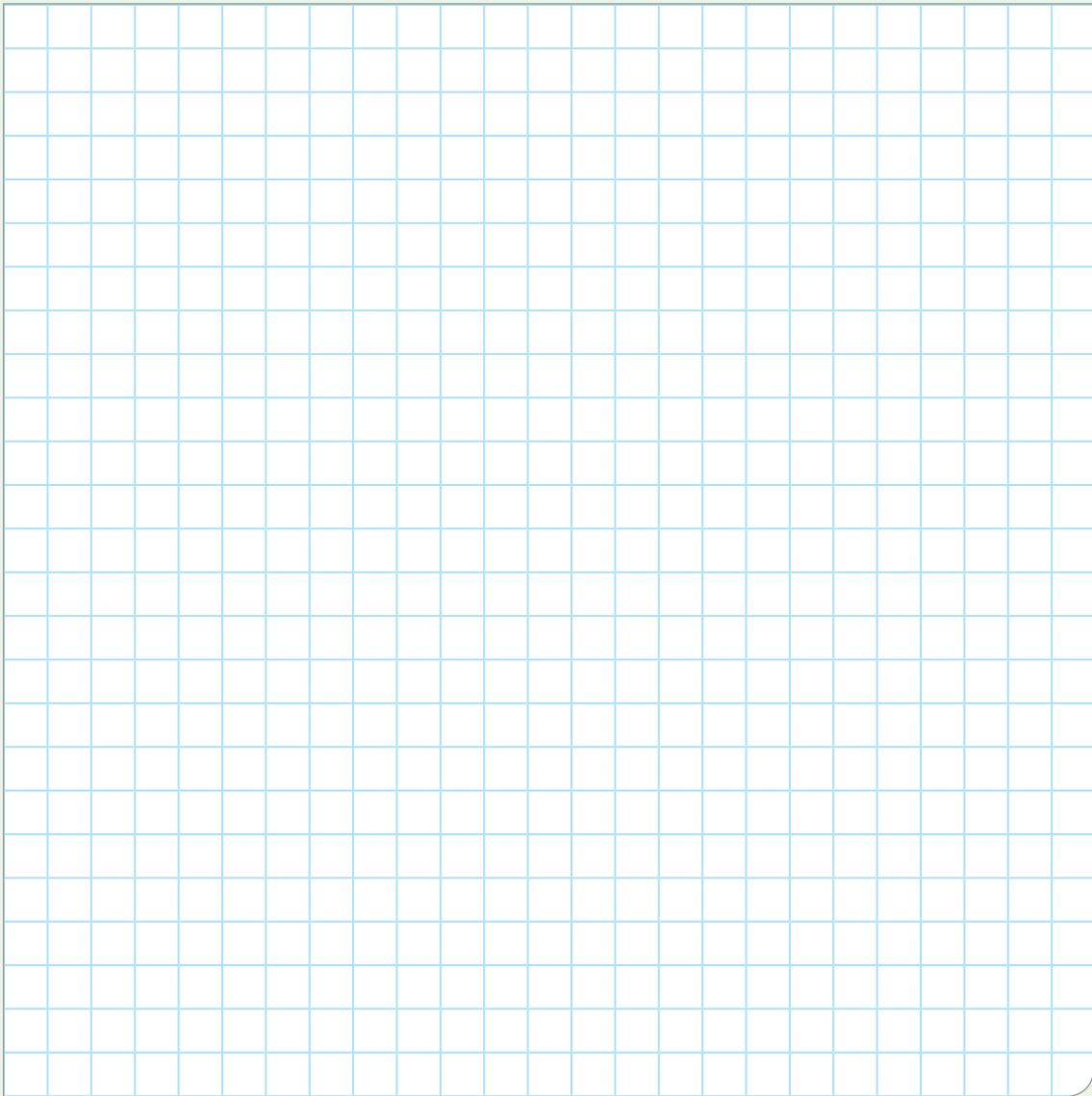


a) 60°

b) 90°

c) 180°

d) 270°

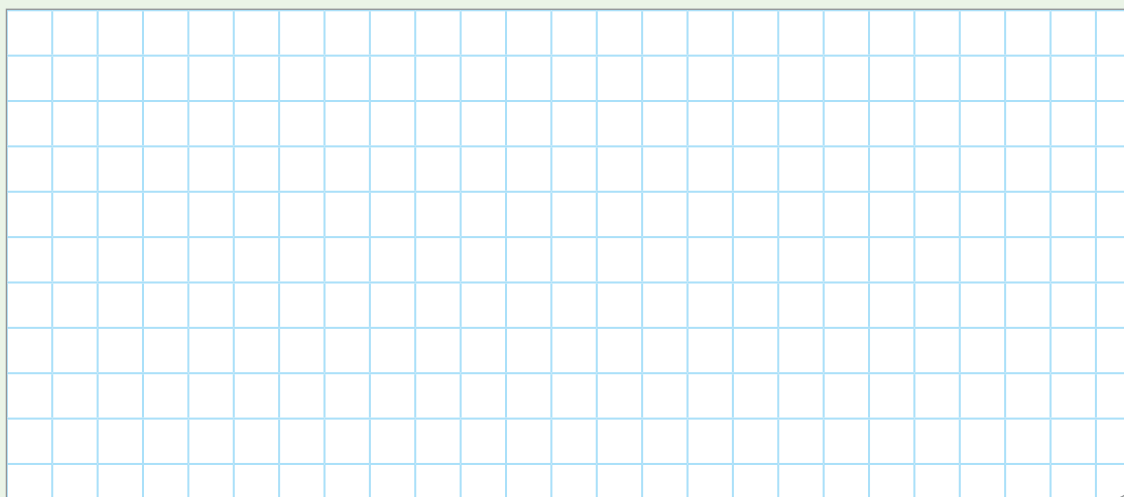


3. Érika confecciona chompas con bonitos diseños. Si en la parte posterior de esta chompa continúa la secuencia, ¿qué opción corresponde a la parte posterior?

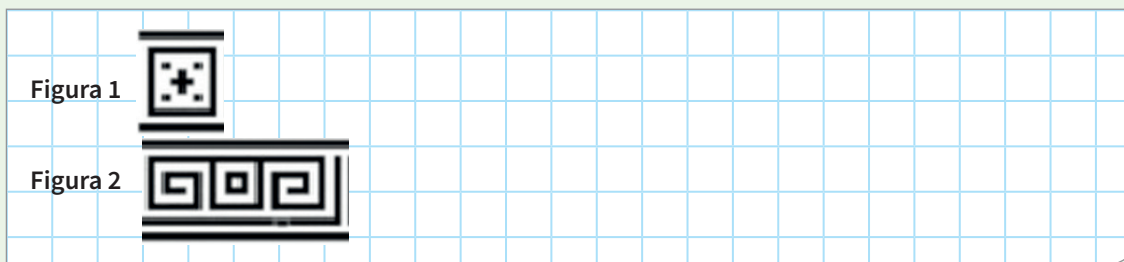


Fuente: <https://goo.gl/weoTNE>

- a)
- b)
- c)
- d)



4. Describe las transformaciones geométricas que se realizan a las figuras 1 y 2 del friso.



5. En el mosaico mostrado, se ha caído una mayólica. ¿Qué transformación geométrica realizarías en la mayólica para pegarla en el mosaico?

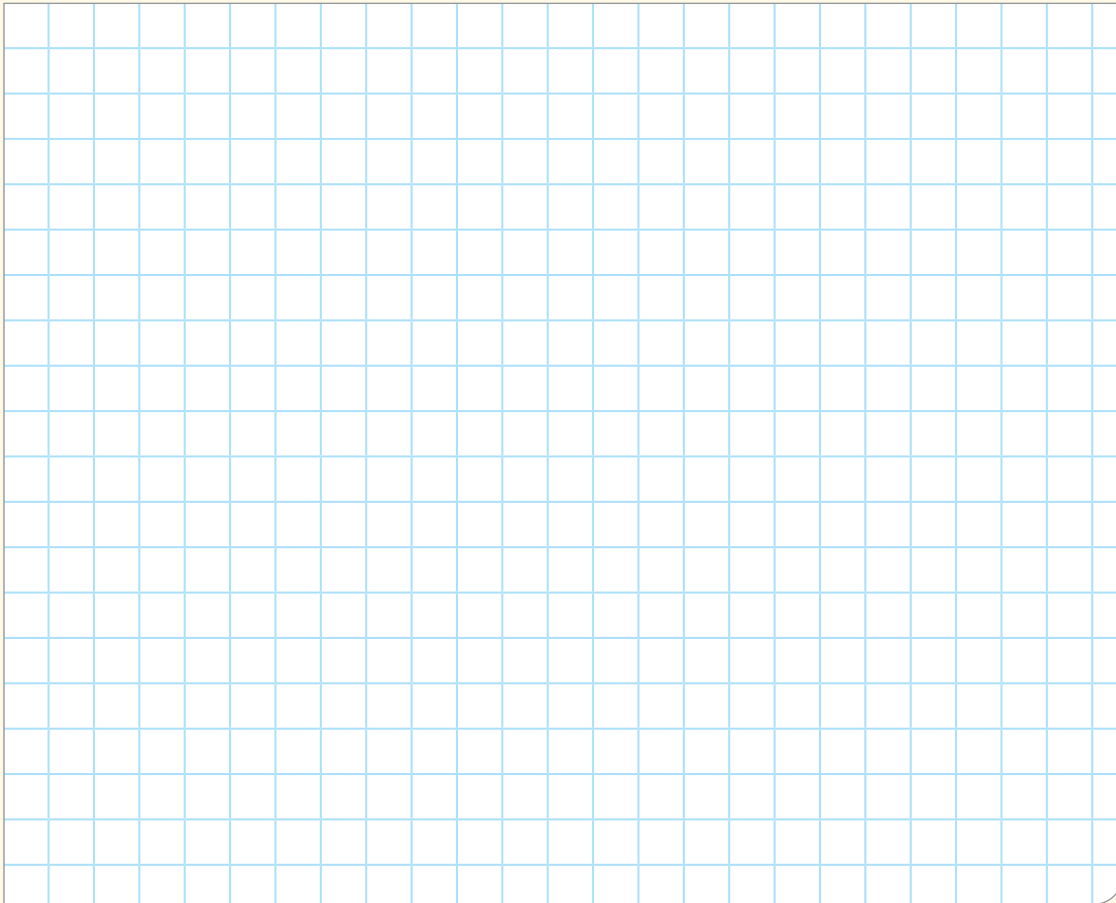


a) Traslación

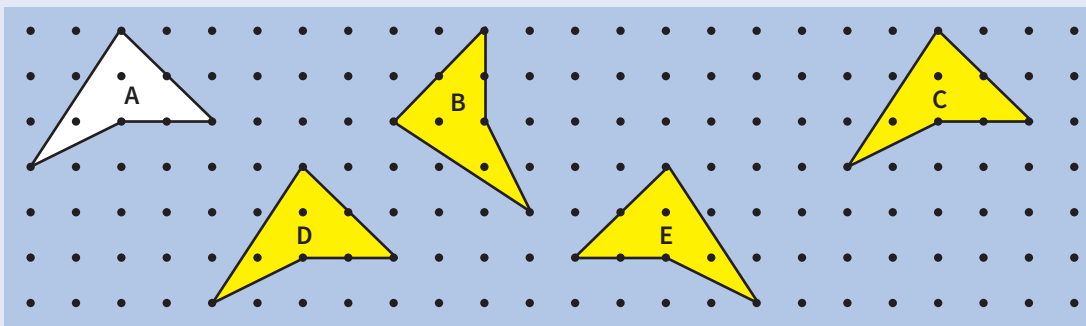
b) Rotación

c) Reflexión

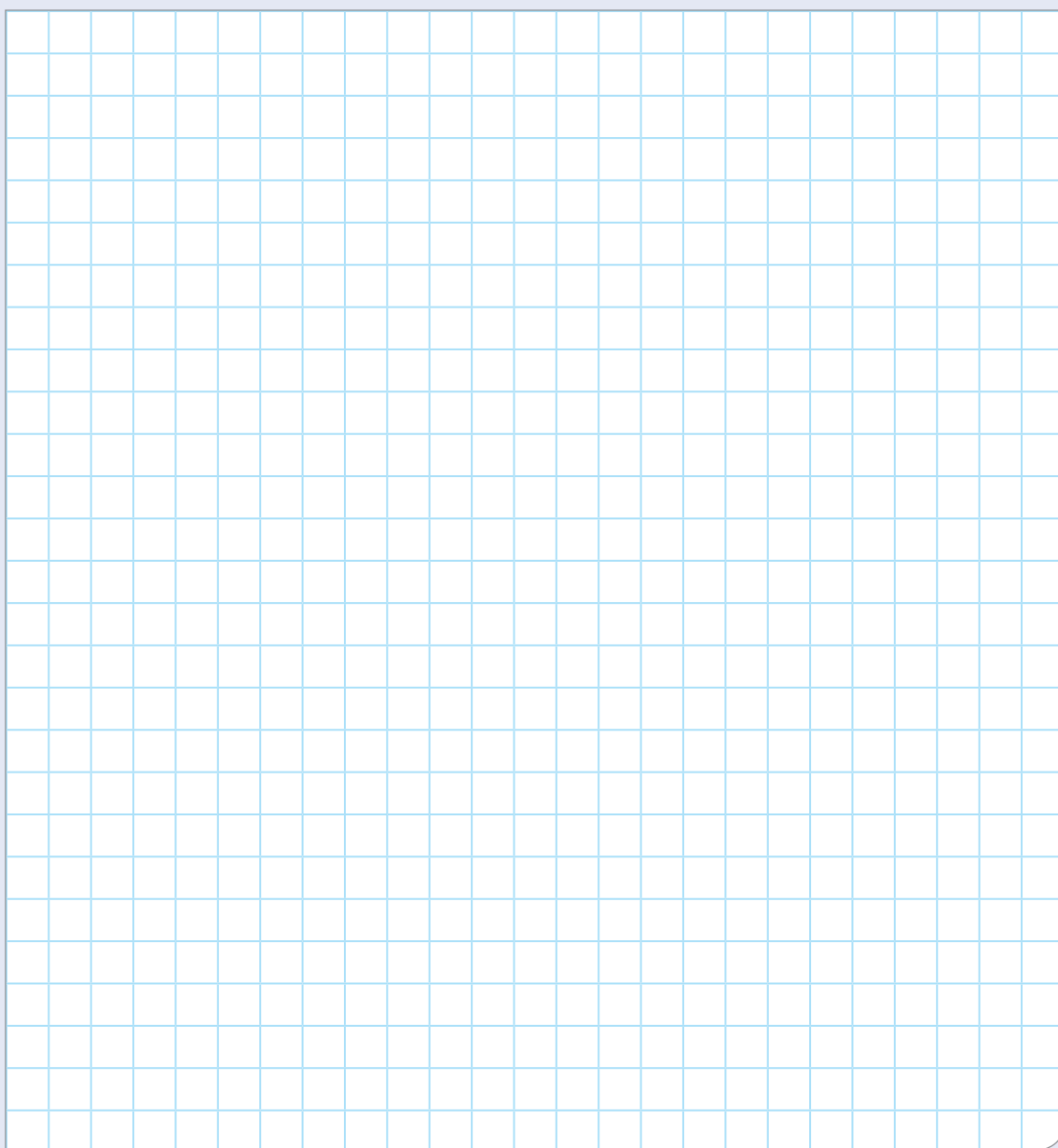
d) Ampliación



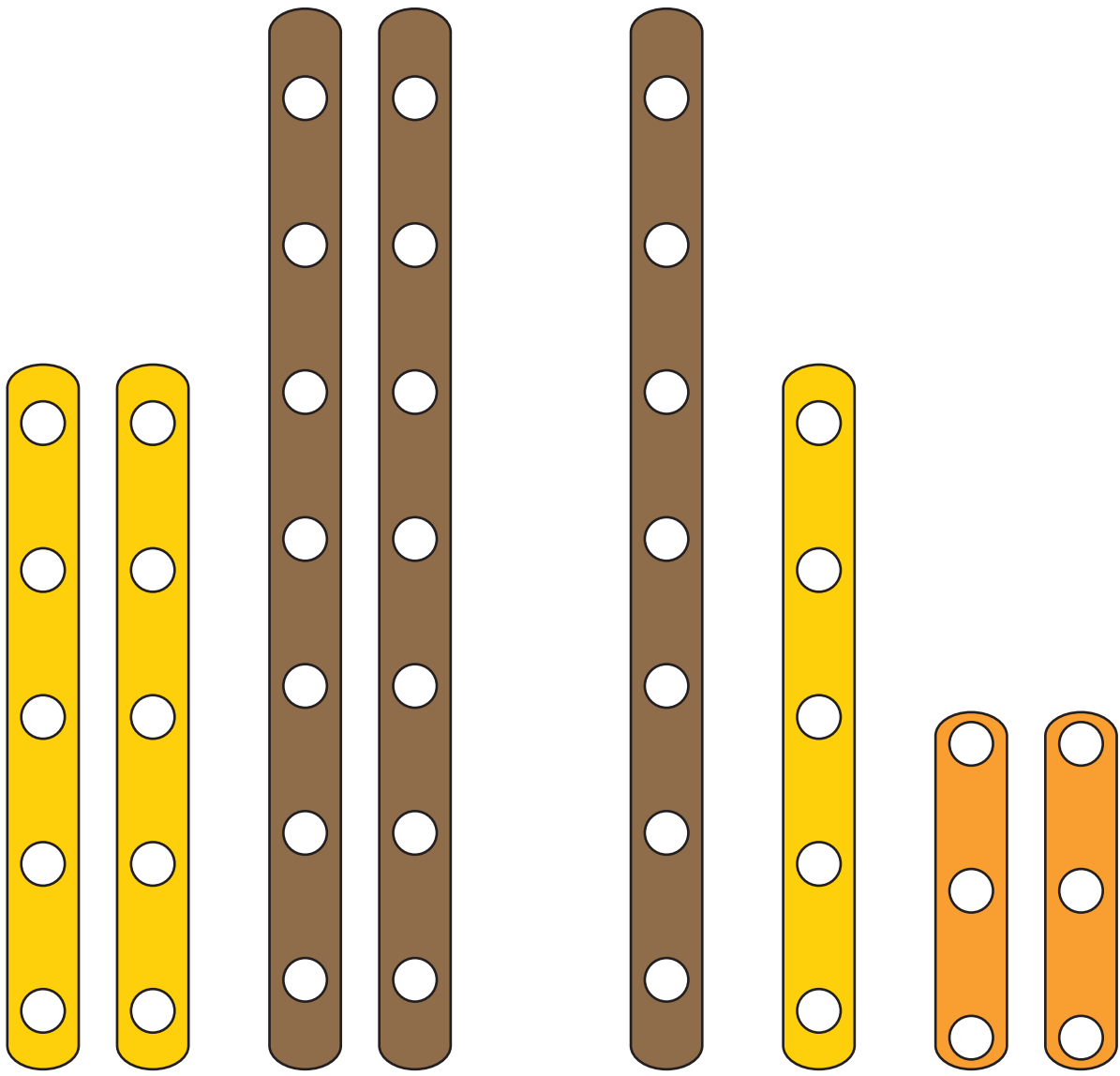
10. ¿Cuáles de estas figuras son rotaciones, simetrías o traslaciones de la figura A? Justifica tu respuesta.



Fuente: <https://goo.gl/SmzBSZ>



Mecano desglosable para trabajar la ficha 8



Grupo A

Grupo B



Enfoques transversales

Enfoque Ambiental



Busca formar personas conscientes del cuidado del ambiente, que promuevan el desarrollo de estilos de vida saludables y sostenibles.

Enfoque Inclusivo o de Atención a la Diversidad



Busca reconocer y valorar a todas las personas por igual, con el fin de erradicar la exclusión, discriminación y desigualdad de oportunidades.

Enfoque de Derechos



Fomenta el reconocimiento de los derechos y deberes; asimismo, promueve el diálogo, la participación y la democracia.

Enfoque Igualdad de Género



Busca brindar las mismas oportunidades a hombres y mujeres, eliminando situaciones que generan desigualdades entre ellos.

Son los valores y actitudes que tenemos al relacionarnos con otras personas y con nuestro entorno, con el fin de generar una sociedad más justa, inclusiva y equitativa para todos.

Enfoque Intercultural



Promueve el intercambio de ideas y experiencias entre las distintas formas de ver el mundo.

Enfoque Búsqueda de la Excelencia



Incentiva a los estudiantes a dar lo mejor de sí mismos para alcanzar sus metas y contribuir con su comunidad.

Enfoque Orientación al Bien Común



Busca que el conocimiento, los valores y la educación sean bienes que todos compartimos, promoviendo relaciones solidarias en comunidad.

CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

I

La democracia y el sistema interamericano

Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base de estado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia. Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

II

La democracia y los derechos humanos

Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

III

Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

IV

Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional

democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática.

Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

V

La democracia y las misiones de observación electoral

Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

VI

Promoción de la cultura democrática

Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.