

## Magnitudes proporcionales

### Actividad

Resolvemos problemas utilizando magnitudes proporcionales

¡Hola! Gracias por conectarte y ser parte de La Pre.

#### Magnitudes proporcionales

**Magnitud.** Es todo aquello que tiene la cualidad o propiedad de poder ser medidos, aumentar o disminuir, como el tiempo, la longitud, la masa, etc.

**Cantidad.** Es el valor que toma una magnitud y sirve para el análisis en un determinado momento.

- Magnitudes directamente proporcionales (DP).** Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al aumentar o disminuir el valor de una de ellas, el valor de la segunda aumenta o disminuye en la misma proporción.
- Magnitudes inversamente proporcionales (IP).** Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando una de las magnitudes aumenta y la otra disminuye en la misma proporción, y viceversa.

Sean A y B dos magnitudes, donde  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$  son sus valores.

A	$a_1$	$a_2$	$a_3$
B	$b_1$	$b_2$	$b_3$

Si **A DP B**, entonces  $\frac{\text{valor de A}}{\text{valor de B}} = k$

$$k = \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$$

Si **A IP B**, entonces  $(\text{valor de A}) (\text{valor de B}) = k$

$$k = (a_1) (b_1) = (a_2) (b_2) = (a_3) (b_3)$$

Donde:

$k$ : constante de proporcionalidad

## Estrategias para la resolución de retos

### Regla de tres simple directa

Es un procedimiento que nos permite hallar una cantidad desconocida, a partir de otras tres cantidades que en conjunto forman una proporción.

### Regla de tres inversa

Es un procedimiento que permite hallar una cantidad desconocida que forma proporción con tres cantidades conocidas de dos magnitudes inversamente proporcionales.

### Otra estrategia

1. Comprendemos el reto o problema.
2. Diseñamos una estrategia o plan.
3. Ejecutamos la estrategia o plan.
4. Reflexionamos sobre la solución.



# Retos



1. Jhosep, un amigo de la Promo 2020 de la región Tacna, nos dice: “Durante este tiempo hemos pasado momentos difíciles, ya que mi mamá confeccionaba uniformes para II. EE., pero ahora ha tenido que dedicarse a la confección de mascarillas. Actualmente, ella ha recibido pedidos de empresas de Arica, Chile. Estas desean mascarillas lavables, reutilizables. Si trabajando 8 horas diarias se confeccionan 80 mascarillas, con dos operarias en su taller; entonces, para cumplir con los pedidos, será necesario incrementar el número de operarias. ¿Cuántas operarias harán falta para confeccionar las 80 mascarillas en 2 horas?

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8

2. Manuel decide hacer una casa prefabricada en 18 días, pero tardó 6 días más por trabajar 2 horas menos cada día. ¿Cuántas horas diarias trabajó?

- a) 5
- b) 12
- c) 7
- d) 6
- e) 8

Tomado de la U. Continental (Aduni, semana 3)

3. El peso de un hipopótamo es proporcional a la raíz cuadrada de su edad. Si un hipopótamo a los 25 años pesa 200 kg, ¿cuál será su peso luego de 11 años?

- a) 240 kg
- b) 120 kg
- c) 260 kg
- d) 80 kg
- e) 96 kg

Tomado de la U. Continental (Aduni, 2020, semana 3)

4. El pago que se realiza por el pintado de una casa varía de manera directamente proporcional al cuadrado del número de galones de pintura que se utilizan e inversamente proporcional al tiempo que se emplea. Además, al pintar una casa se utilizaron 12 galones de pintura y se emplearon 18 h. ¿Cuántos galones se emplearon para pintar otra casa por la que se pagó el doble y se demoró 16 h en pintarla?

- a) 8
- b) 9
- c) 12
- d) 15
- e) 16

Tomado de la U. Continental (Aduni, 2020, semana 3)

5. Para construir 6 cubos compactos se emplean 96 kg de cemento. ¿Cuántos kg de cemento se emplearán para construir 2 cubos compactos cuya arista sea el doble que la anterior?

- a) 192
- b) 224
- c) 256
- d) 270
- e) 288

Tomado de la U. Continental (Aduni, semana 3)

6. Luisa observa que los gastos que realiza en una fiesta son DP (directamente proporcional) al número de invitados e IP (inversamente proporcional) a las horas que dura la reunión. La última vez que realizó una fiesta gastó S/ 1200 e invitó a la reunión a 100 personas, y la fiesta duró 12 horas. ¿Cuánto menos le costará la fiesta si solo hay 80 invitados y la fiesta demora 4 horas más?

- a) S/ 320
- b) S/ 480
- c) S/ 540
- d) S/ 600
- e) S/ 720

Tomado de la U. Continental (Aduni, semana 3)

7. Una familia de 6 integrantes tiene víveres para 30 días. Faltando  $m$  días para que se terminen los víveres reciben la visita de 3 familiares, así que los víveres les duran 2 días menos. Calcula  $m$ .

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 6
- e) 8

Tomado de la U. Continental (Aduni, 2020, semana 3)

8. Un anciano decide repartir  $D$  soles entre sus tres hijos en forma proporcional a sus edades, que son 11, 13, y 18; pero el hermano mayor decide hacerlo dentro de 7 años, debido a ello recibe S/ 120 menos. Calcule  $D$ .

- a) S/ 3000
- b) S/ 3780
- c) S/ 4000
- d) S/ 4500
- e) S/ 6000

9. Si el peso de una esfera varia proporcionalmente a su volumen, determine en cuánto debe disminuir su radio para que su peso disminuya en  $19/27$  de su valor inicial.

- a)  $1/3$
- b)  $2/3$
- c)  $4/5$
- d)  $1/5$
- e)  $3/7$

10. Una madre desea repartir S/ 1200 en forma DP a las edades de sus tres hijos: 5; 7 y 3, respectivamente. ¿Cuántos soles le corresponde al menor?

- a) 400
- b) 120
- c) 240
- d) 560
- e) 150

Tomado de la U. Continental (Aduni, 2020, semana 4)

11. Un padre decide repartir S/ 520 entre sus tres hijos, que están en el colegio, en partes que sean DP a sus edades (8, 9 y 12 años), DP a sus notas (15, 10, 12) e IP al número de faltas (10, 15 y 18), respectivamente. Halle la menor de las partes.

- a) S/ 100
- b) S/ 120
- c) S/ 150
- d) S/ 180
- e) S/ 200

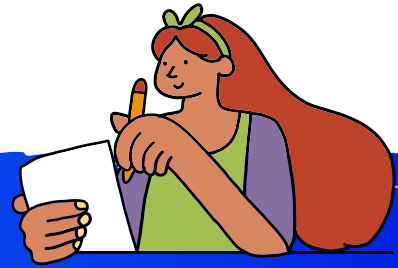
12. Veinte artesanos de Pucará pueden hacer 1200 nacimientos en 40 días cuando trabajan 5 horas por día. Si luego de hacer 300 nacimientos, 5 artesanos se retiran y los restantes deciden trabajar 3 horas más por día, ¿cuántos días en total emplearon para hacer los 1200 nacimientos?

- a) 24
- b) 35
- c) 48
- d) 36
- e) 30

Tomado de la U. Continental (Aduni, 2020, semana 4)



# Resolvemos los retos



## 1. Respuesta c.

Tiempo (horas)	8	2
N.º de operarias	2	x

-  
+

Tiempo **IP** N.º de operarias

$$(8)(2) = (2)(x)$$

$$x = 8$$

Entonces, para confeccionar las 80 mascarillas en 2 horas, se necesitan 8 operarias. ¿Cuántas harán falta?

$$8 - 2 = 6$$

## 2. Respuesta b.

x: número de horas trabajadas en 18 días

N.º días	N.º horas/día
18	x
(+) 24	x - 2 (-)

N.º días **IP** N.º horas/día

$$(18)(x) = (24)(x - 2)$$

$$18x = 24x - 48$$

$$48 = 6x$$

$$8 = x$$

Al trabajar 6 días más, tardó 2 horas menos

$$x - 2 = 8 - 2 = 6$$

Trabajó 6 horas diarias.



### 3. Respuesta a.

<b>Peso (kg)</b>	<b>200</b>	$x$
<b><math>\sqrt{\text{Edad (años)}}</math></b>	$\sqrt{25}$	$\sqrt{36}$

Planteamos la proporción entre las magnitudes:

$$\frac{200}{\sqrt{25}} = \frac{x}{\sqrt{36}}$$

$$x = \frac{(200)(6)}{5}$$

$$x = 240$$

Obtenemos que, luego de 11 años, el hipopótamo pesará 240 kg.

### 4. Respuesta e.

P: pago por pintado

#G: número de galones de pintura

T: tiempo que se emplea

Se sabe:

$$P \propto (\#G)^2$$

$$P \propto T$$

La constante de proporcionalidad es  $k$ :

$$k = \frac{PT}{(\#G)^2}$$

Planteamos la proporción con los datos del reto:

$$\frac{\cancel{P}(18)}{12^2} = \frac{\cancel{P}(16)}{x^2} \quad x^2 = \frac{(16)(2)(12)(12)}{18}$$

$$x^2 = 256$$

$$x = 16$$

Por lo tanto, para pintar la casa por la que se pagó el doble se emplearon 16 galones.



### 5. Respuesta c.

$x$ : kg de cemento para construir 2 cubos cuya arista es el doble de la anterior

<b>N.º de cubos</b>	<b>6</b>	<b><math>1 = a^3</math></b>	<b><math>2(2a)^3</math></b>
<b>Cemento (kg)</b>	<b>96</b>	<b>16</b>	<b><math>x</math></b>

$$\frac{a^3}{16} = \frac{2(2a)^3}{x}$$

$$\frac{a^3}{16} = \frac{2(8a^3)}{x}$$

$$x = (16)(16)$$

$$x = 256$$

Obtenemos que, para construir 2 cubos compactos cuya arista es el doble de la anterior, se necesitarán 256 kg de cemento.

### 6. Respuesta c.

G **DP** (# I)  
G **IP** T  
G: S/1200  
#I: 100 personas  
T: 12 horas

Cuánto menos gastará:  $x$   
Si  
#I = 80  
T = 8 horas

Hallamos  $k$ , la constante de proporcionalidad:

$$k = \frac{(G)(T)}{(\#I)}$$

Planteamos la proporción con los datos del reto:

$$\frac{(1200)(12)}{100} = \frac{(x)(16)}{80}$$

Al simplificar:

$$x = (5)(12)(12)$$

$$x = 720$$

¿Cuánto menos gastará Luisa?

$$1200 - 720 = 480$$

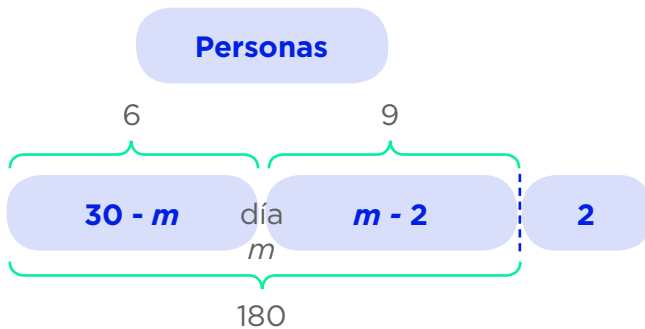
7. Respuesta b.

N.º de integrantes	N.º de días
6	30

Hallamos el consumo para los 6 integrantes:

$$6(30) = 180$$

Al faltar  $m$  días, entonces:



$$6(30 - m) + 9(m - 2) = 180$$

$$180 - 6m + 9m - 18 = 180$$

$$3m = 18$$

$$m = 6$$

8. Respuesta b.

Repartir: S/ D

	3.º hijo	2.º hijo	1.º hijo	Total D
Prop. a edades	$11k$	$13k$	$18k$	$D = 42k$
Hno. mayor (Dentro de 7 años)	$18a$	$20a$	$25a$	$D = 63a$

Igualamos las cantidades totales:

$$42k = 63a$$

$$2k = 3a$$

Hallamos lo que recibe el hermano mayor, recibe 120 soles menos.

$$18k - 25a = 120$$

$$9(2k) - 25a = 120$$

Reemplazamos  $2k$  por  $3a$ :

$$9(3a) - 25a = 120$$

$$27a - 25a = 120$$

$$a = 60$$

Hallamos el valor de  $D$ :

$$D = 63a = 63(60)$$

$$D = S / 3780$$

### 9. Respuesta a.

$P$ : peso de la esfera

$V$ : volumen de la esfera

$r$ : radio de la esfera

$x$ : cuánto debe disminuir el radio de la esfera

<b>Peso</b>	$P$	$P - \frac{19}{27} P$
<b>Volumen</b>	$\frac{4}{3} \pi r^3$	$\frac{4}{3} \pi (r - x)^3$

Si  $P \propto V$

$$\frac{P}{\frac{4}{3} \pi r^3} = \frac{P - \frac{19}{27} P}{\frac{4}{3} \pi (r - x)^3} \quad \frac{\cancel{P}}{r^3} = \frac{\frac{8}{27} \cancel{P}}{(r - x)^3}$$

Extraemos la raíz cúbica en ambos miembros de la igualdad:

$$\sqrt[3]{\frac{(r - x)^3}{r^3}} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} \quad \frac{r - x}{r} = \frac{3}{2} \quad 8r - 8x = 3r$$
$$x = \frac{r}{3}$$

Por lo tanto, obtenemos que el radio debe disminuir en su tercera parte.

**10. Respuesta c.**

Desea repartir: S/ 1200

Cada hijo recibe:  $5k$ ,  $7k$  y  $3k$

$$5k + 7k + 3k = 1200$$

$$15k = 1200$$

$$k = 80$$

Hallamos cuánto le corresponde al menor::

$$3k = 3(80) = \text{S/ } 240$$



**¡Sigamos aprendiendo... La Pre!**