

Cuaderno de trabajo de Matemática

RESOLVAMOS PROBLEMAS

S E C U N D A R I A

2



La ciudadana y el ciudadano que queremos

Desarrolla procesos autónomos de aprendizaje.

Se **reconoce** como persona valiosa y se identifica con su cultura en diferentes contextos.

Gestiona proyectos de manera ética.

Propicia la vida en democracia comprendiendo los procesos históricos y sociales.

Interpreta la realidad y toma decisiones con conocimientos matemáticos.

Perfil de egreso

Indaga y comprende el mundo natural y artificial utilizando conocimientos científicos en diálogo con saberes locales.

Se **comunica** en su lengua materna, en castellano como segunda lengua y en inglés como lengua extranjera.

Aprovecha responsablemente las tecnologías.

Comprende y aprecia la dimensión espiritual y religiosa.

Aprecia manifestaciones artístico-culturales y crea proyectos de arte.

Practica una vida activa y saludable.

Currículo
N a c i o n a l

Cuaderno de trabajo de Matemática

RESOLVAMOS PROBLEMAS

S E C U N D A R I A

2



Resolvamos problemas 2

Cuaderno de trabajo de Matemática

Editado por:

©Ministerio de Educación
Calle Del Comercio N.° 193, San Borja
Lima 41, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Propuesta de contenidos:

Larisa Mansilla Fernández
Olber Muñoz Solís
Juan Carlos Chávez Espino
Hugo Luis Támara Salazar
Hubner Luque Cristóbal Jave
Roger Saavedra Justiniano
Gladis García Lizama

Revisión pedagógica:

Olber Muñoz Solís
Larisa Mansilla Fernández
Juan Carlos Chávez Espino

Revisión académica:

Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo

Diseño y diagramación:

Carlos Héctor Boza Loayza

Corrección de estilo:

Martha Silvia Petzoldt Diaz

Primera edición: setiembre de 2017

Segunda edición: junio de 2019

Primera reimpresión: julio de 2020

Segunda reimpresión: diciembre de 2020

Tercera reimpresión: agosto de 2021

Tiraje: 515 381 ejemplares

Impresión:

Se terminó de imprimir en diciembre de 2021
en los talleres gráficos de
Quad Graphics Perú S.R.L
Av. Los Frutales N.° 344, Ate-Vitarte
RUC N.° 20371828851



Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.° 2021-07164

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

Estimada/o estudiante:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el cuaderno de trabajo *Resolvamos problemas 2*, que estamos seguros te ayudará a descubrir la presencia de la matemática en la vida cotidiana y a utilizarla de manera adecuada y creativa en la resolución de problemas vinculados a la realidad.

Este cuaderno ha sido elaborado para ti. En él encontrarás diversas estrategias heurísticas, como hacer diagramas tabulares, diagrama de árbol o diagramas lineales; particularizar y plantear ecuaciones, utilizar ensayo y error, entre otras, que te serán útiles en el proceso de resolución de problemas.

En su estructura, el cuaderno te propone una diversidad de fichas de trabajo, cada una de las cuales se encuentra organizada en tres secciones: *Aplicamos nuestros aprendizajes*, *Comprobamos nuestros aprendizajes* y *Evaluamos nuestros aprendizajes*.

En la primera sección, *Aplicamos nuestros aprendizajes*, te presentamos una situación relacionada con la vida cotidiana, que será abordada a través de interrogantes que pretenden movilizar tus capacidades y conocimientos, lo cual te ayudará a comprender el problema, diseñar o seleccionar una estrategia o plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre lo desarrollado.

En la segunda sección, *Comprobamos nuestros aprendizajes*, te planteamos tres situaciones de contexto, en cuyo desarrollo podrás explicar el proceso de resolución, identificando estrategias y describiendo procedimientos utilizados. Este análisis te permitirá plantear otros caminos de resolución, así como identificar errores y realizar tu propia corrección.

Finalmente, en la tercera sección, *Evaluamos nuestros aprendizajes*, te presentamos situaciones de diverso grado de complejidad en contextos variados y apoyados en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, te darás cuenta de tus progresos.

Esperamos que con esta experiencia sientas que hacer matemática es un reto posible de alcanzar. Disfrútalo.



Ficha 1

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Una buena toma de decisión 13
- Comprobamos nuestros aprendizajes 16
- Evaluamos nuestros aprendizajes 21

Ficha 5

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Tareas de investigación e Internet 67
- Comprobamos nuestros aprendizajes 70
- Evaluamos nuestros aprendizajes 76

Ficha 2

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Albergamos perros sin hogar 27
- Comprobamos nuestros aprendizajes 30
- Evaluamos nuestros aprendizajes 33

Ficha 6

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- El puesto de frutas 83
- Comprobamos nuestros aprendizajes 86
- Evaluamos nuestros aprendizajes 91

Ficha 3

Resuelve problemas de cantidad.

- Leemos el recibo de energía eléctrica 39
- Comprobamos nuestros aprendizajes 42
- Evaluamos nuestros aprendizajes 47

Ficha 7

Resuelve problemas de cantidad.

- Comparamos el diámetro en las brocas 95
- Comprobamos nuestros aprendizajes 98
- Evaluamos nuestros aprendizajes 102

Ficha 4

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- El tangram 53
- Comprobamos nuestros aprendizajes 56
- Evaluamos nuestros aprendizajes 60

Ficha 8

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Mosaicos con azulejos 107
- Comprobamos nuestros aprendizajes 110
- Evaluamos nuestros aprendizajes 115

Ficha 9

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Los Juegos Panamericanos 121
- Comprobamos nuestros aprendizajes 124
- Evaluamos nuestros aprendizajes 129

Ficha 13

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- El que espera desespera 171
- Comprobamos nuestros aprendizajes 174
- Evaluamos nuestros aprendizajes 178

Ficha 10

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Carrera entre amigos 135
- Comprobamos nuestros aprendizajes 138
- Evaluamos nuestros aprendizajes 142

Ficha 14

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Economizamos con el gas natural 183
- Comprobamos nuestros aprendizajes 186
- Evaluamos nuestros aprendizajes 190

Ficha 11

Resuelve problemas de cantidad.

- Promovemos el pago de impuestos 147
- Comprobamos nuestros aprendizajes 150
- Evaluamos nuestros aprendizajes 155

Ficha 15

Resuelve problemas de cantidad.

- Las bacterias 195
- Comprobamos nuestros aprendizajes 198
- Evaluamos nuestros aprendizajes 202

Ficha 12

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- El cultivo de papa 159
- Comprobamos nuestros aprendizajes 162
- Evaluamos nuestros aprendizajes 166

Ficha 16

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- El viaje familiar 207
- Comprobamos nuestros aprendizajes 210
- Evaluamos nuestros aprendizajes 214

Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

1. Estrategias de comprensión

Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuáles son las condiciones del texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a resolver el problema.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números,

diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde. Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que el/la docente tome todos los problemas del cuaderno y realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraeos por cada problema presentado. Esos ejercicios le ayudarán a mejorar su desempeño en la conducción de las tareas en el aula.

Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se

va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

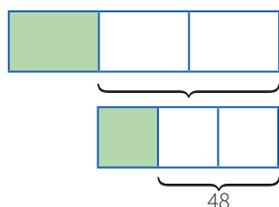
Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y $\frac{1}{3}$ del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	x	18
Felipe	x	8	$x + 5$	
TOTAL		8		

Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

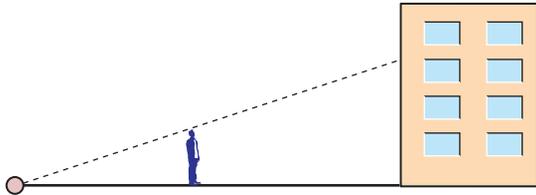
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

Resolución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

Resolución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



Diagramas conjuntistas

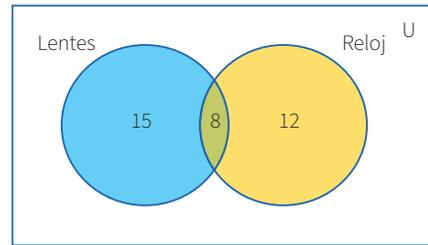
Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

Resolución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.
Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



Diagramas cartesianos

Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

Ejemplo:

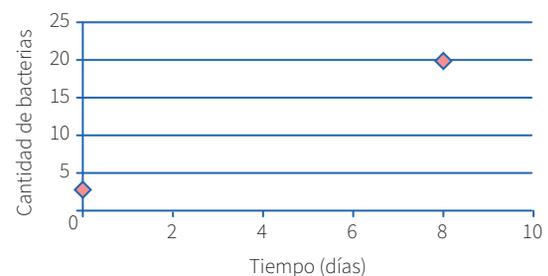
El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

Resolución:

Cantidad:

Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.

Pares ordenados: $(0; 3)$ $(8; 20)$



Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

Resolución:

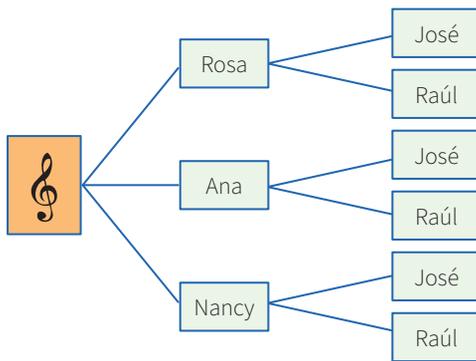
Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto.



Diagrama de árbol

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

Ejemplo: Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



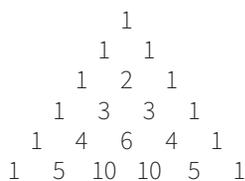
3. Otras estrategias

Busca patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

Ejemplo:

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.



Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma

de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

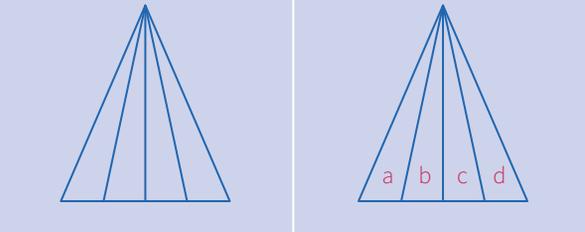
Haz una lista sistemática

En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

Ejemplo:

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?

Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.



Resolución:

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:
 Triángulos con una letra: a-b-c-d
 Triángulos con dos letras: ab-bc-cd
 Triángulos con tres letras: abc-bcd
 Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ triángulos.

Generaliza

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

Ejemplo:

Halla el valor de $(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2$.

Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

$$(n + 1)^2 - n^2, \text{ cuando } n \text{ vale } 234\ 756\ 473$$

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

$$(n + 1 + n) (n + 1 - n) = (n + 1) + n$$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier n entero positivo, se cumple:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

Entonces:

$$(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2 = 469\ 512\ 947$$

Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale $S/100$ y elijo primero el descuento, termino pagando $S/106$. Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.
- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La

combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

Ejemplo:

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

Solución:

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como $\div 2, -3$.
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos: $x = 90$

Plantea una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

Ejemplo:

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

Solución:

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.

- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]$; simplificando:

$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x$; de donde $x = 2,4$ horas

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

Establece submetas

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 22 millones de habitantes y se sabe que la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



©Shutterstock

Solución:

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 44 millones. Si bien aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



©Shutterstock

Solución:

- Primero se observa que $50 \times 50 = 2500$, número que no llega; y que $60 \times 60 = 3600$, el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- 55×56 no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar $53 \times 54 = 2862$, el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con $56 \times 57 = 3192$, se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

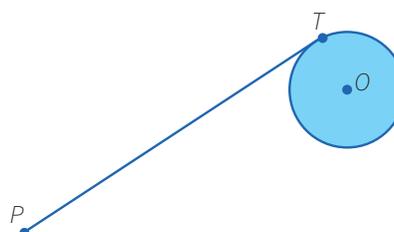
Supón el problema resuelto

Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto T es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos O con T , tendremos que OT es perpendicular a PT .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados, P , T y O , es posible hacer un triángulo uniendo el punto P con el punto O . Se observa que el triángulo es rectángulo.



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Leemos tablas y diversos textos que contengan valores de medidas de tendencia central (media, mediana, moda); empleamos estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos, así como para determinar la mediana, la moda y la media de los datos discretos. Asimismo, justificamos con nuestros conocimientos estadísticos las características de una muestra de la población.

Una buena toma de decisión

El entrenador de básquet de una institución educativa debe elegir a uno de los dos deportistas que están en la banca para que ingrese al campo en un partido decisivo durante los Juegos Deportivos Escolares Nacionales. Para tomar la decisión, consulta una tabla con la puntuación de cada uno de ellos en los partidos anteriores.



Fuente: <https://goo.gl/bkBrT2>

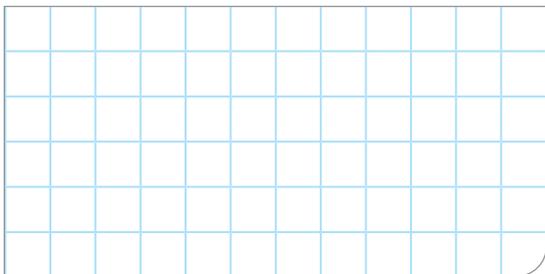
Los puntos anotados por cada deportista en los cinco últimos partidos figuran en la siguiente tabla:

Partido \ Deportista	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
Pablo	14	14	10	6	20
Claudio	12	16	13	15	14

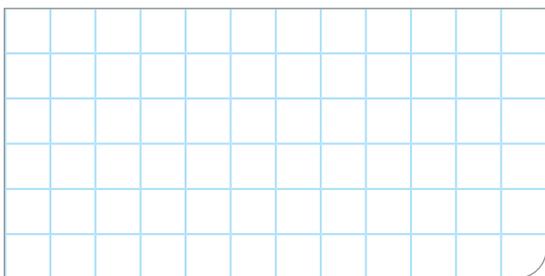
- ¿Cuál de los deportistas debería ingresar al partido decisivo y por qué?

Comprendemos el problema

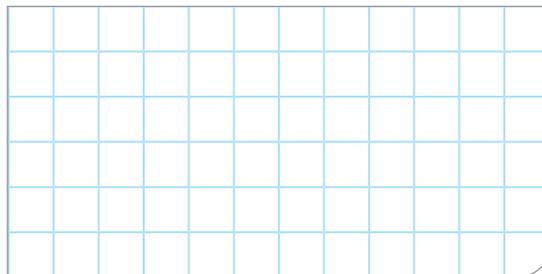
1. ¿A cuántos deportistas debe seleccionar el entrenador?



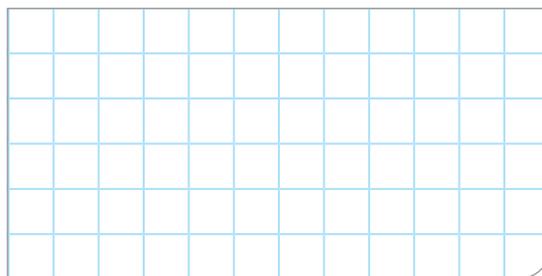
2. ¿A cuántos partidos corresponden los puntajes de cada deportista?



3. ¿Qué te pide hallar en la pregunta de la situación?



4. ¿Qué son las medidas de tendencia central?



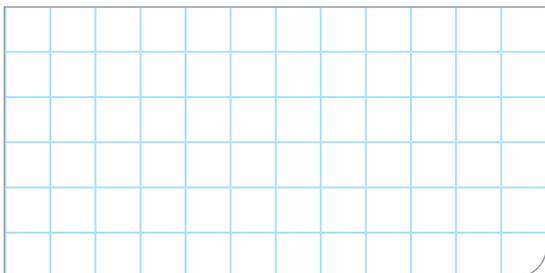
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe los procedimientos que realizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

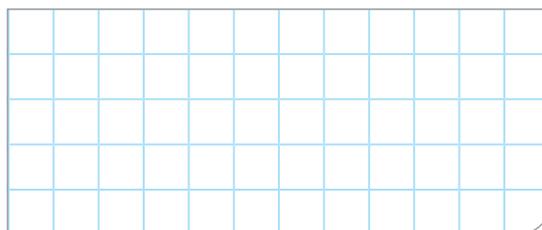


Ejecutamos la estrategia o plan

1. Ordena de forma creciente los puntajes que obtuvieron Pablo y Claudio en los cinco partidos.



2. La moda (M_o) es el valor de la variable que más se repite, es decir, el valor que tiene mayor frecuencia. Calcula la moda de las puntuaciones que obtuvo cada deportista.



3. El valor que se encuentra en el centro de una secuencia ordenada de un número impar de datos se denomina mediana (Me). Si la muestra tiene un número par de datos, la mediana (Me) es el promedio aritmético de los dos datos centrales. Calcula la mediana de las puntuaciones que obtuvo cada deportista.

4. La media aritmética (\bar{x}) es el promedio de los datos. Se obtiene al dividir la suma de los datos de la muestra por el número de datos. Calcula la media aritmética de las puntuaciones que obtuvo cada deportista.

5. Organiza en la siguiente tabla los valores de la media aritmética, la mediana y la moda que calculaste.

Deportistas	Pablo	Claudio
Medidas de tendencia central		
Media aritmética		
Mediana		
Moda		

6. Describe lo que observas en los resultados de la tabla.

7. ¿A qué deportista elegiría el entrenador para el partido decisivo? Explica.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. De acuerdo con tu respuesta a la pregunta 7 de *Ejecutamos la estrategia o plan*, ¿por qué no escogió al otro deportista? Justifica tu respuesta.



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de la muestra de una población asociándolas a variables cuantitativas discretas y continuas, así como el comportamiento de los datos de la muestra, mediante histogramas y medidas de tendencia central; leemos tablas de frecuencias y diversos textos que contengan valores de medidas de tendencia central (media, mediana, moda).

Situación significativa A

Luego de medir la estatura de los estudiantes del 2.º grado, los datos se agruparon en cinco intervalos. La estatura se representó mediante un histograma.



- ¿A cuántos estudiantes se midió la estatura?
- ¿Cuántos estudiantes tienen estatura mayor o igual que 1,40 m?
- ¿Qué porcentaje de los estudiantes tiene estatura mayor o igual que 1,40 m, pero menor que 1,50 m?
- Calcula el promedio de estaturas.

Resolución

- Para saber a cuántos estudiantes se midió la estatura, damos lectura al histograma donde se observa que:
La cantidad de estudiantes con estaturas en el intervalo $[1,30; 1,35[$ son 2.
La cantidad de estudiantes con estaturas en el intervalo $[1,35; 1,40[$ son 6.
La cantidad de estudiantes con estaturas en el intervalo $[1,40; 1,45[$ son 9.
La cantidad de estudiantes con estaturas en el intervalo $[1,45; 1,50[$ son 12.
La cantidad de estudiantes con estaturas en el intervalo $[1,50; 1,55[$ es 1.
Por lo tanto, la cantidad de estudiantes es: $2 + 6 + 9 + 12 + 1 = 30$
- Cantidad de estudiantes que tienen mayor o igual estatura que 1,40 m: $9 + 12 + 1 = 22$

- c. Porcentaje de estudiantes que tienen estatura mayor o igual que 1,40 m, pero menor que 1,50 m.

Primero sumamos: $9 + 12 = 21$

Operando para calcular el porcentaje: $\frac{21}{30} \times 100 = 70\%$

- d. Para calcular el promedio de la estatura de los estudiantes, elaboramos una tabla de frecuencias, considerando intervalos de clase ($[L_i; L_s[$), marcas de clase (X_i) y frecuencias absolutas.

La marca de clase (X_i) es la semisuma de los límites del intervalo de clase, es decir, para el primer intervalo:

$$X_1 = \frac{1,30 + 1,35}{2} = 1,325$$

Se multiplica cada marca de clase por su frecuencia, para calcular el aporte de la clase al total, por ejemplo: $1,325 \times 2 = 2,65$

La tabla de frecuencias queda así:

Estatura (m) $[L_i; L_s[$	X_i	f_i	$f_i \cdot X_i$
[1,30; 1,35[1,325	2	2,65
[1,35; 1,40[1,375	6	8,25
[1,40; 1,45[1,425	9	12,83
[1,45; 1,50[1,475	12	17,70
[1,50; 1,55]	1,525	1	1,53
Total		30	42,95

La media aritmética (\bar{x}) para datos agrupados se calcula dividiendo la suma de los productos $f_i \cdot X_i$ entre el número de datos n .

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot X_i}{n}, \text{ donde } \sum f_i \cdot X_i \text{ expresa la suma de los productos de } f_i \cdot X_i.$$

Dividimos entre el número de datos $n = 30$: $\bar{x} = \frac{42,95}{30} = 1,43$

Por lo tanto, el promedio de estatura es de 1,43 m.

1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

2. ¿Por qué es importante elaborar una tabla de frecuencias cuando se tiene datos agrupados?

Situación significativa B

Una empresa de calzado anotó las tallas de zapatos de treinta de sus clientes:

38	42	35	23	24	43
22	36	37	20	32	35
40	21	41	42	24	38
40	38	30	34	42	28
42	36	38	24	30	28

¿Entre qué tallas calza la mayor cantidad de clientes?

Resolución

Seguimos los siguientes pasos:

- a. Determinamos el número de intervalos (k) con la ecuación $k = \sqrt{n}$, donde n es el número de datos:

$$k = \sqrt{30} \approx 5,48, \text{ entonces } k = 5$$

- b. Encontramos el rango o recorrido R :

$$R = \text{dato mayor} - \text{dato menor}$$

$$R = 43 - 20 = 23$$

- c. Determinamos la amplitud del intervalo A :

$$A = \frac{R}{k} = \frac{23}{5} = 4,6$$

Redondeando al entero la amplitud será: $A = 5$

- d. Formamos el primer intervalo:

$$\text{Límite inferior: } L_i = 20$$

$$\text{Límite superior: } L_s = 20 + 5 = 25$$

$$\text{Primer intervalo: } [20; 25[$$

- e. Elaboramos la tabla de frecuencias.

$[L_i; L_s[$	f_i
[20; 25[7
[25; 30[2
[30; 35[4
[35; 40[9
[40; 45]	8
Total	30

Respuesta:

La mayor cantidad de clientes se encuentra en el cuarto intervalo de la tabla. Decimos que $[35; 40[$ es el intervalo modal.

1. Describe el procedimiento seguido para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

2. Considerando los datos de la tabla, calcula el promedio de las tallas de zapatos.

3. Interpreta el valor obtenido en la pregunta anterior.

Situación significativa C

En la siguiente tabla se muestran las temperaturas máximas en grados Celsius registradas durante el mes de febrero en una ciudad de la costa norte del país.

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Temperatura (°C)	31	30	30	30	29	29	29	28	28	29	32	30	29	30

Día	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Temperatura (°C)	31	30	30	29	31	28	27	30	31	30	31	32	32	30

Elabora la tabla de frecuencias para datos no agrupados y determina los valores:

- del promedio (\bar{x}).
- de la mediana (Me).
- de la moda (Mo).

Aprendemos a partir del error

Resolución

Elaboramos la tabla de frecuencias para datos no agrupados. Para ello, se realiza el conteo de las temperaturas que se repiten de menor a mayor:

Temperatura máxima (°C)	f_i	F_i
27	1	1
28	3	4
29	6	10
30	10	20
31	5	25
32	3	28
Total (n)	28	

- a. Se determina el promedio de las temperaturas máximas:

$$\bar{x} = \frac{27(1) + 28(4) + 29(10) + 30(20) + 31(25) + 32(28)}{28}$$

$$\bar{x} = \frac{27 + 112 + 290 + 600 + 775 + 896}{28} = 96,46$$

- b. Son 28 datos, la mitad de la muestra es 14 datos. Para saber cuándo estamos en la mitad de la muestra, buscamos en la tabla para qué temperatura se han acumulado 14 datos.

Para $T = 29^\circ\text{C}$, $F_3 = 10$, faltan.

Para $T = 30^\circ\text{C}$, $F_4 = 20$, ya se acumuló la mitad de los datos.

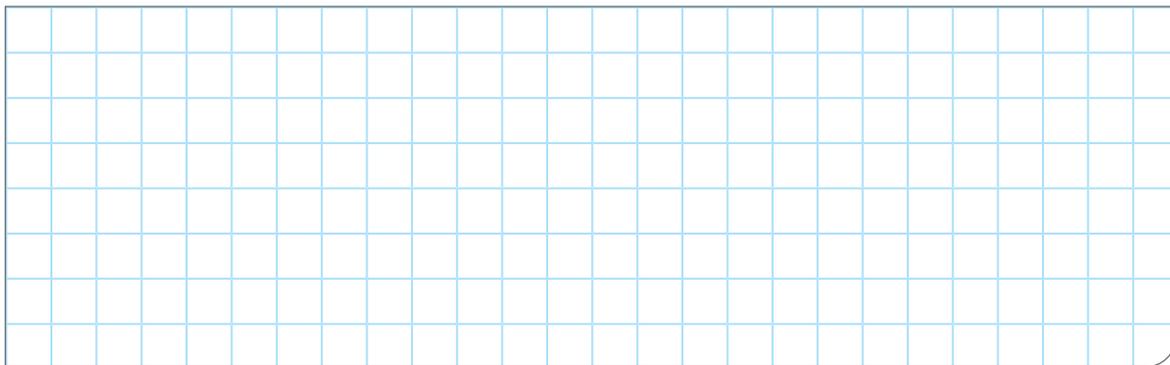
La mediana es 30°C , significa que la mitad de los días la temperatura será menor o igual que 30°C y la otra mitad será mayor o igual que esa temperatura.

- c. Ahora se determina el valor de la moda. Para ello, se observa en la tabla de frecuencias que la temperatura que más se repite es 30 °C.

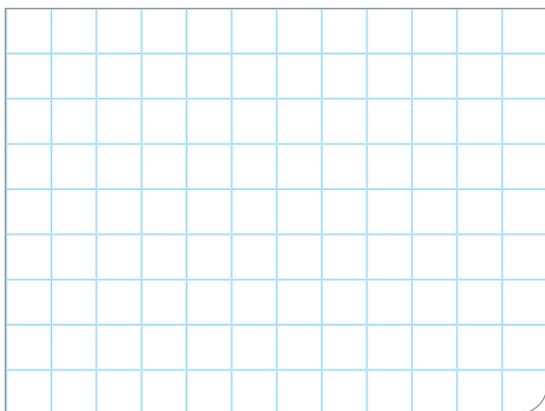
Por lo tanto, la moda de las temperaturas es:

$$Mo = 30\text{ °C}$$

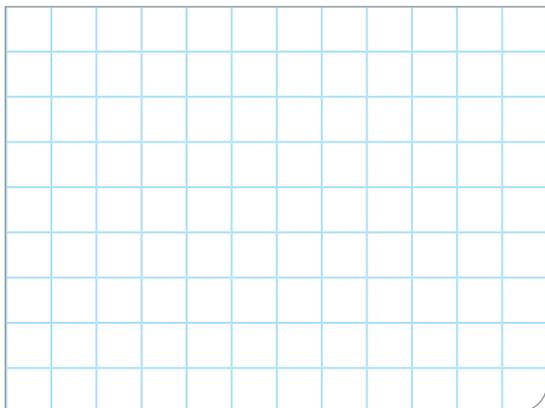
1. Revisa el procedimiento para hallar el promedio (media aritmética). Si estuviera errado, ¿cuál sería el resultado?



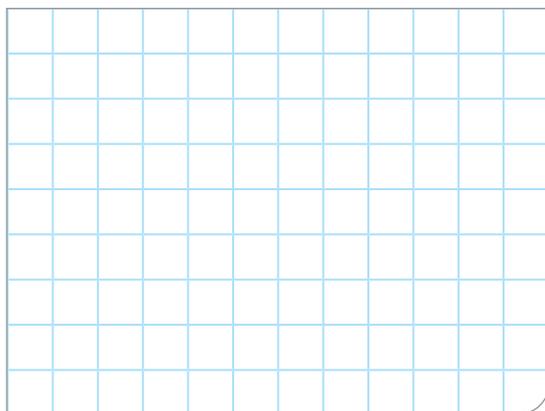
2. Revisa el procedimiento para hallar la mediana. Si estuviera errado, ¿cuál sería el resultado?



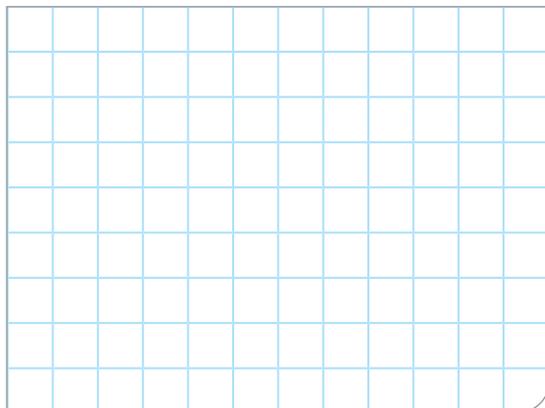
3. Revisa el procedimiento para hallar la moda. Si estuviera errado, ¿cuál sería el resultado?



4. Ordena los valores de la temperatura máxima de forma creciente. Comprueba que la mediana es un valor central.



5. Considerando la tabla de frecuencias, comprueba que la mitad de los datos son menores o iguales que la mediana.





Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de la muestra de una población asociándolas a variables cualitativas nominales o cuantitativas discretas, así como el comportamiento de los datos de la muestra, mediante histogramas y medidas de tendencia central; leemos tablas de frecuencias y textos que contengan valores de medidas de tendencia central y empleamos estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos, así como para determinar la mediana, la moda y la media de los datos discretos. Asimismo, justificamos con nuestros conocimientos estadísticos las características de una muestra de la población.

1. El histograma de frecuencias muestra las edades de novios y novias que contrajeron matrimonio en la municipalidad de un distrito. Según el gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta?



- a) Más de la mitad de las personas que contrajeron matrimonio tienen más de 24 años y menos de 36 años.
- b) 55 personas que contrajeron matrimonio tienen la mayor edad registrada.
- c) Menos del 10 % de las personas que contrajeron matrimonio tienen más de 16 años y menos de 20 años.
- d) El histograma registra las edades de 172 personas que contrajeron matrimonio en ese distrito.

2. Para saber si la nota obtenida por un estudiante en un examen de Matemática se encuentra entre la mitad de notas más altas del aula o entre la mitad más baja, debemos tomar como referencia una calificación que marca la separación entre las mitades. Las notas obtenidas son:

08	14	15	18	10	10	09	11	13
14	15	08	09	10	14	12	15	18
20	16	10	11	16	18	08	13	18

¿Cuál es esa calificación que servirá como referencia?

- a) 14
- b) 8
- c) 11
- d) 13

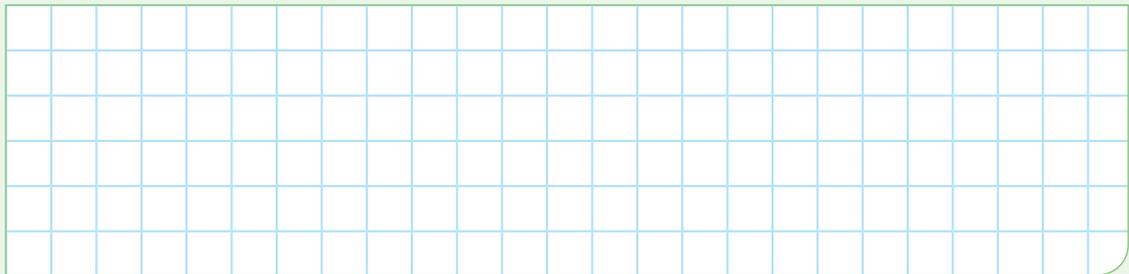
3. El gráfico muestra la venta de dos tipos de cereales, A y B, durante 4 años. Si las tendencias en la venta continuarán durante los próximos 10 años, ¿en qué año la venta de los cereales A será igual a la venta de los cereales B?

a) 2020

b) 2021

c) 2022

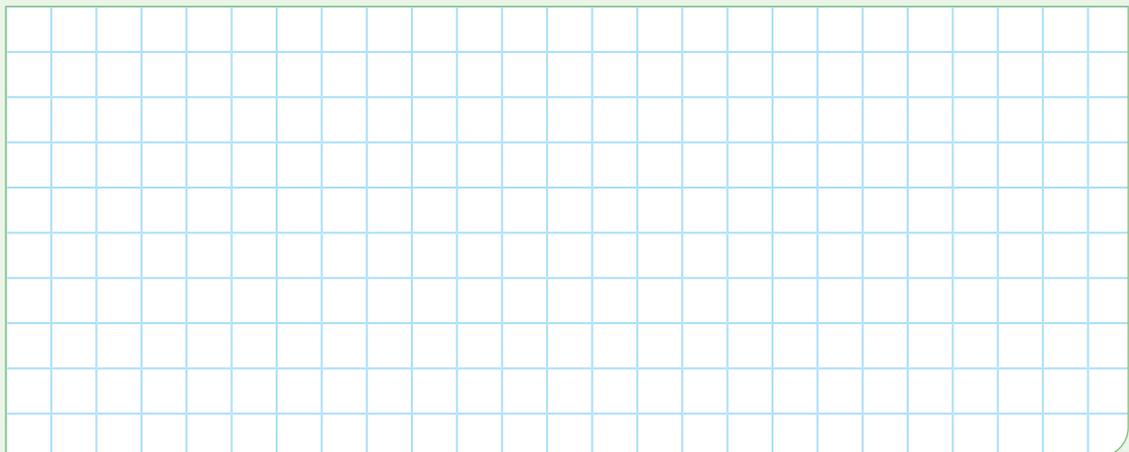
d) 2023



4. La Municipalidad de Ambo organiza una charla sobre el cuidado del medio ambiente, a la que asistieron estudiantes de distintas edades, según se muestra en la tabla adjunta.

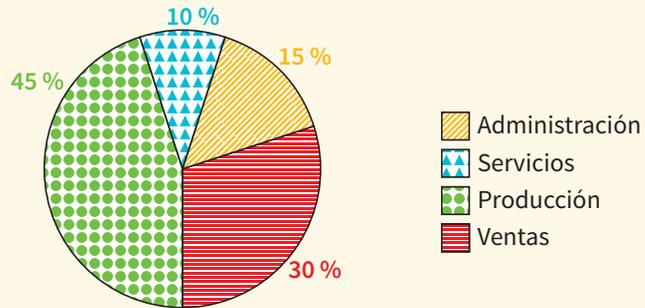
Edad (años)	Cantidad de jóvenes
11	12
12	15
13	13
14	16
15	8

Determina el valor de la mediana y de la moda, luego interpreta el significado de dichos resultados.

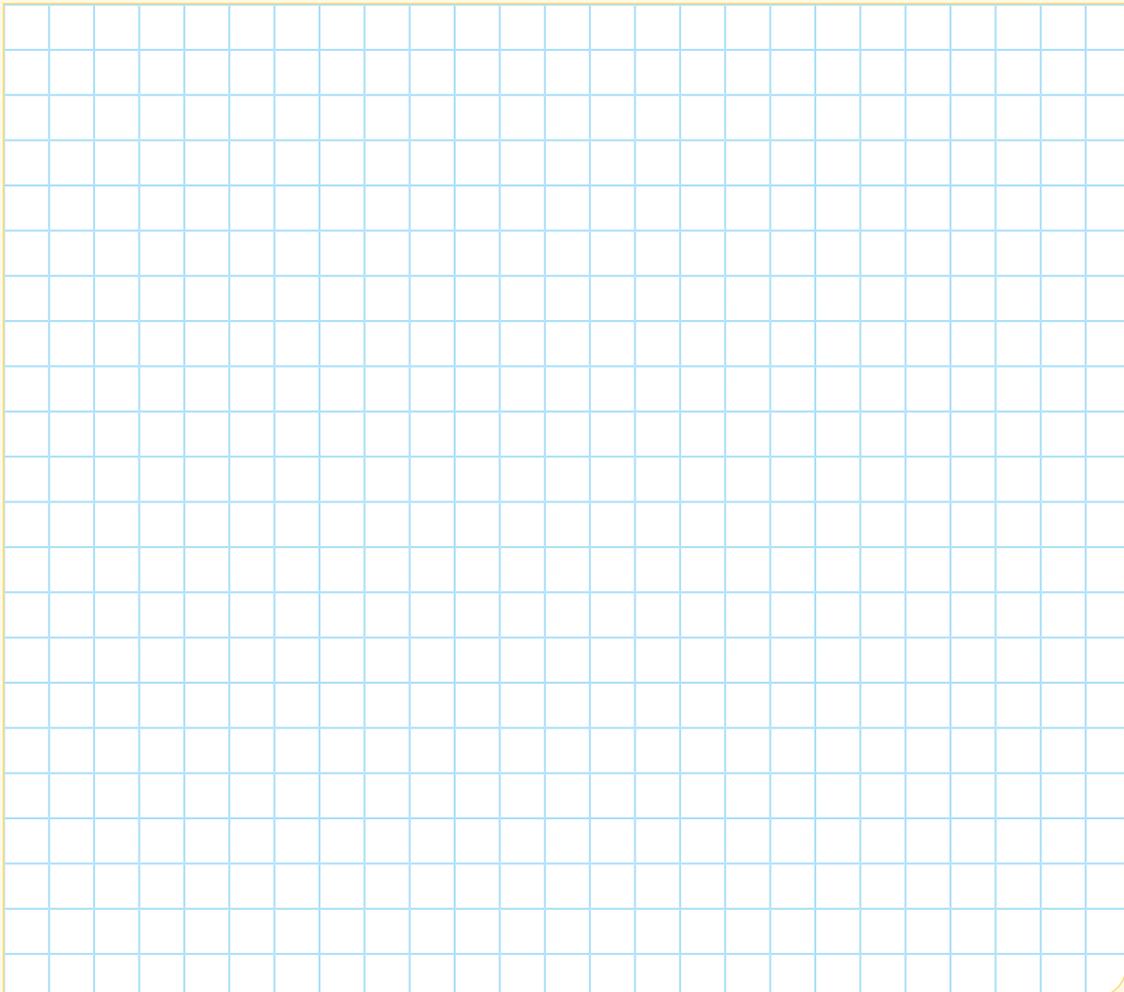


7. En una empresa de embutidos, los trabajadores se distribuyen en diferentes áreas de trabajo, tal como muestra el gráfico:

Porcentaje de trabajadores por áreas



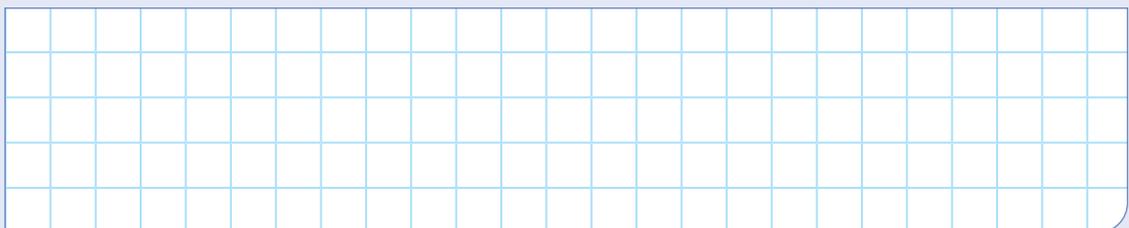
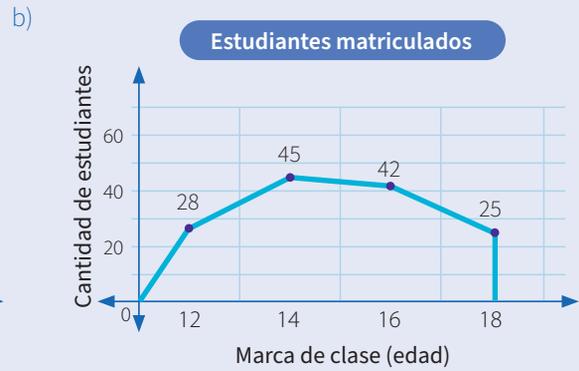
- a) Comprueba que en la sección de producción hay mayor cantidad de trabajadores que en las otras secciones de la empresa.
- b) Si en la empresa hay un total de 120 trabajadores, ¿cuál es el promedio de trabajadores por área de trabajo?



8. Luego de procesar los datos de la encuesta realizada sobre la edad de los estudiantes matriculados para el presente año en la institución educativa del distrito de San Jerónimo, se obtuvo la siguiente tabla de distribución de frecuencias:

Edad (años) [L _i ; L _s [X _i	f _i
[11; 13[12	28
[13; 15[14	45
[15; 17[16	42
[17; 19]	18	25
Total	30	140

Identifica y marca el o los gráficos que no representan las características de la muestra. Explica por qué.





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos de dos magnitudes y transformamos esas relaciones en proporcionalidad directa. También empleamos estrategias heurísticas y el procedimiento más conveniente a las condiciones del problema.

Albergamos perros sin hogar

Una asociación protectora de animales acondiciona una casa para albergar a todos los perros que encuentra abandonados en la calle. La asociación tiene dificultades para dar en adopción a perros adultos. Para promoverla, da a conocer el consumo de alimento de los perros buscando sensibilizar al público, ya sea para que adopten o donen alimentos.

Se sabe que en el albergue hay 16 perros adultos y cada uno de ellos consume dos bolsas de alimento durante un mes.

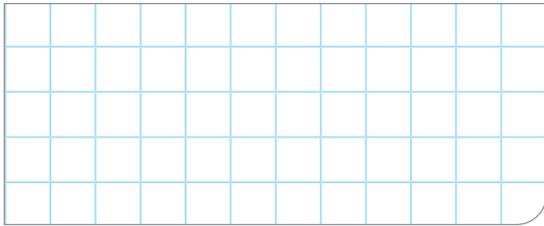


Fuente: <https://goo.gl/awn2Y3>

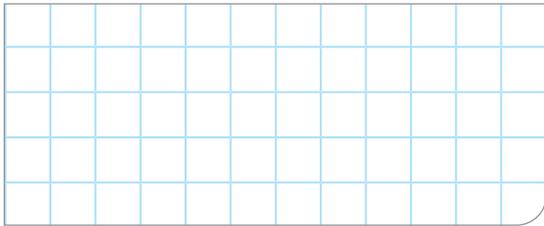
1. ¿Cuántas bolsas se necesitarán para alimentar a los 16 perros durante un mes?
2. ¿Qué relación encuentras entre la cantidad de perros y la cantidad de bolsas de alimento?
3. Si llegan 4 perros adultos más al albergue, ¿cuántas bolsas de alimento se necesitarán a partir de este mes?

Comprendemos el problema

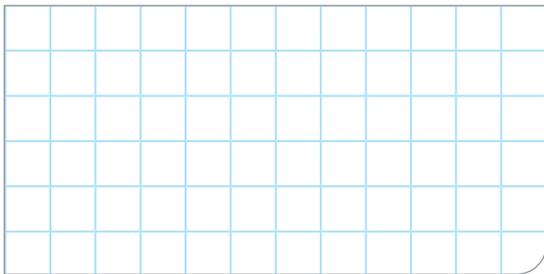
1. ¿De qué trata la situación propuesta?

A grid of 10 columns and 6 rows for writing the answer to question 1.

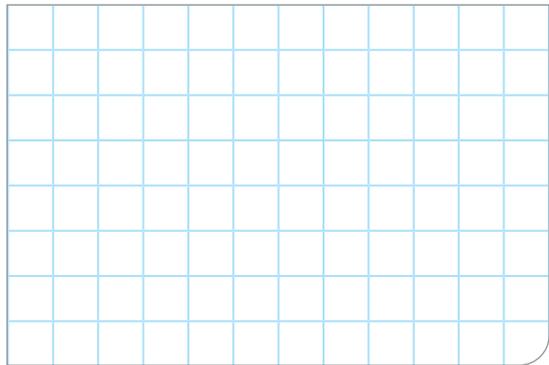
2. ¿Son útiles los datos proporcionados? ¿Por qué?

A grid of 10 columns and 6 rows for writing the answer to question 2.

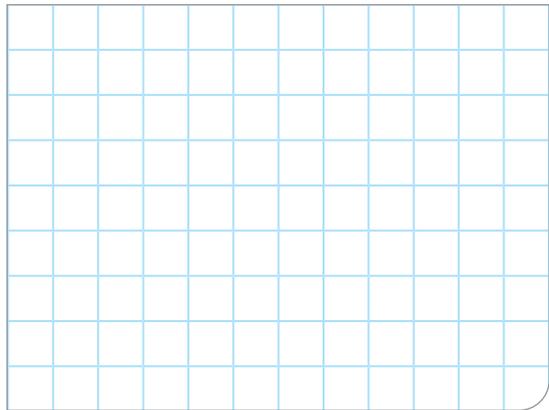
3. ¿Qué magnitudes intervienen en el problema?

A grid of 10 columns and 6 rows for writing the answer to question 3.

4. Si la cantidad de perros aumenta, ¿qué se debe hacer para que no falten alimentos?

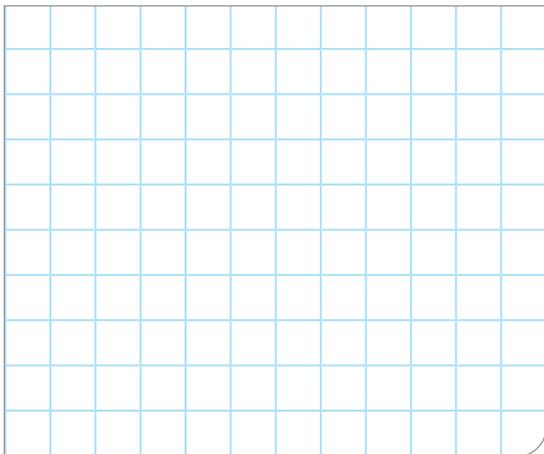
A grid of 10 columns and 6 rows for writing the answer to question 4.

5. Cuando dos magnitudes relacionadas entre sí aumentan en la misma proporción, se dice que estas magnitudes son:

A grid of 10 columns and 6 rows for writing the answer to question 5.

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que seguirías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

A grid of 10 columns and 6 rows for writing the answer to question 1.

2. ¿Cuál de estas estrategias te servirá para organizar mejor los datos? Justifica tu respuesta.

- a) Diagrama conjuntista
- b) Diagrama de flujos
- c) Diagrama tabular

A grid of 10 columns and 6 rows for writing the answer to question 2.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Completa la tabla y establece la relación entre la cantidad de perros y la cantidad de bolsas de alimento.

Cantidad de perros	2	4	6	8	10	12	14	16
Cantidad de alimento (bolsas)	4							

2. ¿Cuántas bolsas de alimento se necesitan para 16 perros?

3. Vamos a establecer una relación numérica entre las dos magnitudes. Para ello, ¿qué operación plantearías entre ambas magnitudes? Escribe la relación de proporcionalidad entre la cantidad de perros y la cantidad de alimento.

4. La relación que hay entre la cantidad de perros y cantidad de alimento (bolsas) permite establecer una proporción. ¿Es una proporción directa? Explica con un ejemplo.

5. A partir de la relación de proporcionalidad, planteamos el total de alimento para 4 perros más.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿De qué otra forma darías respuesta a las preguntas de la situación significativa?

2. Suponiendo que el consumo de alimento se redujera a una bolsa por cada perro en un mes, ¿cuántas bolsas se necesitarían para 20 perros en ese mismo periodo?



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos con lenguaje matemático y expresiones simbólicas nuestra comprensión sobre la proporcionalidad directa. Asimismo, justificamos usando ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos la proporcionalidad directa y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

Con 2 litros de leche, César puede alimentar a sus cachorros durante 6 días. ¿Cuántos días podrá alimentarlos si compra 5 litros de leche?

Resolución

Elaboramos una tabla y proponemos otros datos en la cantidad de leche para luego hallar la cantidad de días.

Cantidad de leche (litros)	1	2	3	4	5
Tiempo (días)		6			

Luego:

Considerando los datos de la tabla, se forma la razón de proporcionalidad $\frac{2}{6}$, que se reduce a $\frac{1}{3}$.

Aquí multiplicamos ambas magnitudes por un mismo número.

Cantidad de leche (litros)	1	2	3	4	5
Tiempo (días)	3	6	9	12	15

Observamos la tabla y respondemos la pregunta.

Respuesta: Con 5 litros de leche podrá alimentarlos durante 15 días.

1. ¿Qué magnitudes intervienen en la situación significativa?

2. ¿Es correcto aplicar la multiplicación para entender la proporción de ambas magnitudes? Explica.

3. Describe otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

Situación significativa B

Una pequeña industria de Gamarra confecciona pantalones cuya producción está en relación con las horas, de acuerdo a la siguiente tabla:

Tiempo (horas)	1	3	6	7	9	12		
Pantalones (unidades)		9			27	36		

Completa la información de la tabla y determina, ¿en cuánto tiempo se confeccionarán 60 pantalones y cuántos pantalones se confeccionarán en 8 horas?

Resolución

Completamos la tabla:

Tiempo (horas)	1	3	6	7	8	9	12	20
Pantalones (unidades)	3	9	18	21	24	27	36	60

Analizamos cómo son las magnitudes *tiempo* y *cantidad de pantalones*.

Se observa en la tabla que, a mayor tiempo, se produce mayor cantidad de pantalones. Por lo tanto, se trata de magnitudes directamente proporcionales, ya que:

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{6}{18} = \frac{7}{21} = \frac{9}{27} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

Entonces, la razón de proporcionalidad es 3.

- Para determinar en cuánto tiempo se confeccionarán 60 pantalones, tenemos que hallar x :

$$\frac{1}{3} = \frac{x}{60}, \text{ entonces } \frac{60}{3} = x, \text{ luego } 20 = x$$

- Para determinar cuántos pantalones se confeccionarán en 8 horas, tenemos que hallar y :

$$\frac{1}{3} = \frac{8}{y}, \text{ entonces } y = (8)(3), \text{ luego } y = 24$$

Respuesta: 60 pantalones se confeccionarán en 20 horas y en 8 horas se confeccionarán 24 pantalones.

- Para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa, puedo utilizar la regla de tres simple directa. Plantea un ejemplo con los datos de la tabla.

- Describe el procedimiento utilizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

- ¿Cómo usarías la razón de proporcionalidad para saber la cantidad de pantalones que se confecciona en 5 horas?

Situación significativa C

Para pintar la fachada del colegio, se han necesitado 24 litros de pintura. Si se sabe que la superficie mide 52 m², ¿cuántos litros de pintura se necesitan para pintar 78 m² de superficie?

Aprendemos a partir del error

Resolución

A menor superficie, menor cantidad de pintura.

Por lo tanto, las magnitudes son directamente proporcionales.

Su proporción será:

$$\frac{52}{24} = \frac{x}{78} \Rightarrow (52) \cdot (78) = 24x$$

$$x = \frac{4056}{24}$$

$$x = 169$$

Respuesta: Se necesitarán 169 litros de pintura.

1. ¿Los procesos ejecutados son correctos? En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

2. Utiliza otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa. Plantea ejemplos.

3. Si se reduce a la tercera parte la pintura usada inicialmente, ¿qué superficie se podrá pintar? Desarrolla tus procedimientos para justificar tu respuesta.



Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos de dos magnitudes y transformamos esas relaciones en proporcionalidad directa, representamos con lenguaje matemático y simbólico nuestra comprensión sobre la proporcionalidad directa y empleamos estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad directa. Asimismo, justificamos usando ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos la proporcionalidad directa y corregimos errores si los hubiera.

Anita registra en una tabla la cantidad de botellas de agua que compra y el monto de dinero que pagó.

Botellas (unidades)	4	12	7	20
Dinero pagado (soles)	6	18	10,5	30

Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

1. ¿Cuánto pagará Anita por 24 botellas de agua?

- a) S/40 b) S/30 c) S/36 d) S/24

2. ¿Cuántas botellas comprará con S/21?

- a) 11 b) 17 c) 21 d) 14

Los ingredientes de la receta de un postre son los siguientes: 1 taza de mantequilla; 3 huevos; 1,5 tazas de azúcar y 2 tazas de harina.

Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

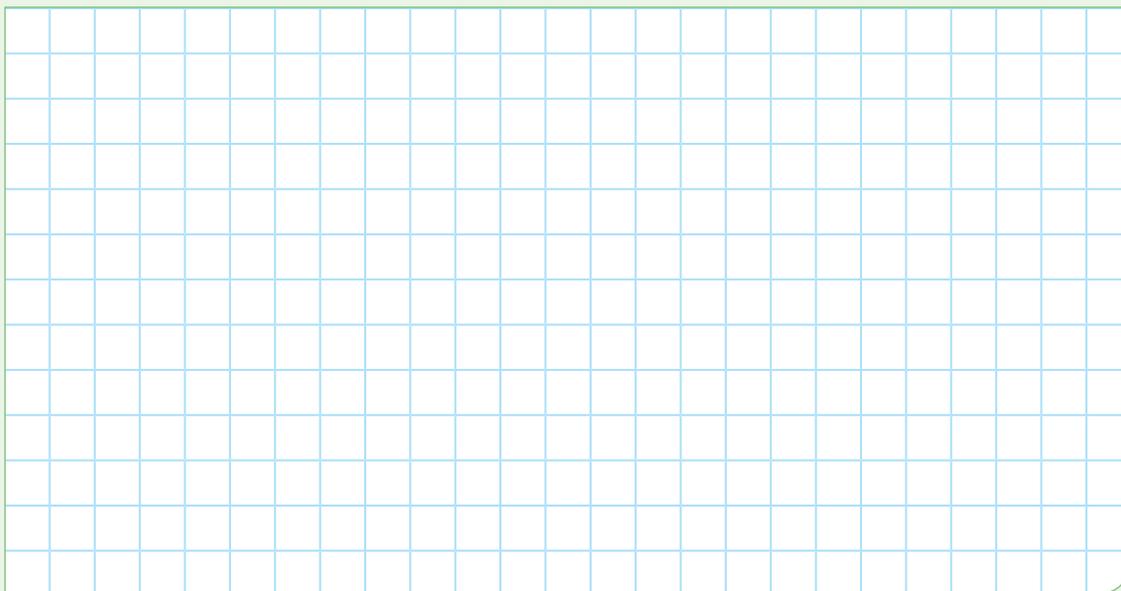
3. Si tuviéramos que preparar la receta con 6 tazas de harina, ¿cuál será la cantidad de mantequilla que necesitaríamos?

a) 3 tazas

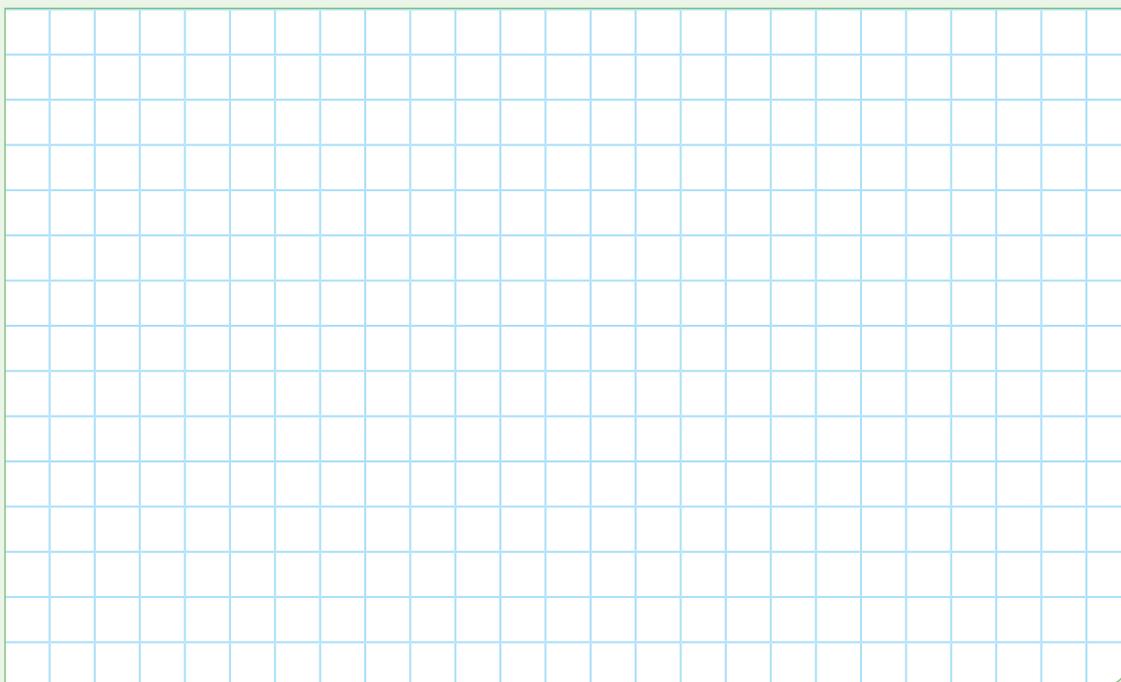
b) 2 tazas

c) 4 tazas

d) 1 taza



4. Si tuviéramos 3 tazas de azúcar, ¿cuántos huevos necesitaríamos?

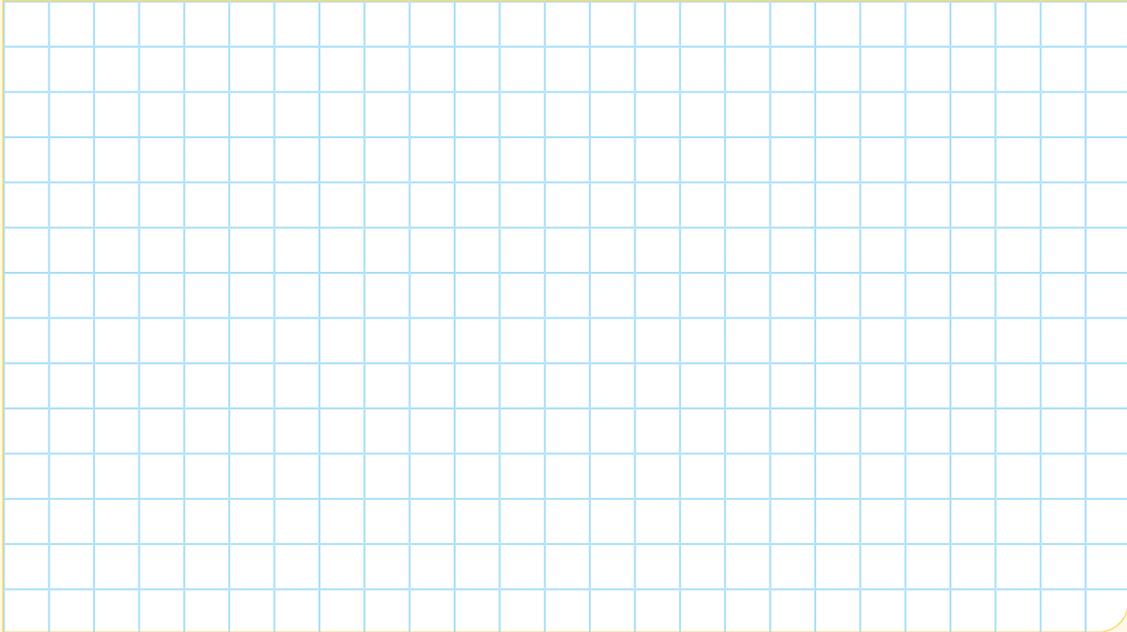


5. Luis viaja de Lima a Tacna y registra que en 3 horas recorre 144 km. ¿Cuál es la distancia que recorre en 5 horas yendo a la misma velocidad? ¿Y cuántas horas le tomará recorrer 432 km?

a) 288 km; 9 horas

b) 240 km; 9 horas

c) 348 km; 9 horas d) 260 km; 9 horas



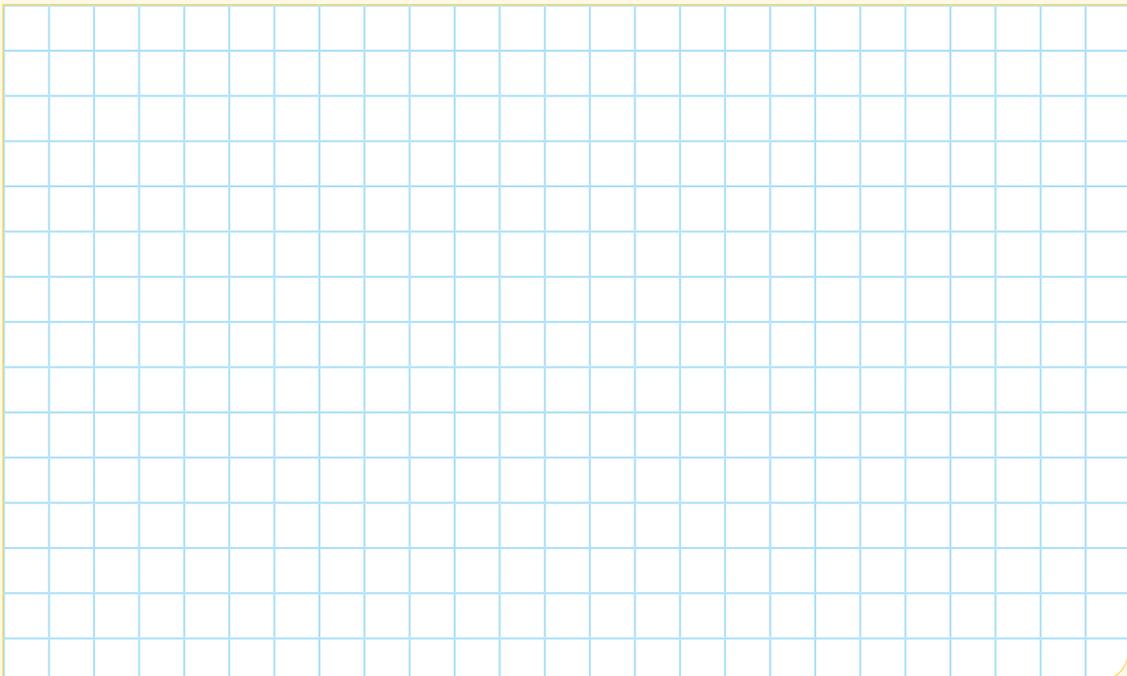
6. Para preparar una salsa, la cocinera agrega $\frac{1}{6}$ de cucharadita de pimienta en una comida para 6 personas. ¿Qué cantidad de pimienta deberá agregar si la comida es para 8 personas?

a) $\frac{1}{8}$

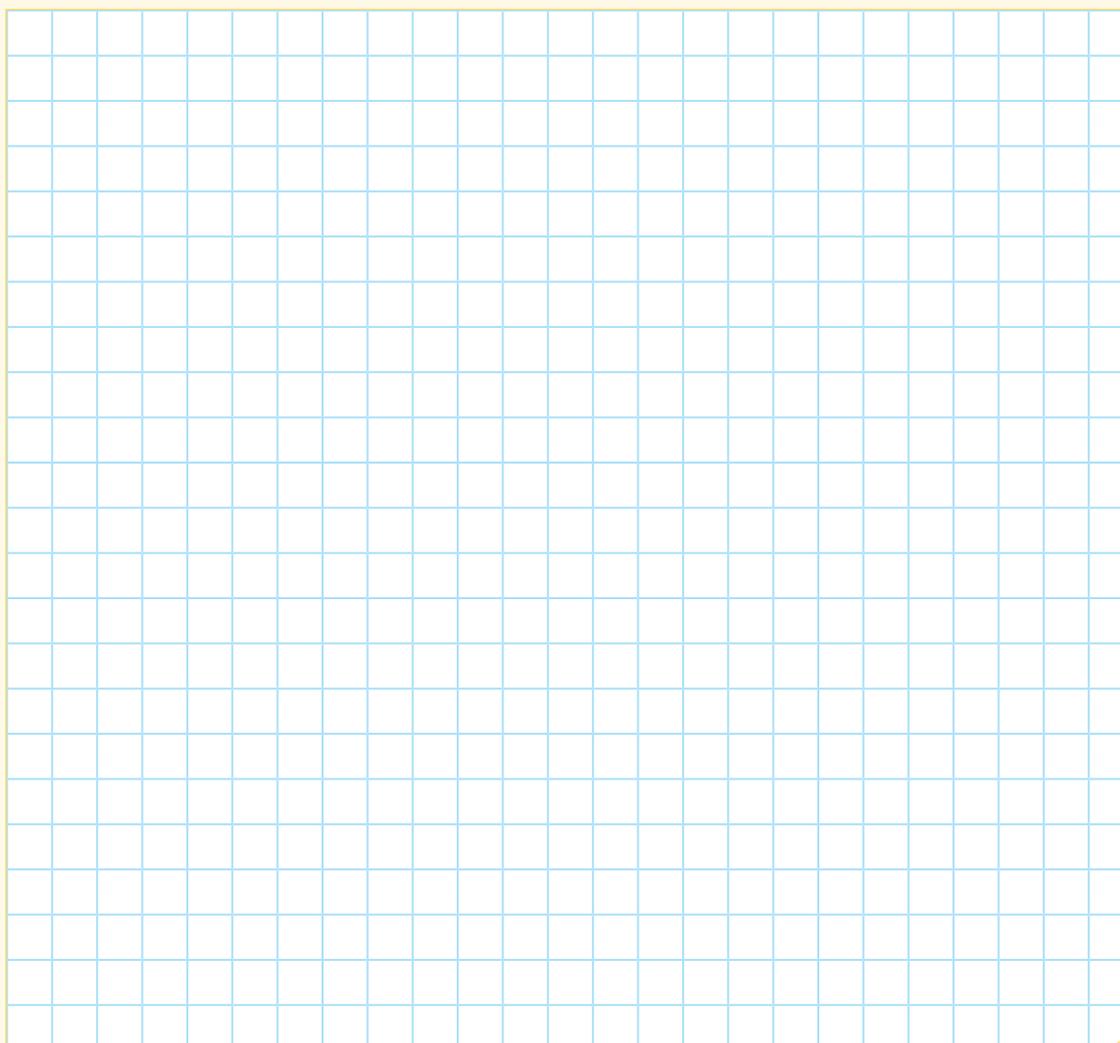
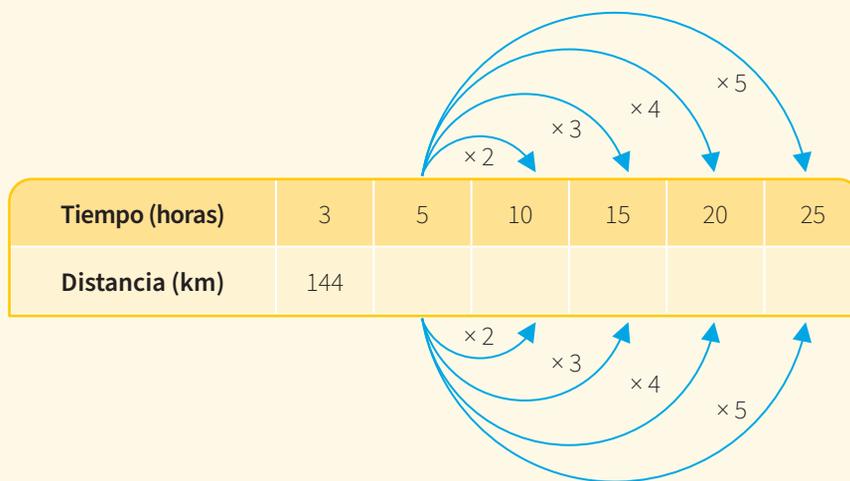
b) $\frac{2}{9}$

c) $\frac{1}{6}$

d) 8



7. De Lima a Tacna hay una distancia de 1200 km, aproximadamente. El transporte de Luis recorre, en 3 horas, 144 kilómetros. ¿Cuántas horas le tomará a Luis llegar a su destino? Emplea la estrategia del diagrama tabular para dar solución al problema. Comprueba con un gráfico en el plano cartesiano.



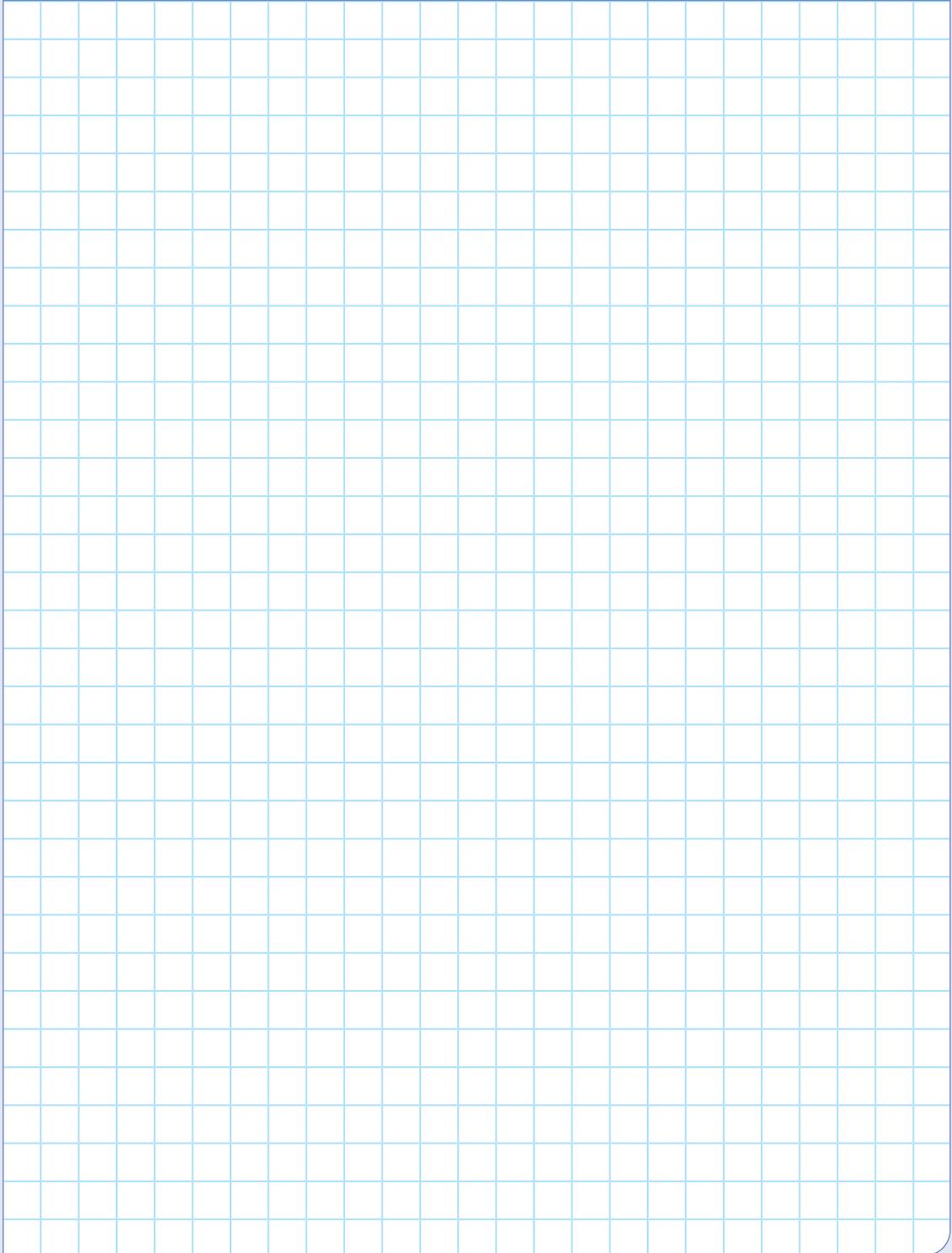
8. Una vela mide 30 cm, después de permanecer encendida 12 minutos se reduce 2,5 cm. ¿En cuánto tiempo se consumirá toda la vela?

a) 90 minutos

b) 144 minutos

c) 12 minutos

d) 360 minutos



Se deja caer una pelota y esta tarda diez segundos en llegar al suelo. Como la velocidad que adquiere la pelota depende del tiempo transcurrido, se calculó su valor en distintos momentos y resultó la siguiente tabla. El tiempo está dado en segundos y la velocidad, en metros por segundo.

Tiempo (s)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Velocidad (m/s)	9,8	19,6	29,4	39,2	49	58,8	68,6	78,4	88,2	98

Con la información dada, responde las preguntas 9 y 10.

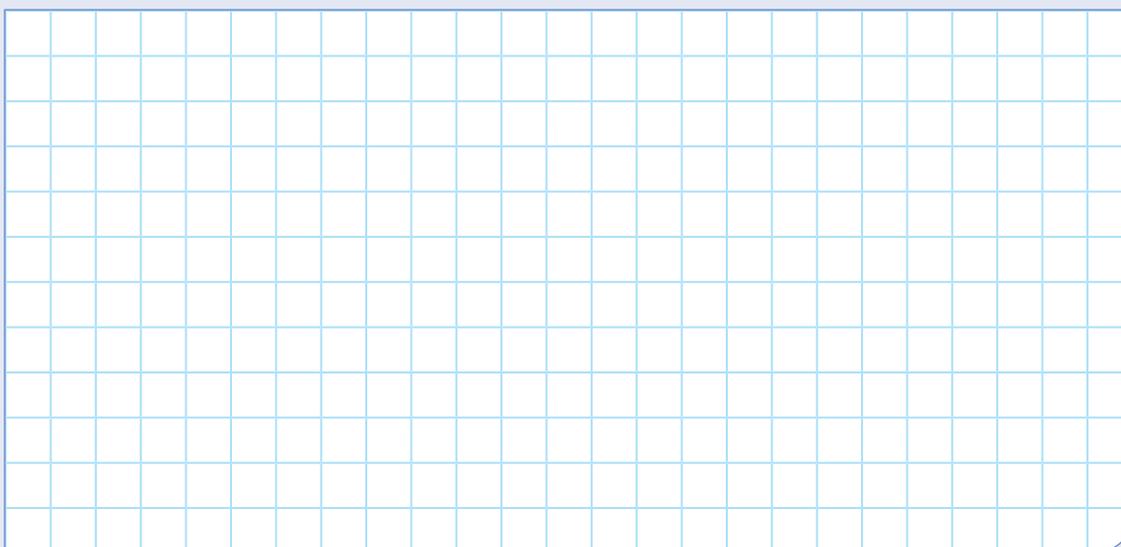
9. ¿Qué velocidad llevaba la pelota a los 6,5 s?

a) 63,1 m/s

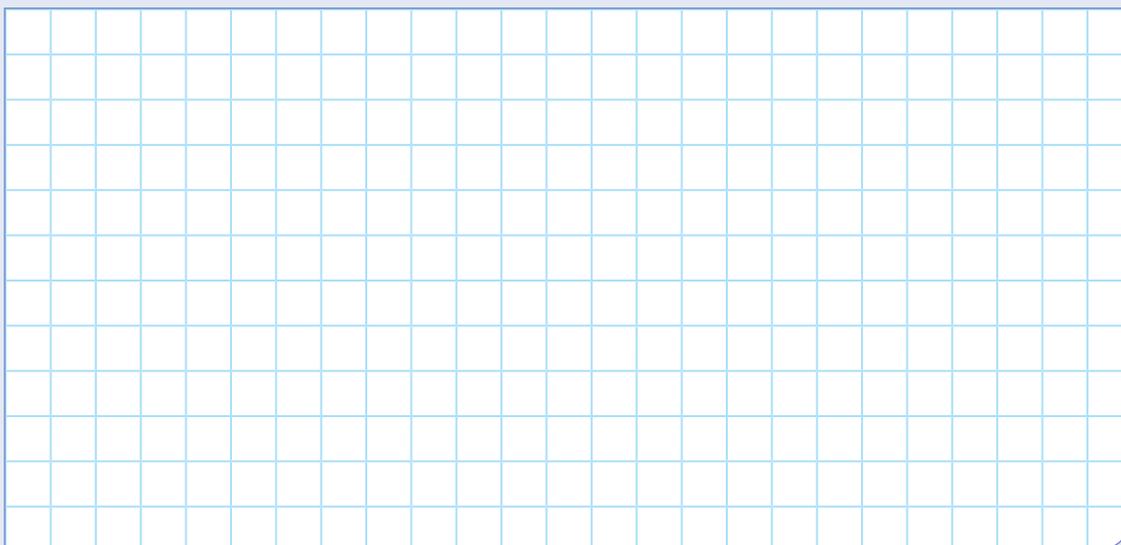
b) 60,3 m/s

c) 63,7 m/s

d) 65,3 m/s



10. Luego de ese instante, ¿cuántos segundos más demoraría que la pelota en el aire alcance una velocidad de 93,1 m/s?





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y los transformamos en expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con expresiones decimales en unidades monetarias; representamos con lenguaje numérico nuestra comprensión sobre el significado del IGV, para interpretar el problema en el contexto de las transacciones financieras y comerciales, y empleamos estrategias y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones decimales.

Leemos el recibo de energía eléctrica

Observa y lee la información sobre el consumo mensual de electricidad del recibo de José Colina.

Enel Distribución Perú S.A.A.
R.U.C. N° 20269985900
Calle César López Rojas #201.
Urb. Maranga San Miguel - Lima - Lima

Fonocliente 517-1717
www.eneldistribucion.pe
fonocliente@enel.com
Descárgate la App Enel Perú

00002100

17306

MARZO 2017
Número de Cliente
098XXXX
Nro. Recibo: C-72492087

Usuario/: COLINA YURI JOSÉ

Dirección: MZ G LT 111A.H. COLONIA 1ER. SECTOR SAN MIGUEL

N° de Medidor: 00009394 3 Hilos

Ruta: 71-264-2518-91

Fecha de Emisión: (16/MAR/2017)

R.U.C.:

DATOS DEL SUMINISTRO

Alimentador : PA-15	Pliego Tarifario : LIMA
Poten. Contratada : 9.90 kW	Tarifa : BTSB
Medidor : TRIFÁSICO - Electrónico	Sistema Eléctrico : LIMA
Conexión : SUBTERRANEA	Tipo de Conexión : C2.1
Tensión : 220 V - BT	

DETALLE DEL CONSUMO

Lectura Actual	(15/03/2017)	5947	Factor	1
Lectura Anterior	(11/02/2017)	5771	Consumo kWh	176
			Precio Unitario S/. kWh	0.4837

DETALLE DE IMPORTES

Reposic. y Mant. de Conex	1.10
Cargo Fijo	2.53
Cargo por Energía	85.13
Alumbrado Público	7.75
SUBTOTAL Mes Actual	96.51
I.G.V.	1.43
TOTAL Mes Actual	97.94
Aporte Ley N° 28749	1.43
Redondeo Mes Anterior	0.33
Redondeo Mes Actual	-0.14
Total Importes	S/ 99.59

CONSUMO HISTÓRICO

Ene-17	S/	75.50
Feb-17	S/	126.50

TOTAL A PAGAR

S/*****~~99.59~~

Usted está al día

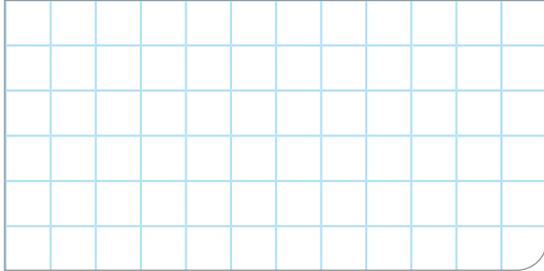
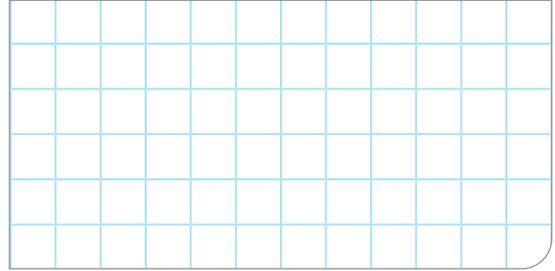
VENCIMIENTO:
31/MAR/2017

En el recibo, parte de la información ha sido cubierta con tinta roja. Con los datos que se pueden observar, determina:

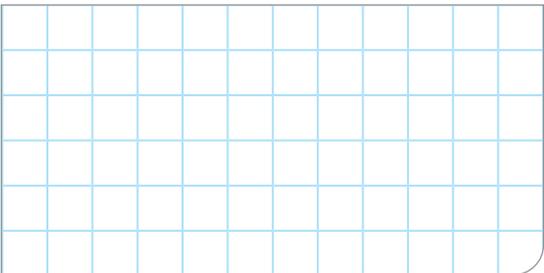
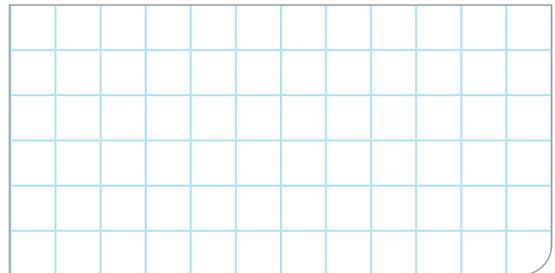
¿Cuál es el importe total a pagar en el mes?

Comprendemos el problema

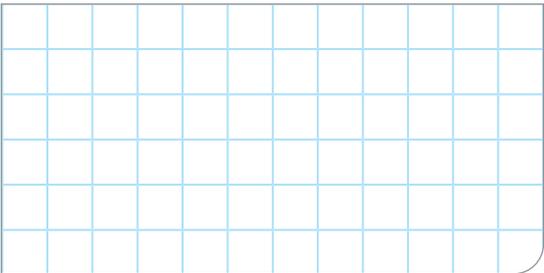
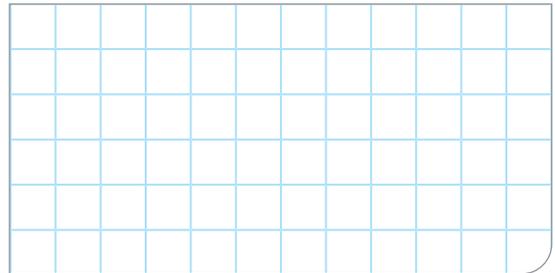
1. ¿Cuánto fue el consumo en kilovatios hora (kWh) y cuánto es el precio unitario en soles por kWh?
4. En la actualidad, ¿cuánto es el porcentaje que se aplica por concepto de IGV?

A grid of 10 columns and 10 rows for writing the answer to question 1.A grid of 10 columns and 10 rows for writing the answer to question 4.

2. ¿Qué significa precio unitario? ¿Cuál es su valor en soles de acuerdo al recibo?
5. Para calcular el "Total Importes", ¿qué datos requieres?

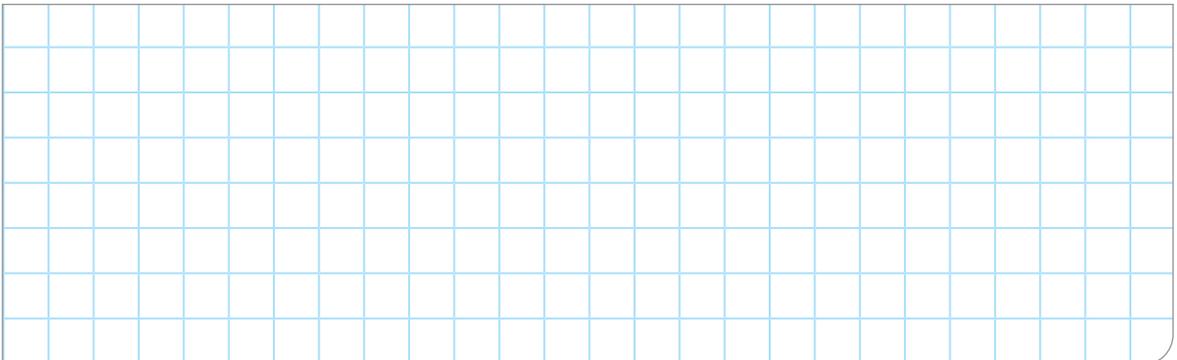
A grid of 10 columns and 10 rows for writing the answer to question 2.A grid of 10 columns and 10 rows for writing the answer to question 5.

3. ¿Qué entiendes por el impuesto general a las ventas (IGV)?
6. ¿Qué se te pide hallar en la pregunta de la situación significativa?

A grid of 10 columns and 10 rows for writing the answer to question 3.A grid of 10 columns and 10 rows for writing the answer to question 6.

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

A large grid of 10 columns and 15 rows for writing the answer to question 1.

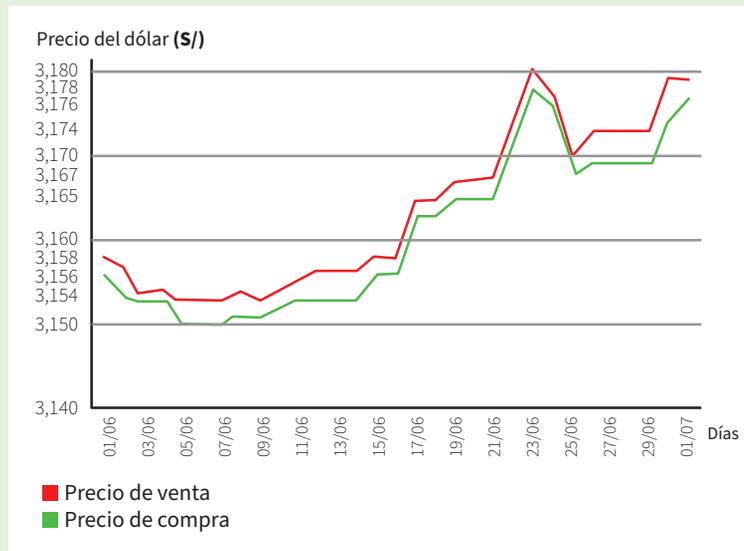


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen operaciones con expresiones decimales. Asimismo, justificamos con ejemplos las propiedades de las operaciones con expresiones decimales y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

La gráfica muestra la evolución del valor de compra y venta del dólar entre el 01 de junio y el 01 de julio. El eje vertical representa el precio del dólar en soles y el eje horizontal, el día del mes.



- ¿Qué día del mes hubieras comprado y vendido mil dólares para que tu ganancia fuera máxima?
- ¿Cuánto sería tu ganancia máxima?

Resolución

- ¿Entre qué días del mes los precios de compra y venta del dólar han tenido la mayor baja?

Los precios de compra y venta han tenido la mayor baja entre los días 5 y 7 de junio.

- ¿Qué día del mes los precios de compra y venta del dólar han tenido la mayor alza?

La mayor alza de los precios de compra y venta ha sido el día 23 de junio.

- ¿A qué conjunto numérico corresponde el valor de los precios del dólar?

Pertenece al conjunto de los números racionales, expresado como un número decimal exacto.

- ¿Qué significa 3,158 soles?

Significa 3 soles con 158 milésimas de sol.

- ¿Entre el 01/06 y el 01/07, qué días se gana más dinero en la compra y venta del dólar?

Los días 26, 27, 28 y 29 de junio.

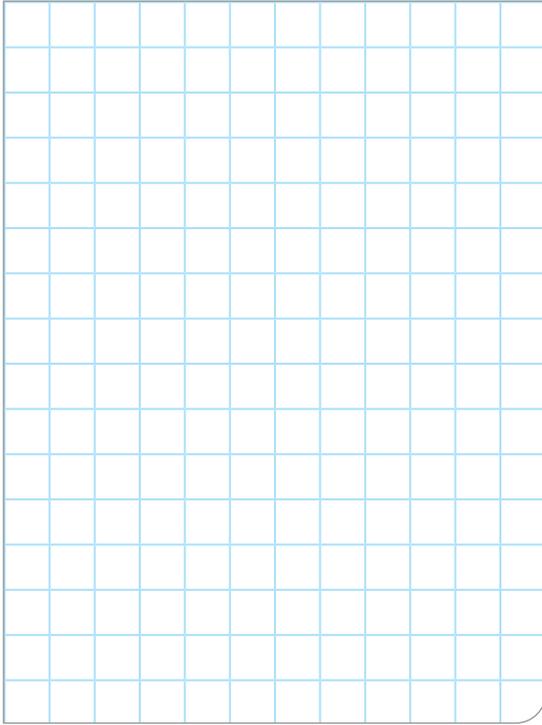
- Para tener la máxima ganancia, hubieras comprado \$1000 al precio de compra mínima el 05/06 y los hubieras vendido al precio de venta máxima el 23/06.

Precio de compra: $1000 \times 3,150 = S/3150$

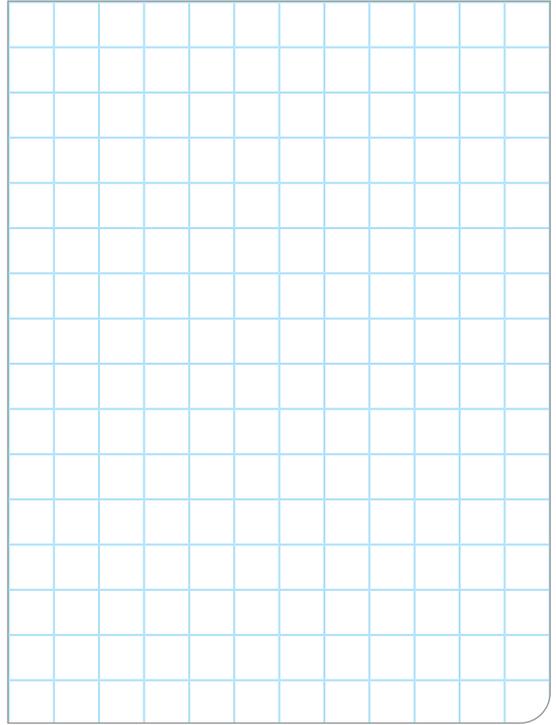
Precio de venta: $1000 \times 3,180 = S/3180$

Ganancia: $S/3180 - S/3150 = S/30$

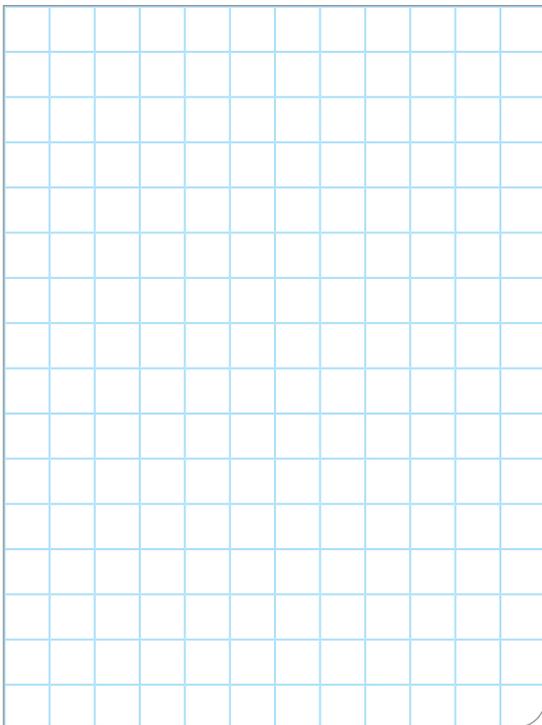
1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



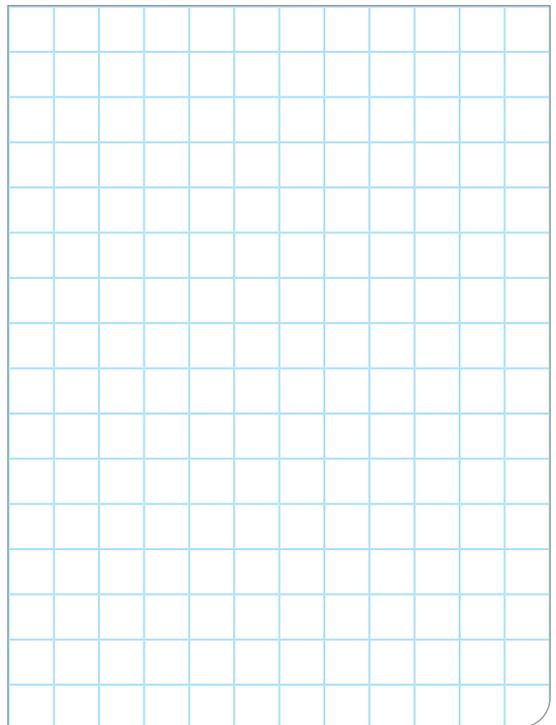
3. ¿Es correcta la operación $1000 \times 3,150 = 3150$? Sustenta con ejemplos y propiedades.



2. ¿Por qué se afirma que el 23 de junio es el día de mayor alza en los precios de compra y venta del dólar?



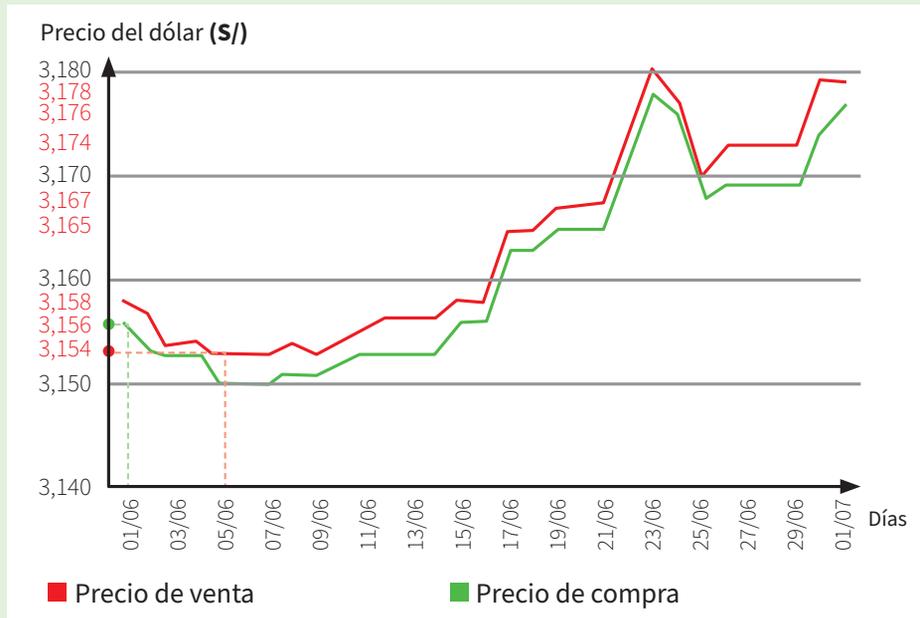
4. ¿Por qué se dan los precios del dólar en milésimas de sol cuando solo tenemos dinero en céntimos?



Situación significativa B

Ana se dedica al cambio de dólares y el día 1 de junio compra \$10 000. Como había tendencia a la baja, los vende el día 5 de junio.

¿Cuántos soles ha invertido? ¿Pierde o gana, cuántos soles?



Resolución

Para saber cuántos soles invierte en la compra de \$10 000, debemos trazar una línea vertical que una la fecha 01/06 con el inicio de la línea verde.

El 01/06 el precio de compra del dólar es S/3,156. Entonces, para saber cuánto ha invertido, multiplicamos este precio por 10 000:

$$3,156 \times 10\,000 = 31\,560$$

Ha invertido S/31 560.

El 05/06 el precio de venta del dólar es S/3,154. Entonces, para saber cuánto recibió Ana, multiplicamos este valor por 10 000:

$$3,154 \times 10\,000 = 31\,540$$

Ha recibido S/31 540.

El monto recibido es menor que el monto invertido; por lo tanto, Ana perdió.

Para saber cuánto ha perdido, calculamos la diferencia entre el monto invertido en la compra de dólares y el monto recuperado.

$$S/31\,560 - S/31\,540 = S/20$$

Respuesta: Ana ha perdido 20 soles.

1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

2. ¿Cómo se establece la ganancia del cambista?

3. ¿Por qué nunca es menor el precio de venta que el precio de compra?

4. Ana piensa que si vende todos los dólares que compra el mismo día, siempre obtendrá una ganancia. ¿Es cierto? Justifica tu respuesta.

5. Si en lugar de vender los \$10 000 el día 05/06, hubiera vendido el día 17/06, ¿cuánto habría sido la ganancia?

6. ¿En cuál de los días señalados en la gráfica la ganancia por la venta de dólares será menor? Justifica tu respuesta.

3. A partir de la siguiente información, determina cuántos millones de toneladas de micropartículas de plásticos se desechan cada año.



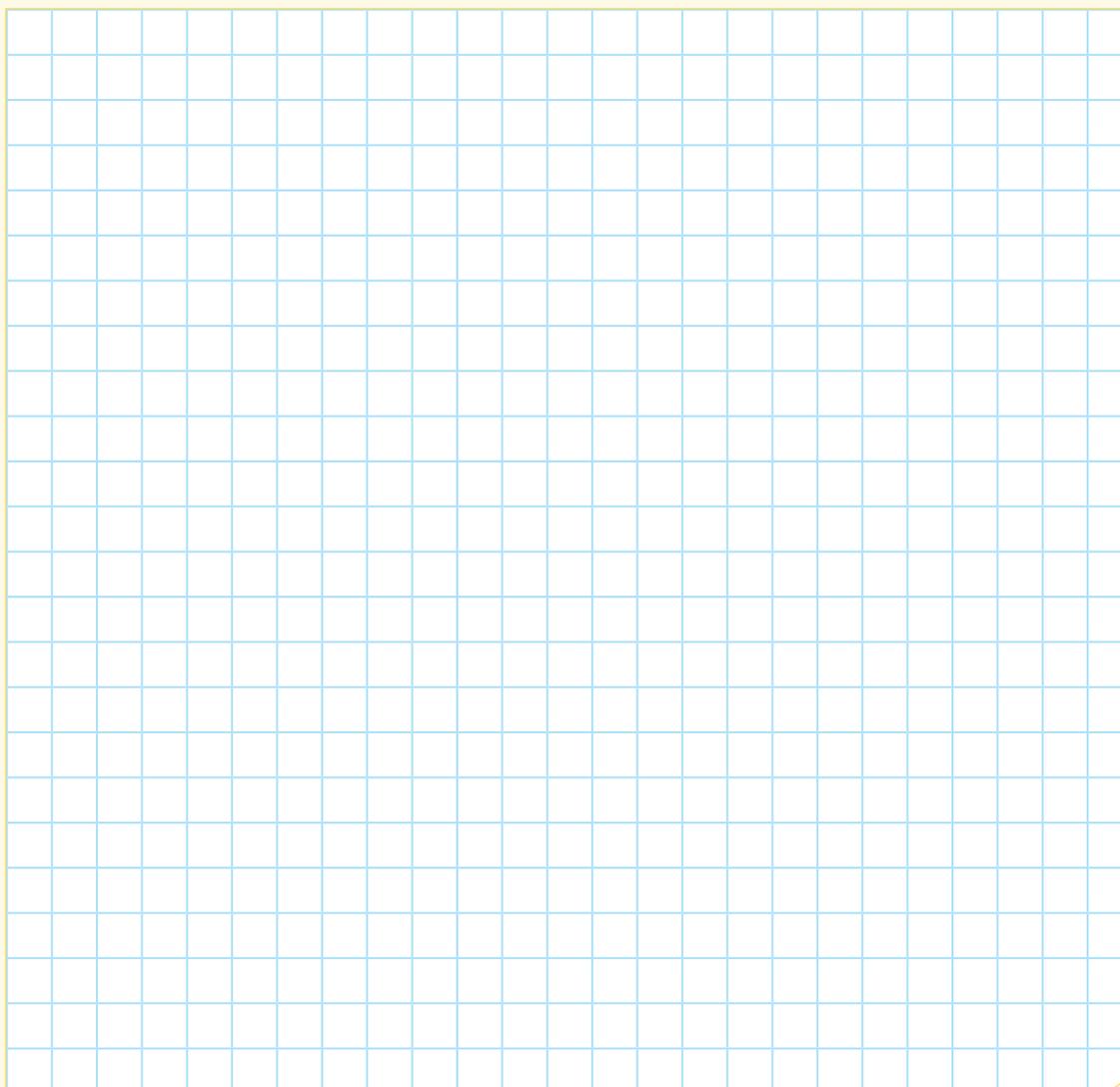
Fuente <https://elperuano.pe/economika.aspx>

- a) 1,52 b) 9,5 c) 8,0 d) 152

4. Una fábrica produce 132 litros de yogur diarios. Con 49 litros se llenan botellas de 0,25 litros cada una y con el resto que queda en el depósito se llenan botellas de 0,5 litros. ¿Cuántas botellas de yogur se llenan en total?

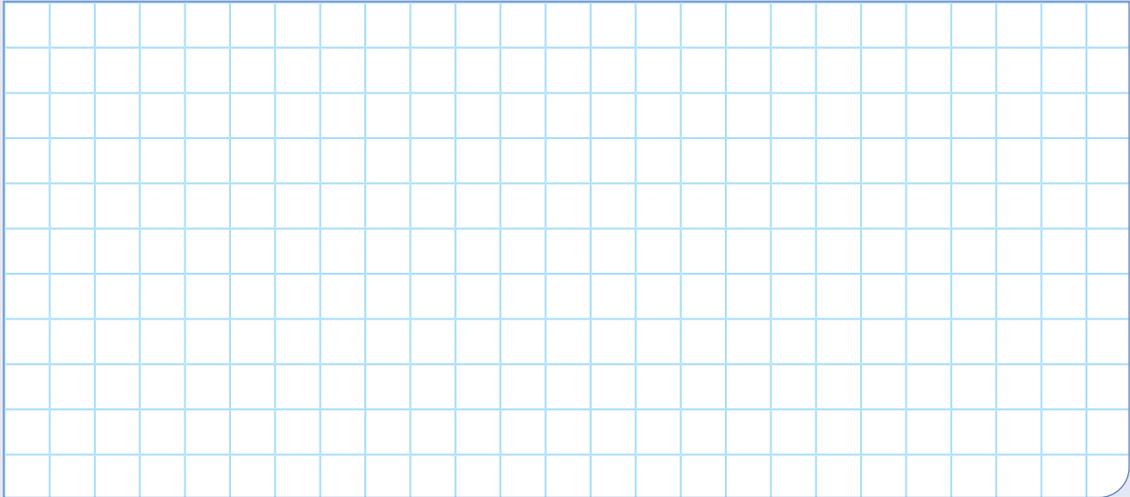
7. Encuentra los números que faltan en el cuadrado mágico, de tal manera que cada fila, columna y diagonal siempre sumen el mismo número. Elabora otro cuadrado mágico haciendo uso de números decimales exactos.

2,2		
	1,6	2
		1

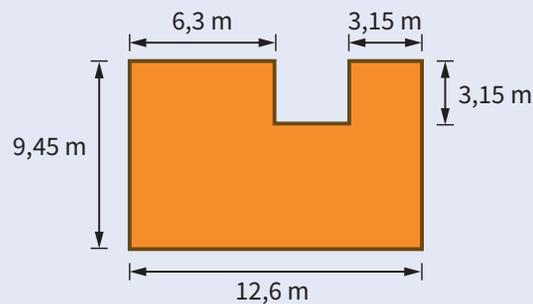


8. El diámetro de un plato circular es de 20 cm. Para saber la medida aproximada del contorno del plato, el diámetro se multiplica por 3,14. ¿Cuál es la medida aproximada del contorno de otro plato cuyo diámetro es 1,5 veces el diámetro del primero?

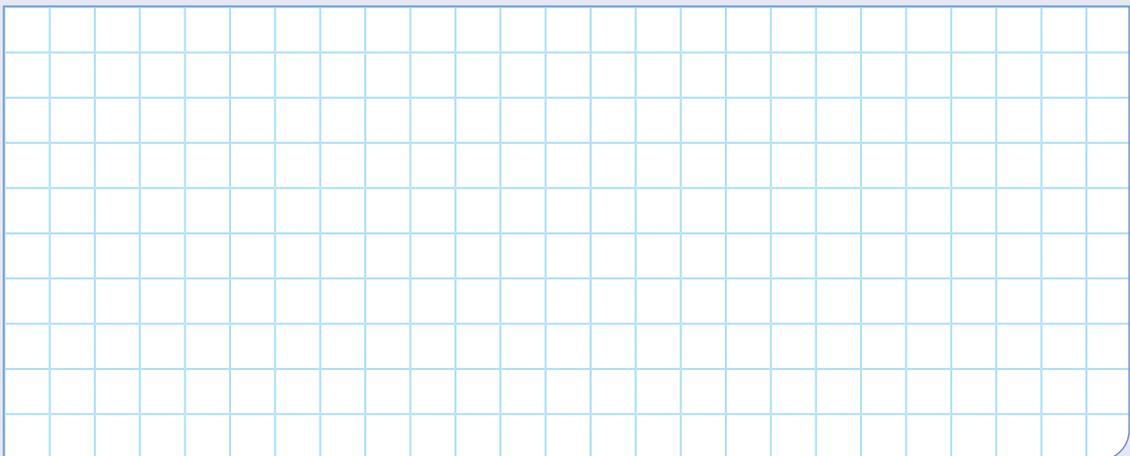
a) 94,20 cm b) 67,51cm c) 62,80 cm d) 30,00 cm



9. Se desea cercar con malla un terreno, cuyas dimensiones se muestran en la figura. El costo de cada rollo de 5 m de malla es de S/125,50. Calcula el costo de los rollos de malla que se necesita comprar.



a) S/1265,04 b) S/1380,50 c) S/627,50 d) S/50,40



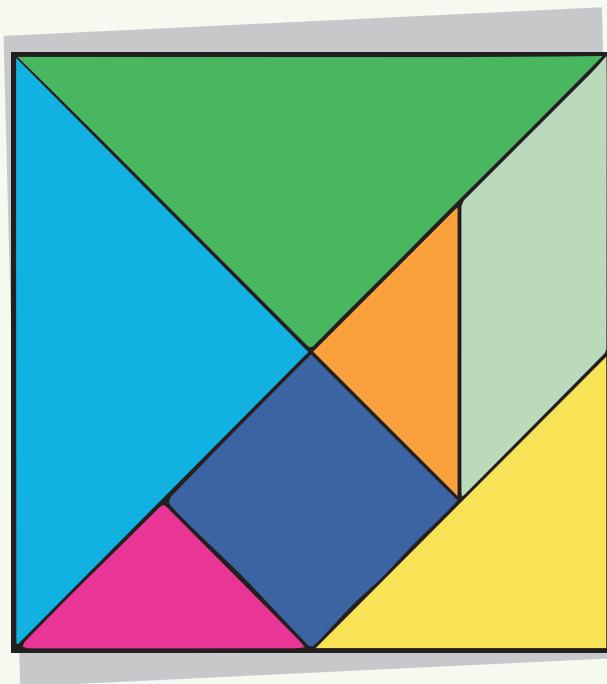


Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de los objetos reales y los representamos con formas bidimensionales. También empleamos estrategias heurísticas, recursos gráficos y procedimientos para determinar el perímetro y el área de polígonos, así como de áreas bidimensionales compuestas, mediante unidades convencionales.

El tangram

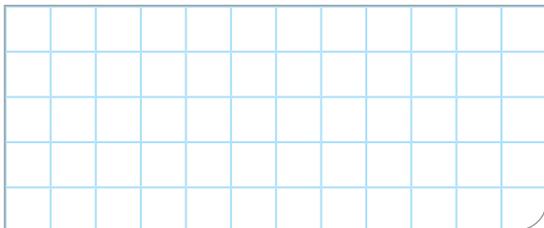
El tangram es un rompecabezas que consiste en siete piezas geométricas que juntas forman un cuadrado y permiten construir figuras de todo tipo, geométricas, animales, personajes u objetos.



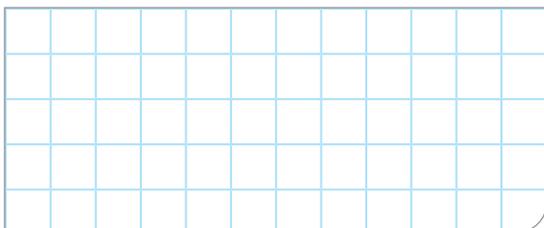
1. Haciendo uso de todas las piezas del tangram, construye dos figuras geométricas de tres lados que tengan igual perímetro e igual área.
2. Forma un triángulo y un cuadrado con todas las piezas del tangram. Compara el área y el perímetro del triángulo y el cuadrado, y describe lo que observas.

Comprendemos el problema

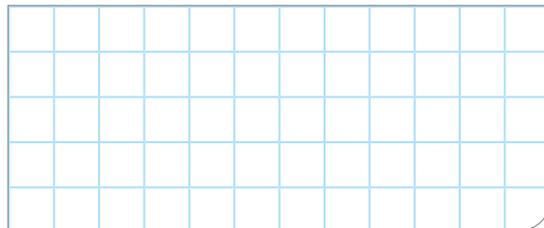
1. ¿Cuántas piezas tiene el tangram?



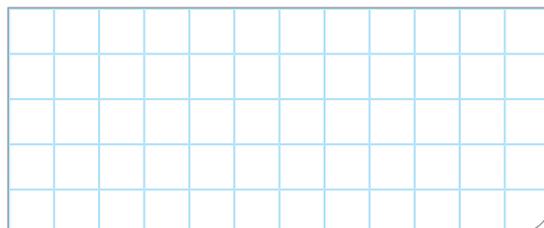
2. ¿De qué figuras geométricas está compuesto el tangram?



3. ¿A qué figura geométrica se refiere la situación cuando dice que tiene tres lados?

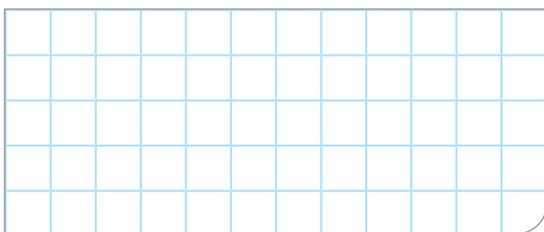


4. ¿Qué nos piden encontrar las preguntas de la situación significativa?

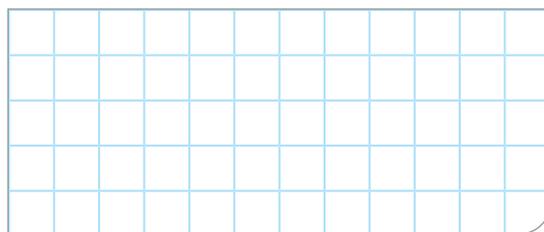


Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para construir las figuras de tres lados que se piden en la primera pregunta de la situación significativa.



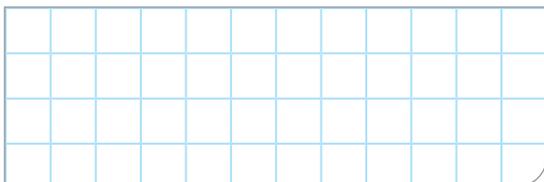
2. ¿Qué procedimientos debes realizar para determinar el área y el perímetro de las dos figuras que pide la segunda pregunta de la situación significativa?



Ejecutamos la estrategia o plan

Haciendo uso del tangram que puedes recortar de la página 221, da respuesta a las preguntas de la situación significativa.

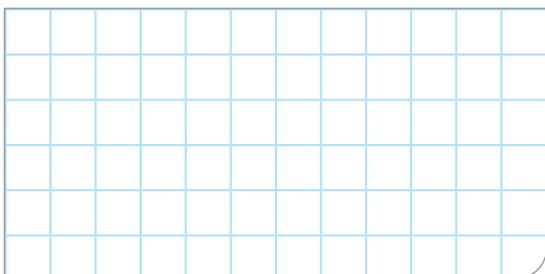
1. Representa mediante un dibujo las dos figuras geométricas de tres lados que formaste con las piezas del tangram.



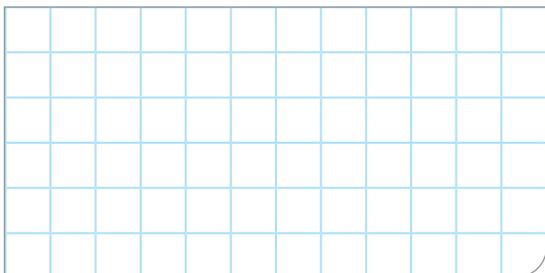
2. ¿De qué piezas del tangram está conformada cada una de las figuras geométricas que formaste?



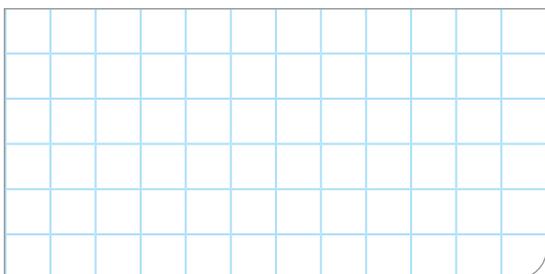
3. Determina el perímetro de las figuras que formaste y sustenta si son iguales.



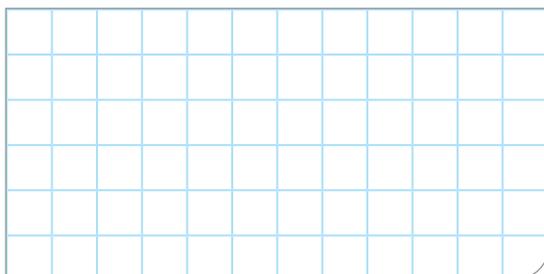
4. Calcula el área de las figuras y determina si son iguales.



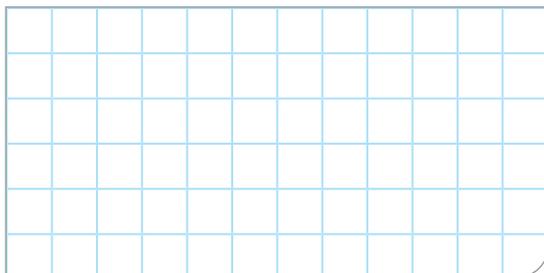
5. Responde lo que se pide en la situación significativa.



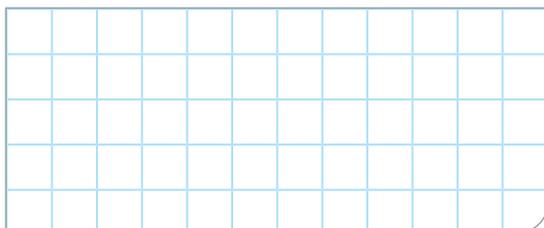
6. Forma el triángulo con todas las piezas del tangram, dibuja y anota cuánto miden sus lados, calcula su perímetro y su área.



7. Forma un cuadrado con todas las piezas del tangram, dibuja y anota cuánto miden sus lados, calcula su perímetro y su área.

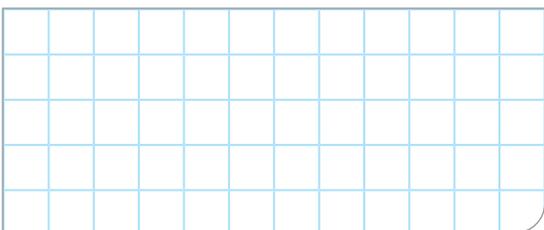
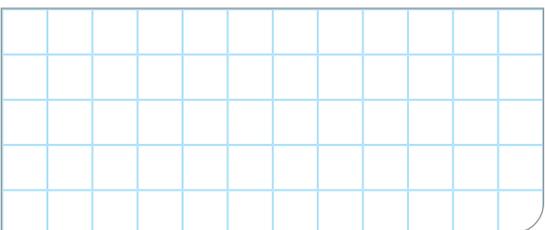


8. De acuerdo a lo desarrollado en las preguntas 6 y 7, plantea una relación entre el perímetro y el área de las dos figuras.



Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿De qué otra manera puedes calcular el área de las figuras geométricas que te piden en las preguntas de la situación significativa?
2. Con todas las piezas del tangram, construye otras dos figuras geométricas que tengan el mismo perímetro y la misma área. Justifica tu respuesta.



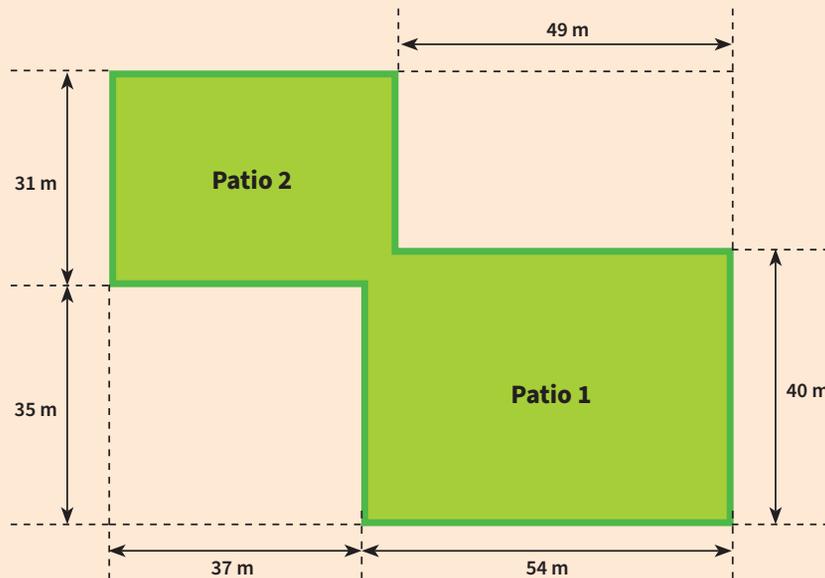


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos con dibujos y con lenguaje geométrico formas bidimensionales y expresamos relaciones entre las propiedades del área y perímetro. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades que descubrimos entre los objetos, entre objetos y formas geométricas, y entre las formas geométricas; además, corregimos los errores si los hubiera.

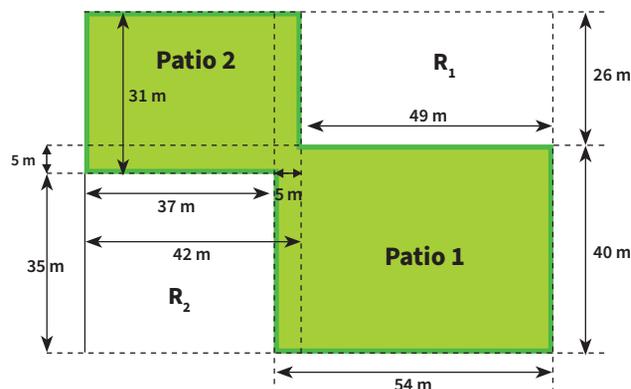
Situación significativa A

El colegio de Daniel tiene dos patios contiguos. Se le ha solicitado a Daniel que determine el área de la superficie total a fin de calcular los costos para su pintado.



Resolución

En el gráfico determinamos los valores de los lados de los patios 1 y 2.



Aplicamos la ecuación para calcular el área de un rectángulo en el patio 1 (P1) y el patio 2 (P2).

$$A_{P1} = 54 \times 40 = 2160 \text{ m}^2$$

$$A_{P2} = 31 \times 42 = 1302 \text{ m}^2$$

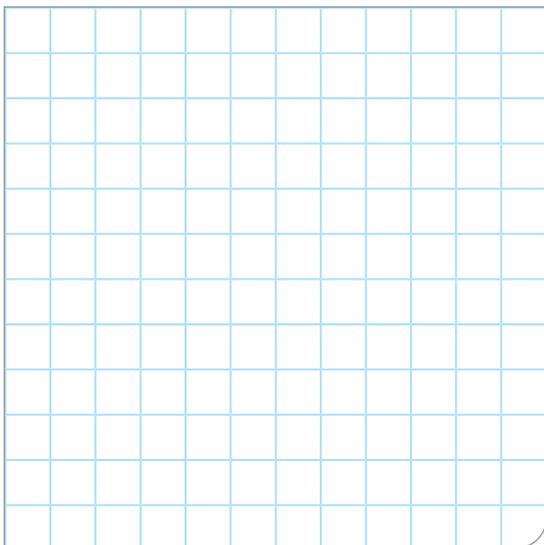
$$A_{\text{total}} = A_{P1} + A_{P2} - (5 \text{ m})^2$$

$$A_{\text{total}} = 2160 \text{ m}^2 + 1302 \text{ m}^2 - 25 \text{ m}^2 = 3437 \text{ m}^2$$

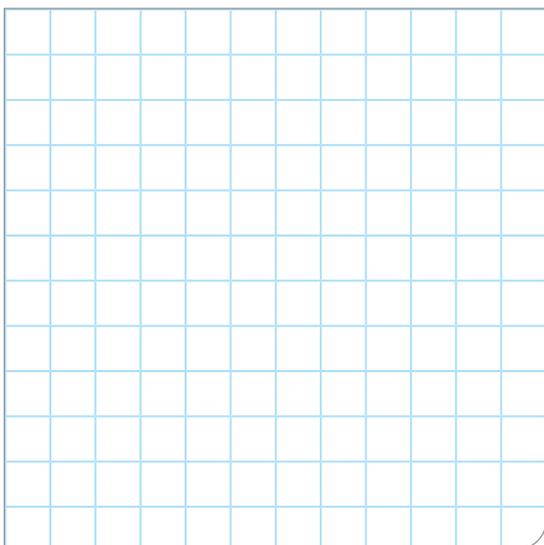
Respuesta:

La superficie total de ambos patios es de 3437 m².

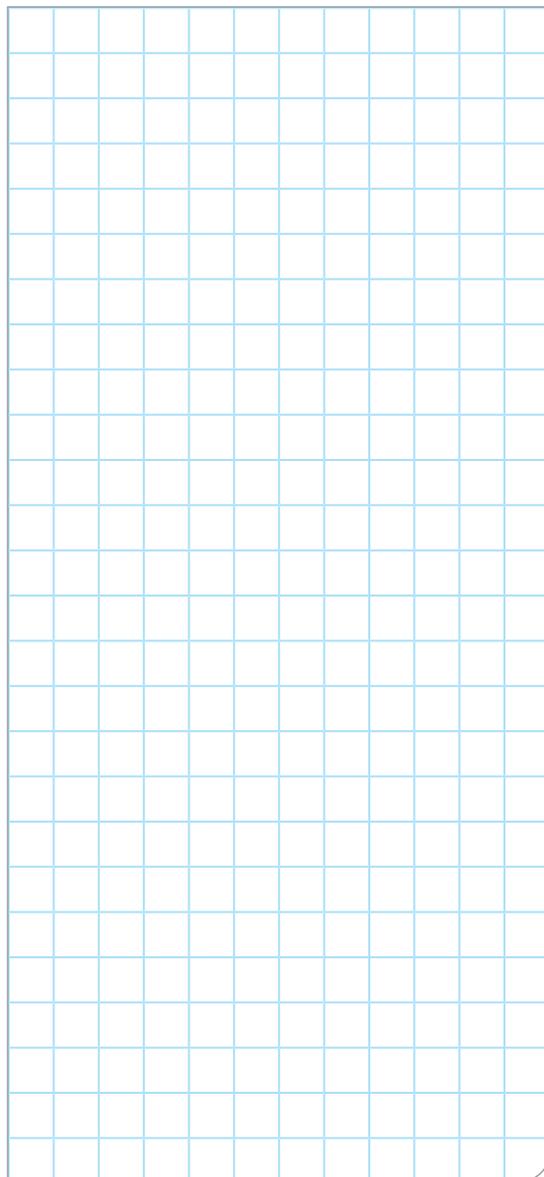
1. Describe el procedimiento que se utilizó para dar respuesta a lo que se pide en la situación significativa.



2. ¿Por qué se resta 25 m² al hallar el área total?

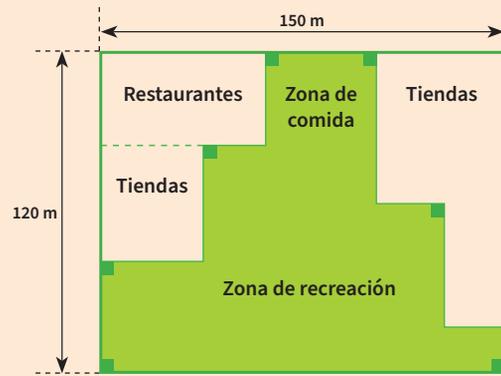


3. ¿De qué otra manera podemos resolver la situación propuesta?



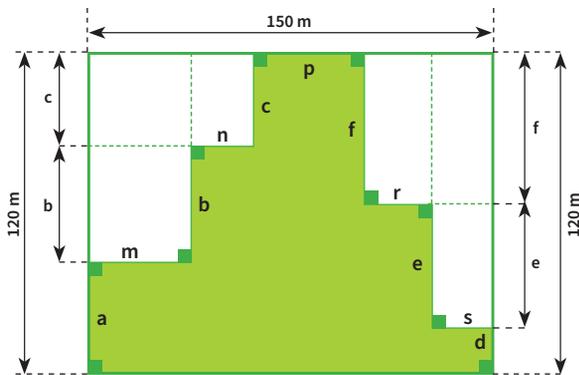
Situación significativa B

La imagen muestra el diseño de un centro comercial que comprende restaurantes, tiendas y zonas de comida y de recreación. ¿Cómo saber cuál es el perímetro de la zona de comida y recreación?



Resolución

Se asignan letras a cada uno de los lados del polígono, tal como se muestra en la figura:



Trasladando los lados f y e hacia el lado vertical, se obtendrá que: $d + e + f = 120 \text{ m}$

Se hace lo mismo con los lados b y c . Se llega a obtener que: $a + b + c = 120 \text{ m}$

En el caso del lado horizontal, se trasladan m , n , r , y s al lado horizontal y se obtiene que:

$$m + n + r + s + p = 150 \text{ m}$$

Luego, sumando sus lados, obtenemos el perímetro pedido.

El perímetro (P) será la suma de los 4 lados del rectángulo:

$$P = 120 + 150 + 120 + 150 = 540 \text{ m}$$

Respuesta:

El perímetro de la zona de comida y recreación es de 540 m.

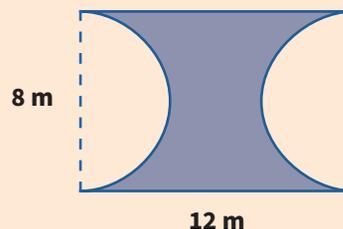
1. ¿Fue necesario trasladar los valores de los lados de la zona de comida y recreación hacia los lados vertical u horizontal del rectángulo? Justifica tu respuesta.

2. Describe el procedimiento que se utilizó para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

3. ¿Podemos dar respuesta a la pregunta de la situación significativa de otra forma? Justifica tu respuesta.

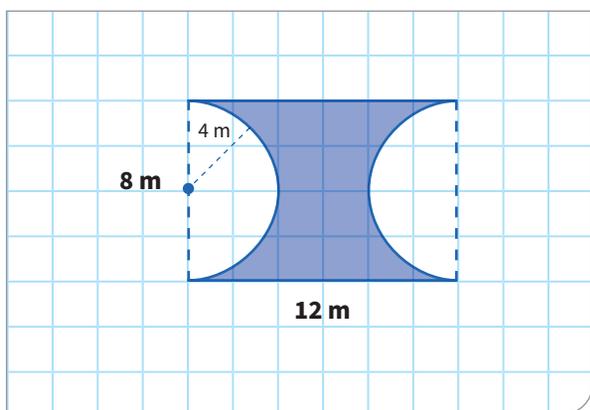
Situación significativa C

Calcula el perímetro y el área de la figura sombreada. Considera $\pi \approx 3,14$.



Aprendemos a partir del error

Resolución



$$A_{\text{Sombreada}} = A_{\text{Rectángulo}} - A_{\text{Círculo}}$$

Luego,

$$A_{\text{Rectángulo}} = 12 \times 8 = 96 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Círculo}} = (3,14) \times 8^2 = 200,96 \text{ m}^2$$

Finalmente:

$$A_{\text{Sombreada}} = 200,96 \text{ m}^2 - 96 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Sombreada}} = 104,96 \text{ m}^2$$

Hallamos el perímetro (P):

$$P = 12 + 12 + 8 + 8 = 40 \text{ m}$$

Respuesta:

El perímetro es 40 m y el área de la figura sombreada, 104,96 m².

1. ¿Por qué el área sombreada es igual al área del rectángulo menos el área del círculo? Explica.



2. Describe el procedimiento que se utilizó para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.



3. ¿El procedimiento realizado es correcto? De no ser así, propón el procedimiento correcto.





Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de los objetos reales, representamos con dibujos y con lenguaje geométrico formas bidimensionales y relaciones entre las propiedades de área y perímetro, y empleamos estrategias heurísticas, recursos gráficos y procedimientos para determinar el perímetro y el área de polígonos. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades que descubrimos entre los objetos, entre objetos y formas geométricas, y entre las formas geométricas; además, corregimos los errores si los hubiera.

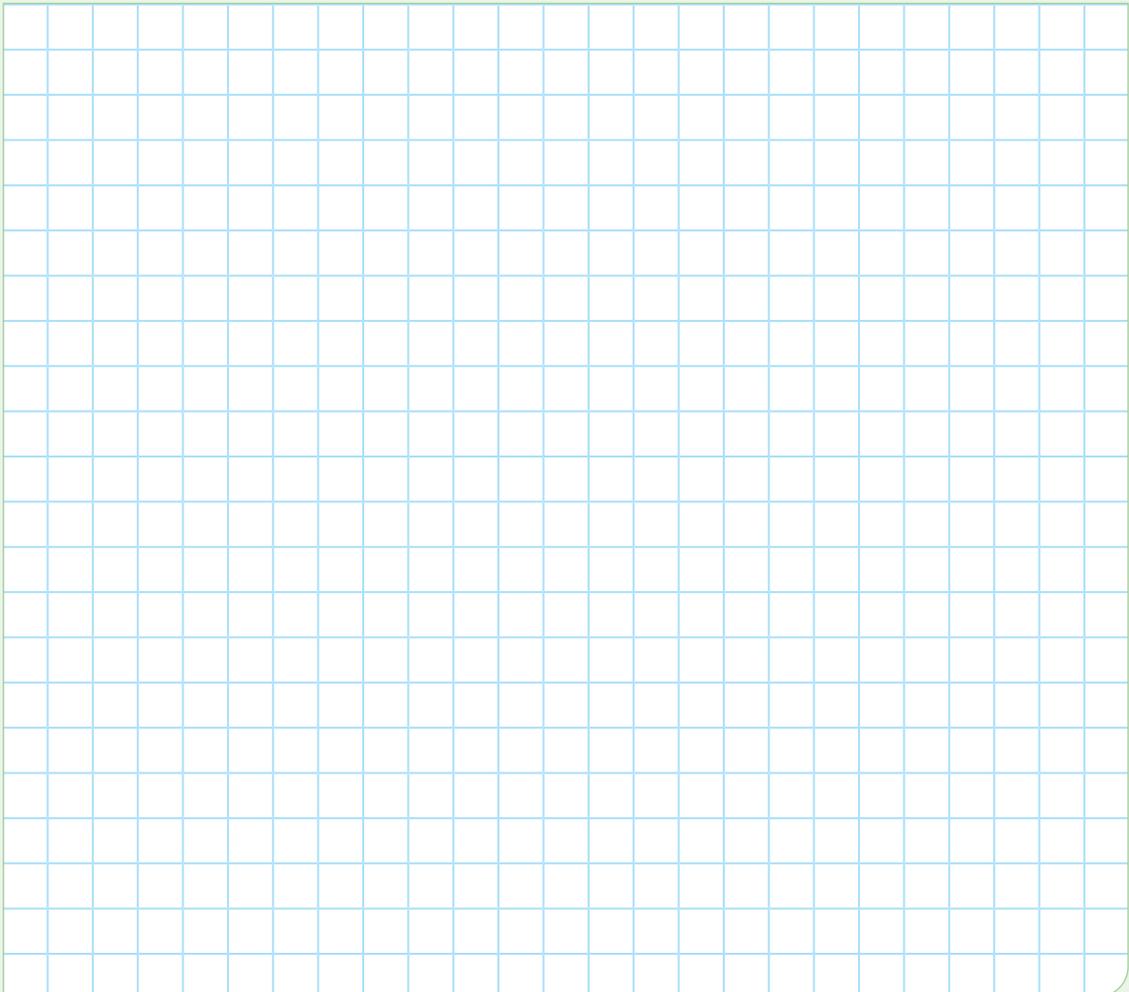
1. Lucía está haciéndose una chalina de lana de muchos colores, que mide 120 cm de largo y 30 cm de ancho. ¿Cuál es el perímetro de la chalina?

a) 300 cm

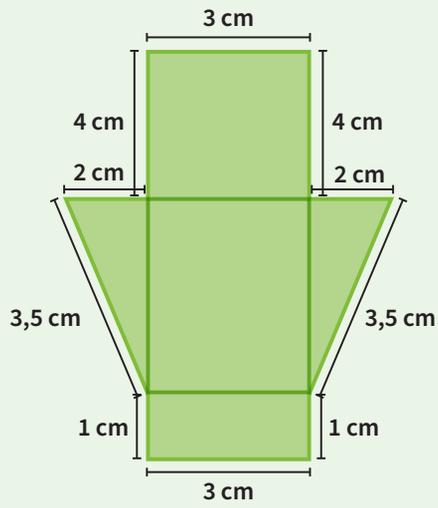
b) 150 cm

c) 360 cm

d) 450 cm



2. En el gráfico mostrado, halla el perímetro:

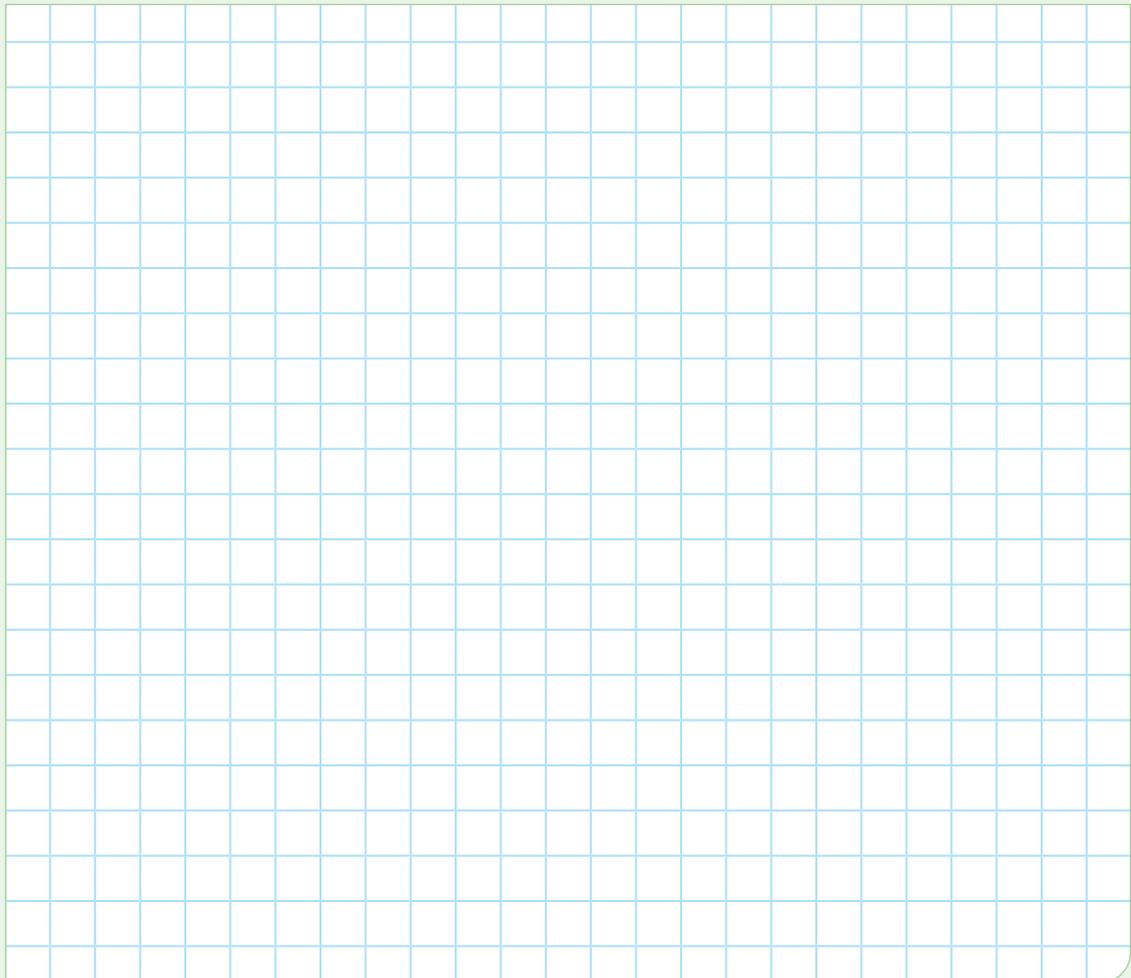


a) 35 cm

b) 21 cm

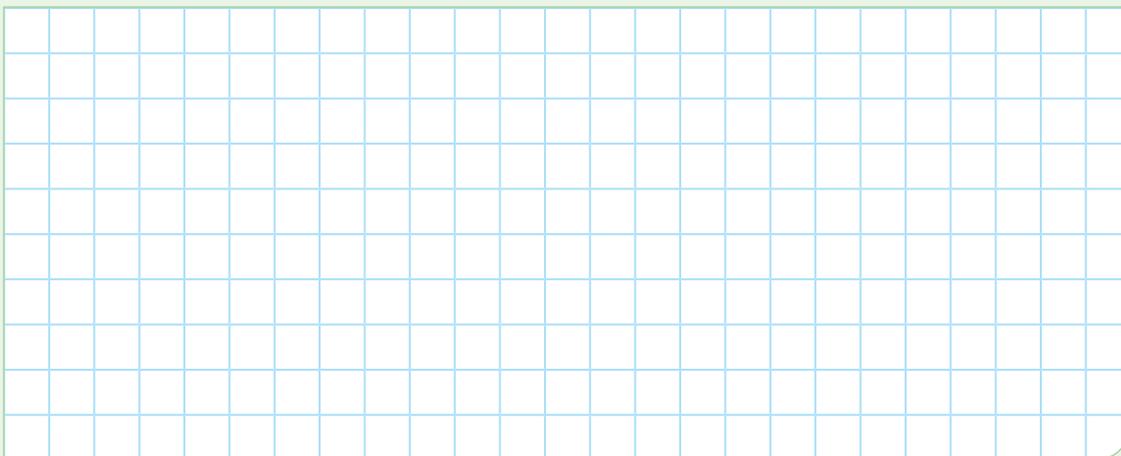
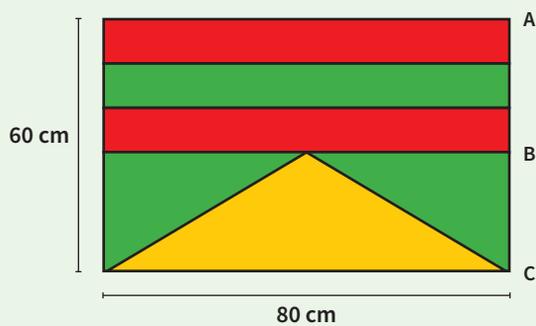
c) 33 cm

d) 27 cm

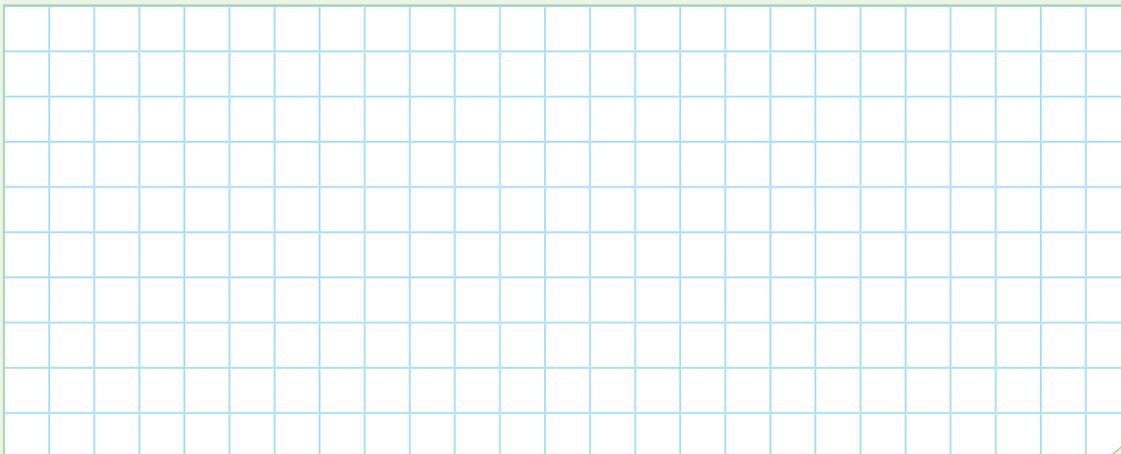
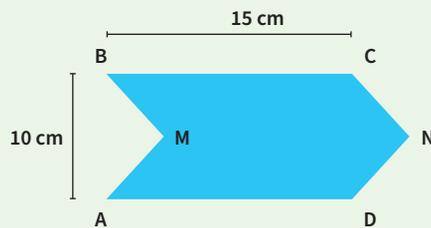


3. Halla la suma de los perímetros de las dos franjas rojas en el diseño de la bandera, si se sabe que B es punto medio del lado AC y que el ancho de las franjas es igual.

- a) 350 cm b) 360cm
c) 330 cm d) 270 cm

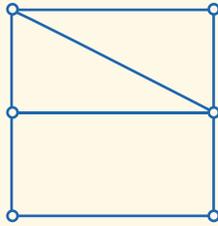


4. Para el aniversario del colegio, Julián elaboró 50 banderines con el diseño de la figura mostrada. Si se sabe que el triángulo AMB es congruente al triángulo CND, ¿cuánto papel utilizó en total?



5. Cortamos un cuadrado A por la mitad, obtenemos 2 piezas y una de ellas la cortamos por su diagonal; reunimos las piezas y formamos la figura B como se indica.

Marca las respuestas que creas correctas.



A



B

Adaptado de: <https://goo.gl/QyvY62>

- i. A tiene mayor área.
- ii. A tiene el perímetro mayor.
- iii. B tiene mayor área.
- iv. B tiene el perímetro mayor.
- v. A y B tienen igual área.
- vi. A y B tienen igual perímetro.

a) iv - v

b) ii - v

c) iv - vi

d) iii - iv



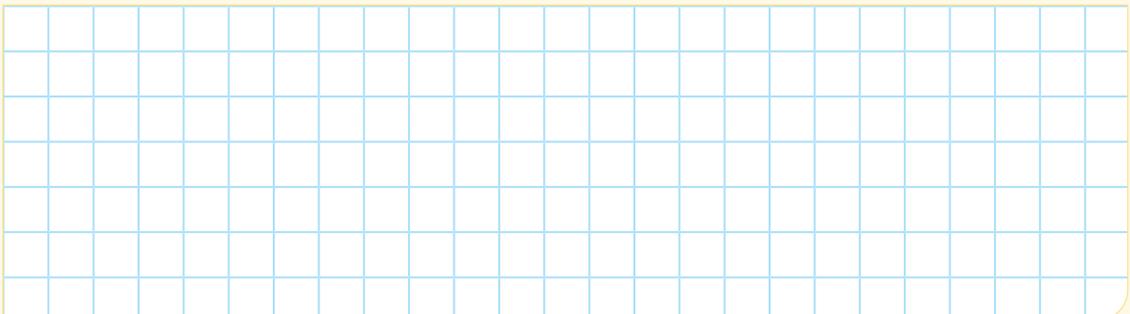
6. Un piso tiene una superficie de 50 m^2 . Si se ha embaldosado con losetas cuadradas de 25 cm de lado, ¿cuántas losetas fueron necesarias?

a) 500 losetas

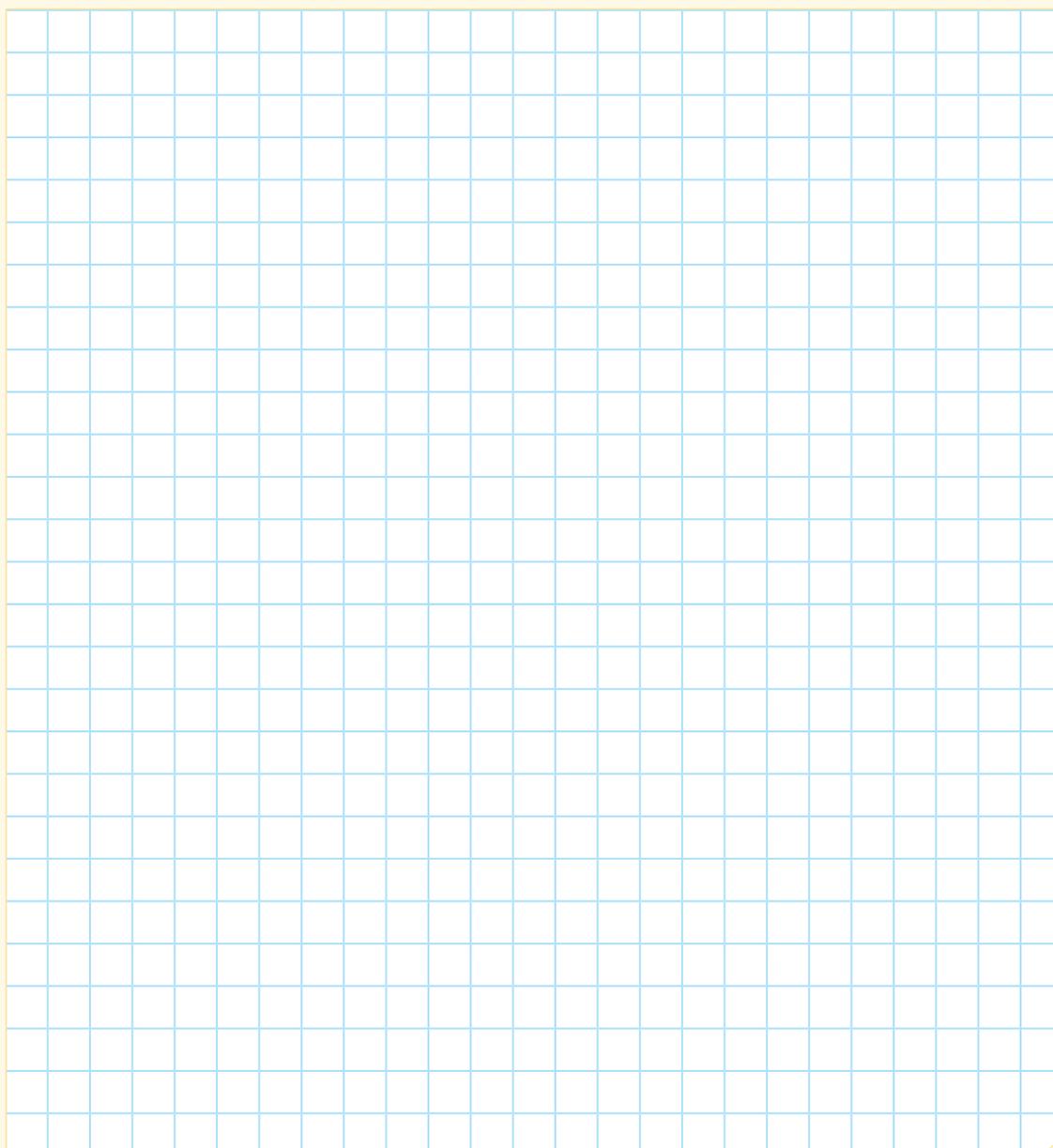
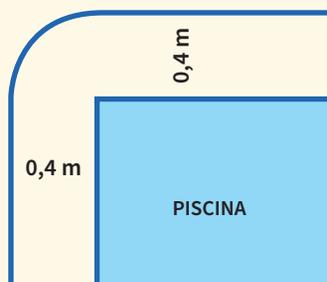
b) 800 losetas

c) 250 losetas

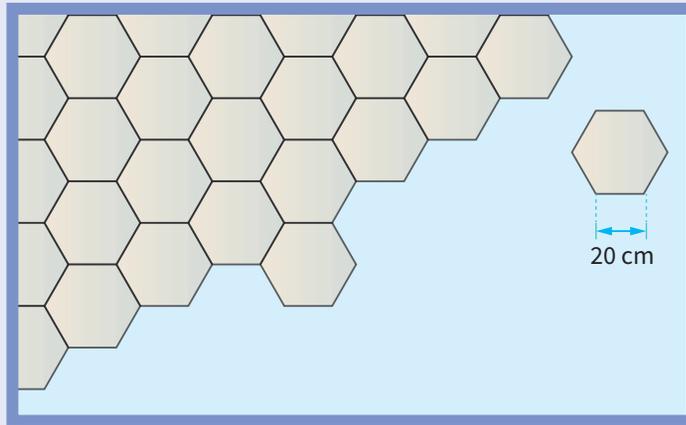
d) 625 losetas



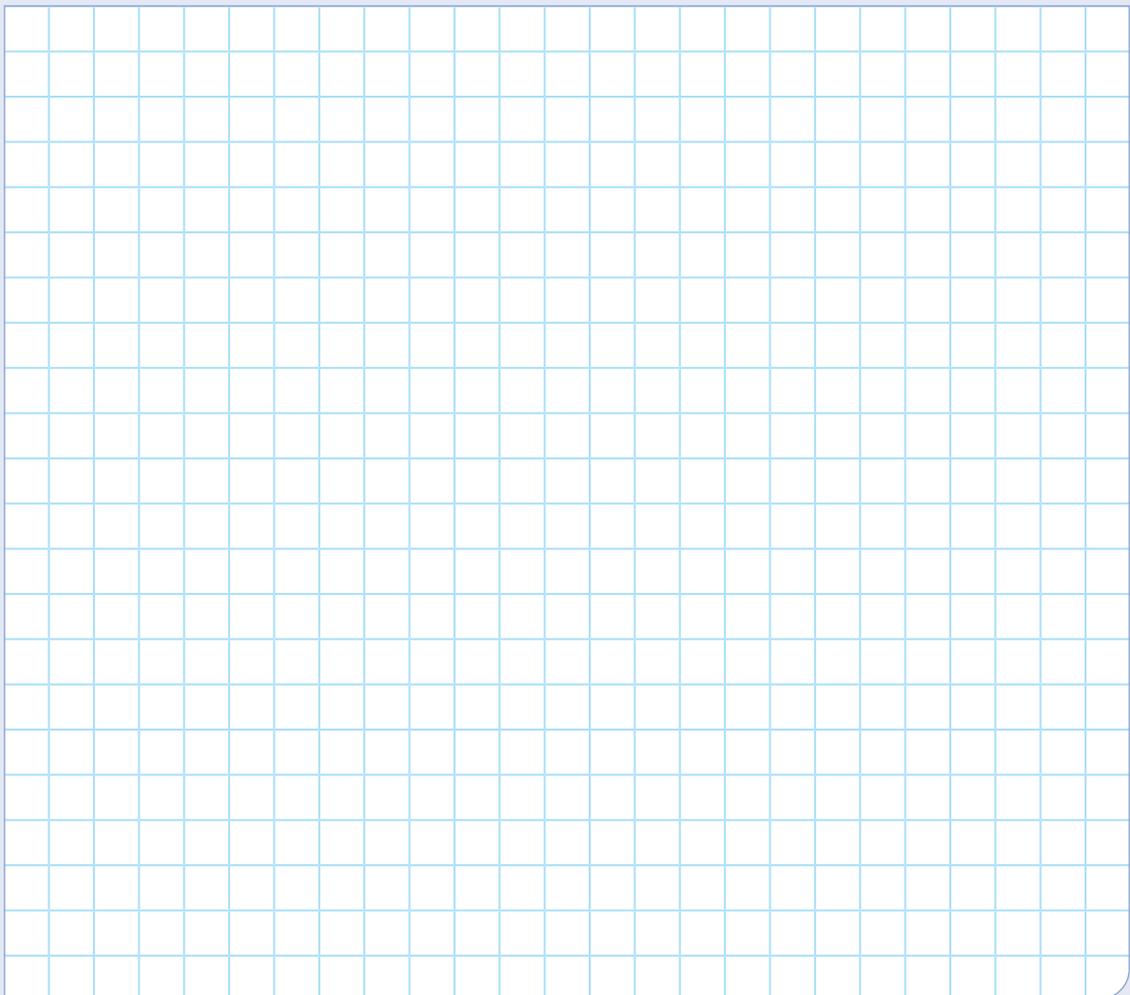
7. Una piscina rectangular de 10 m de largo por 5 m de ancho está rodeada por un paseo de 0,4 m de ancho. ¿Cuánto mide el borde exterior del paseo? Considerar $\pi \approx 3,14$.



10. Queremos cubrir el piso de una habitación rectangular que mide 5 m de largo y 3,46 m de ancho con baldosas hexagonales de 20 cm de lado. Se supone que, al cortar las baldosas, estas se aprovechan íntegramente. ¿Cuántas baldosas entran en el piso? $\sqrt{3} \approx 1,73$



Adaptado de Grupo Editorial Bruño S.L. Recuperado de <https://goo.gl/HEEF2v>





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de una muestra de la población asociándolas a variables cuantitativas discretas y las representamos mediante histogramas y polígonos de frecuencias. También empleamos procedimientos para recopilar y procesar datos, organizándolos en tablas.

Tareas de investigación e Internet

Leticia y Alberto, estudiantes del segundo grado A, encuestaron a sus compañeras y compañeros para identificar las horas que dedican a investigar en Internet durante una semana, con la finalidad de ampliar el uso de la sala de cómputo por las tardes en la escuela. Estas fueron las respuestas:

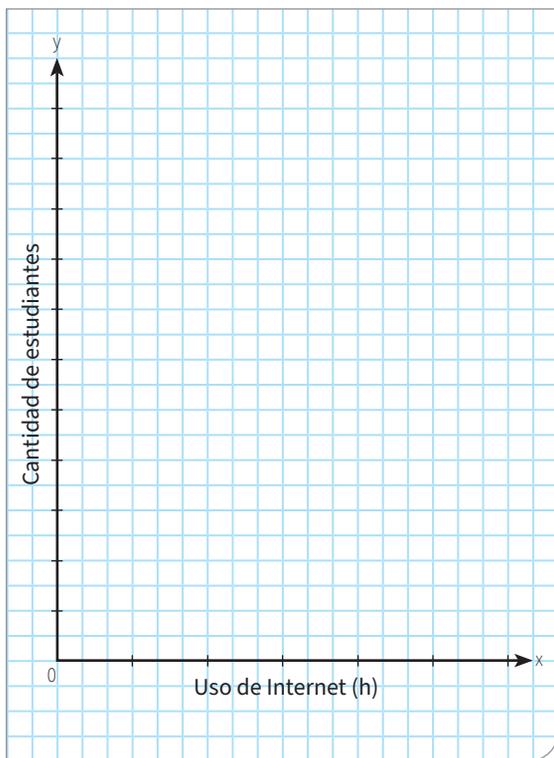
2	3	1	5	4	0	2	3
5	8	7	12	14	3	5	7
11	14	10	9	3	0	1	0
5	1	1	6	7	11	10	9
12	15	18	5	4	2	13	10



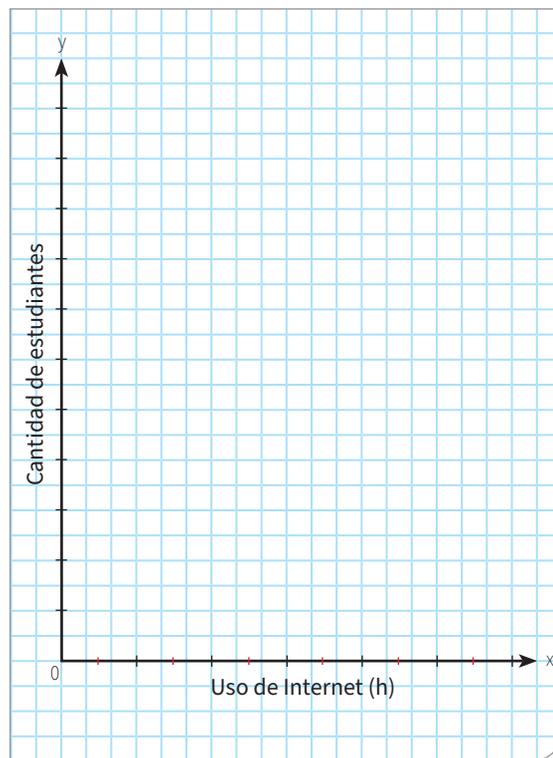
<https://goo.gl/mKYUzA>

1. ¿Entre qué valores varían las horas que dedican a investigar en Internet la mayor cantidad de estudiantes?
2. Construye un histograma y un polígono de frecuencias que representen la información sobre el uso del Internet.

5. Construye un histograma con los datos de la tabla anterior.

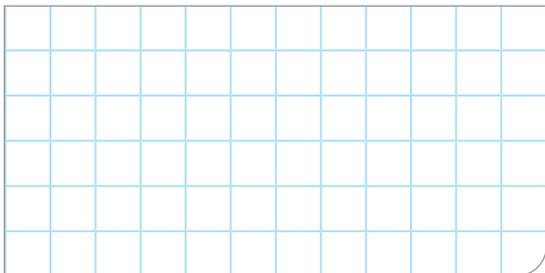


6. Representa los datos de la tabla anterior mediante un polígono de frecuencias.

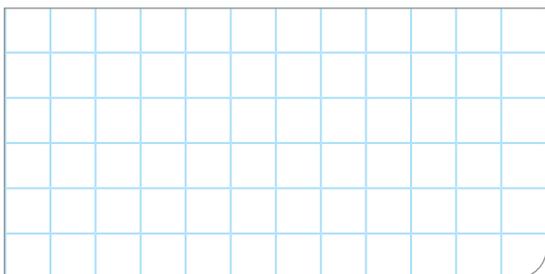


Reflexionamos sobre el desarrollo

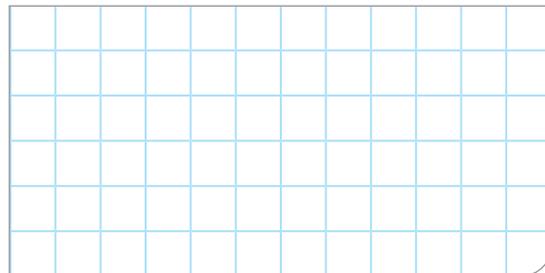
1. Revisa los gráficos de tu compañera o compañero y compáralos. ¿Hay errores? ¿Cuáles? Corrige.



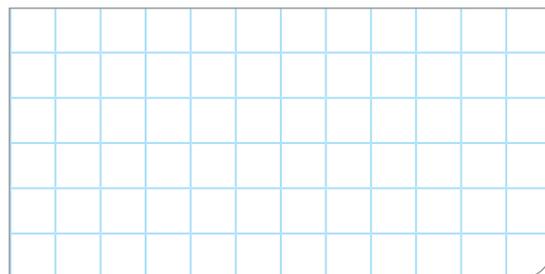
2. ¿En qué otra situación se puede emplear un histograma para representar los datos?



3. ¿Por qué es conveniente utilizar el histograma para organizar los datos del problema?



4. ¿Cuál es la ventaja del polígono de frecuencias respecto al histograma construido?





Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Leemos tablas, gráficos de histogramas y polígonos de frecuencias para interpretar la información que contienen y deducir nuevos datos. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos estadísticos las características y tendencias de los datos de la muestra de una población, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

Masa corporal (MC) de estudiantes

El profesor de Educación Física pesa a sus estudiantes para actualizar sus fichas personales y, luego, registra los datos en una libreta:

Abril: 45,7 kg	Nell: 70,1 kg	Álex: 55,8 kg	Edgar: 65,8 kg
Tomás P.: 51,4 kg	Carlos A.: 76 kg	Hugo: 71,4 kg	Martín: 75,4 kg
Aníbal: 50,6 kg	Carlos S.: 57 kg	María: 46 kg	Mónica: 41 kg
Luis: 69,4 kg	Luisa: 49,4 kg	Laura: 49,4 kg	Linda: 49,4 kg
Lucía: 46,8 kg	Luna: 56,9 kg	Silvia T.: 42,8 kg	Enrique: 66,8 kg
Noemí: 40,7 kg	Norma: 42,7 kg	Paola: 50,7 kg	Silvia A.: 40,7 kg
Teresa: 50,5 kg	Tomás R.: 70,5 kg	Tito: 70,5 kg	Ricardo: 73,5 kg
Melquiades: 60,5 kg	Tomás B.: 50,5 kg	Jesús: 80 kg	Mirtha: 50,3 kg

Expresa el comportamiento de estos datos mediante un histograma y a partir de la lectura del gráfico determina:

- ¿Entre qué valores varía la masa corporal (MC) de la mayoría de estudiantes?
- ¿Y qué cantidad tiene masa corporal (MC) igual o mayor que 61,7 kg?

- Ordenamos los valores numéricos de la masa corporal en forma creciente.

40,7	40,7	41	42,7	42,8	45,7	46	46,8
49,4	49,4	49,4	50,3	50,5	50,5	50,6	50,7
51,4	55,8	56,9	57	60,5	65,8	66,8	69,4
70,1	70,5	70,5	71,4	73,5	75,4	76	80

- Calculamos la cantidad de intervalos (k), el recorrido (R) y la amplitud del intervalo (A):

- $k = \sqrt{n} = \sqrt{32} \approx 5,65$. Redondeando: $k = 6$

- $R = \text{peso mayor} - \text{peso menor}$

$R = 80 - 40,7 = 39,3$. Redondeando al entero: $R = 39$

- $A = \frac{R}{k} = \frac{39}{6} = 6,5$. Redondeando: $A = 7$

El menor valor es 40,7.

- Construimos el histograma:

- Elaboramos la tabla de frecuencias:

Masa corporal (kg) [L _i ; L _s [X _i	f _i
[40,7; 47,7[44,2	8
[47,7; 54,7[51,2	9
[54,7; 61,7[58,2	4
[61,7; 68,7[65,2	2
[68,7; 75,7[72,2	7
[75,7; 82,7]	79,2	2
Total		32



Respuesta:

- La masa corporal de la mayor cantidad de estudiantes está en el intervalo [47,7; 54,7[.
- La cantidad de estudiantes que tienen masa corporal igual o mayor que 61,7 kg es 11.

- Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

- ¿En qué parte del gráfico se puede verificar que la amplitud del intervalo es igual a 7?

- ¿Qué representan las marcas de clase en cada intervalo?

Situación significativa B

La siguiente tabla muestra los datos obtenidos mediante una encuesta, respecto del salario de un grupo de trabajadores en una empresa de productos lácteos.

Intervalo de clase (Salario en soles)	X_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[0; 400[25			
[400; 800[40		0,40
[800; 1200[1000			0,15	
[1200; 1600[80		0,80
[1600; 2000]		20			
Total					

Luego de completar la tabla, determina:

- El número de trabajadores encuestados.
- ¿Cuántos trabajadores tienen un salario menor que 1200 soles?
- ¿Qué porcentaje de trabajadores tienen un salario igual o mayor que 800, pero menor que 1600 soles?
- La gráfica mediante el polígono de frecuencias.

Resolución

Primero completamos la tabla. Se sugiere leer los datos que contiene y ver cuáles usar para ir completando poco a poco mediante operaciones. Un primer paso sería, por ejemplo, sumar $80 + 20 = 100$.

Intervalo de clase (Salario en S/)	X_i	f_i	F_i	h_i	H_i
[0; 400[200	25	25	0,25	0,25
[400; 800[600	15	40	0,15	0,40
[800; 1200[1000	15	55	0,15	0,55
[1200; 1600[1400	25	80	0,25	0,80
[1600; 2000]	1800	20	100	0,20	1,00
Total		100			

- El número de trabajadores encuestados es 100.
- Para calcular el número de trabajadores que ganan menos de 1200 soles, debemos identificar los salarios comprendidos en los 3 primeros intervalos de clase y sumar sus frecuencias absolutas, es decir:

$$25 + 15 + 15 = 55$$

Sin embargo, observando directamente la frecuencia absoluta acumulada en la tabla, hasta el tercer intervalo se han acumulado 55 datos menores que 1200 soles, es decir, 55 trabajadores ganan menos de 1200 soles.

- c. Para calcular el porcentaje de trabajadores que tienen un salario mayor o igual que 800, pero menor que 1600 soles, ubicamos los intervalos de clase que comprenden esos valores, el tercero y el cuarto, y sumamos sus frecuencias absolutas, es decir, $15 + 25 = 40$.

Operando $\frac{40}{100} \times 100\% = 40\%$

También podemos sumar sus frecuencias relativas directamente, es decir: $0,15 + 0,25 = 0,4$ que equivale al 40 %.

Por lo tanto, el porcentaje de trabajadores que tienen un salario mayor o igual que 800, pero menor que 1600 soles es 40 %.

- d. Para graficar el polígono de frecuencias, tomamos en cuenta los valores de la marca de clase en el eje horizontal y la frecuencia absoluta (cantidad de trabajadores) en el eje vertical.



1. Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

2. ¿Qué otro gráfico se puede emplear para representar los datos de la tabla?

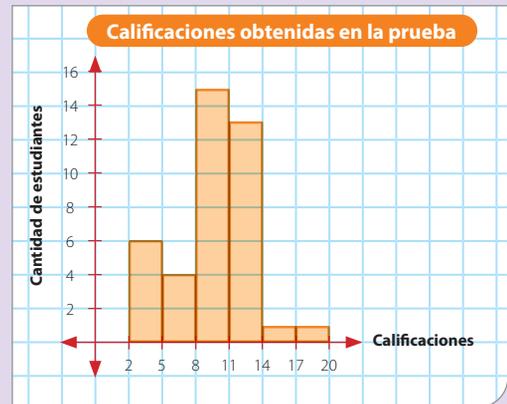
Situación significativa C

Calificación en una prueba

Un grupo de estudiantes dio una prueba de selección. Los resultados se presentaron mediante el gráfico adjunto.

Al revisar las calificaciones, se encuentra que a tres estudiantes del intervalo de clase $[8; 11[$ se les debe incrementar 4 puntos, por lo que dos de ellos quedarían en el intervalo de clase $[11; 14[$ y uno en el intervalo de clase $[14; 17[$.

Dibuja el polígono de frecuencias de esta nueva distribución de estudiantes. ¿Cuáles son las calificaciones más frecuentes y qué cantidad de estudiantes las obtienen con la nueva distribución?



Aprendemos a partir del error

Resolución

- a. Se elabora la tabla de frecuencias a partir del gráfico. b. Se elabora la nueva tabla de frecuencias con los cambios sugeridos:

$[L_i; L_s[$	X_i	f_i
$[2; 5[$	3,5	6
$[5; 8[$	6,5	4
$[8; 11[$	9,5	15
$[11; 14[$	12,5	13
$[14; 17[$	15,5	1
$[17; 20]$	18,5	1
Total		40

$[L_i; L_s[$	X_i	f_i
$[2; 5[$	3,5	6
$[5; 8[$	6,5	4
$[8; 11[$	9,5	12
$[11; 14[$	12,5	14
$[14; 17[$	15,5	3
$[17; 20]$	18,5	1
Total		40

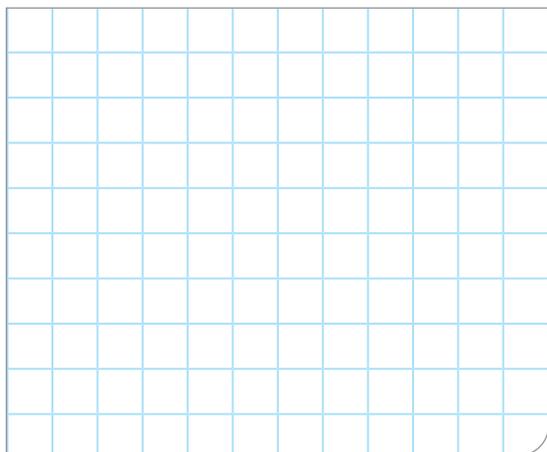
- c. Se dibuja el polígono de frecuencias con la nueva distribución:



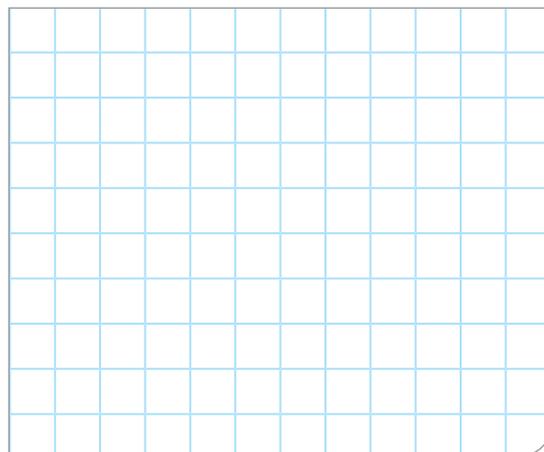
Respuesta:

El intervalo de calificaciones $[11; 14[$ es el más frecuente con 14 estudiantes.

1. En la resolución, ¿qué cantidad de estudiantes pasaron del intervalo de clase $[8; 11[$ tanto al intervalo $[11; 14[$ como al intervalo $[14; 17[$?



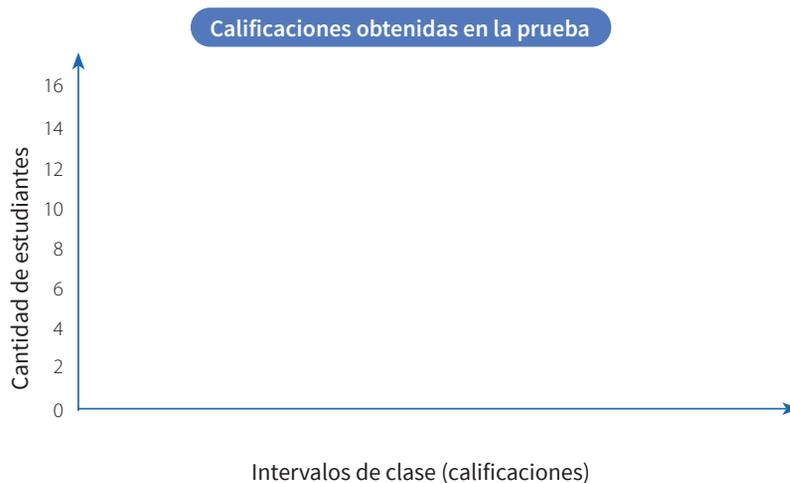
2. ¿Ese traslado de estudiantes coincide con las indicaciones propuestas en la situación significativa? De no coincidir, ¿dónde se cometió el error?



3. Elabora la nueva tabla de frecuencias considerando los datos reales.

$[L_i; L_s[$	X_i	f_i
$[2; 5[$		
$[5; 8[$		
$[8; 11[$		
$[11; 14[$		
$[14; 17[$		
$[17; 20]$		
Total		

4. En el siguiente plano cartesiano, traza nuevamente el polígono de frecuencias corrigiendo el error y responde la pregunta de la situación significativa.



Respuesta:

El intervalo de calificaciones $[11; 14[$ es el más frecuente con 15 estudiantes.

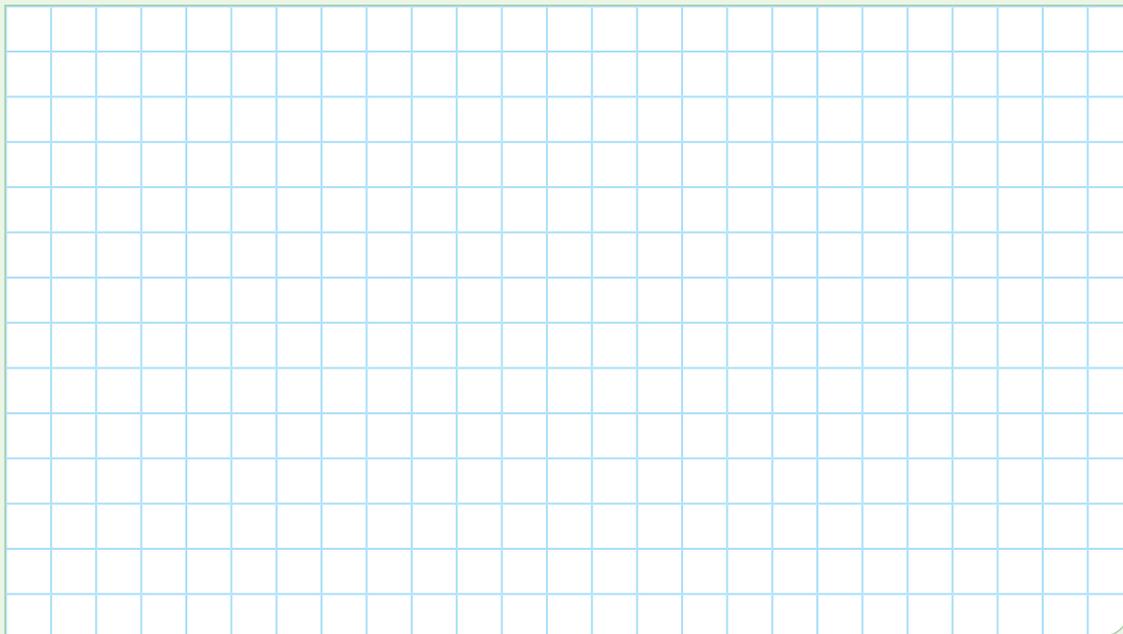
3. Revisando los documentos del informe de fin de año, se ha determinado que fueron registrados por error 15 contrayentes en el intervalo de 28 a 32 años, de los cuales deben pasar 5 al intervalo de 24 a 28 años y 10 al grupo de 32 a 36 años. ¿Qué cantidad de contrayentes son menores de 32 años?

a) 70

b) 85

c) 95

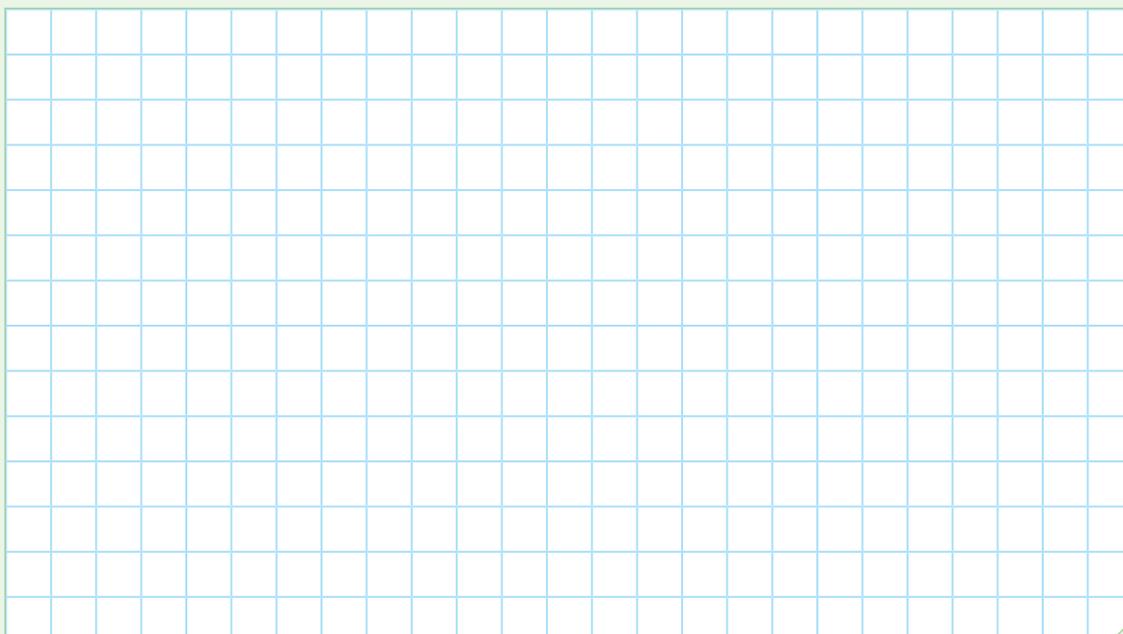
d) 98



4. Con los datos del histograma de los matrimonios celebrados en el municipio:

a) Elabora la tabla de frecuencias.

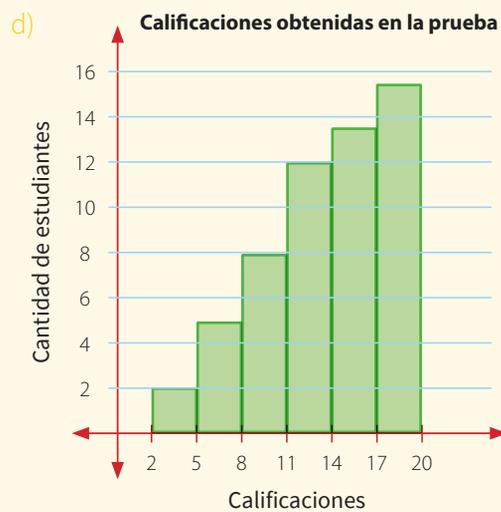
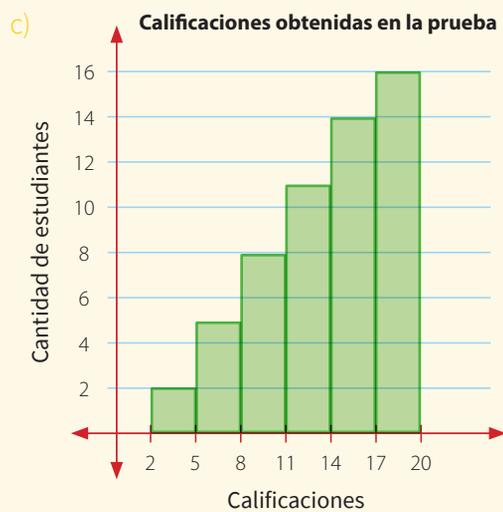
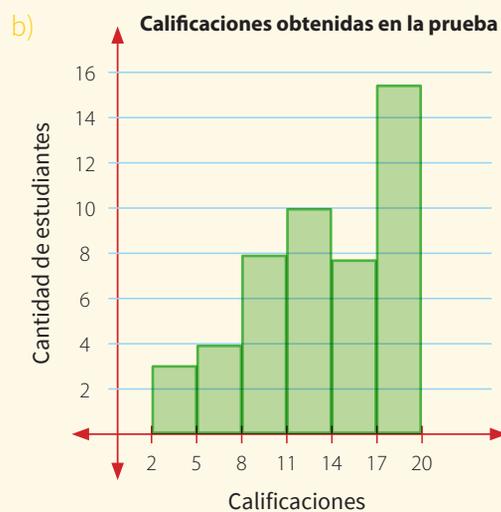
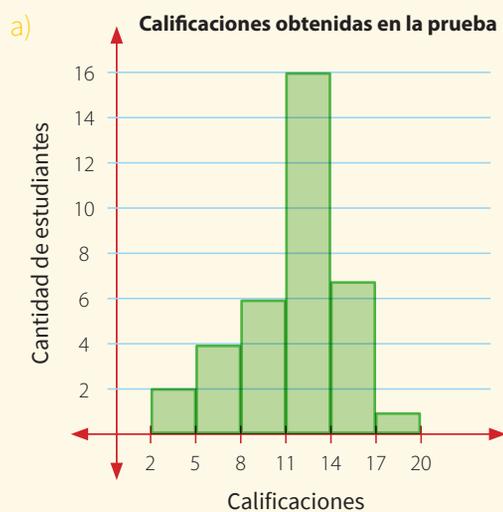
b) Dibuja el polígono de frecuencias



5. Un grupo de estudiantes dio una prueba de selección. Los resultados se presentaron mediante la siguiente tabla de frecuencias:

Calificación	X_i	f_i
De 2 a menos de 5	3,5	2
De 5 a menos de 8	6,5	5
De 8 a menos de 11	9,5	8
De 11 a menos de 14	12,5	11
De 14 a menos de 17	15,5	14
De 17 a 20	18,5	16

¿Cuál de los histogramas corresponde a la tabla de frecuencias?



8. ¿Cuál es la tabla de frecuencias que corresponde al siguiente histograma?



Selecciona la tabla de frecuencias que le corresponde:

a)

Calificación	X_i	f_i
De 2 a menos de 5	3,5	6
De 5 a menos de 8	6,5	4
De 8 a menos de 11	9,5	14
De 11 a menos de 14	12,5	12
De 14 a menos de 17	15,5	1
De 17 a menos de 20	18,5	1

b)

Calificación	X_i	f_i
De 2 a menos de 5	3,5	2
De 5 a menos de 8	6,5	5
De 8 a menos de 11	9,5	8
De 11 a menos de 14	12,5	11
De 14 a menos de 17	15,5	14
De 17 a 20	18,5	17

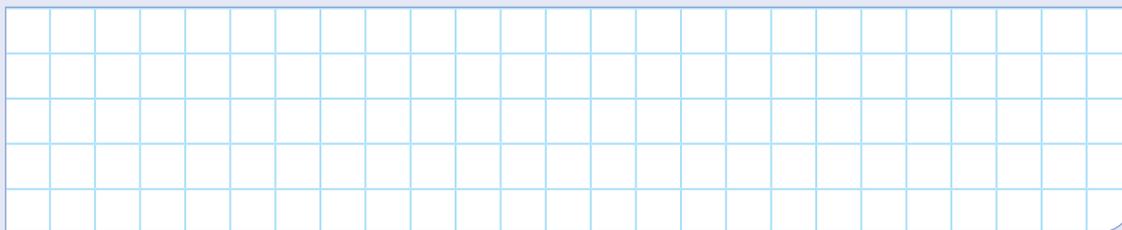
c)

Calificación	X_i	f_i
De 2 a menos de 5	3,5	6
De 5 a menos de 8	6,5	4
De 8 a menos de 11	9,5	15
De 11 a menos de 14	12,5	13
De 14 a menos de 17	15,5	1
De 17 a 20	18,5	1

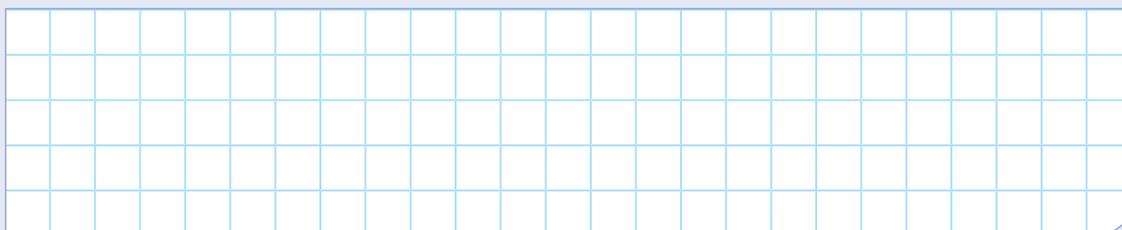
d)

Calificación	X_i	f_i
De 2 a menos de 5	3,5	7
De 5 a menos de 8	6,5	7
De 8 a menos de 11	9,5	7
De 11 a menos de 14	12,5	7
De 14 a menos de 17	15,5	6
De 17 a 20	18,5	6

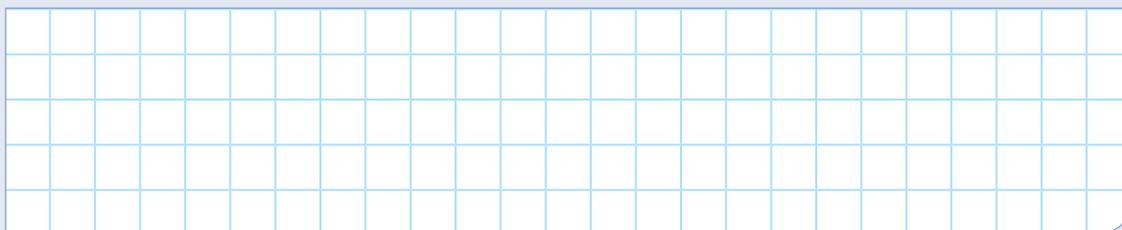
- b) Para que el producto de la amplitud de intervalo por el número de intervalos cubra todo el rango de valores ($k \times A \geq R$), ¿qué pasaría si tomaras $k = 6$?



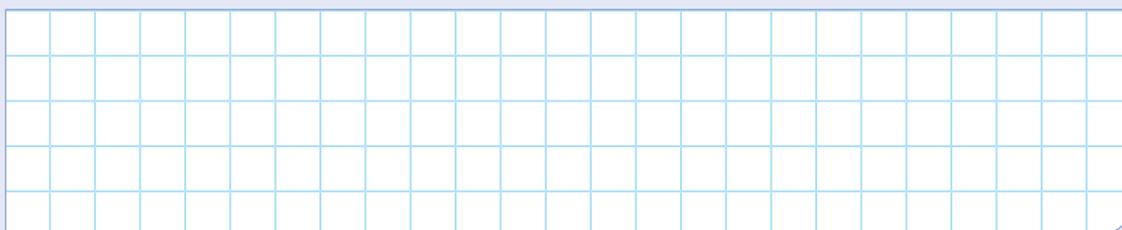
- c) Expresa el comportamiento de los datos mediante un histograma.



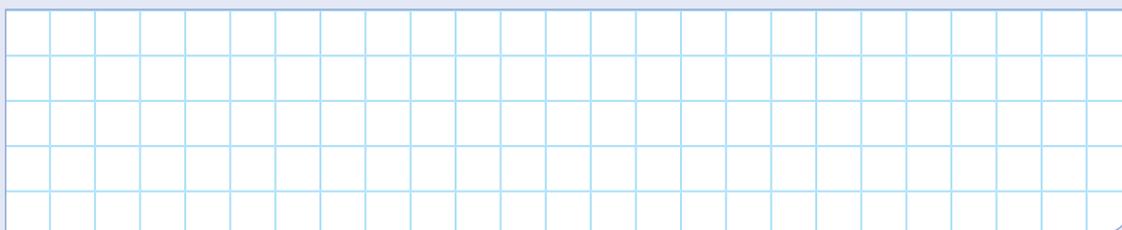
- d) ¿Cuántas llamadas superaron los 40 minutos?



- e) ¿Qué porcentaje de las llamadas duraron menos de 40 minutos?



- f) Una empresa de telefonía ofrece un plan en el que regalan 100 minutos adicionales si la mayoría de sus llamadas duran más de 28 minutos. ¿Le conviene el plan a Luis? Justifica tu respuesta.





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones de equivalencia y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas que incluyen ecuaciones lineales. También empleamos estrategias heurísticas y procedimientos en problemas para solucionar ecuaciones lineales.

El puesto de frutas

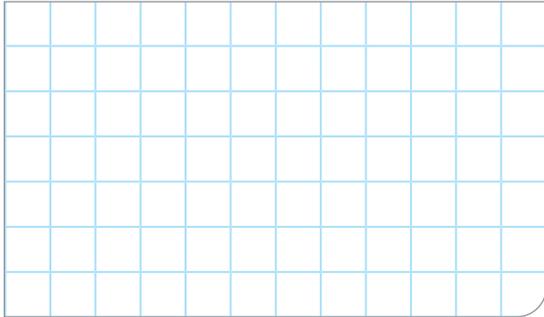
Lucía va al mercado de frutas de la ciudad de Tacna. Ella compra manzana Israel, mandarina, tuna verde y papaya. El número de kilos de manzana Israel es el doble del número de kilos de mandarina, el número de kilos de tuna verde es tanto como el número de kilos de manzana Israel y mandarina juntas, y el número de kilos de papaya es la mitad del número de kilos de manzana Israel. Si Lucía compra en total 28 kilos de frutas, ¿cuántos kilos de papaya y de tuna verde compró?



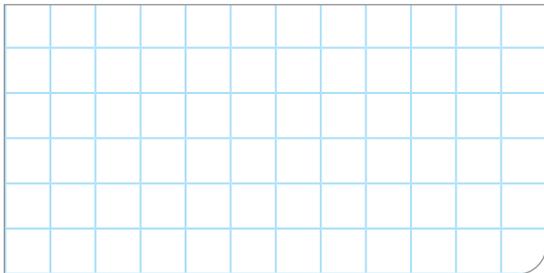
Fuente: <https://bit.ly/2KgYzw5>

Comprendemos el problema

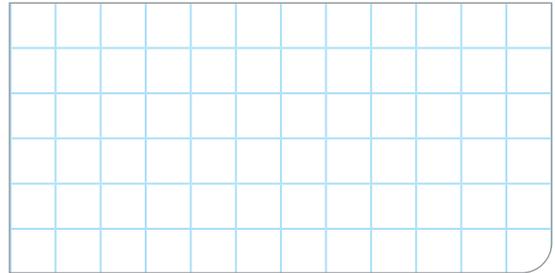
1. ¿Qué frutas compró Lucía?



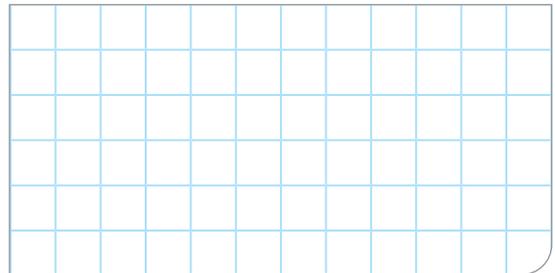
2. ¿Cuántas frutas diferentes compró Lucía?



3. ¿Qué entiendes por "el número de kilos de tuna verde es tanto como el número de kilos de manzana Israel y mandarina juntas"? Explica.

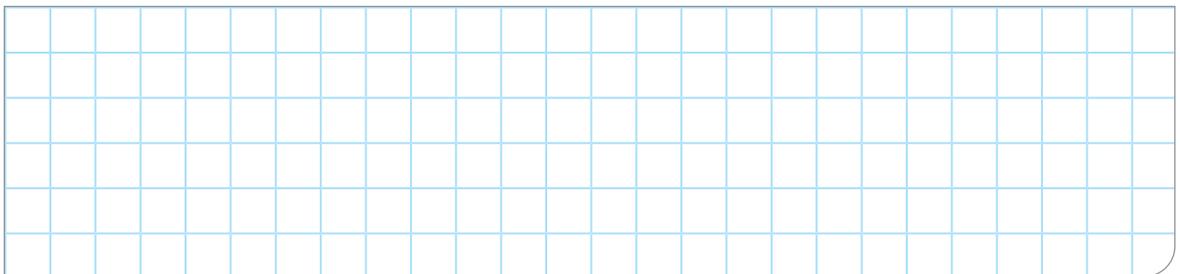


4. ¿Qué nos pide calcular la pregunta de la situación significativa?



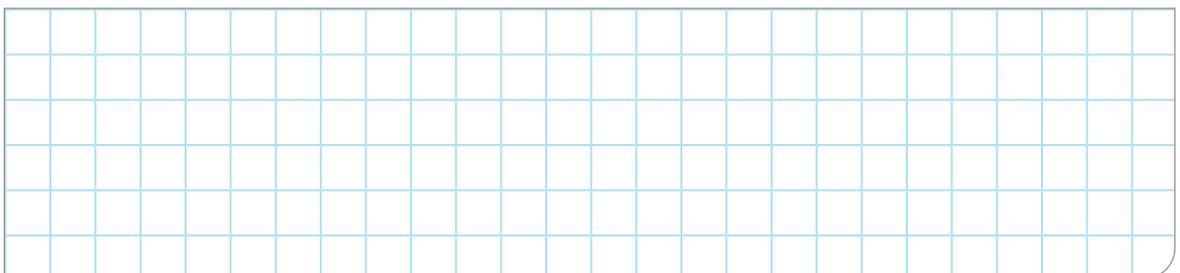
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que utilizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.



2. ¿Cuál de las siguientes estrategias te permitirá dar respuesta a la pregunta de la situación significativa?

a) Empieza por el final. b) Plantea una ecuación. c) Utiliza el ensayo y error.





Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos con lenguaje algebraico nuestra comprensión sobre la solución de una ecuación e inecuación lineal y sobre el conjunto solución de una condición de desigualdad. Asimismo, justificamos mediante ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos las propiedades de la igualdad en ecuaciones e inecuaciones lineales y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

Juan compra en el mercado cierta cantidad de kilogramos de mandarina y el doble de papaya. En total gasta S/14,40. ¿Cuántos kilogramos de mandarina compró?



Fuente: <http://bit.do/eTHg6>

Resolución

Se desconocen los kilogramos de mandarina que compró; entonces, esa cantidad se representa por x .

Los kilogramos de papaya que compró se representan por $2x$.

Se organiza la información en una tabla:

Fruta	Cantidad (kilogramo)	Precio por kilogramo (S/)	Costo (S/)
Mandarina	x	2,20	$2,20x$
Papaya	$2x$	1,30	$1,30(2x)$
Costo total (S/)			14,40

Representa el costo total como la suma de los costos de mandarina y papaya.

$$2,20x + 2,60x = 14,40$$

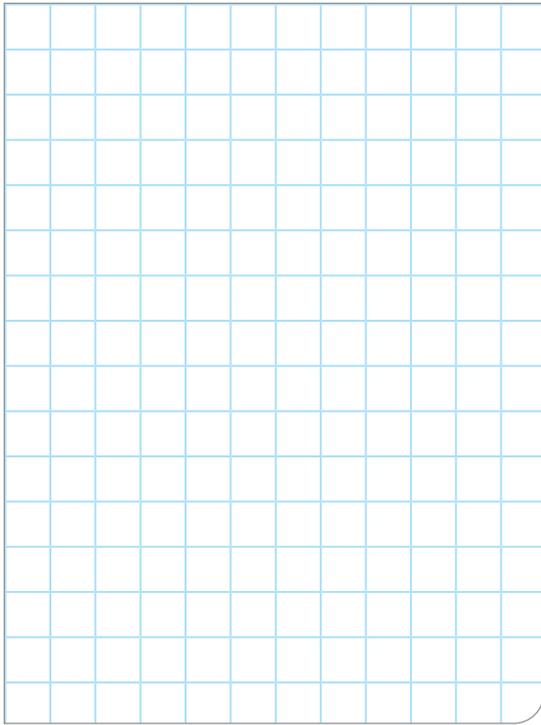
$$4,80x = 14,40$$

$$x = 3$$

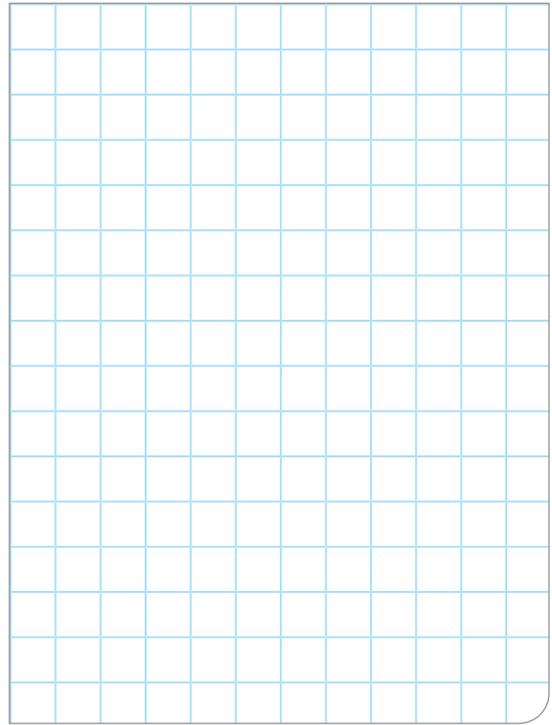
Respuesta:

Juan compró 3 kg de mandarina.

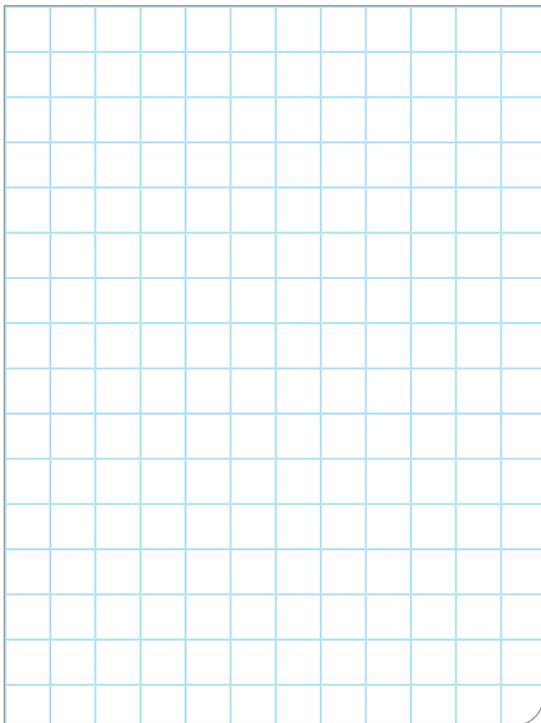
1. ¿Por qué es necesario expresar con la variable x la cantidad de kilogramos de mandarina comprada?



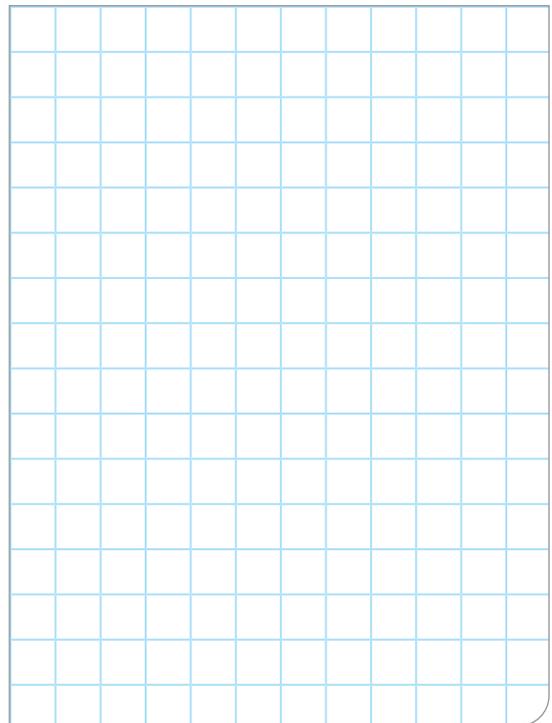
3. ¿Por qué es necesario sumar los costos de las frutas de la última columna de la tabla?



2. ¿Cuál es la finalidad de organizar los datos y las condiciones en una tabla?



4. ¿Por qué es necesario considerar el precio por kilogramo de mandarina y de papaya en la ecuación?



Situación significativa B

Se quiere cercar un terreno de forma rectangular para destinarlo al cultivo de fresas. Se dispone de 480 m de alambre de púas para rodear el terreno con tres vueltas. Si la diferencia entre el largo y el ancho del terreno es de 20 m, ¿cuáles podrían ser las medidas de este terreno si sabemos que el alambre de púas alcanza para cercarlo?

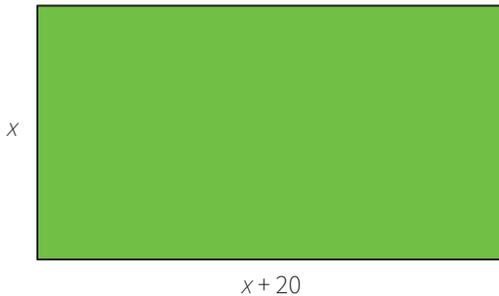


Resolución

Como se desconocen las dimensiones del terreno, se representan por:

Ancho del terreno: x

Largo del terreno: $x + 20$



El perímetro del terreno es:

$$x + x + 20 + x + x + 20 = 4x + 40$$

Longitud del alambre que se utilizará para construir el cerco: $3(4x + 40)$

Se sabe que el alambre alcanza, pero podría sobrar; entonces:

$$3(4x + 40) \leq 480$$

Resolviendo esta inecuación se tiene:

$$x \leq 30$$

El largo del terreno será:

$$x + 20 \leq 30 + 20$$

$$x + 20 \leq 50$$

Se interpretan los valores encontrados: $x \leq 30$ y $x + 20 \leq 50$ para el ancho y el largo, respectivamente. Esto implica que el terreno rectangular podría tener distintos valores de ancho y largo. Por ejemplo, los pares:

30 y 50 25 y 45

20 y 49 29 y 49

1. Describe el procedimiento utilizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

2. ¿Por qué es necesario establecer la condición en forma de inecuación $3(4x + 40) \leq 480$?

3. ¿Puedes realizar los procedimientos intermedios para resolver la inecuación de la pregunta anterior?

4. ¿El largo y ancho del rectángulo pueden tener valores decimales? Plantea un ejemplo.

Situación significativa C

En un huerto se cosechó cierta cantidad de kilogramos de manzanas delicia y el doble más 20 kg de manzanas rojas. Luego, se llenaron bolsas con 10 kg de manzanas de cada tipo. Cada bolsa con manzanas delicia se vendió a S/30 y cada bolsa con manzanas rojas, a S/35. Si por toda la venta se recibieron S/570, ¿cuántos kilogramos de manzana cosecharon en total?

Aprendemos a partir del error

Resolución

Se representan los kilos de manzana que cosecharon:

Manzana delicia: x

Manzana roja: $(2x + 20)$

La cantidad de bolsas de 10 kg de manzana delicia es $\frac{x}{10}$.

La cantidad de bolsas de 10 kg de manzana roja es $\frac{(2x + 20)}{10}$.

Se organiza la información en la siguiente tabla:

Manzana	Cantidad (kg)	Cantidad de bolsas de 10 kg	Precio por bolsa (S/)	Importe (S/)
Delicia	x	$\frac{x}{10}$	30	$30\left(\frac{x}{10}\right)$
Roja	$2x + 20$	$\frac{2x + 20}{10}$	35	$35\left(\frac{2x + 20}{10}\right)$
Total	$3x + 20$			570

Para saber cuántos kilogramos de manzana cosecharon en total, hay que hallar el valor de x . Para ello, se representa el dinero recibido como suma de la cantidad de kilogramos cosechados.

$$3x + 20 = 570$$

Resolviendo esta ecuación se tiene:

$$x = 183,33$$

La cantidad de manzana roja cosechada es:

$$2x + 20 = 2(183,33) + 20 = 569,99 \text{ kg}$$

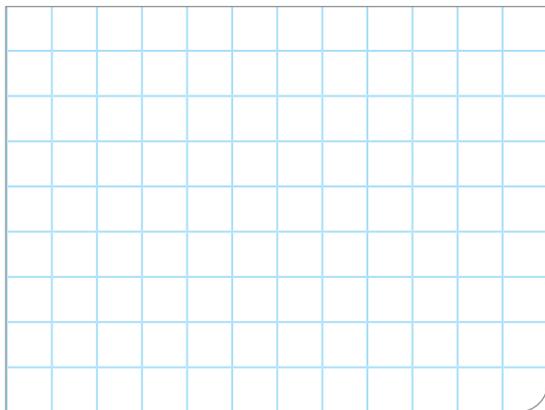
La cantidad de manzanas que cosecharon es 753,32 kg.

1. Demuestra matemáticamente que $\frac{x}{10}$ es la cantidad de bolsas que ocupa la manzana delicia.

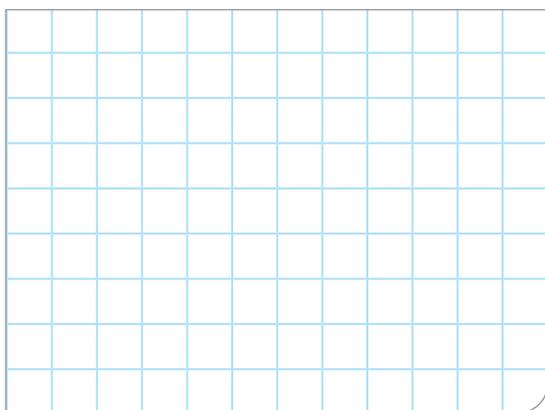
2. ¿Cuántas bolsas se llenarían con 183,33 kg de manzana delicia?

3. Con el resultado anterior, calcula el importe que se hubiera recibido por la manzana delicia.

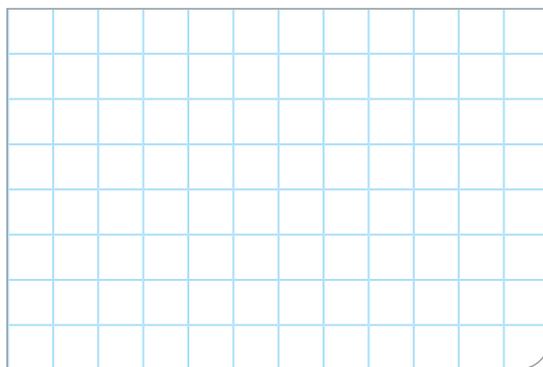
4. ¿Cuántas bolsas se llenarían con 569,99 kg de manzana roja?



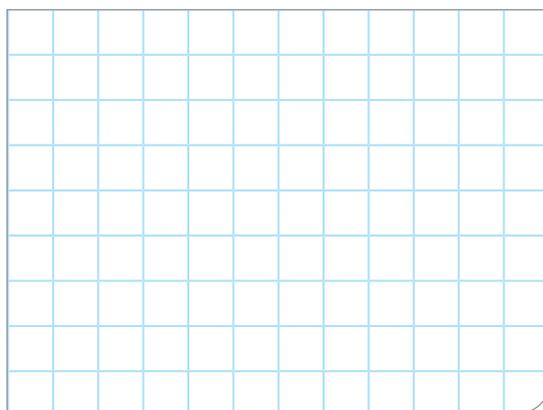
5. Con el resultado anterior, calcula el importe que se hubiera recibido por la manzana roja.



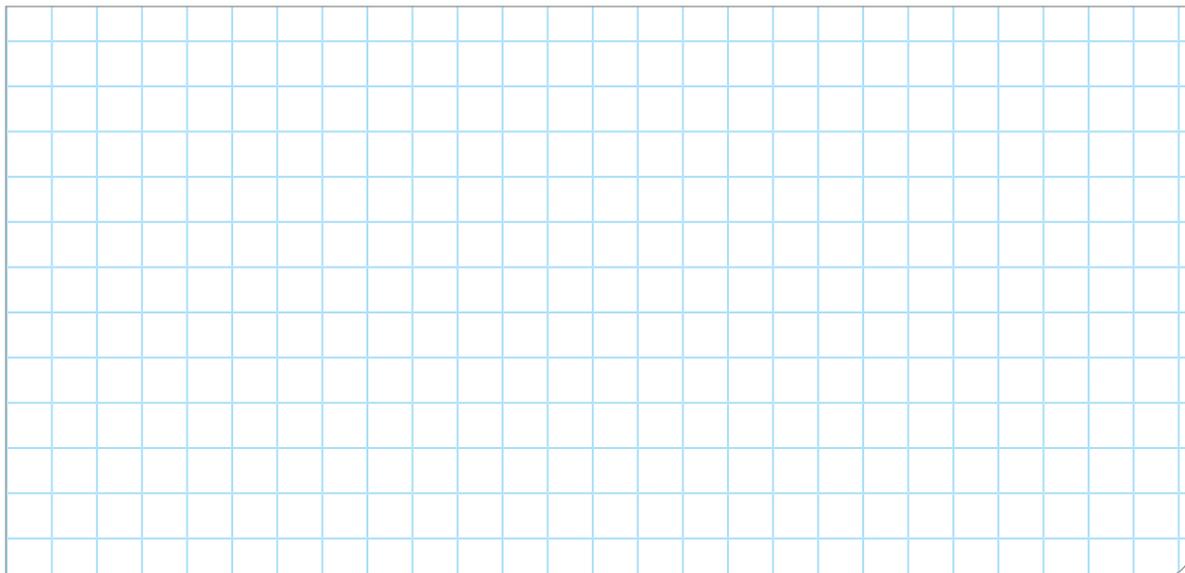
6. Suma la cantidad de dinero recibido por la venta de manzana delicia y roja. ¿Coincide con los datos que se presentan en la situación significativa?



7. Si has identificado el error, corrige y calcula nuevamente el valor de x . Asimismo, corrige la respuesta.



8. ¿De qué manera puedes comprobar que el valor de x obtenido es el correcto?



5. Juan compra cierta cantidad de kilogramos de mandarina y el doble de kilos de papaya, sabiendo que el costo por kilogramo de mandarina es de S/2,20 y por kilogramo de papaya es de S/1,30. ¿Cuántos kilogramos de mandarina compró si pagó en total S/14,40?

- a) 3 kg b) 4 kg c) 5 kg d) 6 kg

6. Un agricultor tiene 3 hectáreas de cultivos de fruta. Sin embargo, solo dispone de S/700 para invertir en su fumigación. ¿Qué empresa le convendría contratar para abarcar la mayor área posible? ¿Cuántas hectáreas de sus cultivos quedarían sin fumigar?

Empresa de fumigación	Costo de alquiler de fumigadora	Costo por hectárea fumigada
Sanidad Total	S/50	S/250
Cultivo Sano	S/26	S/300

- a) Le convendría contratar a Sanidad Total, pero quedarían sin fumigar 0,4 hectáreas.
 b) Le convendría contratar a Sanidad Total, pero quedarían sin fumigar 2,6 hectáreas.
 c) Le convendría contratar a Cultivo Sano, pero quedarían sin fumigar 0,75 hectáreas.
 d) Le convendría contratar a Cultivo Sano, pero quedarían sin fumigar 2,25 hectáreas.

7. Dos empresas de fumigación de cultivos de fruta mantienen las siguientes tarifas:

Empresa de fumigación	Costo de alquiler de fumigadora	Costo por hectárea fumigada
A	S/100	S/200
B	S/300	S/100

¿Cuántas hectáreas de frutales, como mínimo, hay que fumigar para que sea más conveniente contratar a la empresa B?



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos con lenguaje numérico al ordenar y comparar números racionales en su forma fraccionaria; empleamos estrategias y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y simplificar procesos usando propiedades de los números y las operaciones.

Comparamos el diámetro en las brocas

En la imagen, se muestra un estuche de brocas de acero que sirven para orificios circulares. Las brocas están numeradas de menor a mayor tamaño y su diámetro está dado en pulgadas. La pulgada es una unidad del sistema inglés de uso común en ferretería y construcción; no forma parte del Sistema Internacional.

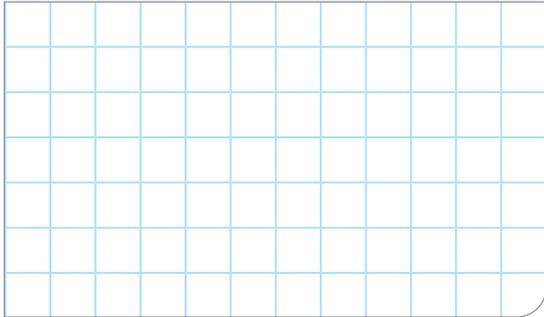


Fuente: <https://bit.ly/2Mvbq0r>

Los siguientes diámetros (en pulgadas) están en desorden: $\frac{9}{16}$ de pulgada, $\frac{3}{16}$ de pulgada, $\frac{7}{16}$ de pulgada, $\frac{5}{16}$ de pulgada, $\frac{11}{16}$ de pulgada, $\frac{1}{4}$ de pulgada, $\frac{3}{8}$ de pulgada, $\frac{1}{2}$ pulgada, $\frac{5}{8}$ de pulgada y $\frac{1}{8}$ de pulgada. Relaciona cada uno de los diámetros dados con el número de orden de las brocas que se presenta en el estuche.

Comprendemos el problema

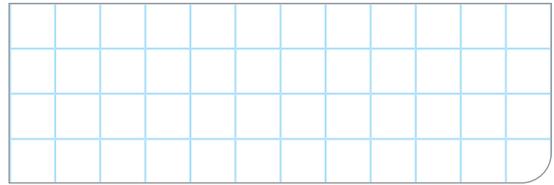
1. ¿Qué observas en la imagen presentada en la situación significativa?



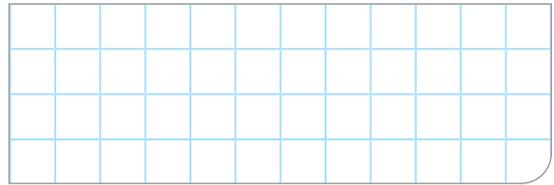
2. ¿Cómo están numeradas las brocas en el estuche?



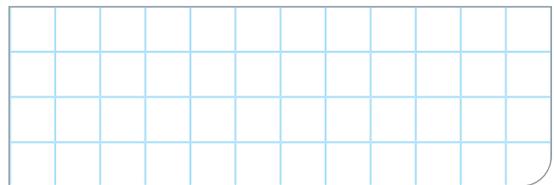
3. ¿En qué unidad se expresa el diámetro de las brocas?



4. ¿Las fracciones que representan el diámetro de las brocas son homogéneas o heterogéneas?

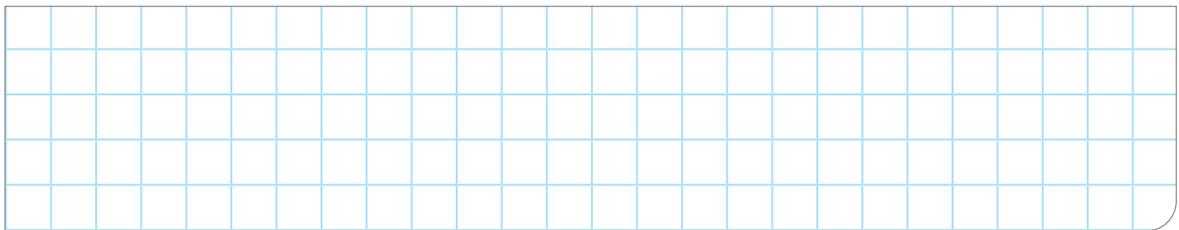


5. ¿Qué te pide hallar la pregunta de la situación significativa?



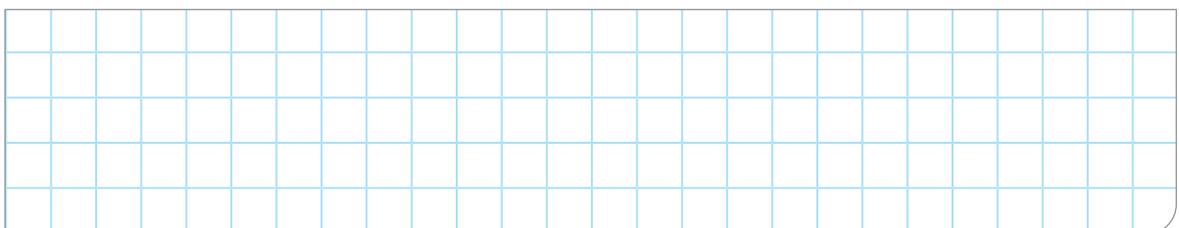
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que utilizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.



2. ¿Qué gráfica podemos utilizar para ordenar las fracciones de menor a mayor? Justifica tu respuesta.

- a) Gráfica cartesiana
- b) Recta numérica
- c) Diagrama tabular



Ejecutamos la estrategia o plan

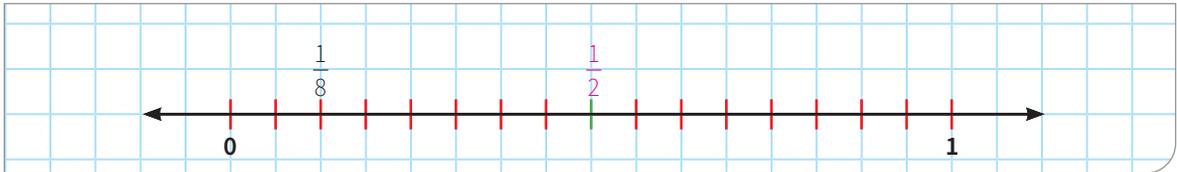
1. Ordena las fracciones que representan el diámetro de las brocas. Para ello, primero multiplica por un mismo factor al numerador y al denominador, para lograr que todas las fracciones tengan denominador igual a 16.

$\frac{1 \times 4}{4 \times 4} = \frac{\quad}{\quad};$	$\frac{3 \times 2}{8 \times 2} = \frac{\quad}{\quad};$	$\frac{1 \times \quad}{8 \times \quad} = \frac{\quad}{\quad};$
$\frac{5 \times \quad}{8 \times \quad} = \frac{\quad}{\quad};$		

2. Para ordenar las fracciones, emplea la recta numérica cuya unidad tenga 16 divisiones y ubica las fracciones:



3. Ubica en la misma recta todas las fracciones que representan el diámetro de las brocas.



4. Organiza los valores del diámetro de las brocas en la siguiente tabla:

N.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Diámetro en pulgadas												

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Por qué se encuentra un común denominador para las fracciones del problema?

2. ¿Por qué $\frac{9}{16}$ es mayor que $\frac{3}{16}$? Justifica tu respuesta.

3. Al comparar dos fracciones con denominadores iguales, ¿la fracción con el numerador mayor es la fracción mayor? Justifica tu respuesta y escribe un ejemplo.

4. ¿Se puede comparar directamente fracciones que tienen diferente denominador? Justifica tu respuesta.



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias, representamos con gráficos y lenguaje numérico al ordenar y comparar números fraccionarios. Asimismo, justificamos con ejemplos las propiedades de los números racionales y corregimos los errores si los hubiera.

Situación significativa A

Una institución educativa cuenta con una delegación que la representará en diversas disciplinas en los Juegos Interescolares de Secundaria. De esta delegación, pertenece $\frac{1}{6}$ al primer grado, $\frac{1}{4}$ a segundo grado, $\frac{3}{18}$ a tercer grado, $\frac{1}{3}$ a cuarto grado y $\frac{1}{12}$ a quinto grado.



¿A qué grado pertenece la mayor parte de los estudiantes de esta delegación?

Resolución

Ordenamos las fracciones, con el fin de determinar a qué grado pertenece la mayor parte de estudiantes. Para ello, encontramos el común denominador para las fracciones, aquí resulta 12.

Luego multiplicamos al numerador y denominador de la fracción por un mismo factor para formar su fracción equivalente de denominador 12.

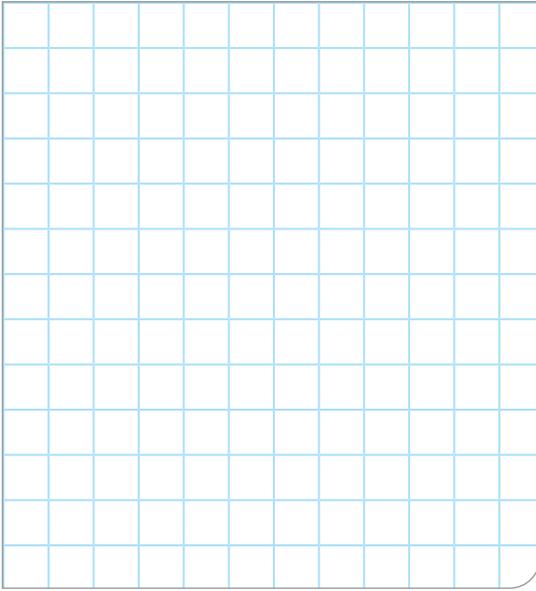
Grado	Delegación que participará	Fracción equivalente
Primero	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{12}$
Segundo	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{12}$
Tercero	$\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$	$\frac{2}{12}$
Cuarto	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{12}$
Quinto	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

Entre las fracciones que tienen el mismo denominador, es mayor la que tiene mayor numerador.

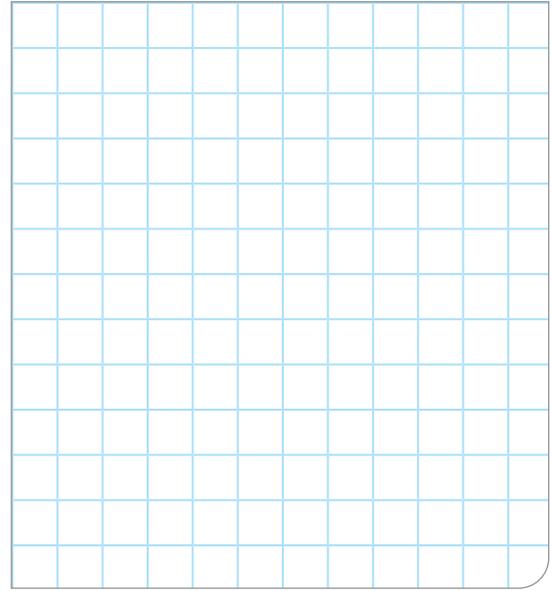
$$\frac{4}{12} > \frac{3}{12} > \frac{2}{12} > \frac{1}{12}$$

Respuesta: La mayor parte de los estudiantes pertenece al cuarto grado.

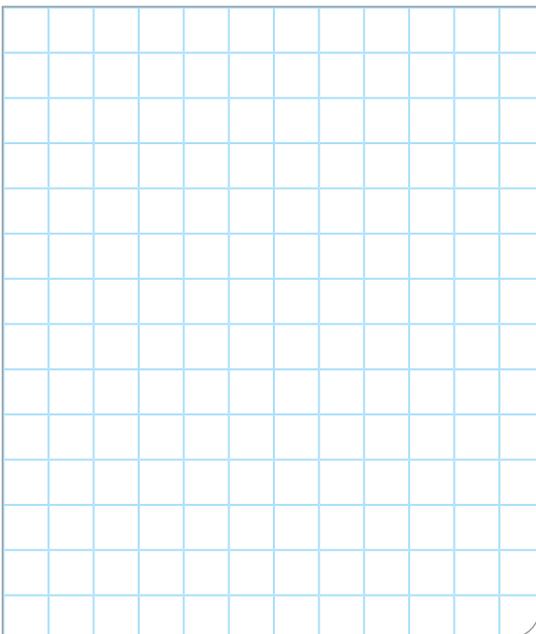
1. Describe el procedimiento que se utilizó para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.



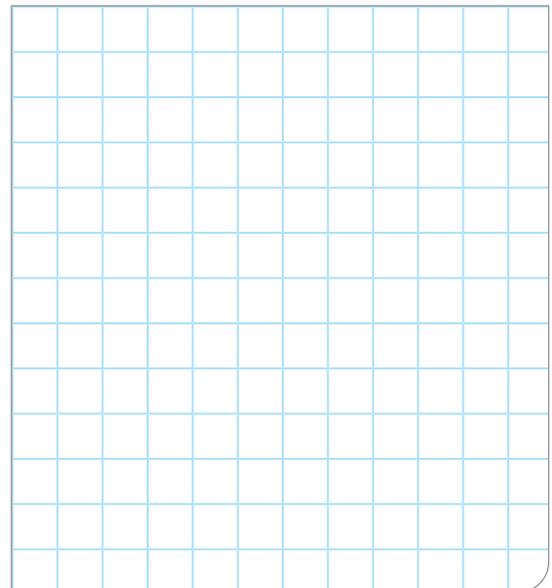
3. ¿Por qué es necesario transformar las fracciones heterogéneas en homogéneas?



2. ¿Por qué es necesario escribir la fracción $\frac{3}{18}$ en forma equivalente a $\frac{1}{6}$?



4. Comprueba con un ejemplo la afirmación “entre fracciones que tienen el mismo denominador, es mayor la que tiene mayor numerador”. Explica con una representación gráfica.



Situación significativa B

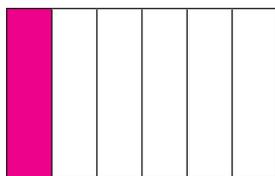
Tres amigos se asocian para montar un negocio de comidas. Alberto aporta $\frac{1}{6}$ del capital; Bertha, $\frac{2}{5}$ del mismo capital, y César, el resto del capital. ¿Qué fracción del capital aportó César más que Bertha?

Resolución

Representamos los datos mediante gráficos:

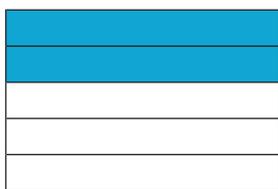
Aporte de Alberto:

$\frac{1}{6}$ del capital

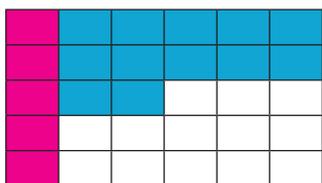


Aporte de Bertha:

$\frac{2}{5}$ del capital



Luego, si juntamos los gráficos (aportes), se tiene que ambos han aportado: $\frac{1}{6} + \frac{2}{5} = \frac{5 + 12}{30} = \frac{17}{30}$



Entonces César aportó lo que faltaría para completar el capital, es decir, $\frac{13}{30}$.

El aporte de Bertha es $\frac{2}{5}$, lo que equivale a $\frac{12}{30}$.

Finalmente, la diferencia entre el aporte de César y Bertha es $\frac{13}{30} - \frac{12}{30} = \frac{1}{30}$.

Respuesta: César aportó $\frac{1}{30}$ del capital más que Bertha.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa?

2. Describe el procedimiento seguido para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

3. Usa otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

Situación significativa C

En la siguiente figura, se muestra un estuche de brocas ordenadas de menor a mayor grosor. El diámetro de las brocas, en pulgadas, se presentan en la parte superior de cada una ellas; excepto de la segunda, cuarta y sexta. Determina el diámetro de la segunda, cuarta y sexta brocas si son exactamente el promedio de los diámetros de las brocas vecinas.



Aprendemos a partir del error

Resolución

- Para determinar el diámetro de la broca 2, debemos hallar un número racional comprendido entre $\frac{1}{32}$ y $\frac{1}{16}$. Para ello, sumamos estas fracciones y el resultado lo dividimos entre 2:

$$\frac{\frac{1}{32} + \frac{1}{16}}{2} = \frac{\frac{1+2}{32}}{2} = \frac{\frac{3}{32}}{2} = \frac{3}{64}$$

- Para la broca 4, hallamos el promedio de los diámetros de las brocas 3 y 5:

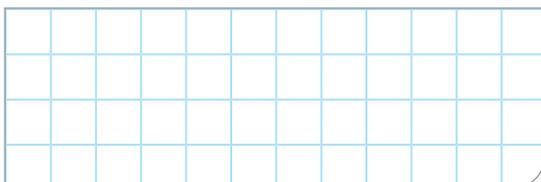
$$\frac{\frac{1}{16} + \frac{1}{32}}{2} = \frac{\frac{2+1}{32}}{2} = \frac{\frac{3}{32}}{2} = \frac{3}{64}$$

- Para la broca 6, hallamos el promedio de los diámetros de las brocas 5 y 7:

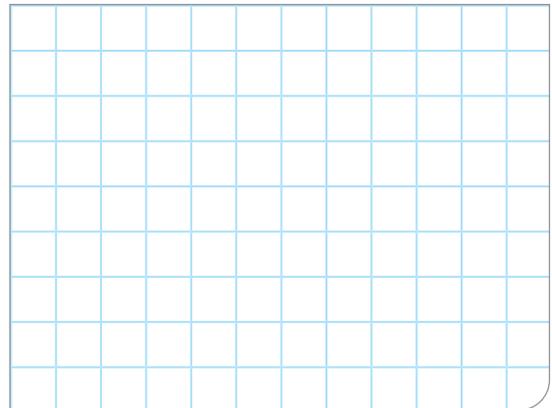
$$\frac{\frac{3}{32} + \frac{1}{8}}{2} = \frac{\frac{3+4}{32}}{2} = \frac{\frac{7}{32}}{2} = \frac{7}{64}$$

Respuesta: Las medidas de las brocas 2, 4 y 6 son $\frac{3}{64}$, $\frac{5}{64}$ y $\frac{7}{64}$ pulgadas, respectivamente.

- Ubica en la recta numérica las fracciones que representan al diámetro de las brocas 1, 2 y 3. Verifica si el valor de la broca 2 cumple la condición de la situación significativa.



- ¿Son correctos los valores hallados para las brocas 2, 4 y 6? ¿Por qué?



- Si no son correctos, identifica el error. Luego explica y completa la tabla con las medidas correctas.

N.º	Medida en pulgadas	Fracción equivalente
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		



Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias; representamos con gráficos y lenguaje numérico al ordenar y comparar números fraccionarios, y empleamos estrategias y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y simplificar procesos usando propiedades de los números y las operaciones. Asimismo, justificamos con ejemplos las propiedades de los números racionales y corregimos los errores si los hubiera.

1. Jaime viajó con su familia de Lima a Huaraz. Para comenzar el viaje, llenaron totalmente el tanque de gasolina. En un tramo del viaje, la gasolina que aún quedaba en el tanque estaba representada en la escala del panel de control del auto, como se observa en la imagen. ¿Qué parte del tanque todavía tiene gasolina? ¿Cuántas partes faltaría echar para llenar el tanque?



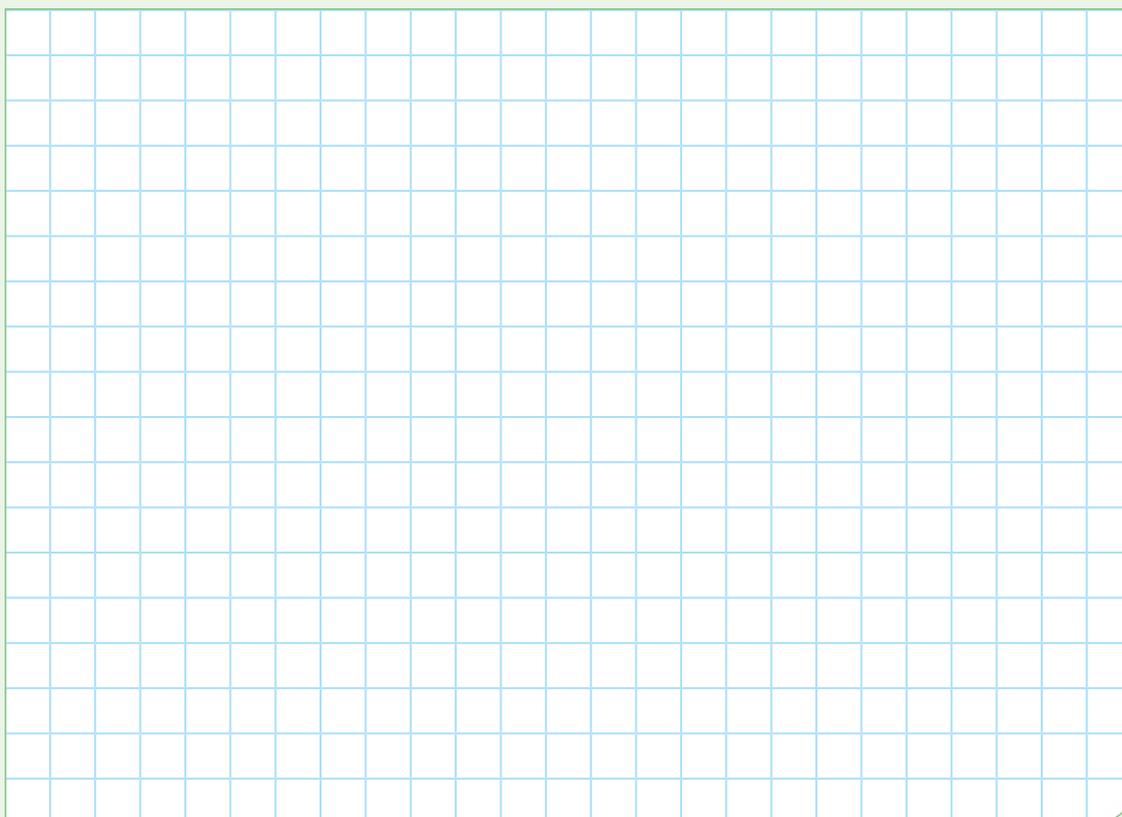
Fuente: <https://goo.gl/bHGgR7>

a) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{14}, \frac{11}{14}$

c) $\frac{7}{14}, \frac{5}{14}$

d) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$



2. Se pesa una bolsa de cebollas en dos balanzas defectuosas. Una de ellas registra $\frac{1}{4}$ kg. Mientras, la otra registra $\frac{1}{2}$ kg. Si el peso real de la bolsa con cebollas se encuentra entre estos valores, ¿cuál de las siguientes medidas podría corresponder al peso real?

a) $\frac{3}{4}$ kg

b) $\frac{3}{8}$ kg

c) $\frac{2}{3}$ kg

d) $\frac{1}{8}$ kg

3. Laura compró $2\frac{3}{4}$ kilogramos de arroz y los colocó en bolsas de $\frac{1}{4}$ kg. ¿Cuántas bolsas obtuvo con esa cantidad de arroz?

a) $2\frac{1}{2}$ bolsas

b) 3 bolsas

c) 4 bolsas

d) 11 bolsas

4. Un agricultor planta $\frac{1}{4}$ de su terreno con zanahorias, $\frac{2}{5}$ lo cultiva con lechugas y el resto, con tomates. ¿En qué parte del terreno plantó tomates?

a) $\frac{7}{20}$

b) $\frac{3}{9}$

c) $\frac{6}{9}$

d) $\frac{13}{20}$

9. El tapete que se muestra en la imagen ha sido confeccionado con tapetes pequeños de forma cuadrada de $\frac{3}{5}$ m de longitud. ¿Cuál es el área que cubre este tapete?

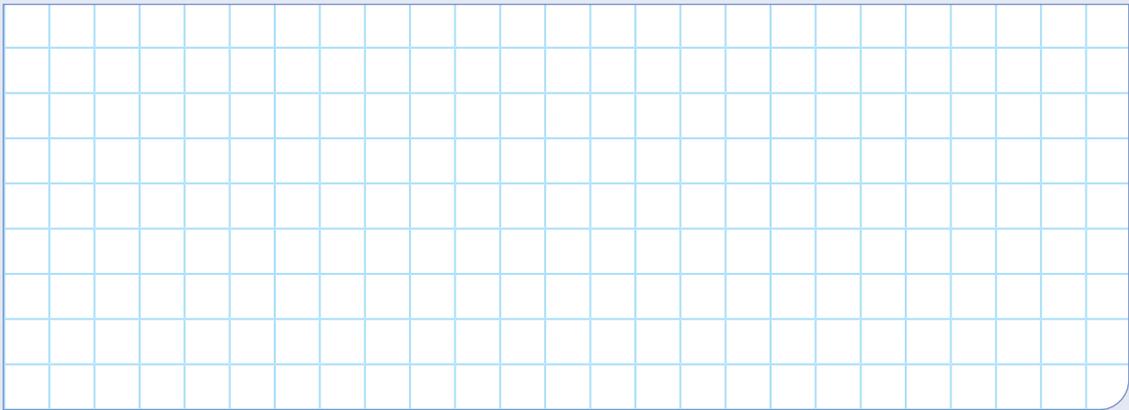


a) $\frac{108}{25} \text{ m}^2$

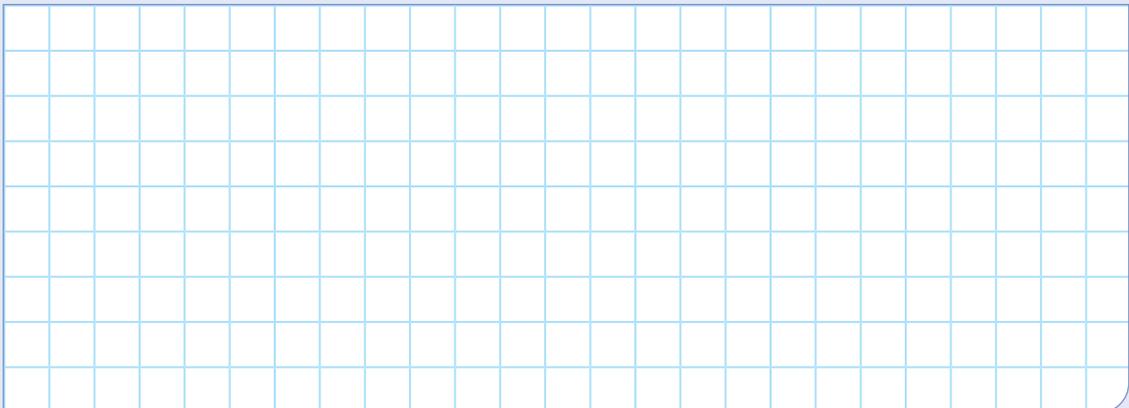
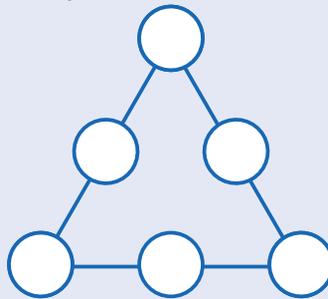
b) $\frac{9}{25} \text{ m}^2$

c) $\frac{36}{25} \text{ m}^2$

d) $\frac{21}{25} \text{ m}^2$



10. En cada círculo coloca una de las siguientes fracciones: $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, 1, de tal modo que la suma de las fracciones en cada lado del triángulo sea $\frac{5}{3}$.





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Describimos un objeto a partir de las transformaciones geométricas, traslaciones, rotaciones o reflexiones, y empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para describir el movimiento y la localización de los objetos.

Mosaicos con azulejos



Durante la remodelación del palacio municipal, se programó restaurar un antiguo mosaico con azulejos que se encontraba en el patio principal, cuya imagen inicial se observa en la figura 1. Para ello, se desmontaron los componentes del mural y, luego del proceso de restauración, se volvieron a colocar los azulejos, tal como se muestra en la figura 2.

Figura 1



Figura 2

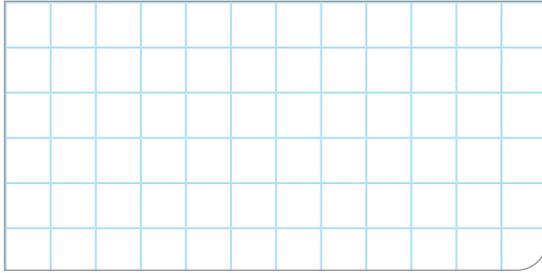
Fuente: <https://bit.ly/2HEIB07>

La persona encargada de la restauración ha cometido errores en la colocación de algunos azulejos.

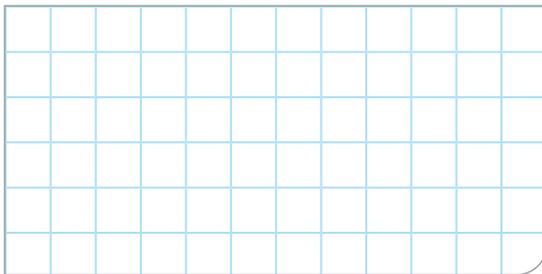
1. ¿Cómo puedes indicar con precisión la ubicación de los azulejos mal colocados?
2. ¿Qué movimientos de los azulejos debería realizar el restaurador para corregir el error?

Comprendemos el problema

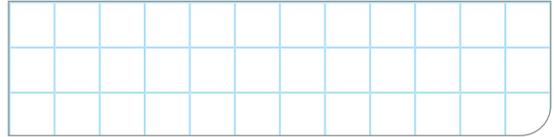
1. ¿Qué representa el mural original de la figura 1?



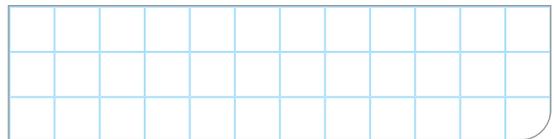
2. ¿Cómo está dividido el mural?



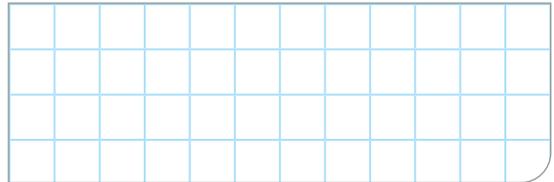
3. ¿Cuántos azulejos hay en la base del mural?



4. ¿Cuántos azulejos hay en el alto del mural?

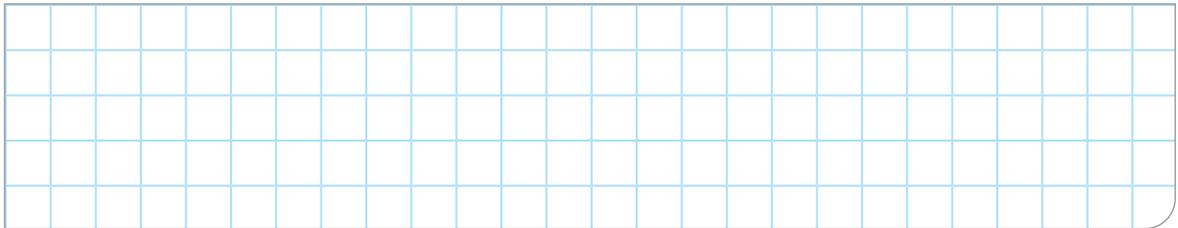


5. ¿Qué nos piden las preguntas de la situación significativa?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

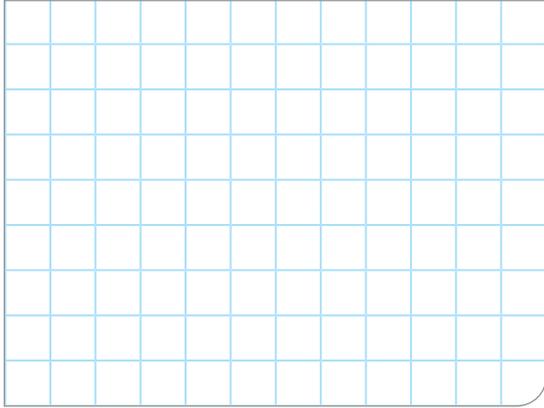


Ejecutamos la estrategia o plan

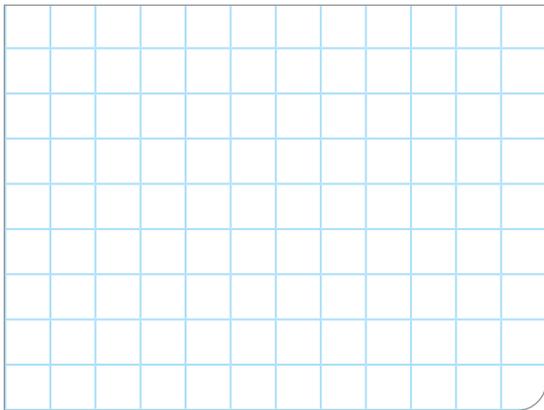
1. Dibuja sobre el mural (sin marco) el primer cuadrante de un diagrama cartesiano, y traza con un lápiz líneas sobre las divisiones de los azulejos. (El lado de un azulejo equivale a una unidad en el diagrama cartesiano).



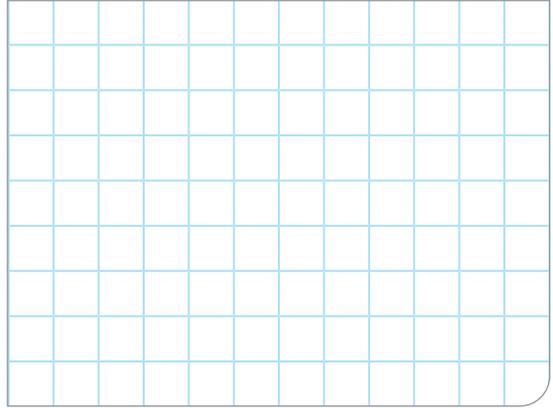
2. Escribe los pares ordenados de los azulejos mal ubicados en el mural de la figura 2.



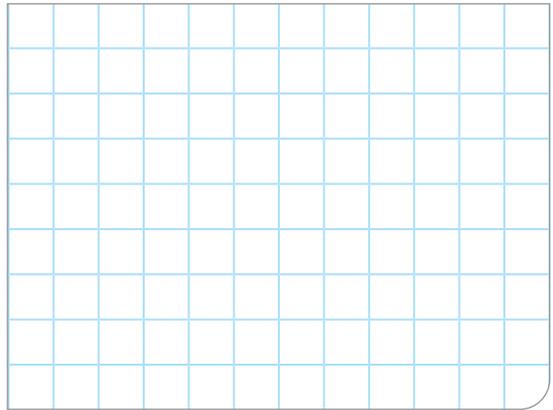
3. Escribe los pares ordenados de los azulejos que corresponden a la posición correcta.



4. Indica los movimientos que debe realizar cada pieza del mosaico para volver a su posición normal.

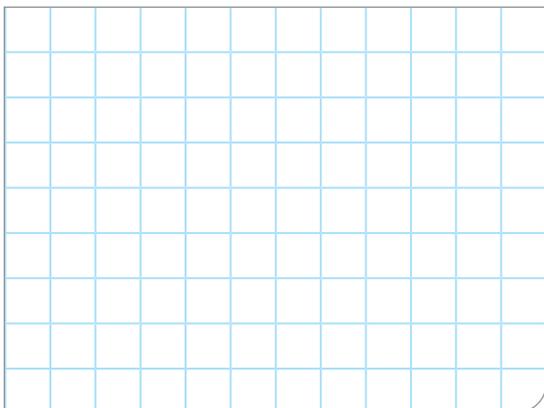


5. Describe las transformaciones geométricas que realizaste al corregir los azulejos del mural de la figura 2.

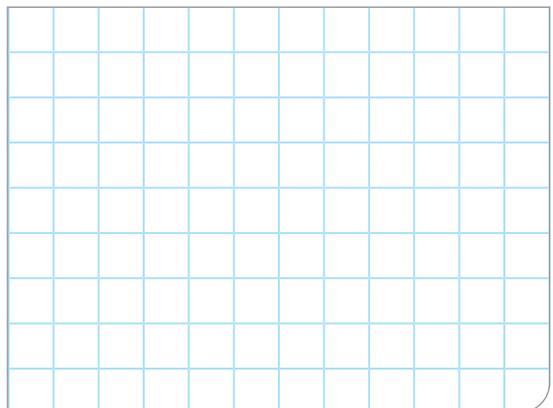


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?



2. ¿Para qué te sirvieron los diagramas cartesianos trazados sobre el mural?



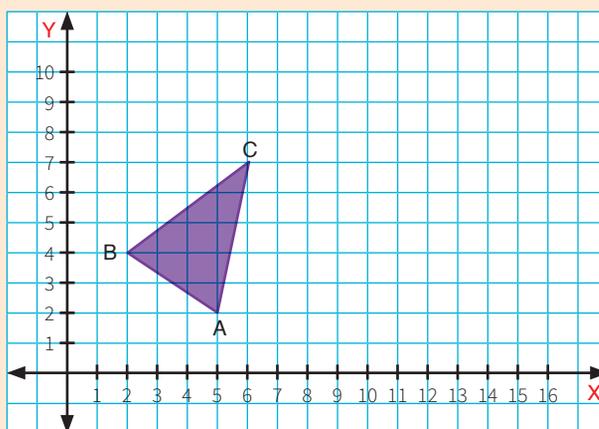


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos con dibujos y con lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las características que distinguen una rotación de una traslación y una traslación de una reflexión de formas bidimensionales. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades entre objetos y formas geométricas, así como entre las formas geométricas. Corregimos errores si los hubiera.

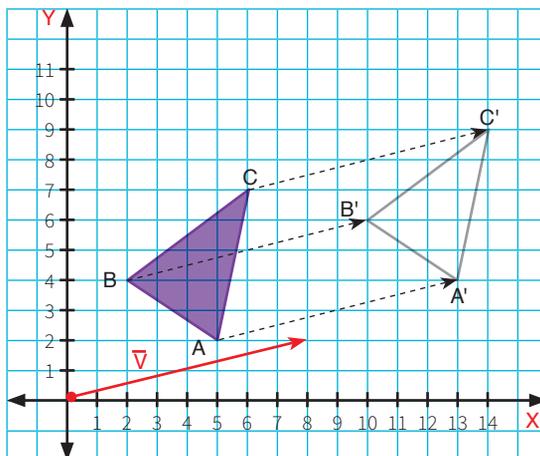
Situación significativa A

Trasladar el triángulo ABC según el vector de traslación $(8; 2)$: la figura original debe moverse 8 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba.

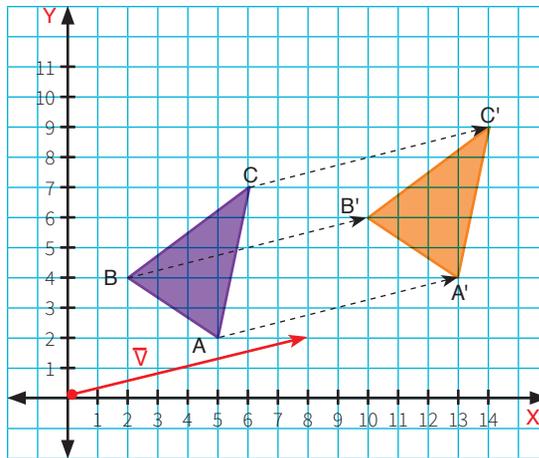


Resolución

- Representamos en el plano el vector de traslación $(8; 2)$. Trasladamos cada vértice del triángulo ABC 8 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba.



- Unimos los vértices trasladados A' , B' y C' para reproducir el triángulo. Pintamos el triángulo trasladado como se muestra en la figura.



Traslación. Es una transformación geométrica que se realiza en el plano. En esta transformación, las figuras solo cambian de posición, es decir, solo cambian de lugar. Su orientación, tamaño y forma se mantienen. El vector se utiliza como referencia para indicar la magnitud y la dirección del traslado.

1. Describe el procedimiento que se utilizó para realizar la actividad planteada en la situación significativa.

2. ¿Con qué finalidad se trazó el vector de traslación en el plano cartesiano?

3. Escribe las coordenadas de los vértices de los triángulos ABC y $A'B'C'$.

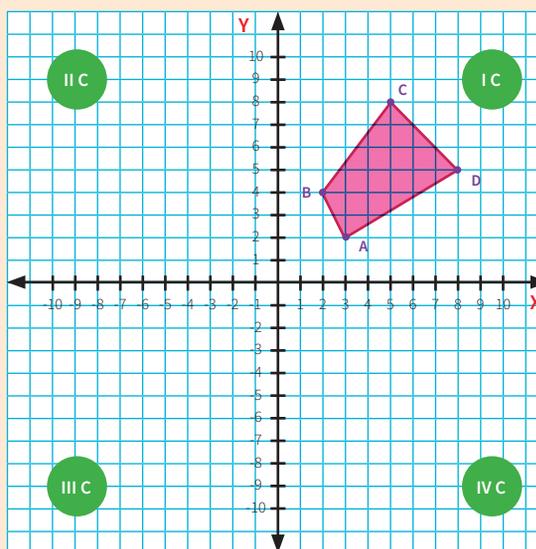
4. Escribe las características del movimiento o transformación geométrica que se realizó en la resolución.

Situación significativa B

La siguiente figura muestra un polígono irregular ubicado en el primer cuadrante del plano cartesiano:

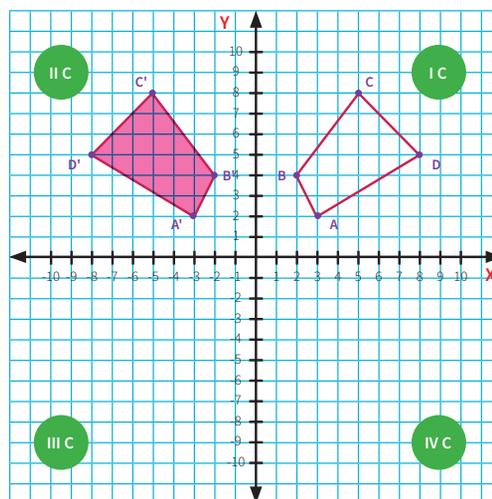
¿Cómo quedará finalmente la figura si se realizan los siguientes movimientos sucesivos?

- Una reflexión con respecto al eje Y;
- una reflexión con respecto al eje X;
- una reflexión con respecto al eje Y.

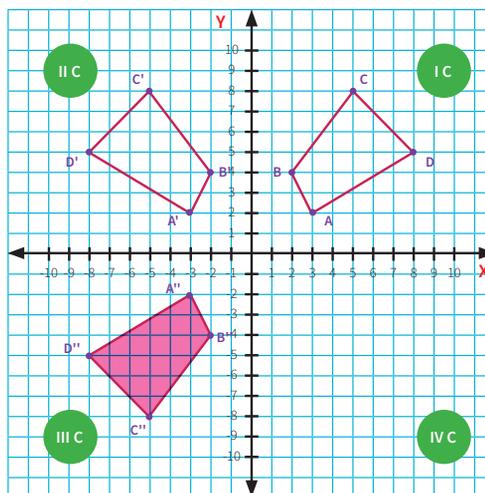


Resolución

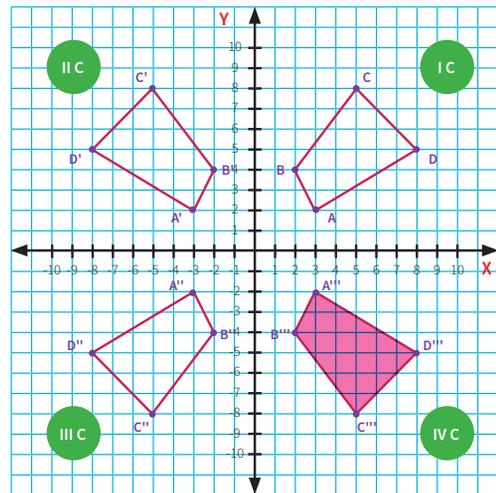
- Para realizar una reflexión con respecto al eje Y (del I cuadrante al II cuadrante), consideramos a este eje como si fuera un espejo. Traslamos cada vértice del polígono al otro lado del eje Y en forma horizontal, considerando que para el eje X sus valores cambian a negativo y los valores del eje Y se mantienen, tal como se muestra en la figura.



- Para realizar una reflexión con respecto al eje X (del II cuadrante al III cuadrante), consideramos a este eje como si fuera un espejo. Traslamos cada vértice del polígono al otro lado del eje X en forma vertical, considerando que para el eje X y el eje Y sus valores son negativos, tal como se muestra en la figura.



- c. Para realizar una reflexión con respecto al eje Y (del III cuadrante al IV cuadrante), consideramos este eje como si fuera un espejo. Trasladamos cada vértice del polígono al otro lado del eje Y en forma horizontal, considerando que para el eje X sus valores son positivos y los valores del eje Y son negativos, tal como se muestra en la figura.



Reflexión. Es la imagen de un objeto o figura como se ve en un espejo. Para obtenerla, como eje de reflexión se utiliza una recta. La reflexión respecto a una recta origina simetrías axiales a los lados del eje de simetría.

1. Describe el procedimiento que se utilizó para realizar la reflexión del polígono respecto a los ejes X e Y.

2. ¿Qué ocurre con las coordenadas del polígono en los cuadrantes II y III?

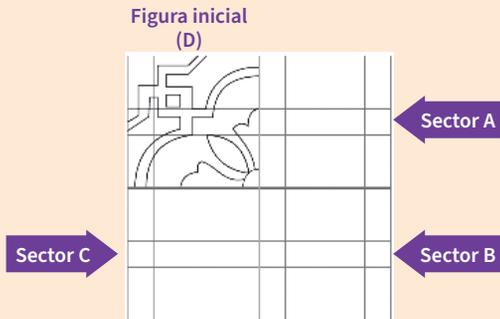
3. ¿Se puede realizar una reflexión respecto al eje X del polígono del I cuadrante al IV cuadrante? Justifica tu respuesta e indica cómo son los valores de las coordenadas del polígono en el IV cuadrante.

4. Escribe las características del movimiento o transformación geométrica que se realizó en la resolución.

5. Escribe la diferencia entre una reflexión y una traslación.

Situación significativa C

Usa la siguiente cuadrícula y completa el mosaico haciendo uso de transformaciones geométricas al azulejo D.

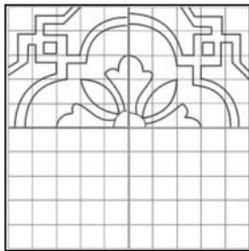


- ¿Qué transformación geométrica se aplica a D para obtener la imagen en el sector A?
- ¿Qué transformación geométrica se aplica a D para obtener la imagen en el sector B?
- ¿Qué transformación geométrica se aplica a D para obtener la imagen en el sector C?

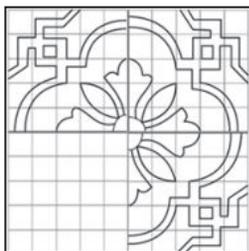
Aprendemos a partir del error

Resolución

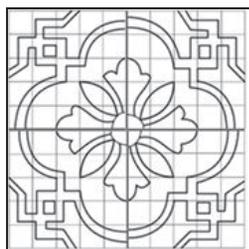
- a. Para el sector A, giramos 90° en sentido horario la figura inicial (D):



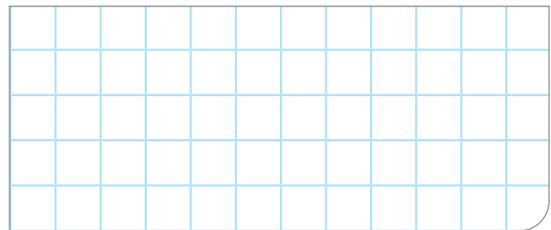
- b. Para el sector B, la figura rotada anteriormente la hacemos rotar nuevamente en 90° en sentido horario.



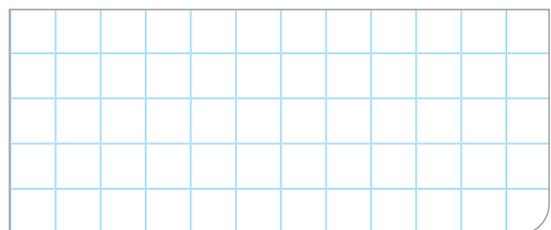
- c. Para el sector C, la figura inicial rota 90° en sentido horario.



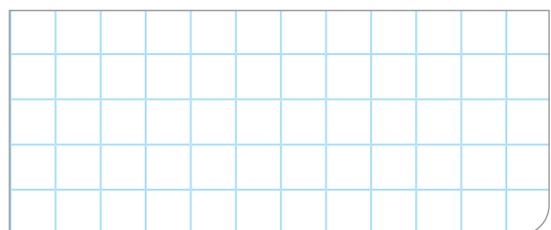
1. ¿Es correcta la transformación empleada para el sector A? Justifica tu respuesta.



2. ¿Es correcta la transformación empleada para el sector B? Justifica tu respuesta.



3. ¿Es correcta la transformación empleada para el sector C? Justifica tu respuesta.





Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Describimos un objeto a partir de transformaciones geométricas, traslaciones, rotaciones o reflexiones; representamos con dibujos y con lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las características que distinguen una rotación de una traslación y una traslación de una reflexión de formas bidimensionales; además, empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para describir el movimiento y la localización de los objetos. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades entre objetos y formas geométricas, así como entre las formas geométricas. Corregimos errores si los hubiera.

1. Con el transportador, determina el ángulo de giro de las figuras mostradas. Marca la alternativa que relaciona incorrectamente la figura con la medida del ángulo.

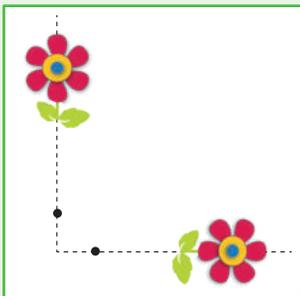


Figura 1

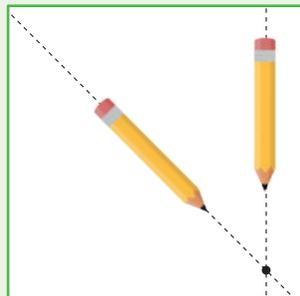


Figura 2

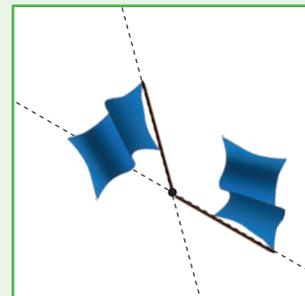


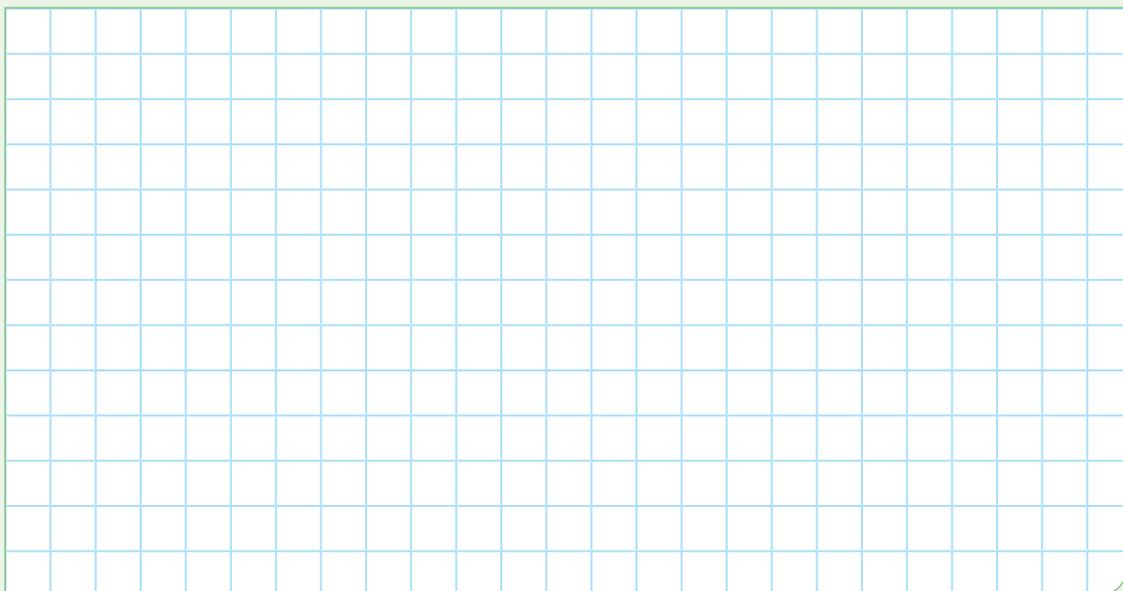
Figura 3

a) Figura 2: 45°

b) Figura 1: 90°

c) Figura 3: 45°

d) Figura 3: 135°



2. Considera las siguientes figuras:



(P)



(Q)



(R)



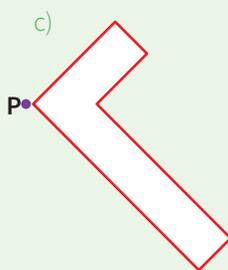
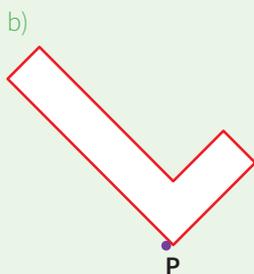
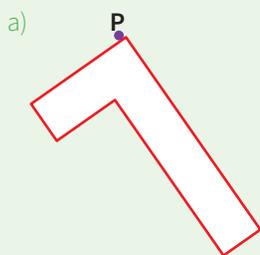
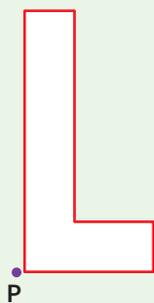
(S)

- I. Q es una traslación de P.
- II. R es una rotación en 180° de P.
- III. S es un rotación en 180° de R.

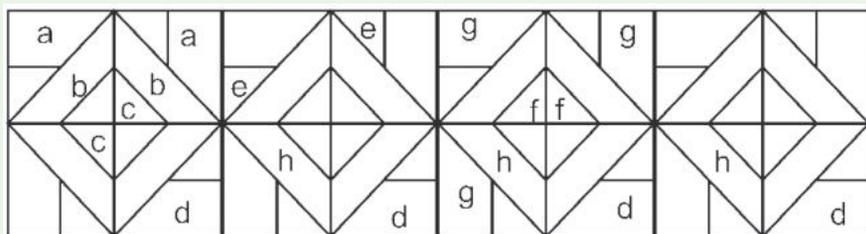
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) Solo II y III.
- b) Solo III.
- c) Solo I y II.
- d) Solo II.

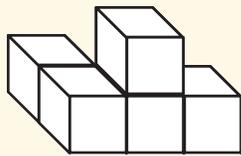
3. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa una rotación de la figura en 45° con centro P?



4. Observa las figuras que tienen una misma letra. Elige una transformación para ellas y colorea según la clave: traslación (verde), rotación (rojo) y reflexión (amarillo).

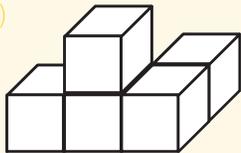


5. Observa la siguiente figura:

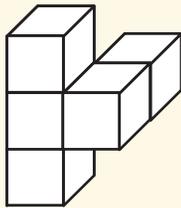


¿Qué figura representa la misma construcción de cubos? Justifica tu respuesta.

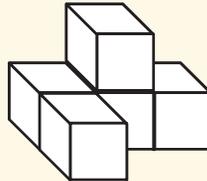
a)



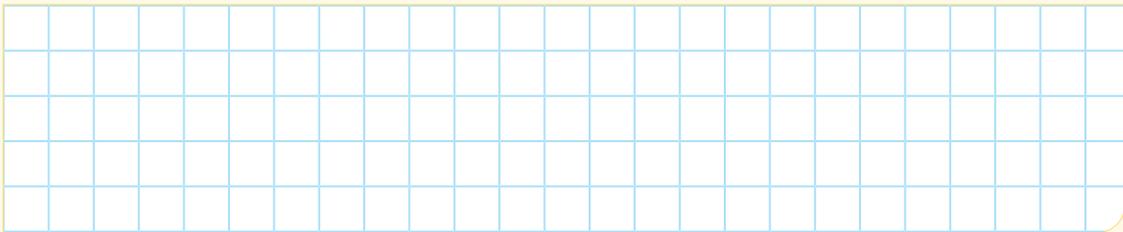
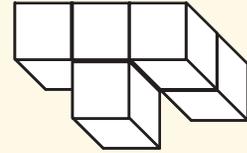
b)



c)



d)



6. "Move the Block" es un juego de rompecabezas de bloques deslizantes simple. El objetivo es bastante sencillo, llevar el bloque naranja hasta la abertura de la caja. Tendrás que trasladar los bloques de color crema para conseguir tu objetivo, los bloques cremas se mueven uno a la vez.

Determina la cantidad mínima de movimientos que se deben realizar para llevar el bloque naranja hasta la salida de la caja.



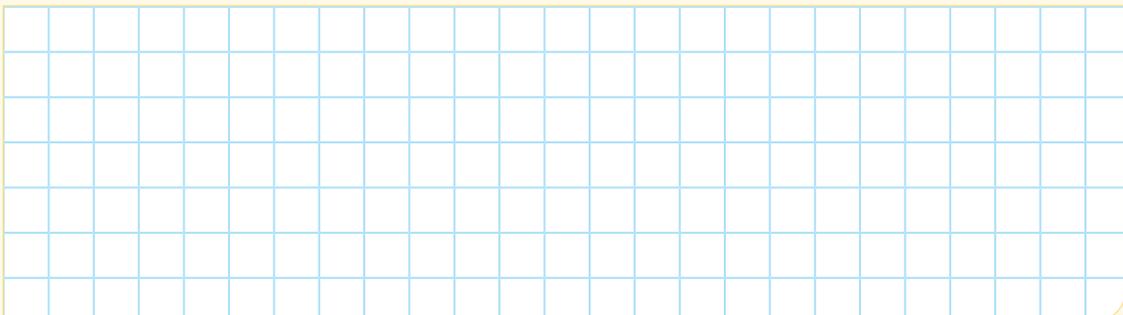
» Salida

a) 4 movimientos

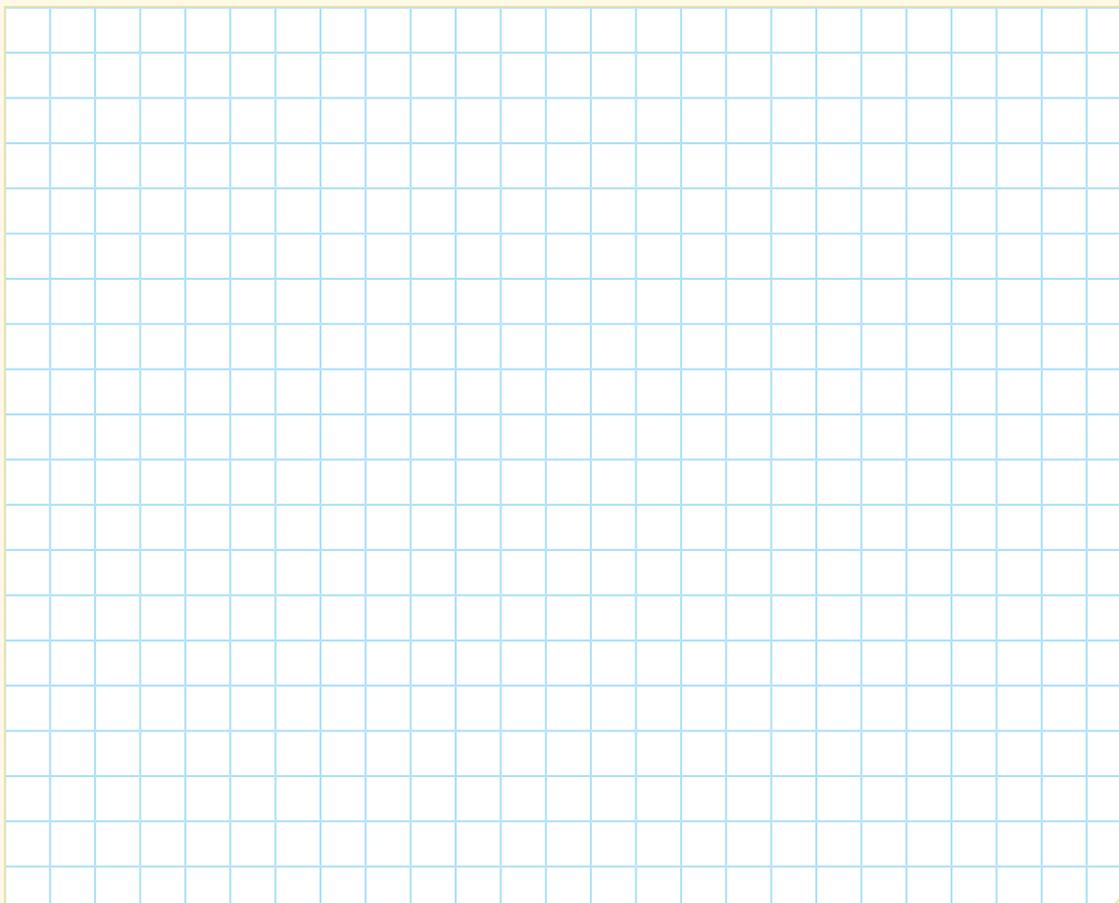
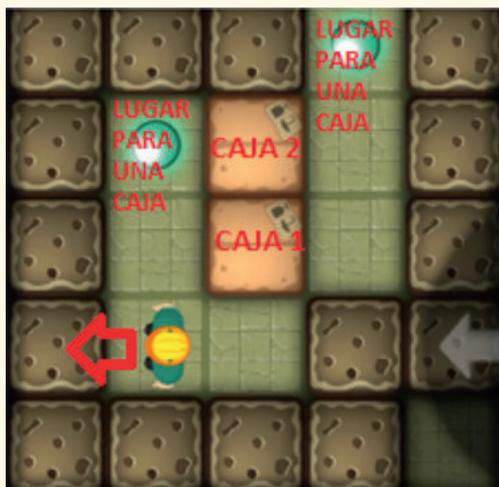
b) 5 movimientos

c) 6 movimientos

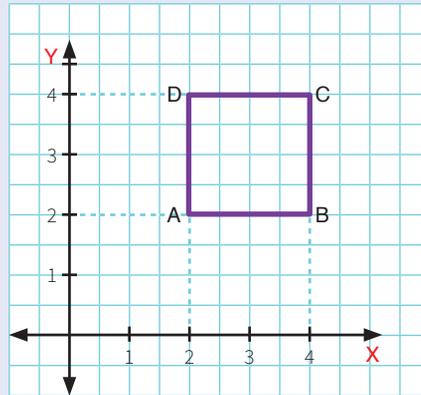
d) 7 movimientos



7. *Sokoban* significa "almacenero" en japonés. El almacenero debe empujar las cajas hasta el lugar indicado (círculos de color verde) dentro de un reducido almacén, con el número mínimo de empujes y de pasos. Las cajas se pueden empujar solamente y no tirar de ellas. El almacenero primero debe ubicarse donde pueda empujar la caja y solo empujar una caja a la vez. Describe los movimientos que realiza el almacenero para empujar las cajas con el número mínimo de movimientos.

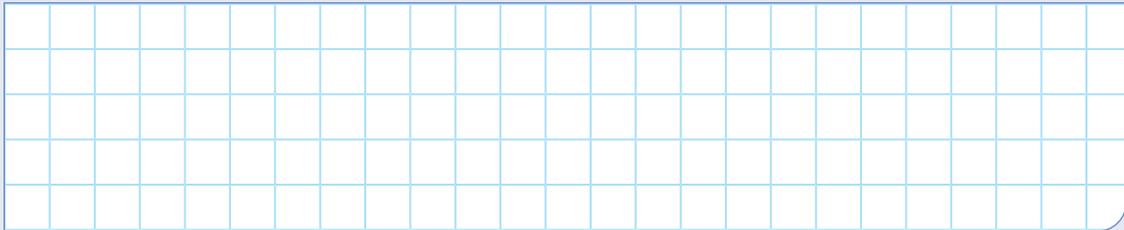


8. ¿Cuál será la nueva coordenada del punto C luego de aplicarle al cuadrado ABCD una rotación con centro en A: $\text{Rot}(A, 180^\circ)$?

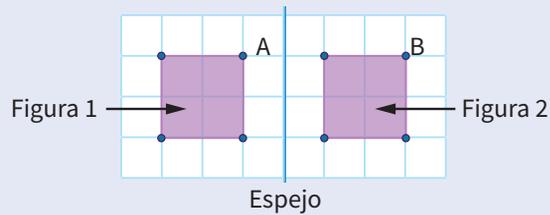


Preuniversitario Popular Víctor Jara.
Recuperado de <https://goo.gl/kBoc8C>

- a) (2; 4) b) (4; 2) c) (1; 1) d) (0; 0)



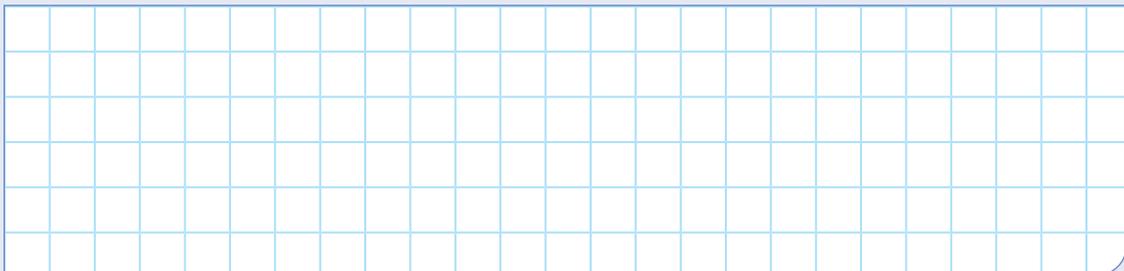
9. La figura 2 es imagen de la figura 1 en el espejo.



¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- I. Los perímetros de las dos figuras son iguales.
- II. Las áreas de las dos figuras son iguales.
- III. La imagen del punto A es el punto B.

- a) I solamente b) II solamente c) I y II solamente d) II y III solamente



10. El tablero de ajedrez y cada una de sus piezas presentan diferentes curiosidades matemáticas. Una de las curiosidades es el caballo, cuyo movimiento es como se muestra en la figura 1 y puede cubrir todas las casillas del tablero de ajedrez.

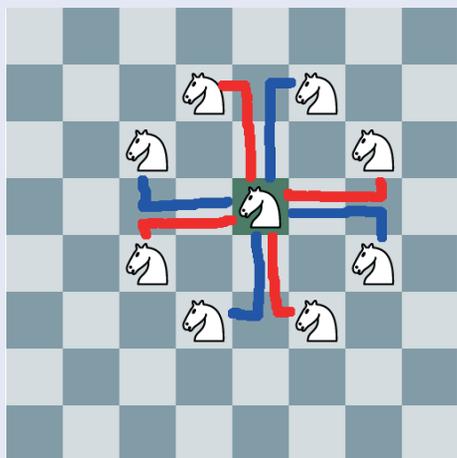


Figura 1

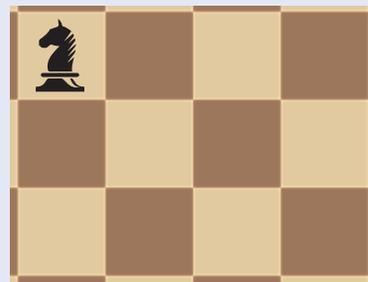
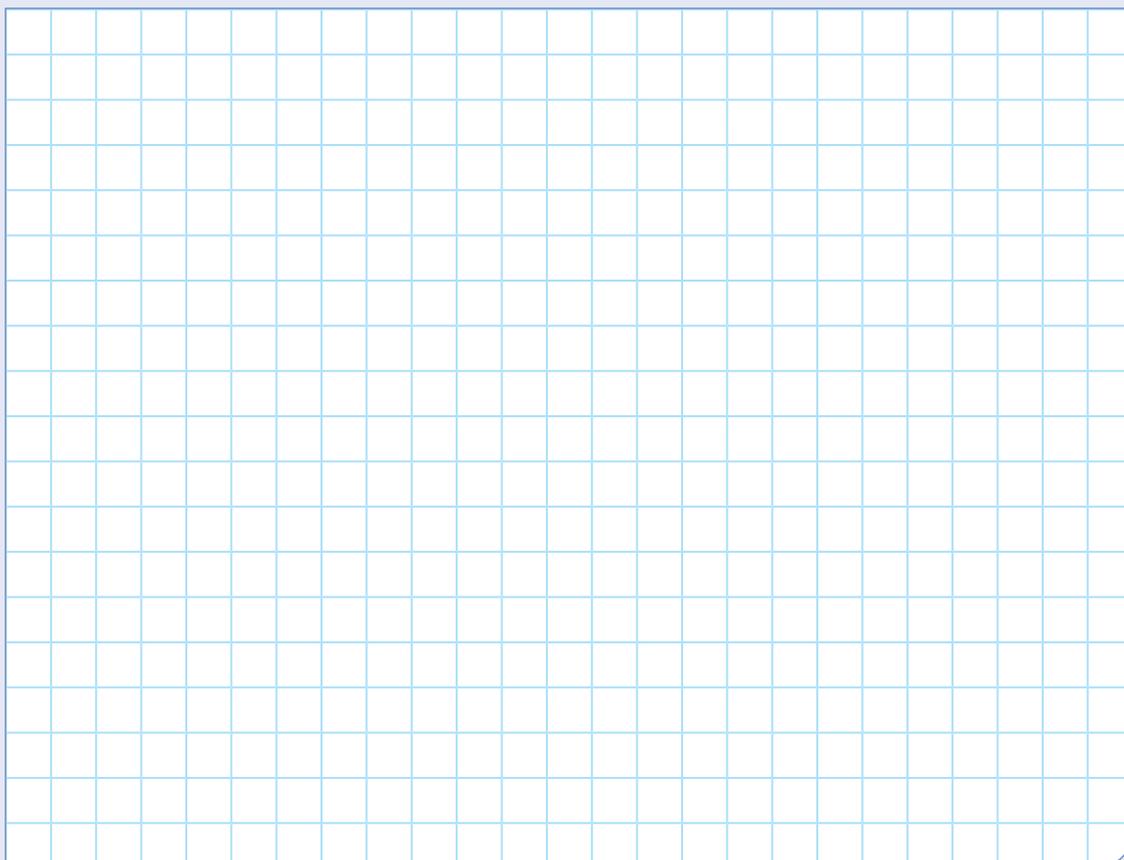


Figura 2

Determina cuántos movimientos como mínimo debe realizar el caballo para cubrir cada una de las casillas de la cuadrícula de 3×4 que se muestra en la figura 2; describe el tipo de movimientos que realiza e indica sus nombres.





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de una muestra de la población asociándolas a variables cuantitativas discretas, expresamos el comportamiento de los datos mediante medidas de tendencia central y empleamos procedimientos para recopilar y procesar datos con el fin de determinar la media de datos discretos.

Los Juegos Panamericanos

Los Juegos Panamericanos se celebran cada cuatro años entre los países de América. Miles de atletas compiten en diversas disciplinas deportivas. Hasta la versión 2015, en los juegos participaron 42 países con más de 5000 competidores en 36 deportes y cerca de 400 eventos. Los puestos primero, segundo y tercero en cada evento reciben medallas de oro, plata y bronce, respectivamente.

En la siguiente tabla, se muestra la relación de los 10 países que han ganado más medallas de oro entre 1991 y 2015 correspondiente a siete Juegos Panamericanos. La tabla muestra los países por orden alfabético.



Fuente: <https://bit.ly/2JR7ndj>

País	Cantidad de medallas de oro ganadas en los Juegos Panamericanos						
	 La Habana 1991	 Mar del Plata 1995	 Winnipeg 1999	 Santo Domingo 2003	 Río de Janeiro 2007	 Guadalajara 2011	 Toronto 2015
Argentina	11	40	25	16	11	21	15
Brasil	21	18	25	29	52	48	-
Canadá	22	47	64	29	39	30	78
Chile	2	2	1	2	6	3	5
Colombia	5	5	7	11	14	24	27
Cuba	140	112	70	72	59	58	36
Estados Unidos	130	170	106	117	97	92	103
México	14	23	11	20	18	42	22
Rep. Dominicana	0	1	1	10	6	7	-
Venezuela	4	9	7	16	12	11	8

Establece el orden de mérito de los países, del puesto 1 al puesto 10, considerando el promedio de medallas de oro ganadas en los siete Juegos Panamericanos.



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con lenguaje matemático nuestra comprensión sobre la media, la mediana o la moda (datos no agrupados) para representar un conjunto de datos de la muestra en estudio. Asimismo, justificamos con nuestros conocimientos estadísticos las características y tendencias de los datos de una población, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

En el Instituto Nacional Materno Perinatal de la ciudad de Lima, se registra la talla en centímetros de niñas y niños que nacieron en el primer día del mes, obteniéndose los siguientes datos:

47	44	44	52	53	46	50
55	48	47	52	46	48	48
42	50	52	50	47	50	52



© ANDINA/Presidencia

- ¿Cuál es la talla más frecuente en este grupo de niñas y niños al nacer?
- ¿La mayoría de las niñas y los niños al nacer están por debajo o sobre el promedio de las tallas? Explica.
- Por error faltó considerar la talla de uno de los niños que medía 52 cm. La moda, la media y la mediana, ¿se verán afectadas por este valor? Explica por qué.

Resolución:

- Para encontrar la talla más frecuente en las niñas y los niños al nacer, es decir, la moda de la talla, ordenamos los datos en forma creciente.

42	44	44	46	46	47	47
47	48	48	48	50	50	50
50	52	52	52	52	53	55

Como se puede apreciar, las tallas que más se repiten son 50 cm y 52 cm, empatan con 4 datos cada una, por lo que no hay única moda.

$Mo_1 = 50$ y $Mo_2 = 52$; por lo tanto, la distribución de datos es bimodal.

- Para determinar si la mayoría de las niñas y los niños están por debajo o sobre el promedio de las tallas, procedemos a calcular el promedio:

$$\bar{x} = \frac{42 + 44(2) + 46(2) + 47(3) + 48(3) + 50(4) + 52(4) + 53 + 55}{21} = \frac{1023}{21} = 48,71$$

Entonces el promedio es: 48,71

La talla promedio es de 48,71 cm

Del total de niñas y niños, podemos observar que 11 están por debajo del promedio de las tallas y 10 están sobre el promedio de las tallas; por lo tanto, la mayoría está por debajo del promedio de las tallas.

c. Al considerar la estatura de un niño más, 52 cm, la nueva distribución de datos será:

42	44	44	46	46	47	47
47	48	48	48	50	50	50
50	52	52	52	52	53	55
52						

- Encontrando la moda:

La estatura que más se repite es 52; por lo tanto, la $M_o = 52$. El valor inicial $Sí$ se ve afectado, deja de ser bimodal.

- Calculando la media:

$$\bar{x} = \frac{42 + 44(2) + 46(2) + 47(3) + 48(3) + 50(4) + 52(5) + 53 + 55}{22} = \frac{1075}{22} = 48,86$$

El valor inicial de la media $Sí$ se ve afectado, aumenta en 0,15 centésimas.

- Calculando la mediana:

La distribución tiene 22 datos, es par, entonces consideramos la talla en los términos centrales:

$$Me = \frac{48 + 50}{2} = 49$$

El valor inicial de la mediana $Sí$ se ve afectado, porque con la distribución anterior de 21 datos el término central era 48. La mediana quedó aumentada en una unidad.

1. ¿Cuál de las tres medidas de tendencia central estudiadas (media, mediana o moda) es la más representativa en la situación significativa? ¿Por qué?

2. Los procedimientos seguidos para calcular las medidas de tendencia central de datos no agrupados, ¿en qué otras situaciones se pueden aplicar? Explica.

3. Según las condiciones de la situación, ¿para qué es útil conocer el valor de estas medidas?

Situación significativa B

En las siguientes tablas, se muestra el puesto y la cantidad de medallas de plata ganadas por los 42 países participantes en los Juegos Panamericanos hasta Toronto 2015.

Puesto	País	Plata	Puesto	País	Plata
1	Estados Unidos	1455	22	Surinam	2
2	Cuba	593	23	Guyana	4
3	Canadá	656	24	El Salvador	8
4	Brasil	359	25	Bermudas	4
5	Argentina	331	26	Islas Caimán	4
6	México	289	27	Antigua y Barbuda	0
7	Colombia	147	28	Santa Lucía	0
8	Venezuela	205	29	Nicaragua	4
9	Chile	91	30	Islas Vírgenes de EE. UU.	4
10	República Dominicana	63	31	Barbados	4
11	Puerto Rico	81	32	Haití	2
12	Ecuador	30	33	Dominica	2
13	Jamaica	46	34	San Cristóbal y Nieves	2
14	Guatemala	16	35	Paraguay	2
15	Uruguay	25	36	Bolivia	2
16	Trinidad y Tobago	23	37	Honduras	2
17	Bahamas	15	38	Granada	2
18	Perú	33	39	Belice	0
19	Antillas Neerlandesas	9	40	San Vicente y las Granadinas	0
20	Costa Rica	6	41	Aruba	0
21	Panamá	19	42	Islas Vírgenes Británicas	0

¿Cuál es la medida de tendencia central más representativa en la situación?

Resolución:

Primero, ordenamos los datos de la tabla según la cantidad de medallas de plata ganadas:

0	0	0	0	0	0	2
2	2	2	2	2	2	2
4	4	4	4	4	4	6
8	9	15	16	19	23	25
30	33	46	63	81	91	147
205	289	331	359	593	656	1455

Calculamos la media. Para ello, sumamos los 42 datos. Podemos hacerlo uno por uno o agrupando los datos del mismo valor, y repartimos equitativamente la suma.

$$\bar{x} = \frac{6(0) + 2(8) + 4(6) \dots + 656 + 1455}{42} = \frac{4540}{42} = 108,1$$

Calculamos la mediana aplicando la semisuma de los términos centrales, es decir, de los términos 21 y 22:

$$Me = \frac{6 + 8}{2} = 7$$

Encontramos la moda del conjunto de datos, es decir, la cantidad de medallas de plata que más se repite: $Mo = 2$

Respuesta:

La mediana es la medida de tendencia central más representativa.

- 1.** Describe el procedimiento realizado para responder la pregunta de la situación significativa.

- 3.** ¿Cuál es la interpretación de la mediana en el contexto de la situación?

- 2.** ¿Por qué aquí la media o promedio aritmético no se considera una medida representativa?

- 4.** ¿Es representativo del conjunto de datos el valor de la moda? Explica por qué.

Situación significativa C

José, Luis y Manuel miden 1,65 m; 1,72 m y 1,68 m, respectivamente. ¿Cuál es la estatura de Miguel si la talla promedio de los 4 amigos es 1,70 m?

Aprendemos a partir del error

Resolución

Planteo una ecuación para hallar la estatura de Miguel.

Sea "x" la estatura de Miguel, entonces:

La suma de las estaturas conocidas entre la cantidad de datos es igual a x:

$$\frac{1,65 + 1,72 + 1,68 + 1,70}{4} = x$$

$$\frac{6,75}{4} = x$$

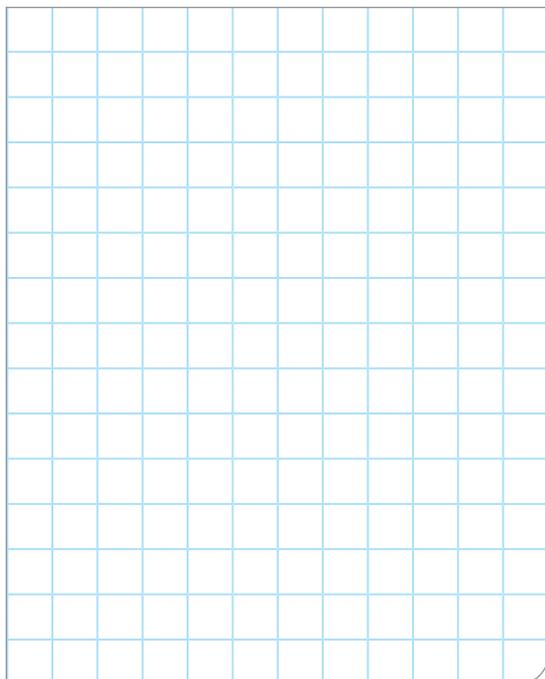
$$x = 1,6875$$

Finalmente: $x = 1,69$ m

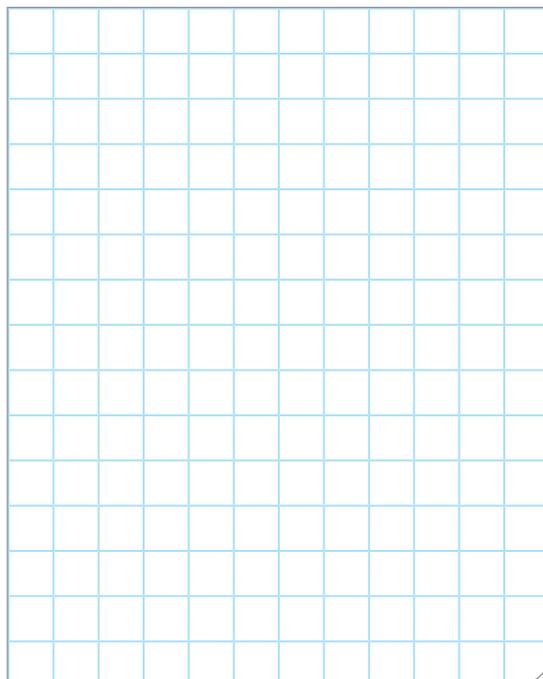
Respuesta:

La estatura de Miguel es 1,69 m.

1. ¿Estás de acuerdo con los procedimientos propuestos? Justifica tu respuesta.

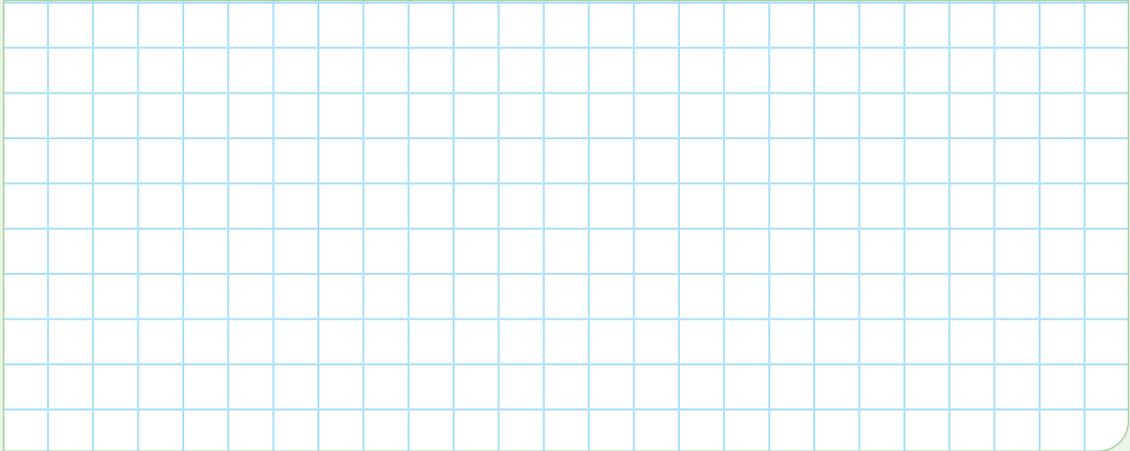


2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



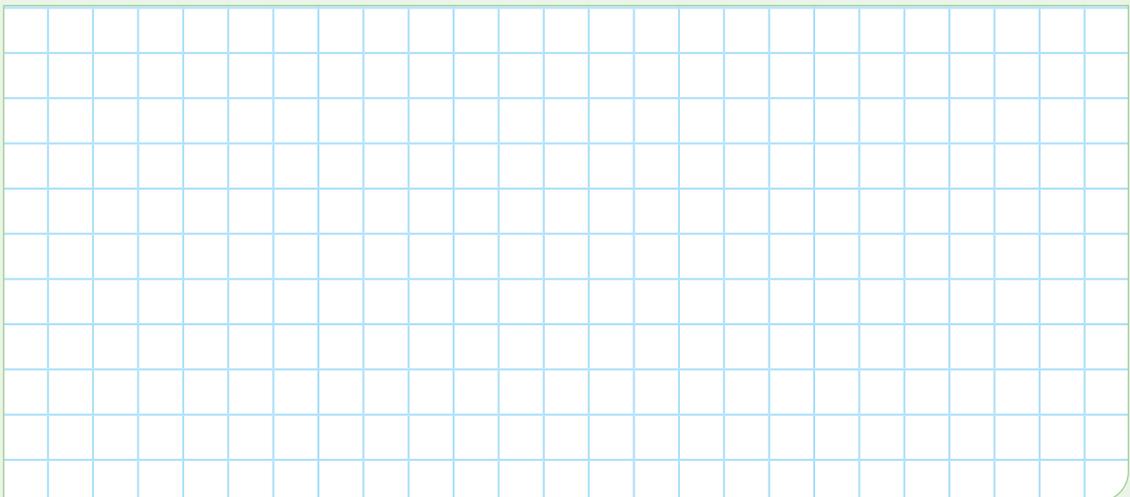
3. La masa corporal promedio de un grupo de tres amigas es de 54,5 kg. Si se incorpora al grupo una amiga con 52,5 kg, ¿en cuánto varía el promedio del grupo?

- a) Aumentó 0,5 kg. b) Aumentó 1,5 kg. c) Disminuyó 0,5 kg. d) No varía.



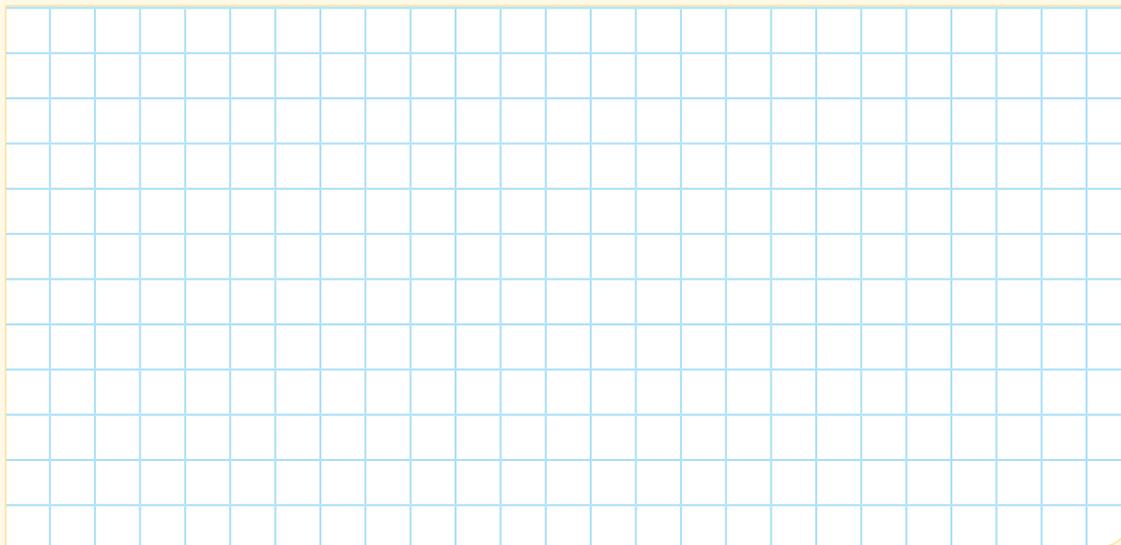
4. Según el gráfico, determina la cantidad de familias encuestadas y responde: ¿cuál es el número de hijas o hijos más frecuente entre las familias encuestadas?

Cantidad de hijas o hijos por familia



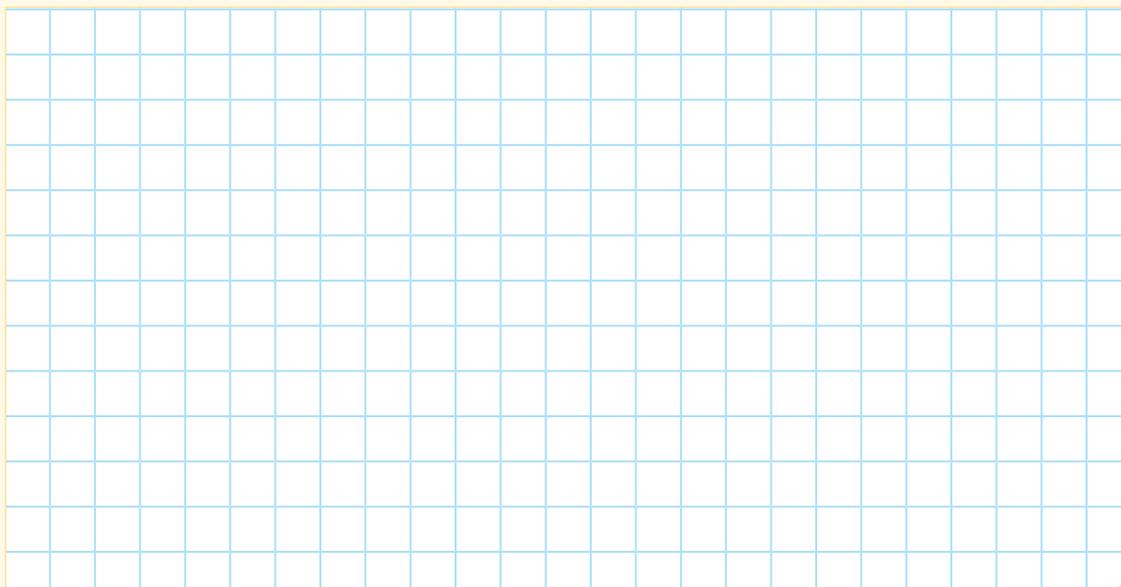
5. A este conjunto de datos {13; 14; 14; 15; 18} se agregan dos datos más, de modo que después su mediana es igual a 15; su promedio, 16; y su moda, 14. ¿Qué datos se habrán agregado?

- a) Se agregaron 14 y 24.
- b) Se agregaron 17 y 21.
- c) Se agregaron 18 y 20.
- d) Se agregaron 16 y 20.



6. Marco ha obtenido los siguientes puntajes en sus evaluaciones del semestre: 08; 10; 10; 11; 13; 13; 14; 14; 14; 15. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

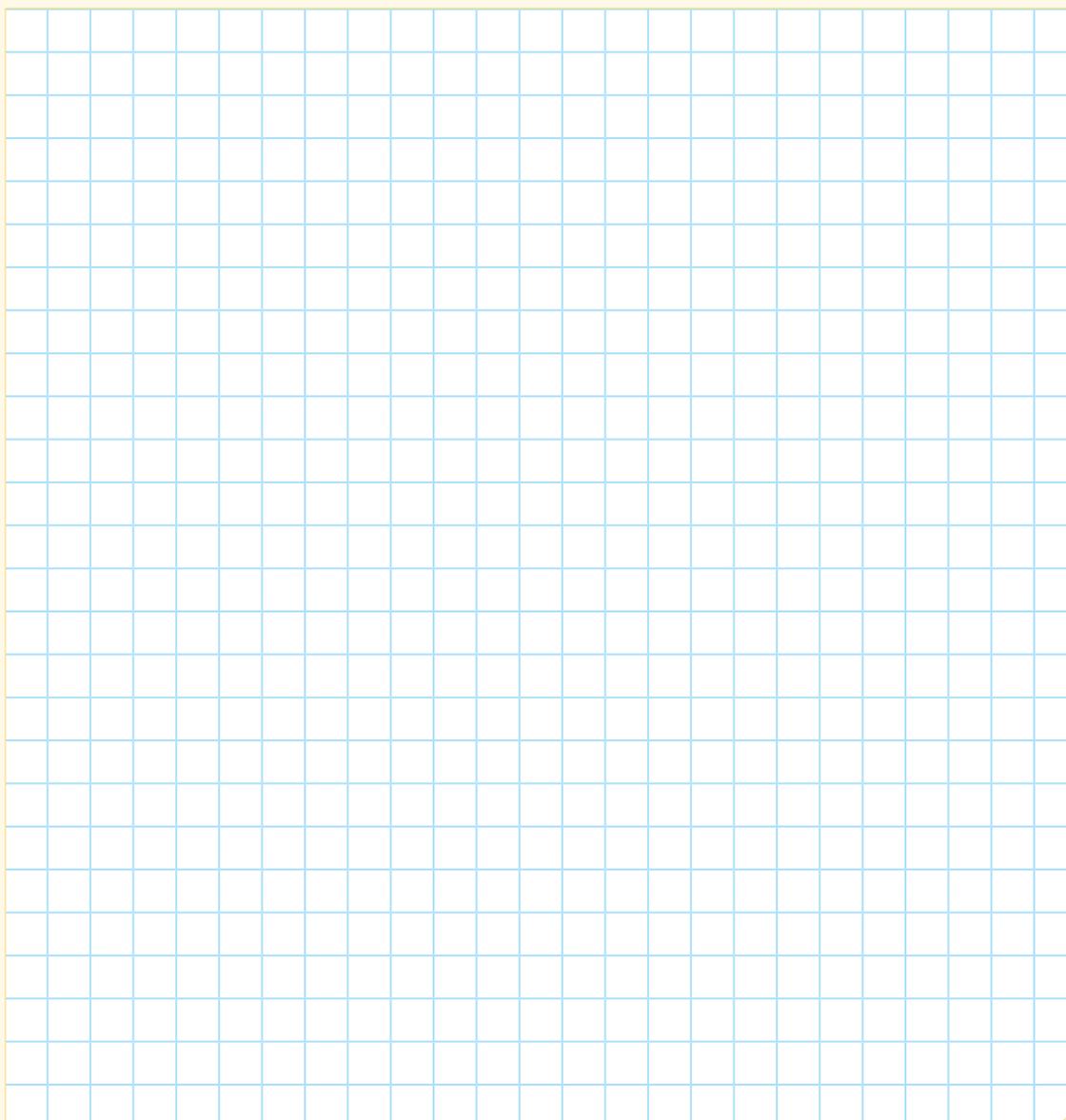
- a) El puntaje promedio es 14.
- b) La mediana es 14.
- c) El puntaje más frecuente es 13.
- d) El rango de dichos puntajes es 7.



7. Para elegir al estudiante que represente a la institución educativa en un campeonato de natación de 100 metros estilo libre, el profesor de Educación Física convoca a los tres mejores nadadores en esta disciplina, los hace competir 5 veces y registra el tiempo en la siguiente tabla:

Estudiantes	Tiempo en segundos				
	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
Julio	61,7	61,7	62,3	62,9	63,1
Luis	61,5	62,9	62,9	63,7	63,7
Alfredo	60,7	62,4	62,7	62,7	61,2

¿Qué estudiante representará mejor a la institución educativa? Justifica tu respuesta.



8. Determina cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

- I. La media aritmética es siempre menor que la moda.
- II. La moda siempre se encuentra en el centro de un conjunto ordenado de datos.
- III. Puede haber más de una moda en un conjunto de datos.
- IV. La mediana y la media son siempre iguales.

- a) Solo I. b) II y III. c) Solo III. d) III y I.

9. La siguiente tabla indica la cantidad de trabajadores de una fábrica con sus respectivos sueldos. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones no es correcta?

N.º de trabajadores	Sueldo (S/)
2	1100
3	1520
4	1640
1	3900

- I. S/1100, promedio.
- II. S/1580, mediana.
- III. S/1640, moda.
- IV. S/1722, media aritmética.

- a) Solo I. b) II, III y IV. c) Solo II. d) Solo III.

10. Estudiantes del segundo grado realizan una encuesta para saber la edad de las personas que asisten a la feria del libro que organiza la municipalidad. Los resultados de la encuesta se representan en la siguiente gráfica:



- a) ¿Cuál es la edad promedio de las personas que asisten a la feria?
- b) Si las y los estudiantes registran a una persona de 73 años que habían omitido involuntariamente, ¿afectará el promedio obtenido? Justifica tu respuesta.

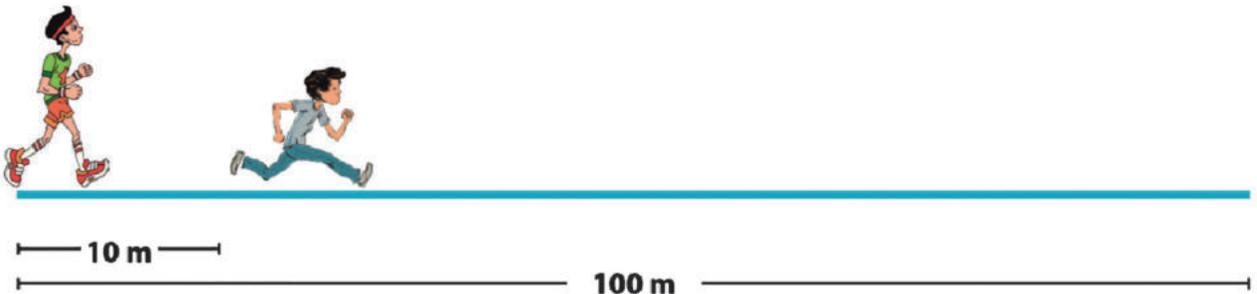


Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen la regla de formación de la función lineal. También empleamos estrategias heurísticas y el procedimiento para resolver un problema, y evaluamos el conjunto de valores de una función lineal.

Carrera entre amigos

Mauricio le propone a su amigo Héctor hacer una carrera de 100 metros en la pista atlética de su colegio. Como Mauricio es atleta, le da a su amigo una ventaja de 10 metros. Se sabe que Héctor recorre 4 metros por cada segundo y Mauricio, 6 metros en el mismo tiempo; además, estas velocidades son constantes en todo el recorrido.



A partir de lo indicado, responde:

1. ¿En cuánto tiempo alcanzará Mauricio a su amigo Héctor?
2. ¿Cuál es la expresión matemática que representa la distancia que recorre cada uno de ellos en un determinado tiempo?
3. ¿En cuánto tiempo llegará cada uno a la meta?

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Completa la tabla con la información que nos presenta la situación significativa.

Tiempo transcurrido: t (s)	Distancia recorrida desde la partida por Mauricio: D (m)	Distancia recorrida desde la partida por Héctor: d (m)
0	0	10
1	6	14
2		

2. De acuerdo con los datos de la tabla, ¿en cuánto tiempo alcanzará Mauricio a su amigo Héctor?

3. Escribe la expresión matemática que represente la distancia recorrida desde la partida por Mauricio en un tiempo determinado.

4. Escribe la expresión matemática que represente la distancia recorrida desde la partida por Héctor en un tiempo determinado.

5. Utiliza las expresiones matemáticas de las actividades 3 y 4 de *Ejecutamos la estrategia o plan* y responde la tercera pregunta de la situación significativa.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Elabora un diagrama cartesiano que represente los datos de la tabla.

2. Describe la diferencia entre la expresión matemática que representa la distancia recorrida por Mauricio y Héctor.



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos nuestra comprensión de la relación de correspondencia de una función lineal, mediante lenguaje matemático, gráficas, tablas y símbolos, y evaluamos el conjunto de valores de una función lineal. Asimismo, justificamos con ejemplos nuestros conocimientos matemáticos sobre las propiedades de una función lineal.

Situación significativa A

Un automóvil tiene 8 años de antigüedad y su valor actual es de S/20 000, pero hace 4 años su valor era de S/45 000. Si el valor del auto varía de forma lineal con el tiempo, determina:

- ¿Cuál es el modelo matemático que expresa el valor del automóvil con respecto al tiempo transcurrido?
- ¿Cuál fue el precio inicial del automóvil?
- ¿Cuál será su valor cuando tenga diez años de antigüedad?

Resolución

- a. Para hallar el modelo matemático:

Llenamos la tabla tomando los datos del problema.

Tiempo (años)	0				4				8
Valor (S/)					45 000				20 000

Teniendo en cuenta que el valor del auto varía linealmente con relación al tiempo transcurrido. Completamos la tabla:

Tiempo (años)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Valor (S/)	70 000	63 750	57 500	51 250	45 000	38 750	32 500	26 250	20 000

Luego hallamos el modelo matemático para el valor del auto:

- Recordamos que una función lineal tiene la siguiente expresión: $f(x) = ax + b$; $a \neq 0$
- Para encontrar el modelo de devaluación del valor del auto, tendríamos:

$$v(t) = at + b$$

Donde:

$v(t)$: valor del auto en función del tiempo

a : pendiente de la función lineal

t : tiempo

b : valor inicial del auto

- Para hallar la pendiente (a) se toma dos valores cualesquiera de la tabla, por ejemplo:

Cuando $t = 0$ $v(t) = 70000$

Cuando $t = 1$ $v(t) = 63750$

Luego calculamos: diferencia de los valores de la variable $v(t)$ / diferencia de los valores de la variable t , es decir:

$$a = \frac{70\,000 - 63\,750}{0 - 1} = \frac{6\,250}{-1} = -6250, \text{ entonces } a = -6250$$

- Reemplazando todos esos datos en el modelo de devaluación del auto, tendríamos:

$$v(t) = -6250 \cdot t + 70\,000$$

∴ El modelo matemático es:

$$v(t) = -6250 \cdot t + 70\,000$$

- b.** Para hallar el valor inicial del automóvil, el tiempo es 0 años, pues es un auto nuevo.

Del modelo matemático: $v(t) = -6250 \cdot t + 70\,000 \Rightarrow v(0) = -6250 \cdot 0 + 70\,000 \Rightarrow v(0) = 70\,000$

Por lo tanto, su valor inicial fue de 70 000 soles.

- c.** Hallamos su valor después de diez años.

Si reemplazamos en el modelo matemático el valor de $t = 10$, entonces $v(10) = -6250(10) + 70\,000$

Su valor será de 7500 soles.

Respuesta:

- a.** El modelo matemático es $v(t) = -6250 \cdot t + 70\,000$
b. Su costo inicial fue de 70 000 soles.
c. El valor después de 10 años será de 7500 soles.

- 1.** Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

- 2.** ¿Cuánto valdría el auto dentro de 14 años? Explica si el valor calculado tiene sentido en la práctica.

Situación significativa B

El gimnasio Super Fit cobra un derecho de inscripción de 260 soles y una mensualidad de 120 soles, mientras que el gimnasio Gym Extreme cobra 140 soles por derecho de inscripción y 160 soles de mensualidad. Ambos gimnasios se ubican en la misma avenida, tienen instalaciones similares y las mismas máquinas. Transcurriendo los meses a partir de la matrícula, ¿en cuánto tiempo el pago de los dos gimnasios resulta igual?

Resolución

- Determinamos la función que representa el pago para el gimnasio Super Fit en t meses:

$$P(t) = 260 + 120t$$

- Determinamos la función que representa el pago para el gimnasio Gym Extreme en t meses:

$$P(t) = 140 + 160t$$

Igualamos ambas funciones para averiguar en cuántos meses se paga lo mismo en los dos gimnasios:

$$260 + 120t = 140 + 160t$$

Luego: $t = 3$ meses

Respuesta:

En tres meses, en los dos gimnasios se paga lo mismo.

- Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

- Utiliza otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

- Gráfica las funciones dadas en el mismo plano cartesiano, ¿cuál es el punto de intersección de ambas gráficas? ¿Qué significa este valor?

Situación significativa C

Para ingresar a una feria gastronómica, se paga S/15,00. Dentro de la feria, cualquier plato de comida cuesta S/8,00.

- ¿Cuál es el modelo matemático para representar el gasto total en la visita a la feria gastronómica?
- Si se sabe que Lila acudió a la feria y consumió 7 platos, ¿cuánto gastó?

Aprendemos a partir del error

Resolución

Seguimos los siguientes pasos:

- Para hallar el modelo matemático, completamos la siguiente tabla:

Cantidad de platos	1	2	3	4
Gasto total (S/)	8	16	24	48

Entonces, se deduce que el gasto en total avanza de 8 en 8.

Considerando que x representa la cantidad de platos, el modelo será:

$$y = 8x$$

- Para hallar el gasto generado por Lila, usamos el modelo:

$$y = 8x$$

$$y = 8(7)$$

$$y = 56$$

Respuesta:

- El modelo será: $y = 8x$
- Lila gastó S/56,00.

- ¿Son correctas las respuestas a las dos preguntas de la situación significativa? De no ser así, corrígelas.

- ¿Qué estrategia se aplicó para resolver el problema?



Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen la regla de formación de la función lineal. También representamos nuestra comprensión de la relación de correspondencia de una función lineal, mediante lenguaje matemático, gráficas, tablas y símbolos, y evaluamos el conjunto de valores de una función lineal; además, empleamos estrategias heurísticas y el procedimiento para resolver un problema y evaluamos el conjunto de valores de una función lineal. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos las propiedades de una función lineal.

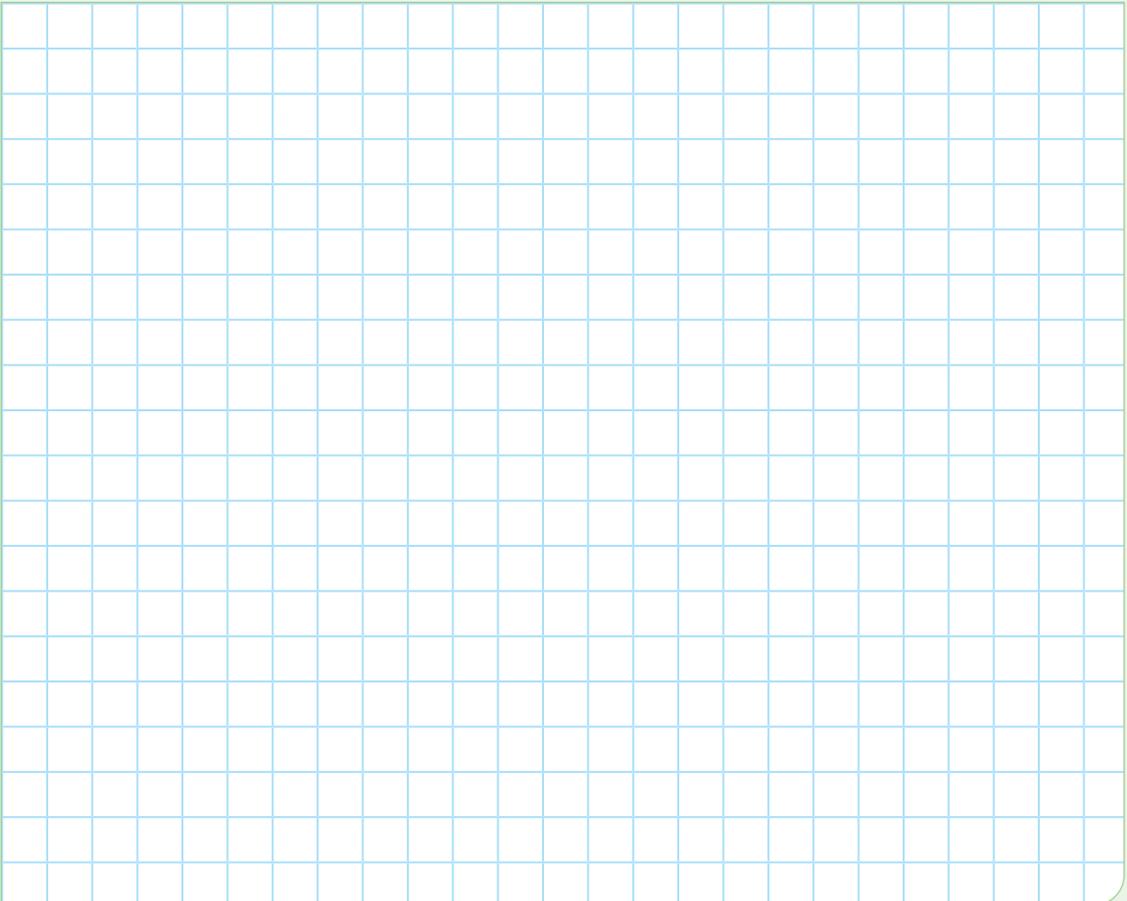
1. Jorge trabaja en telefonía móvil. Por día recibe 15 soles y, adicionalmente, 2 soles por cada chip de celular que vende. ¿Cuál es el modelo matemático que representa dicha situación? ¿Cuántos chips de celular vendió un día si recibió la suma de 43 soles? (Sea x el número de chips vendidos por José).

a) $f(x) = 15x + 2$; 8 chips

b) $f(x) = 15 + 2x$; 14 chips

c) $f(x) = 15 + 2x$; 29 chips

d) $f(x) = 2x$; 21 chips



2. El precio de una radio es de S/200 al contado, pero si se cancela en cuotas, deberá pagarse un interés mensual fijo de S/11. ¿Cuál es la expresión matemática que representa la relación del precio de la radio con el número de cuotas? ¿Cuánto debe pagarse en 12 cuotas? (Sea c el el número de cuotas a pagar).

a) $f(c) = 11c$; 132 soles

b) $f(c) = 200 + 11c$; 200 soles

c) $f(c) = 200 + 11c$; 332 soles

d) $f(c) = 200 + 11c$; 211 soles

3. En la bodega de Lucho, se exhibe un letrero que dice: “Oferta: bolsa de arroz de 750 g a S/2,40”. ¿Cuánto será el costo de 3 kg de arroz?

a) S/9,60

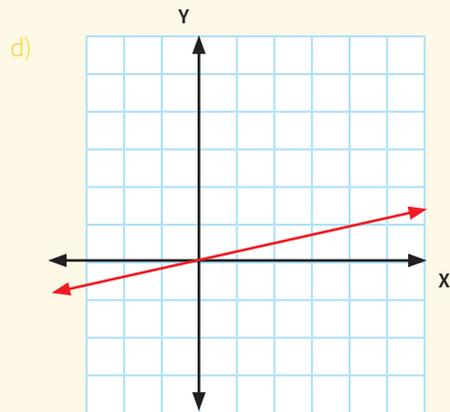
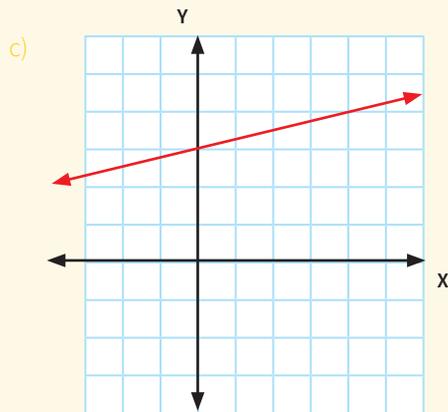
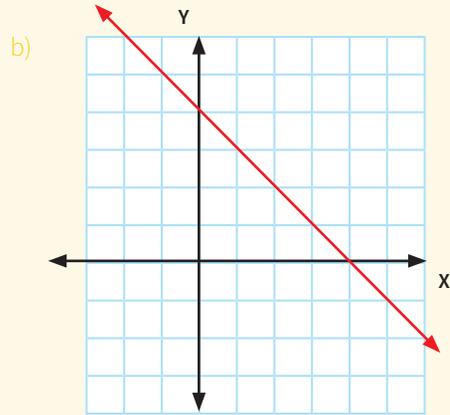
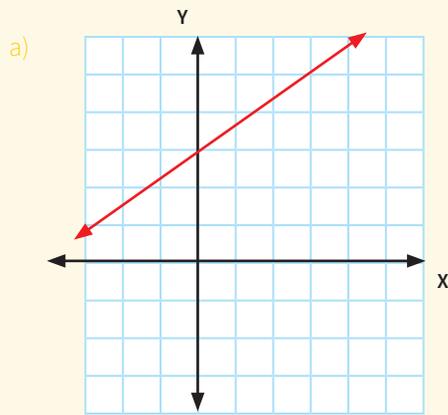
b) S/8,50

c) S/7,60

d) S/4,80

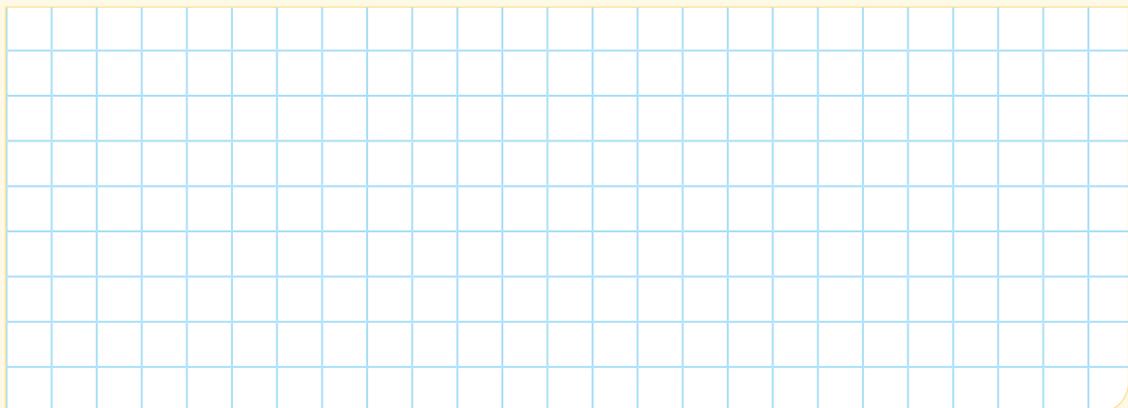
4. A los lados de un cuadrado de 3 centímetros de longitud, se aumentan x centímetros a cada lado. ¿Cuál es la función que relaciona el perímetro con el aumento efectuado al lado del cuadrado original?

5. Si en los lados cada cuadrícula representa una unidad, indica cuál de los siguientes gráficos representa la función $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$.

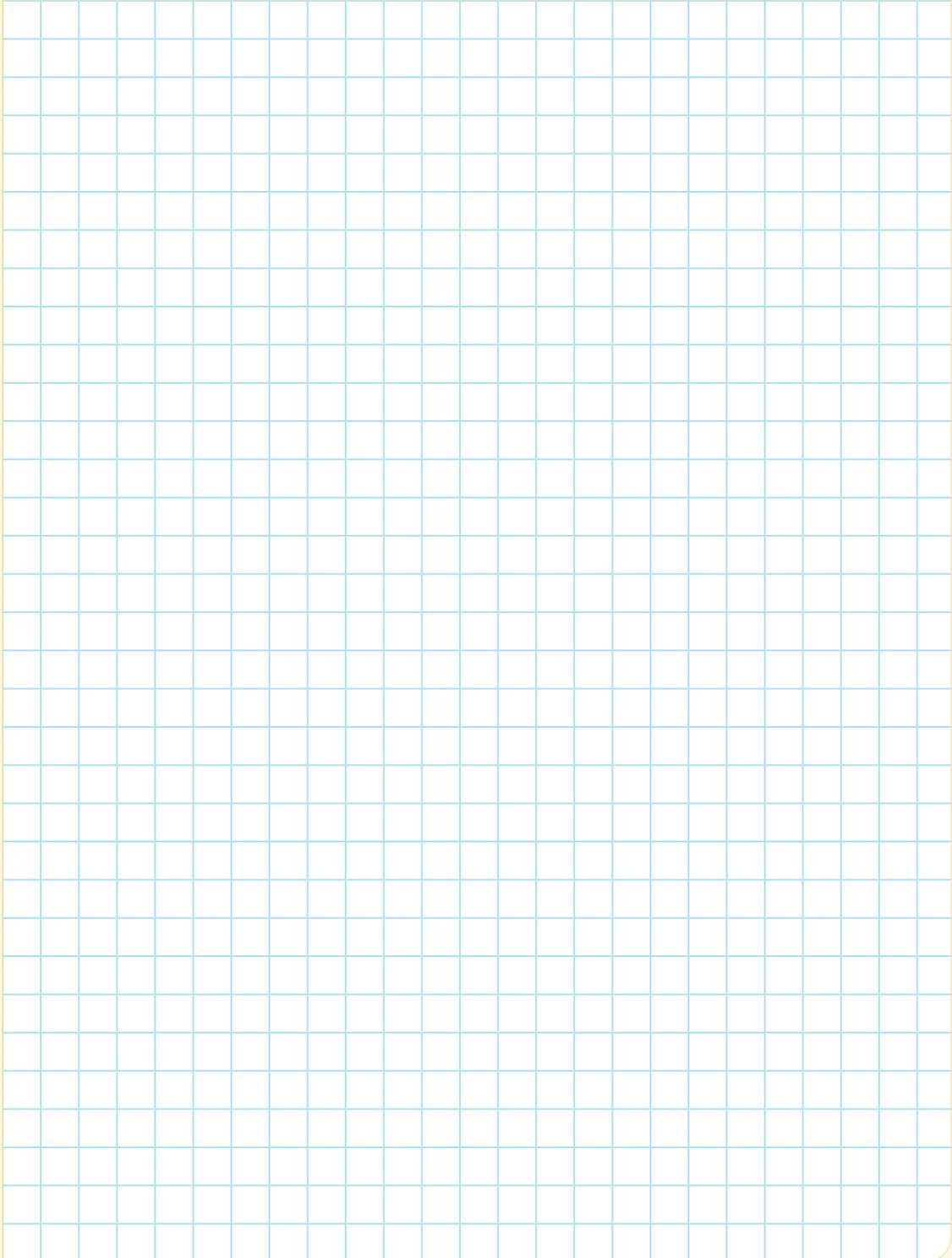


6. La entrada para un parque de diversiones cuesta S/50 por adulto y S/25 por niño. Durante un día ingresaron 300 personas y pagaron en total S/12 250. ¿Cuántos niños y adultos ingresaron al parque?

- a) 190 adultos y 110 niños
 b) 110 adultos y 190 niños
 c) 50 adultos y 25 niños
 d) 245 adultos y 490 niños



7. En un torneo deportivo, 38 personas están jugando 13 partidos de tenis de mesa en el mismo instante. Mientras algunos partidos son individuales, es decir, dos personas participan en él, otros son dobles, donde cuatro personas juegan. ¿Cuántos partidos individuales y dobles se están jugando?





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos con lenguaje numérico el significado del IGV en transacciones financieras y comerciales, empleamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con porcentajes y simplificar procesos usando propiedades de los números y las operaciones.

Promovemos el pago de impuestos

Es importante pedir o emitir el comprobante de pago (factura o boleta de pago) con el fin de evitar la evasión del impuesto general a las ventas (IGV), 18 % que se paga por la compra de un producto o servicio. Con este dinero, el Estado puede obtener recursos para brindar educación, salud, seguridad, justicia, obras públicas, entre otros beneficios.



Fuente: <https://goo.gl/XhWwvdk>

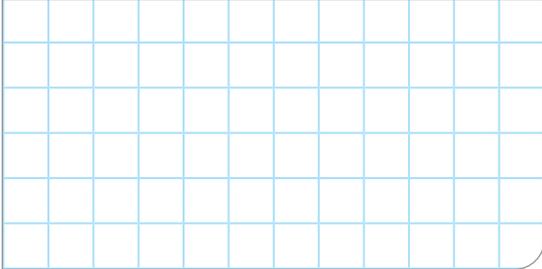
PUNTO DE VENTA PSJE - LAS BRISAS - HUARAL TEL: 246-1117 R.U.C. 12347654454			
FACTURA N° 001 - 000009			
Caja Predeterminada			
Cliente: PÚBLICO EN GENERAL		11/06/2017	
Usuario: ADMINISTRADOR		11:04:17 a.m.	
CANT.	DESCRIPCIÓN		IMPORTE
1	ACEITE PREMIUM ENVASE X 1 LT	X	7,50
2	ACEITE DE OLIVA EXTRA VIRGEN ENVASE X 500 ML	X	39,80
SUBTOTAL		S/	47,30
IGV		S/	
TOTAL			
SON:			

María tiene que informar sobre el gasto en su compra, pero su factura sufrió un deterioro; sin embargo, ella recuerda que pagó el precio de costo de los productos más el IGV.

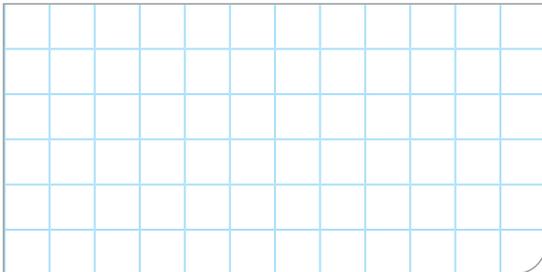
1. ¿Cuánto pagó de IGV en esta compra?
2. ¿Cuánto fue el precio total que pagó María en la factura?

Comprendemos el problema

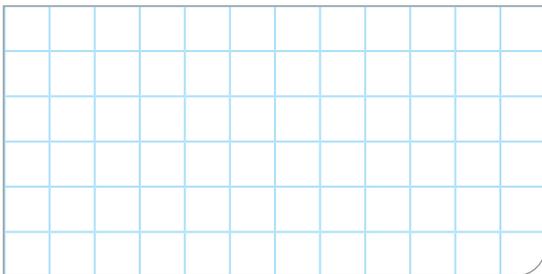
1. De acuerdo con el ticket de factura, ¿qué productos se compraron?

A grid of 10 columns and 10 rows, intended for writing the answer to question 1.

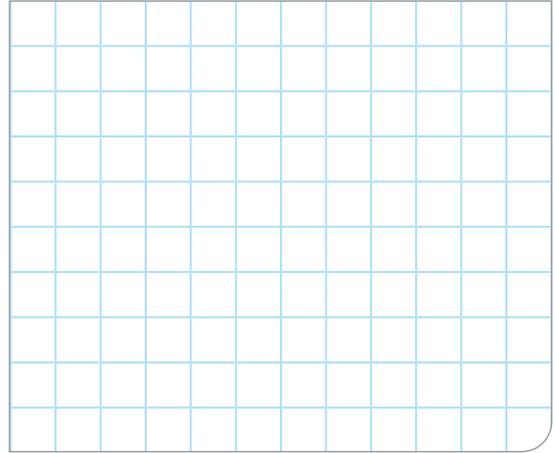
2. De acuerdo con el ticket de factura, ¿cuánto cuesta cada uno de los productos?

A grid of 10 columns and 10 rows, intended for writing the answer to question 2.

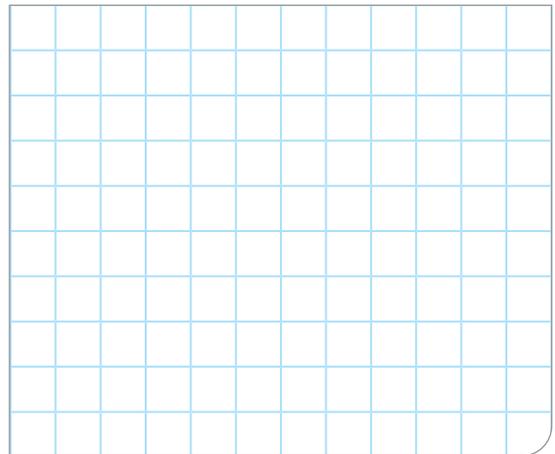
3. ¿Qué significa IGV?

A grid of 10 columns and 10 rows, intended for writing the answer to question 3.

4. ¿Cuál es el valor del IGV en porcentaje?

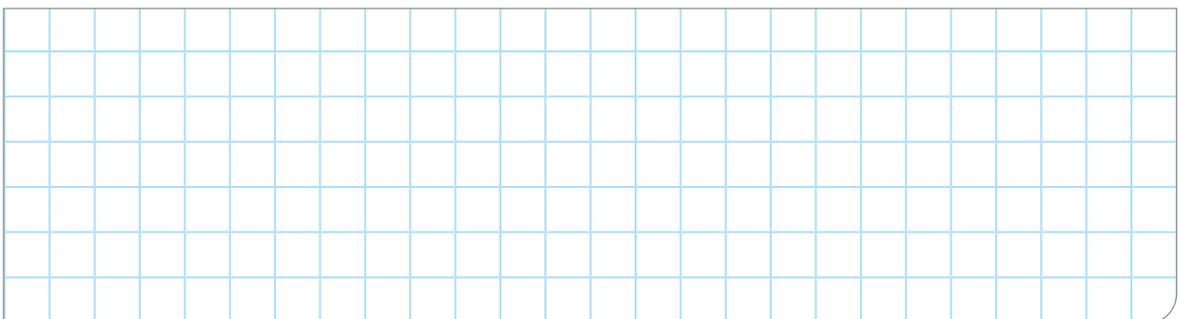
A grid of 10 columns and 10 rows, intended for writing the answer to question 4.

5. ¿Qué te piden calcular en la pregunta de la situación significativa?

A grid of 10 columns and 10 rows, intended for writing the answer to question 5.

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe los procedimientos que realizarías para calcular cuánto se pagó por concepto de IGV y el incremento del total con respecto al subtotal.

A large grid of 20 columns and 10 rows, intended for describing the strategy or plan for solving the problem.

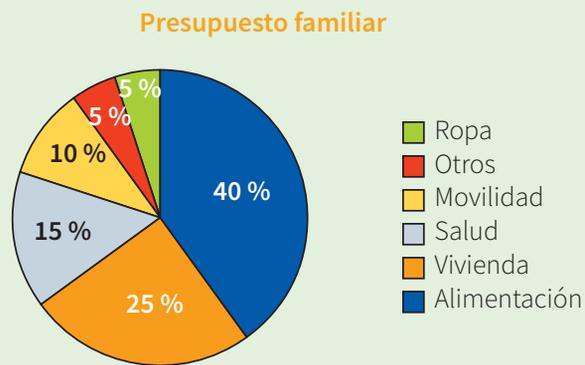


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen aumentos y descuentos porcentuales sucesivos. También representamos con lenguaje numérico nuestra comprensión sobre la equivalencia entre aumentos o descuentos porcentuales, en problemas sobre transacciones financieras y comerciales. Asimismo, justificamos con nuestros conocimientos matemáticos las equivalencias entre descuentos porcentuales y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

El papá y la mamá de José tienen un presupuesto familiar de S/3000 para diferentes gastos en bienes y servicios del hogar, distribuidos tal como se muestra en el siguiente diagrama:



Determina:

- La cantidad de dinero presupuestado para los diferentes bienes y servicios.
- El dinero que se gasta en desayuno, almuerzo y cena. Se sabe que estos gastos representan el 30 %, 50 % y 20 %, respectivamente, del monto presupuestado para alimentos.
- El monto que se paga por alquiler de casa, sabiendo que representa el 80 % del presupuesto destinado para vivienda y que el resto es para los servicios de luz y agua.
- El monto que se paga por el servicio mensual de luz y agua.

Resolución

- Para hallar la cantidad de dinero presupuestado para bienes y servicios, cambiamos la representación porcentual a fraccionaria.

Rubros	%	Fracción	Pago por servicio (S/)
Ropa	5 %	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{100} \times 3000 = 150$
Alimentación	40 %	$\frac{40}{100}$	$\frac{40}{100} \times 3000 = 1200$
Vivienda	25 %	$\frac{25}{100}$	$\frac{25}{100} \times 3000 = 750$
Salud	15 %	$\frac{15}{100}$	$\frac{15}{100} \times 3000 = 450$
Movilidad	10 %	$\frac{10}{100}$	$\frac{10}{100} \times 3000 = 300$
Otros	5 %	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{100} \times 3000 = 150$

- b. Calculamos el dinero que se gasta en desayuno (D), almuerzo (A) y cena (C):

$$D = \frac{30}{100} \times 1200 = 360; A = \frac{50}{100} \times 1200 = 600 \text{ y } C = \frac{20}{100} \times 1200 = 240$$

En la alimentación se gasta: S/360 en el desayuno, S/600 en el almuerzo y S/240 en la cena.

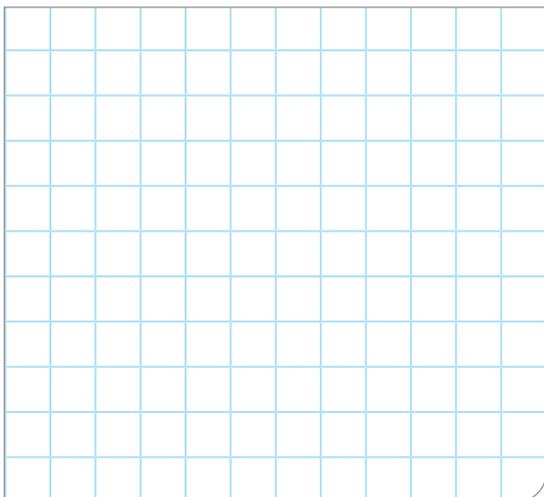
- c. Calculamos el monto a pagar por alquiler:

$$\frac{80}{100} \times 750 = 600$$

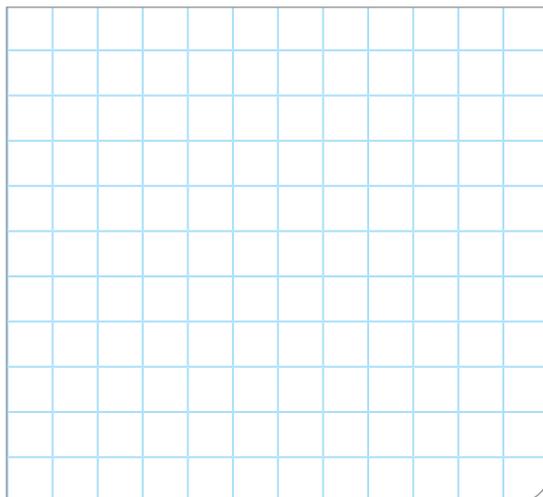
- d. Calculamos el monto a pagar por los servicios de luz y agua:

$$\frac{20}{100} \times 750 = 150$$

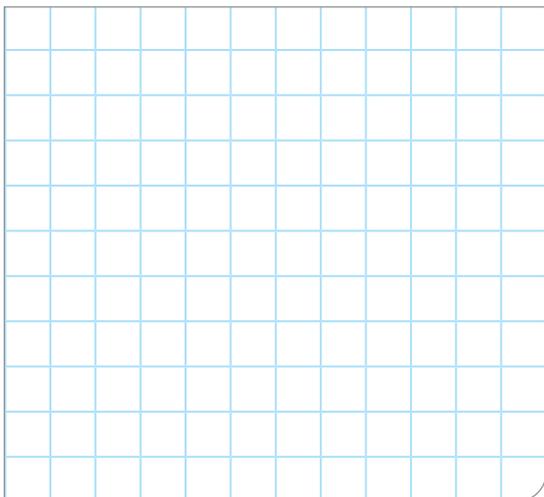
1. ¿Por qué 5 % es equivalente a la fracción 5/100? Representa con un gráfico y pinta la parte que corresponde.



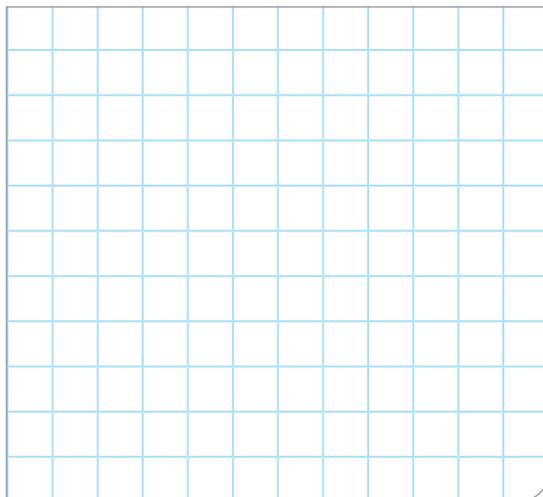
3. Explica por qué un porcentaje se puede aplicar a otro porcentaje, como en las partes b) y c) de la resolución del problema.



2. Explica por qué para calcular el 40 % de 3000 hay que realizar la operación: $\frac{40}{100} \times 3000$.



4. ¿Es posible calcular una fracción de otra fracción? Menciona un ejemplo.



Situación significativa B

Una tienda de artefactos importa lavadoras por mayor y las vende a S/960 cada una. Adicionalmente, el cliente puede contratar el servicio técnico hasta por dos años. El servicio técnico del primer año incrementa el costo de una lavadora en 20 % de su precio y el servicio técnico del segundo año genera un aumento del 25 % del costo.

- ¿Cuál es el costo de la lavadora con el servicio técnico del primer año?
- ¿Cuál es el costo de la lavadora con servicio técnico hasta el segundo año?
- ¿Cuánto es el costo del servicio técnico de dos años?
- ¿Qué porcentaje del servicio representa?



Resolución

- a. Determinamos el costo de la lavadora con servicio técnico durante el primer año.

Precio: S/ 960

El costo de servicio técnico es el 20 % de 960; es decir,

$$\frac{20}{100} \times 960 = 192$$

Con un año de servicio: $960 + 192 = 1152$ soles

- b. Determinamos el costo de la lavadora con un año más de servicio técnico.

Con un año de servicio: S/1152

El incremento es el 25 % de 1152; es decir,

$$\frac{25}{100} \times 1152 = 288$$

Con dos años de servicio: $1152 + 288 = 1440$ soles

- c. Determinamos el costo del servicio técnico por dos años:

$192 + 288 = 480$ soles

Porcentaje del precio:

$$\frac{480}{960} \times 100 \% = 50 \%$$

- d. Si se desea mantener el servicio técnico por dos años, el costo de la lavadora se incrementa en el 50 % de su precio.

Comprobación:

150 % de 960 soles es $\frac{150}{100} \times 960 = 1440$ soles

El precio incrementado en ambos casos es S/1440, lo que verifica la respuesta.

1. Expresa el 20 % en forma fraccionaria y verifica el valor del primer incremento.

2. ¿Aumentar en forma sucesiva 20 % y 25 % es lo mismo que aumentar 45 %? Justifica tu respuesta con un ejemplo.

3. Determina a qué aumento único corresponde el aumento sucesivo 30 % + 35 %.

4. En la vida real, ¿por qué es necesario calcular el aumento porcentual sucesivo?

Situación significativa C

Durante la semana del descuento y la moda, las prendas de vestir de jóvenes se venderán con un descuento del 20 %. Si se compran por mayor ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, o 1 docena), tendrán un descuento adicional de 20 % sobre el precio rebajado.

Prenda de vestir	Precio (S/)
Pantalón jean hombres	90
Pantalón jean mujeres	80
Polo de mujer manga corta	25
Polo de mujer manga larga	35
Polo de hombre manga larga	40
Polo de hombre manga corta	30
Casaca de hombre color entero	160



Fuente: <https://goo.gl/tDaece>

Ana compra para ella 3 pantalones jean, 3 polos manga corta y 3 polos manga larga. Juan compra para él 3 pantalones, 3 polos manga larga, 3 polos manga corta y una casaca.

¿Cuánto gasta cada uno en ropa?

Aprendemos a partir del error

Resolución

Seguimos los siguientes pasos:

- Determinamos los gastos realizados por Ana y completamos los datos de la siguiente tabla:

Cantidad de prendas	Valor de la compra (S/)	Rebaja (S/)	Valor con rebaja (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	240	48	192	48	144
3 polos manga larga	105	21	84	21	63
3 polos manga corta	75	15	60	12	48
Total	420				255

Ana ha gastado S/255.

- Determinamos los gastos realizados por Juan y completamos los datos de la siguiente tabla:

Cantidad de prendas	Valor de la compra (S/)	Rebaja (S/)	Valor con rebaja (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	270	54	216	54	162
3 polos manga larga	120	24	96	24	72
3 polos manga corta	90	18	72	18	54
1 casaca	160	32	128	-	128
Total	570				416

Juan ha gastado S/416.

1. ¿Cuántas veces se hace el descuento en el valor de la compra de tres pantalones?

2. ¿Qué significa descontar el 20 % adicional sobre el precio ya rebajado?

3. Calcula el valor final de los 3 pantalones que ha comprado Ana. ¿Coincide con los datos de la tabla?

4. Si no coincide, verifica los valores finales. Completa los datos en las siguientes tablas y determina cuánto gastaron Ana y Juan.

Cantidad de prendas (Ana)	Valor de la compra (S/)	Rebaja (S/)	Valor rebajado (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	240				
3 polos manga larga	105				
3 polos manga corta	75				
Total	420				

Cantidad de prendas (Juan)	Valor de la compra (S/)	Rebaja (S/)	Valor rebajado (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	270				
3 polos manga larga	120				
3 polos manga corta	90				
1 casaca	160				
Total	570				

La tabla considera los descuentos sucesivos cuando la compra es de, por lo menos, tres prendas. Por lo tanto:

Ana gasta

Juan gasta

3. Un automóvil cuesta \$ 20 000. Si después de un año su precio se reduce en 20 % y al año siguiente, en 10 %, ¿cuál será su nuevo valor?

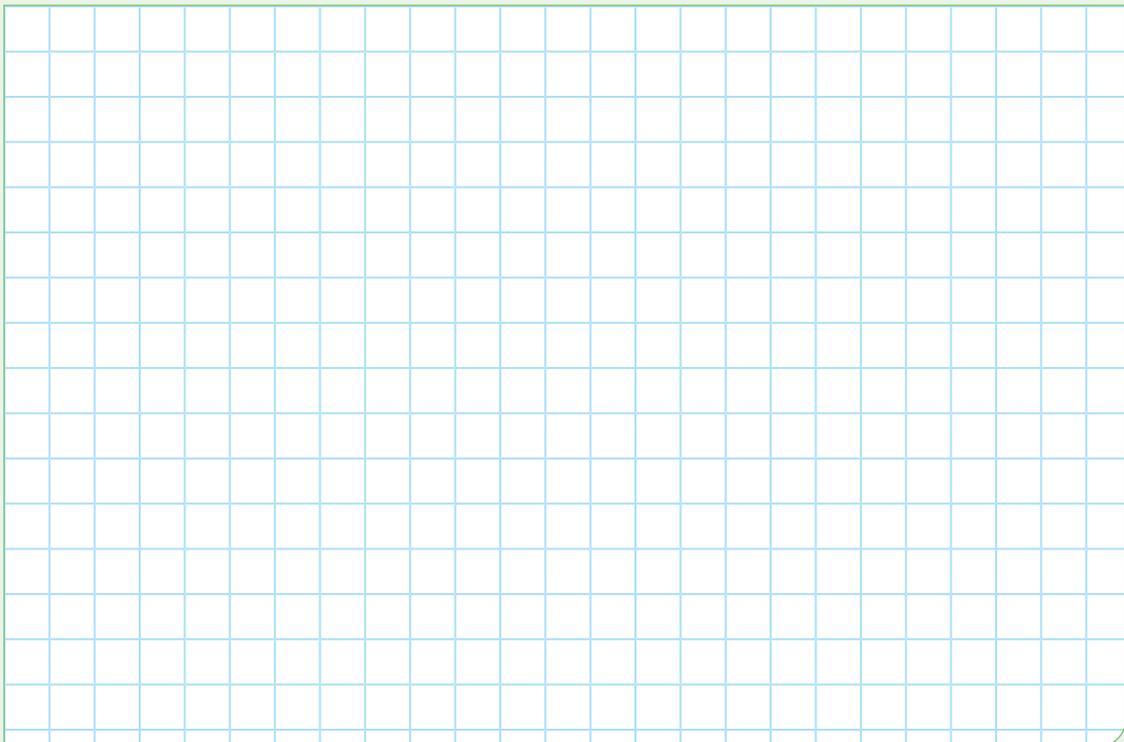
- a) \$12 000
- b) \$14 400
- c) \$15 000
- d) \$16 500



4. En una tienda de ropa de moda, los precios de polos de algunas marcas tienen un descuento solo por hoy, pero mañana se incrementarán en los porcentajes que se indican en la siguiente tabla.

- a) ¿Cuál será el precio final de cada producto hoy y mañana?
- b) Si compras polos, uno de cada marca, ¿te conviene comprar hoy o mañana? Justifica tu respuesta.

Marca	Precio	Descuento por hoy	Precio final hoy	Aumento mañana	Precio final mañana
Tyfy	S/30	10 %		3 %	
Silve	S/40	5 %		2 %	
Genuino	S/35	10 %		3 %	
Peruano	S/50	15 %		5 %	
Elegante	S/45	20 %		4 %	
Moda	S/20	12 %		2 %	
Total					



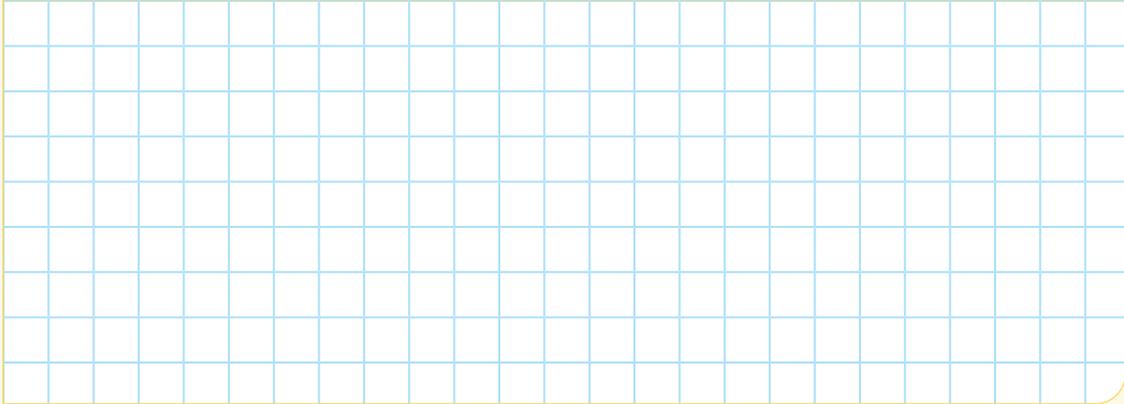
5. Gabriela quiere comprarse un vestido que cuesta S/260. Sin embargo, a ella le falta el 30 % del dinero que tiene. ¿Cuánto dinero tiene Gabriela?

a) S/140

b) S/178

c) S/182

d) S/200



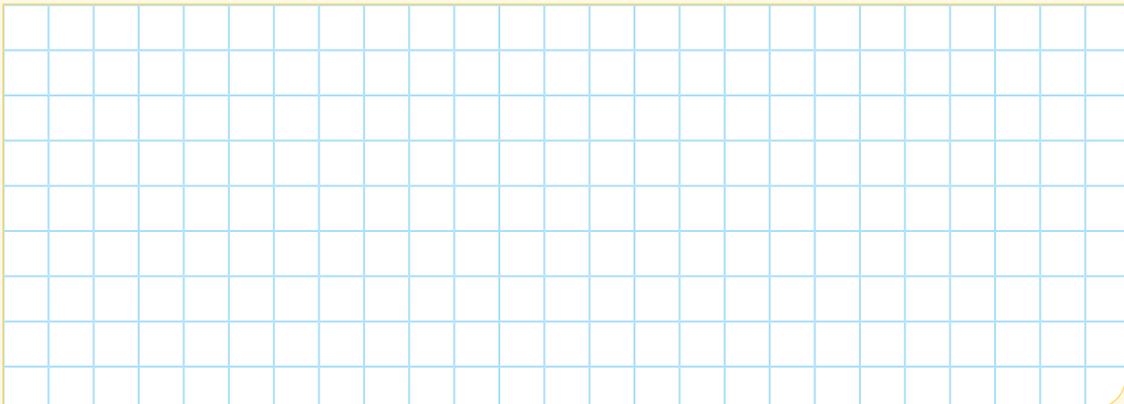
6. En una tienda comercial anuncian descuentos sucesivos del 20 % y 20 % en todos los electrodomésticos. ¿A qué descuento único equivale?

a) 40 %

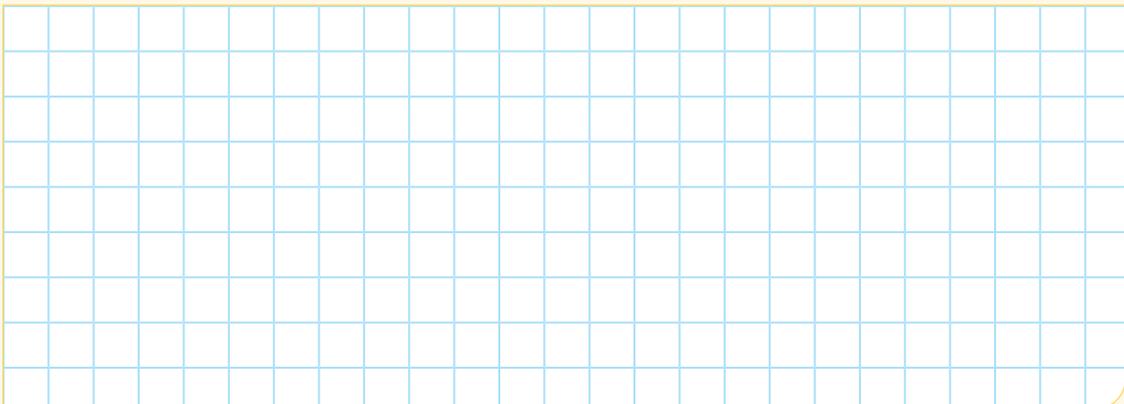
b) 45 %

c) 36 %

d) 30 %



7. En una tienda A, se vende un televisor a S/1230,50 más un descuento de 20 %. La tienda B vende el mismo televisor con igual precio más dos descuentos, uno de 10 % seguido de otro también de 10 %. ¿Cuál de las dos tiendas lo vende más barato? ¿Por qué?





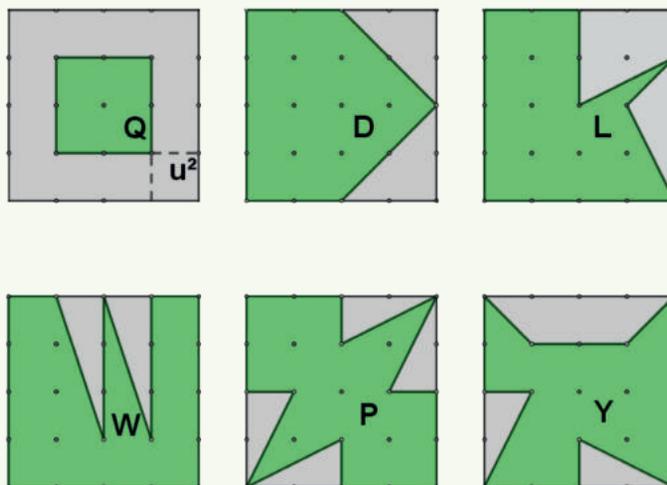
Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios, y las representamos con formas bidimensionales compuestas. Asimismo, empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar el área de polígonos irregulares mediante unidades convencionales.

El cultivo de papa

La papa se adapta a casi todos los tipos de suelos, menos a los salados y llenos de piedras. Los suelos que ofrecen menos resistencia al crecimiento de los tubérculos son los más convenientes, como los suelos arcillosos o de arena con arcilla y bastante materia orgánica, con drenaje y ventilación.

Pedro tiene un terreno de forma cuadrada y planea sembrar papa. Sin embargo, encontró que una zona no es cultivable porque es muy pedregosa. La zona fértil del terreno corresponde a tres cuartos ($\frac{3}{4}$) del área total. Las siguientes imágenes presentan varios terrenos y la zona fértil se representa de color verde.



u^2 representa una unidad cuadrada.

Fuente: <https://goo.gl/fYUzbG>

1. ¿Cómo saber en cuál o cuáles de los terrenos la razón entre el área fértil y el área total es de $\frac{3}{4}$?
2. Establece cuáles de los siguientes dibujos podrían corresponder al terreno de cultivo de Pedro. Justifica tu respuesta.

Comprendemos el problema

1. Escribe la cantidad de lados que tiene cada zona fértil y el nombre de su forma.

2. Un polígono regular es una forma geométrica que tiene lados y ángulos congruentes entre sí. Determina cuál o cuáles de las zonas fértiles tienen una forma geométrica regular.

3. Un polígono irregular es una forma geométrica cuyos lados y ángulos interiores no son congruentes entre sí, es decir, no tienen la misma medida. Determina, ¿cuál o cuáles de las zonas fértiles tienen una forma geométrica irregular?

4. ¿Cuál es el área del terreno fértil de Pedro?

5. ¿Qué nos pide encontrar la situación significativa?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe un procedimiento que ayude a encontrar el área fértil de los terrenos que se presentan en la situación significativa.

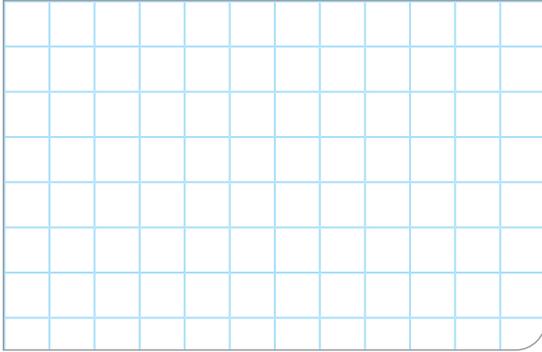
2. Explica cómo determinarías el área del terreno D.

3. El ejemplo del terreno D, ¿te ayudaría a determinar el área fértil de los terrenos L, P, Y, W, Q? Explica por qué.

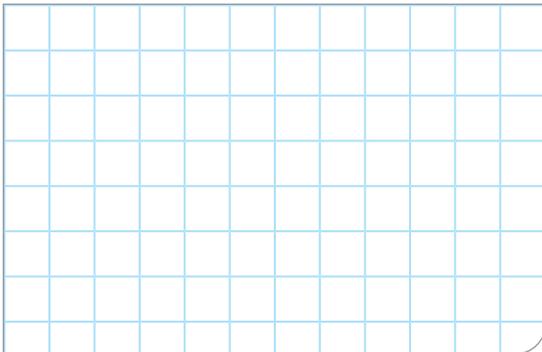
Ejecutamos la estrategia o plan

Considerando los ejemplos realizados en *Diseña o selecciona una estrategia o plan*:

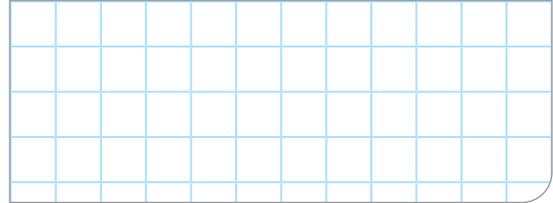
1. ¿Cuántas unidades cuadradas tiene el terreno total de Pedro? Dibújalo.



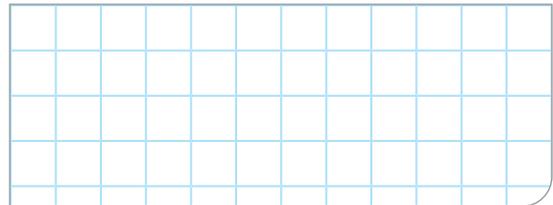
2. ¿Cuántas unidades cuadradas tiene el terreno de cultivo y el terreno pedregoso de cada una de las figuras?



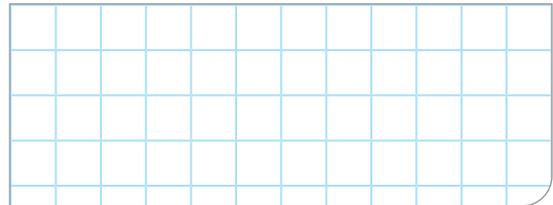
3. Responde la primera pregunta de la situación significativa.



4. Considerando la respuesta de la pregunta 2, justifica si cada figura corresponde al terreno de cultivo que es los $\frac{3}{4}$ del total del terreno de Pedro.

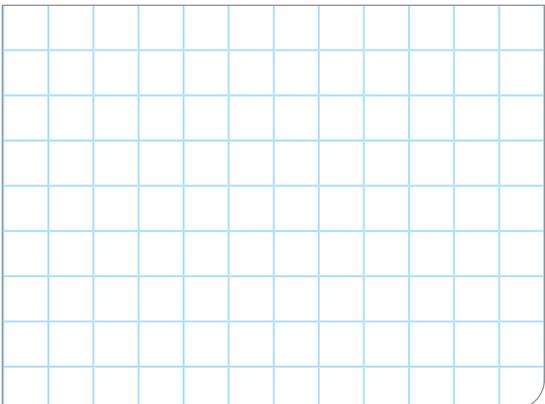


5. Responde la segunda pregunta de la situación significativa.

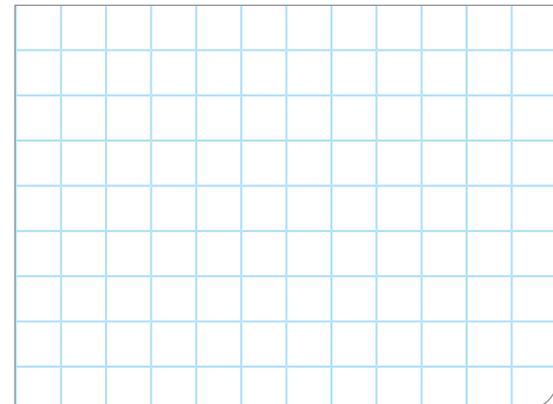


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿La respuesta cumple con lo que se pide en las preguntas de la situación significativa? Explica.



2. Plantea otra forma de dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



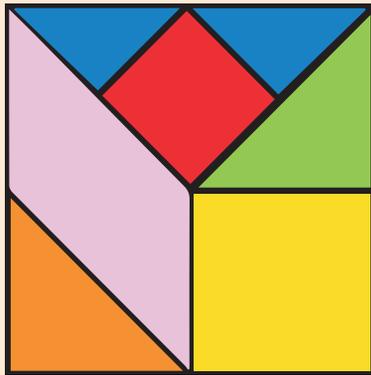


Comprobamos nuestros aprendizajes

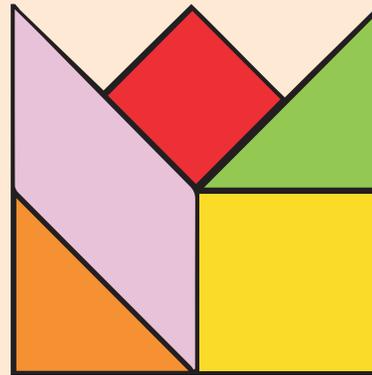
Propósito: Representamos con dibujos y con lenguaje geométrico la composición y descomposición de las superficies de formas bidimensionales compuestas. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades de las formas geométricas, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

Diego tiene un tangram de forma cuadrada cuyos lados miden 12 cm. Él quiere saber cuál es el área del tangram y determinar el área de cada pieza, así como del polígono de 7 lados que está formado por algunas piezas del tangram; pero no tiene una regla a la mano para medir las dimensiones. Ayuda a Diego a calcular dichas áreas.



Tangram



Polígono de 7 lados

Resolución

El área total del tangram es $(12 \text{ cm})^2 = 144 \text{ cm}^2$

El cuadrado amarillo es la cuarta parte del tangram; su área es:



$$144 \div 4 = 36 \text{ cm}^2$$

El triángulo verde es la mitad del cuadrado amarillo; su área es:



$$36 \div 2 = 18 \text{ cm}^2$$

El triángulo naranja es del mismo tamaño y forma que el verde; su área es:



$$18 \text{ cm}^2$$

El paralelogramo rosado se puede descomponer en dos triángulos iguales al verde y al naranja; su área es:



$$18 \times 2 = 36 \text{ cm}^2$$

Cada triángulo azul es la mitad del triángulo verde; su área es:



$$18 \div 2 = 9 \text{ cm}^2$$

El cuadrado rojo está formado por dos triángulos azules; su área es:



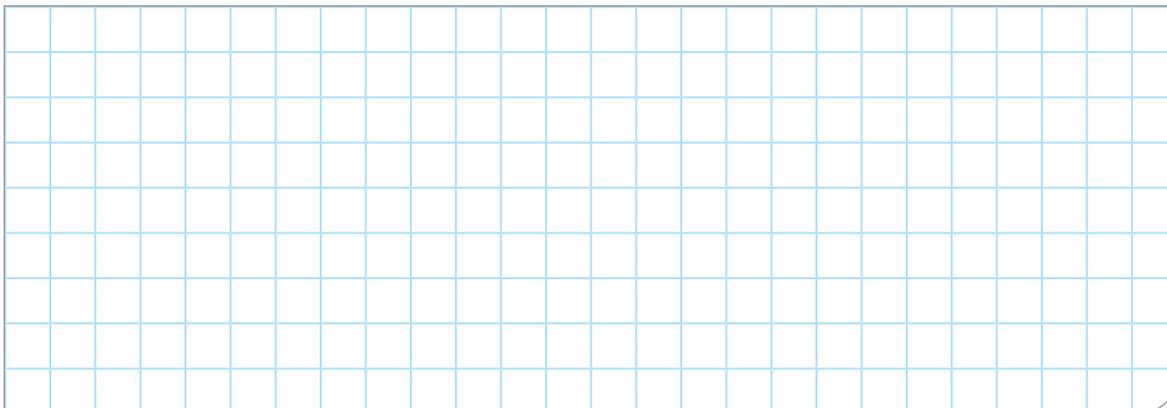
$$9 \times 2 = 18 \text{ cm}^2$$

Al polígono de siete lados formado con algunas piezas del tangram, le faltan los dos triángulos de color azul, cuyas áreas son 9 cm^2 cada una.

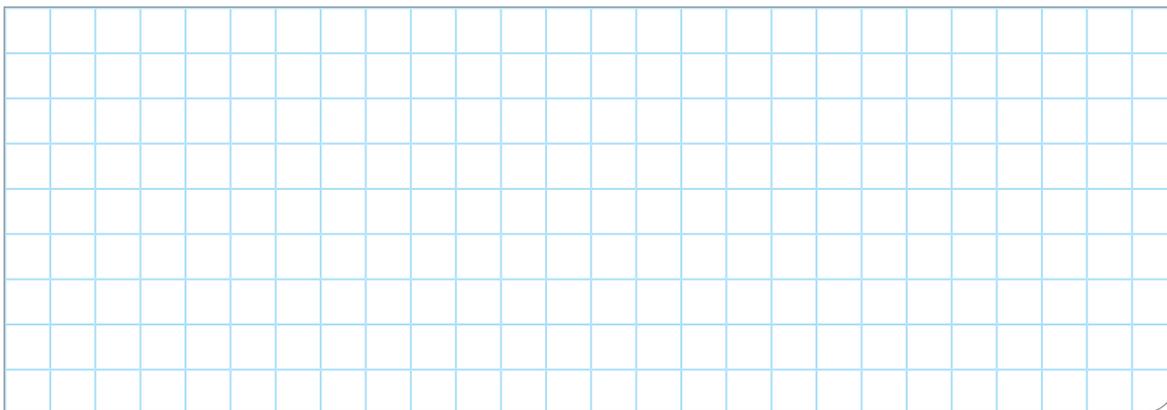
Por lo tanto, el área del polígono de 7 lados es el área total del tangram menos el área de los dos triángulos azules:

$$144 - 18 = 126 \text{ cm}^2$$

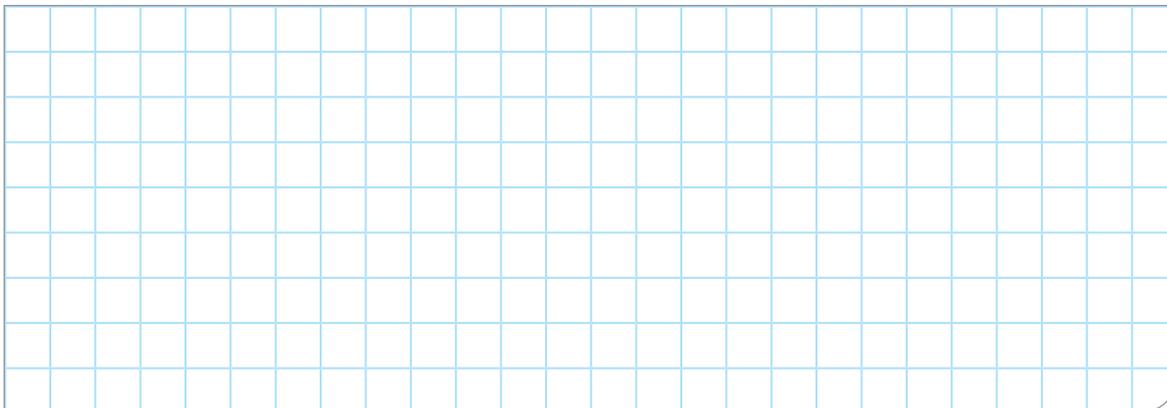
1. Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



2. ¿Qué relaciones hay entre las figuras del tangram? Escribe tus afirmaciones.



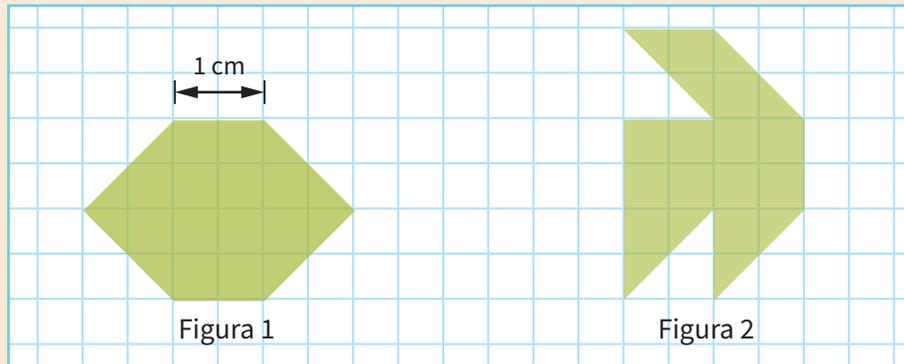
3. ¿Cómo hubieras resuelto el problema utilizando las medidas de las figuras?



Situación significativa B

Dos polígonos pueden ser descompuestos de manera que cada pieza del primero sea congruente con una pieza del segundo, entonces los polígonos son equivalentes por descomposición.

Compara el área de ambos polígonos y determina que ambos son equivalentes por descomposición:

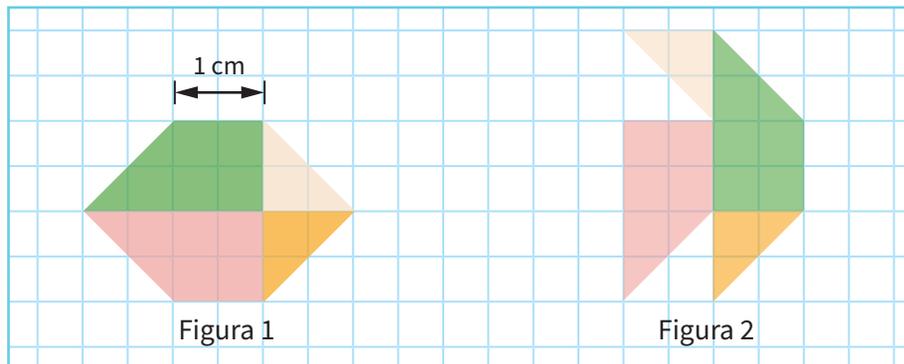


Fuente: Matemática para todos 3

Resolución

Para determinar si los dos polígonos son equivalentes, debemos descomponer cada uno de ellos en figuras geométricas congruentes, es decir, si en la figura 1 hay un trapecio, en la figura 2 también debe estar el mismo trapecio.

Descomponemos las figuras 1 y 2 en las siguientes figuras geométricas: dos trapecios congruentes y dos triángulos rectángulos congruentes, como se muestra en la imagen.



Respuesta:

Los polígonos son equivalentes por descomposición.

1. Describe el procedimiento que se utilizó para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

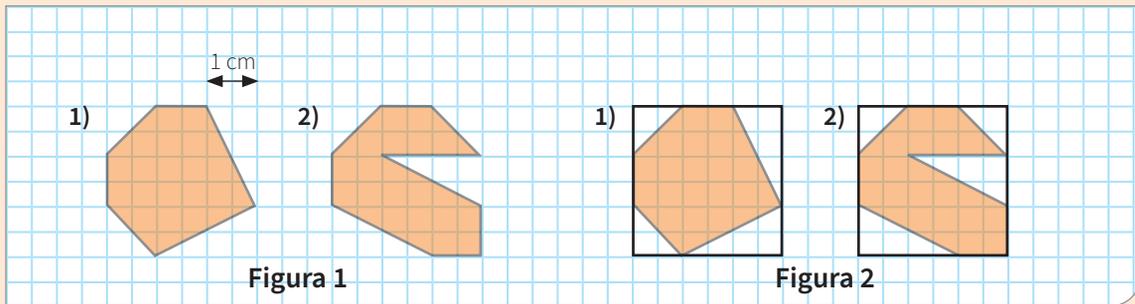
2. ¿De qué otra forma puedes dar respuesta a la pregunta de la situación significativa? Descríbela.

Situación significativa C

Para comparar el área de dos polígonos, se puede utilizar el siguiente procedimiento:

- Completar uno de los polígonos como una figura geométrica conocida (cuadrado o rectángulo), figura 1.
- Con las piezas que completaron al primer polígono, se debe completar el segundo polígono, figura 2.

Comparando luego las áreas totales obtenidas, podemos decir que los polígonos son equivalentes por complementación.



A partir de lo descrito, utilizando el procedimiento de complementación, determina si los dos polígonos tienen la misma área.



Polígono 1

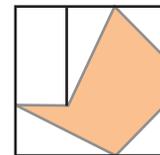


Polígono 2

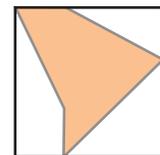
Aprendemos a partir del error

Resolución

Primero completamos el polígono 1 como una forma geométrica conocida (cuadrado), luego identificamos las figuras geométricas que nos permitieron completar el polígono 1 como cuadrado.

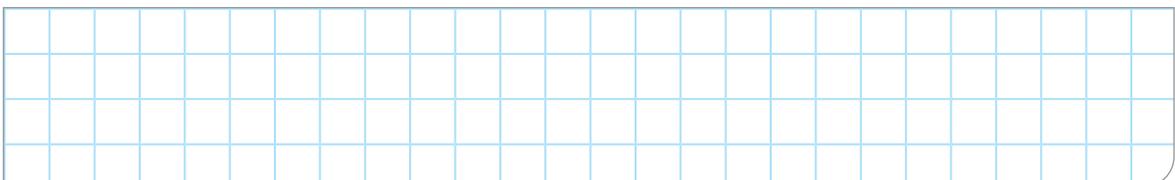


Observamos que se completó el polígono 1 con 5 formas geométricas que son dos pares de triángulos congruentes y un rectángulo. Estas formas geométricas deben estar contenidas en el polígono 2.



Observamos que el polígono 2 contiene 3 formas geométricas: dos triángulos de diferente área y un trapecio. Por lo tanto, los polígonos 1 y 2 no tienen la misma área.

1. ¿El procedimiento realizado es correcto? De no ser así, corrige el procedimiento.





Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios, representamos con dibujos y con lenguaje geométrico la composición y descomposición de las superficies de formas bidimensionales compuestas. También empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para determinar el área de polígonos irregulares mediante unidades convencionales. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades de las formas geométricas, y corregimos errores si los hubiera.

1. Relaciona ambas columnas mediante flechas.

Tiene once lados.

Eneágono

No tiene diagonales.

Cuadrado

Su ángulo central es recto.

Endecágono

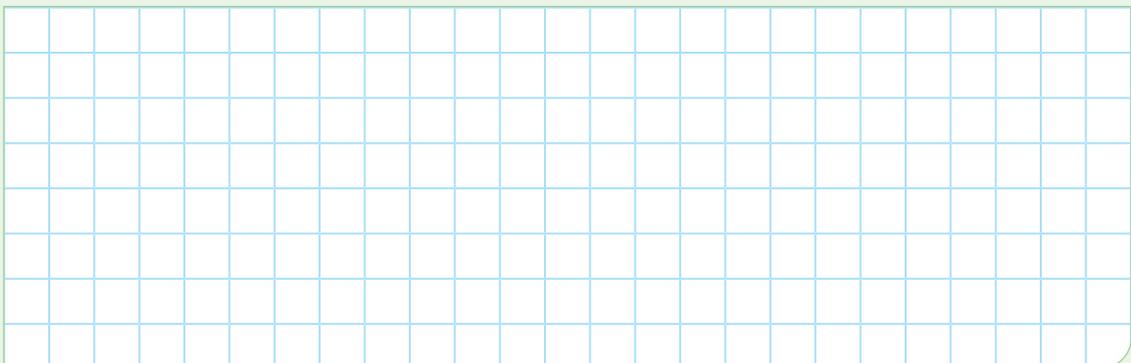
Se puede dividir en nueve triángulos congruentes desde su centro.

Triángulo

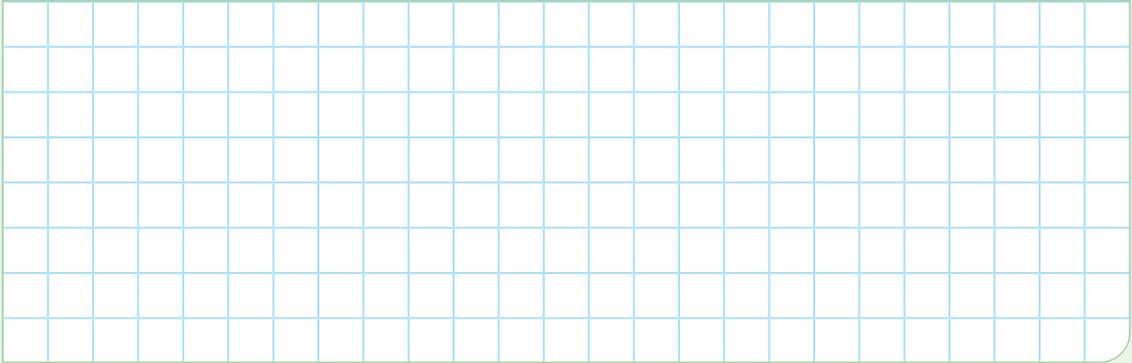
2. Calcula las medidas faltantes de un paralelogramo, sabiendo que $1 \text{ ha} \equiv 10\,000 \text{ m}^2$.

	I	II	III
b (base)	18,5 cm	128 m	
h (altura)	42,4 cm		215 m
A (área) ha	9,6 ha	9,202 ha

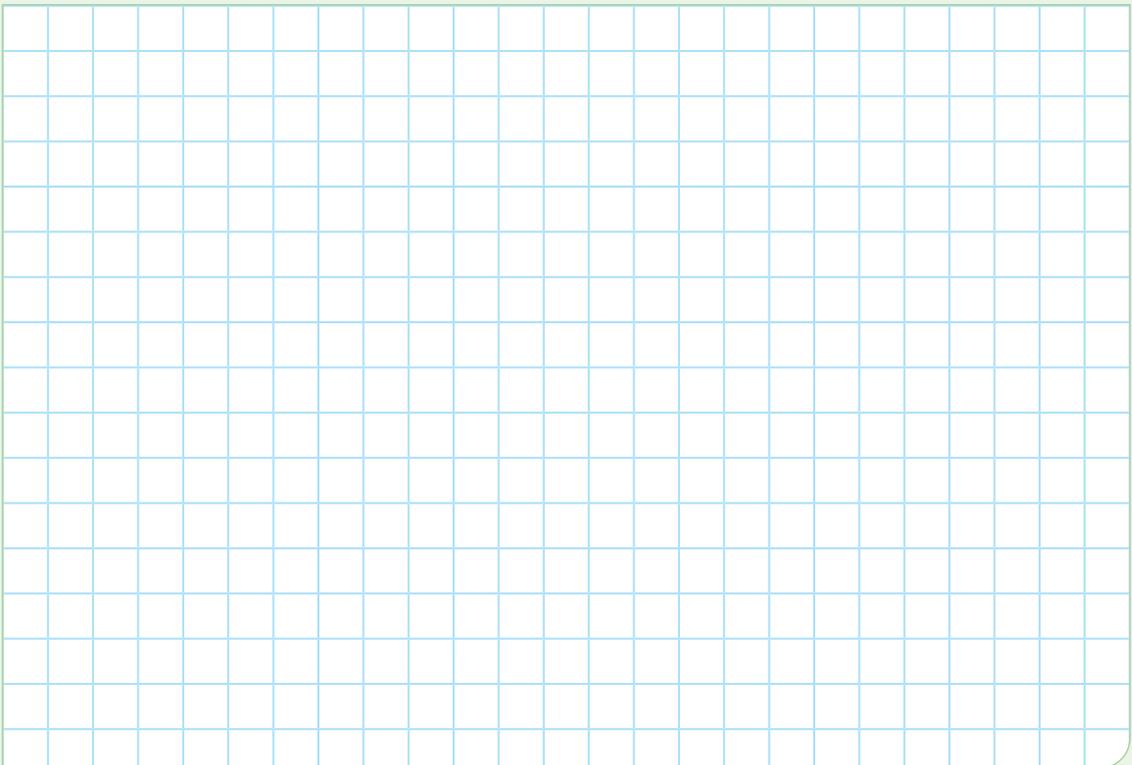
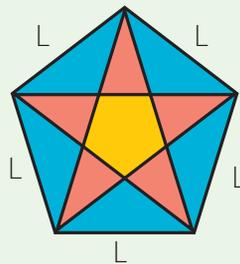
Fuente: Matemática para todos 3



3. ¿Cuál es el polígono que tiene la misma cantidad de lados y de diagonales? Compruébalo.
- a) Cuadrilátero c) Octágono b) Pentágono d) Eneágono



4. La siguiente imagen corresponde al diseño de una cometa. ¿Cuáles son las medidas de los tres ángulos de los triángulos obtusos de color celeste que observas en la imagen?



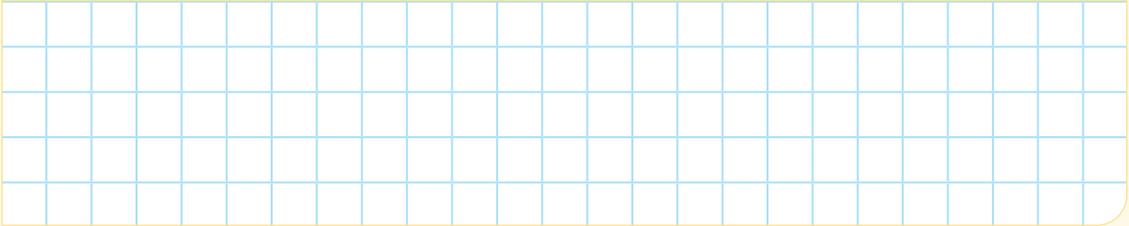
5. Una porción de papel tiene forma de hexágono regular de 15 cm de lado. Al cortarse por una de sus diagonales, se obtienen dos pedazos en forma de cuadriláteros. ¿Cuál es el perímetro de cada cuadrilátero?

a) 75 cm

b) 65 cm

c) 60 cm

d) 45 cm



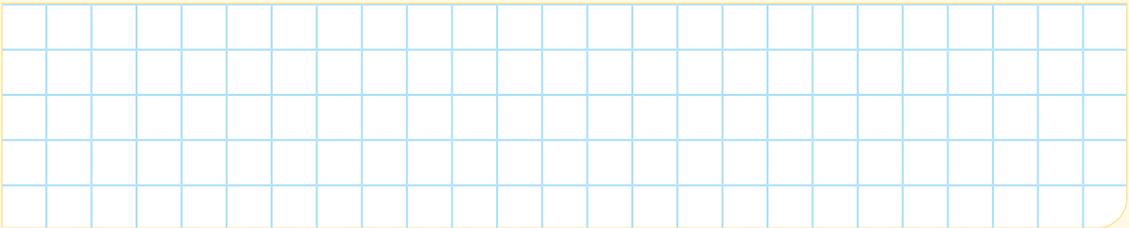
6. La cantidad total de diagonales de un polígono regular es igual al triple de la cantidad de vértices. Calcula la medida del ángulo central de ese polígono.

a) 10°

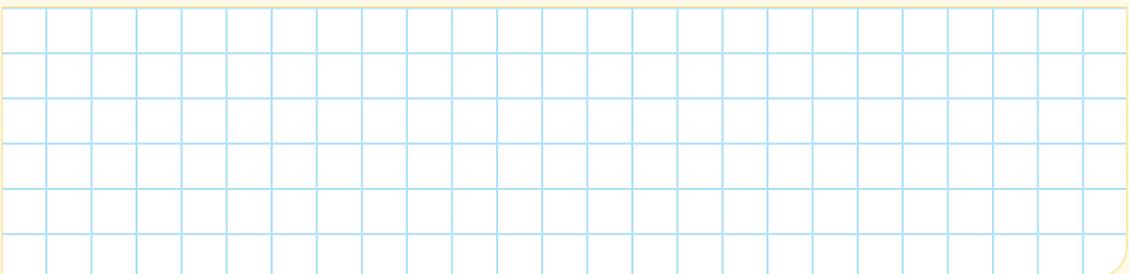
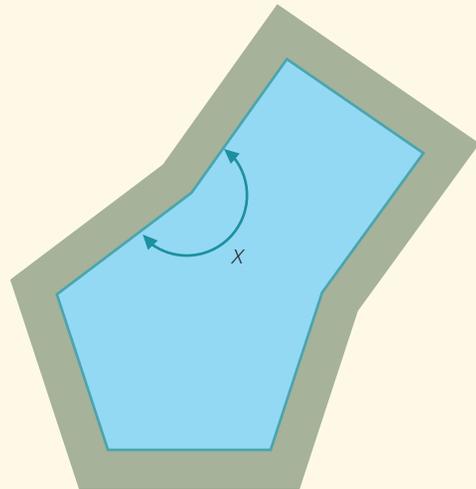
b) 20°

c) 30°

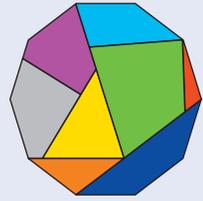
d) 40°



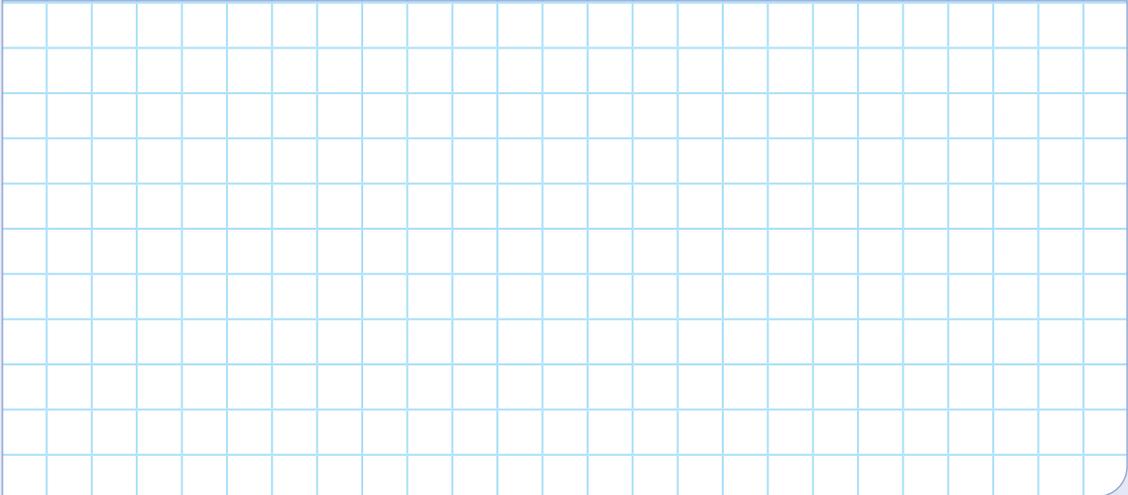
7. La figura adjunta es el diseño de una piscina, cuyo contorno está formado por dos polígonos regulares. Si todos los lados de la piscina son congruentes, ¿cuál será el valor del ángulo x ? Justifica tu respuesta.



8. Dentro del decágono regular se muestran ocho polígonos de diferente tamaño. ¿Qué medida tiene el menor ángulo formado entre el lado del decágono y su diagonal trazada?



- a) 36° b) 72° c) 144° d) 172°

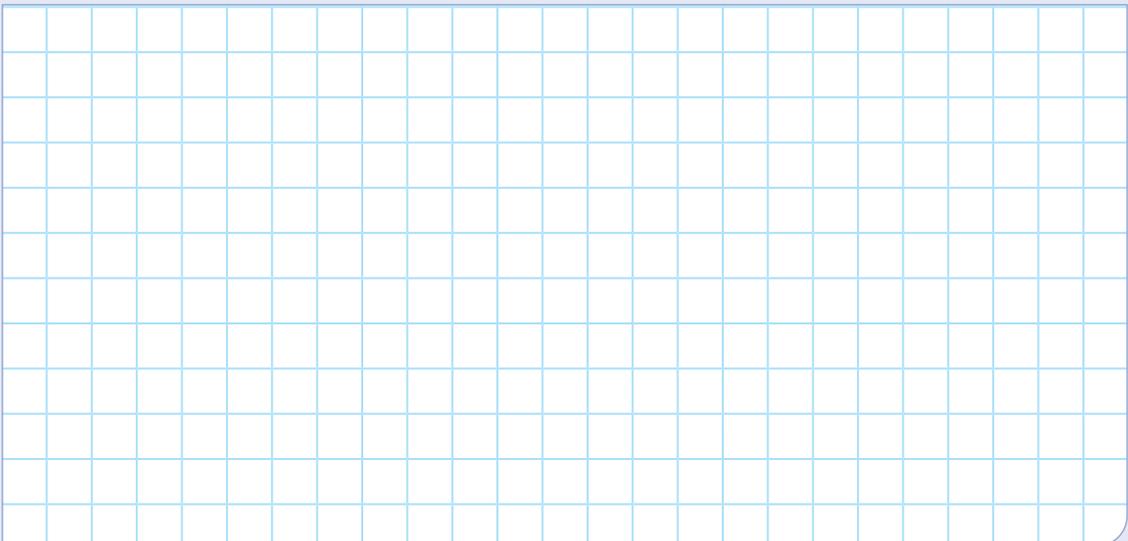


9. Se desea hacer una réplica de la ventana presentada. Si se sabe que tiene los lados congruentes, ¿cuál es la medida del ángulo interior formado por dos lados consecutivos?

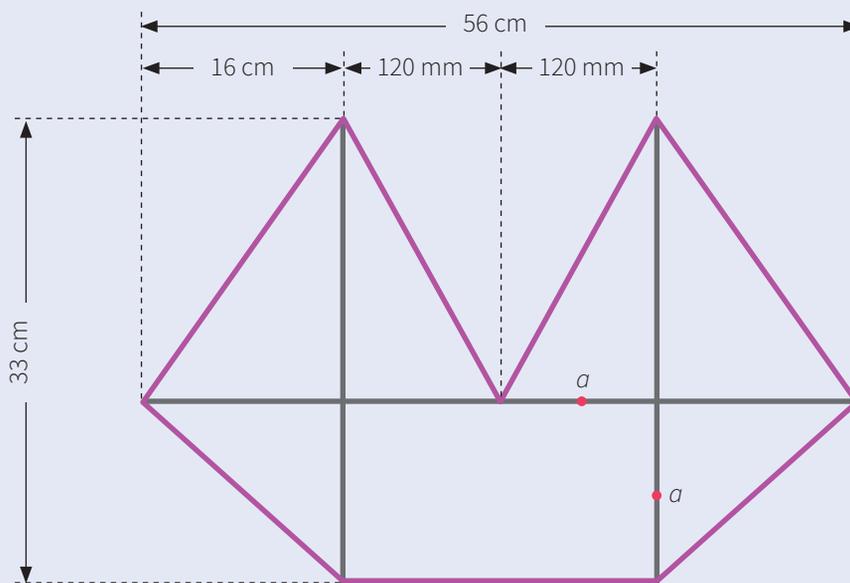


Fuente: <https://goo.gl/uzmXdy>

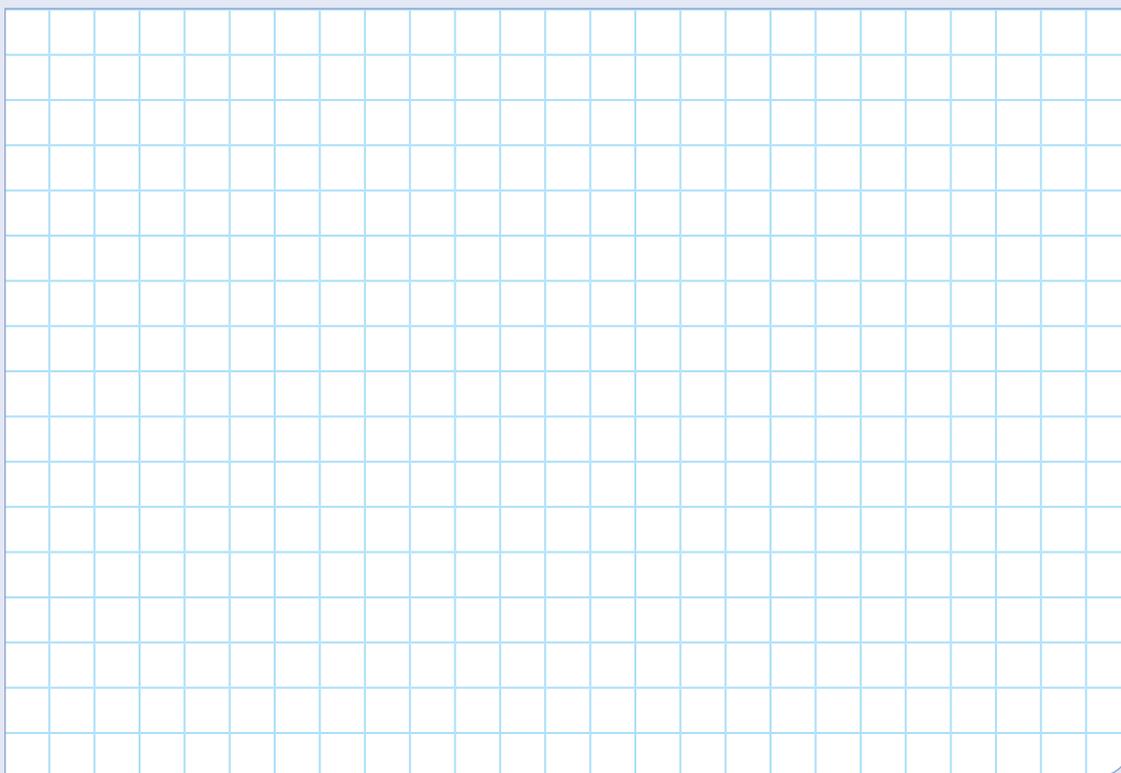
- a) 120°
b) $128,6^\circ$
c) 252°
d) $102,9^\circ$



- 10 Federico es fanático de armar cometas. Él ha construido la armazón para una cometa con las medidas que indica el plano. Ahora quiere saber cuántos metros cuadrados de papel necesita. Calcula el área del papel a utilizarse.



Fuente: Matemática para todos 3





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace. Asimismo, expresamos con lenguaje matemático nuestra comprensión sobre el valor de la probabilidad en una situación aleatoria.

El que espera desespera

Una empresa de buses tiene salidas a Chimbote solo los fines de semana. Después de revisar el flujo de viajeros en el último año, han podido estimar la probabilidad de tener determinadas cantidades de pasajeros los fines de semana.

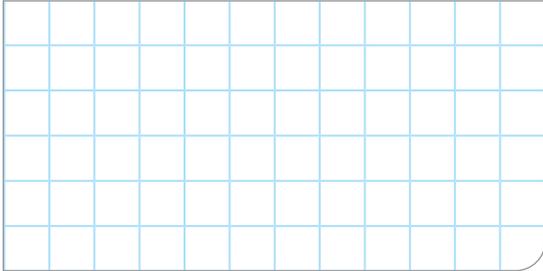


Mediante la siguiente tabla, la empresa plantea tener buses operativos en cantidad suficiente para atender la demanda los fines de semana. ¿Cuál es el número de pasajeros que puede esperar la empresa?

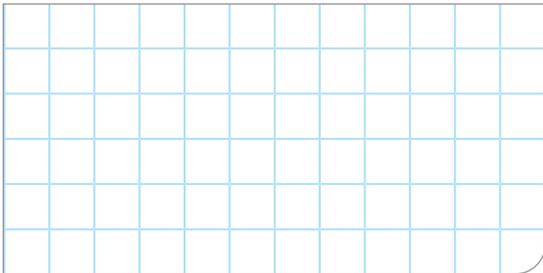
Escenario	Cantidad de pasajeros	Probabilidad del escenario
Extraordinario (feriado largo)	600	0,1
Optimista (verano, fin de mes, vacaciones, etc.)	200	0,3
Regular (trabajo)	100	0,4
Pesimista (días de neblina, manifestaciones)	50	0,2

Comprendemos el problema

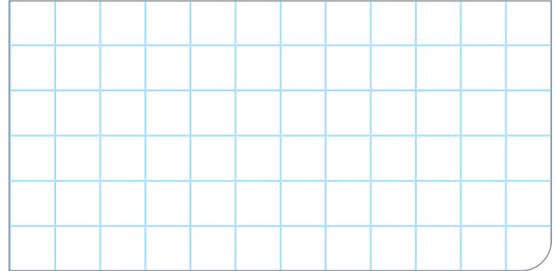
1. ¿Cuándo tiene salidas la empresa de buses?



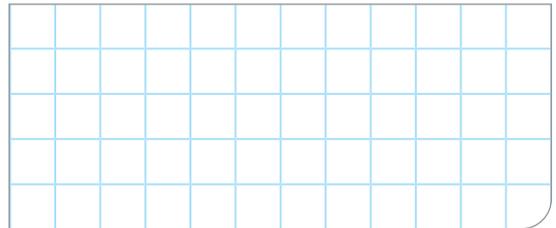
2. ¿Qué escenario es más probable para esta empresa? ¿Cómo lo sabes?



3. ¿Es alta la probabilidad de que lleguen 600 pasajeros un fin de semana cualquiera? Explica.



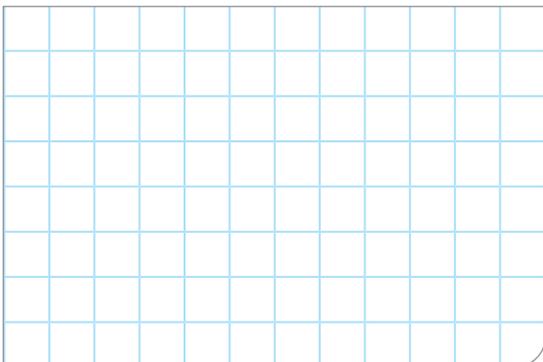
4. ¿Debe esta empresa mantener ómnibus disponibles para 600 pasajeros cada fin de semana? ¿Por qué sí o por qué no?



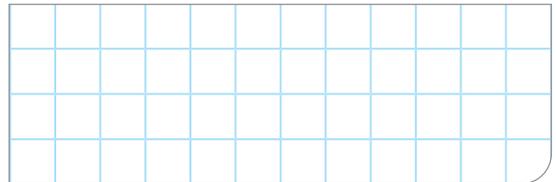
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Imaginamos 10 fines de semana de acuerdo a los escenarios de la tabla de la situación significativa. De ellos, intenta estimar:

- ¿Cuántos fines de semana serían feriados?
- ¿Cuántos fines de semana esperarías una demanda de 200 pasajeros?
- ¿Cuántas veces te prepararías para recibir 800 pasajeros?
- ¿Habría algún fin de semana en que no lleguen pasajeros?



2. Durante esos 10 fines de semana, ¿podemos estimar la cantidad total de pasajeros que viajan en feriados largos? ¿Cómo?



3. ¿Cómo calcularías la demanda total durante esos 10 fines de semana?



4. ¿Cómo calcularías la demanda que se esperaba cada fin de semana?



Ejecutamos la estrategia o plan

1. Completa la tabla para los 10 fines de semana.

Demanda por fin de semana X_i	Fines de semana f_i	Demanda $X_i \cdot f_i$
600		
200		
100		
50		
Total		

2. Según la tabla, ¿cuántos llegaron en total en uno, dos, tres y cuatro fines de semana?

3. ¿Cuántos pasajeros esperarías por cada fin de semana?

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Explica el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

2. Si utilizaste la media o promedio para describir la demanda por fin de semana:

- a) ¿Puedes asegurar que sea la cantidad de pasajeros todas las semanas?
- b) ¿Cuál es la utilidad del promedio?



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Determinamos el espacio muestral de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace (valor decimal) y a partir de este valor identificamos si un suceso es seguro, probable o imposible. Asimismo, justificamos con nuestros conocimientos estadísticos la probabilidad de ocurrencia de sucesos en estudio y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

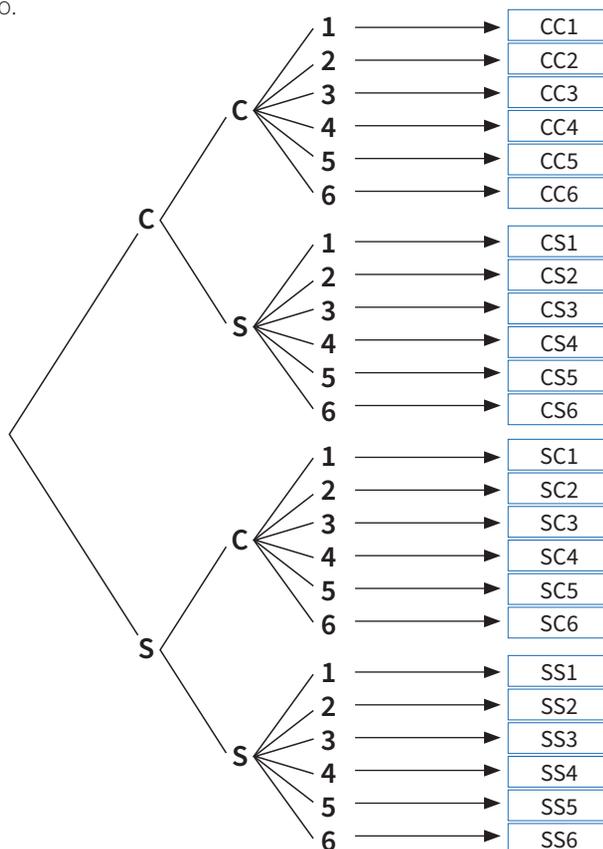
La profesora Tania reta a los estudiantes del segundo grado a realizar el siguiente experimento aleatorio que consiste en lanzar dos monedas y un dado, luego pregunta: ¿cuál es la probabilidad de obtener solo una cara y un número impar?



©Carlos Boza

Resolución

Primero determinamos el espacio muestral, aplicando la estrategia del diagrama de árbol para conocer los posibles resultados del experimento.



El espacio muestral de este experimento es el conjunto de todos los resultados que se pueden obtener.

$$\Omega = \{CC1, CC2, CC3, CC4, CC5, CC6, CS1, CS2, CS3, CS4, CS5, CS6, SC1, SC2, SC3, SC4, SC5, SC6, SS1, SS2, SS3, SS4, SS5, SS6\}$$

$$n(\Omega) = 24$$

Determinamos qué resultados pertenecen al suceso "obtener solo una cara y un número impar":

$$A = \{CS1, CS3, CS5, SC1, SC3, SC5\}$$

$$n(A) = 6$$

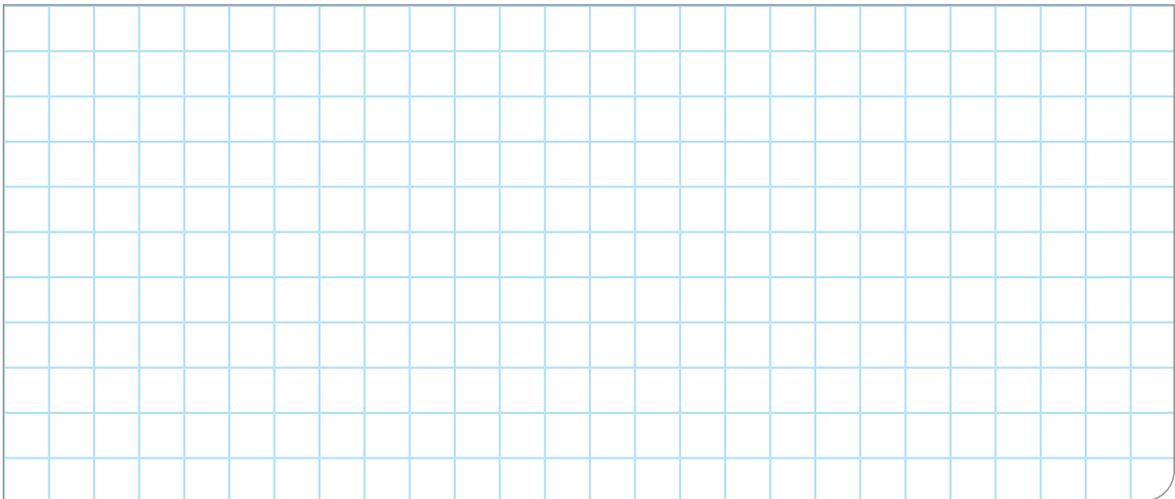
Calculamos la probabilidad del suceso A mediante la regla de Laplace: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

$$P(A) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

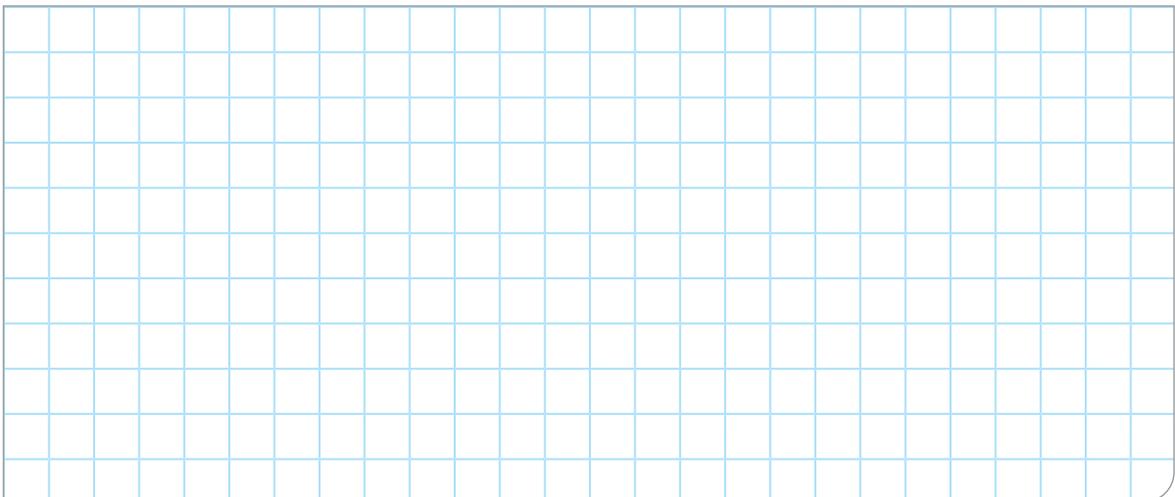
$$P(A) = 0,25$$

$$P(A) = 25 \%$$

1. Describe la estrategia utilizada para dar respuesta a la situación significativa.

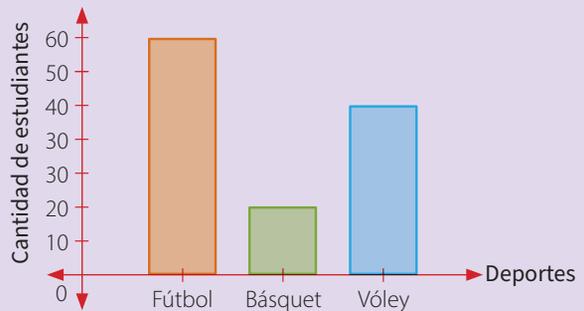


2. ¿Es posible aplicar la estrategia en otra situación? Propón un ejemplo.



Situación significativa B

Se realizó una encuesta sobre el deporte que practica cada estudiante de las cuatro secciones del segundo grado de secundaria. Los resultados se organizaron y representaron en el siguiente gráfico:



Al encontrarnos con un estudiante del segundo grado:

- ¿Cuál es la probabilidad de que practique natación?
- ¿Cuál es la probabilidad de que practique algún deporte?
- ¿Cuál es la probabilidad de que practique vóley?

Resolución:

Luego de analizar el diagrama de barras, podemos determinar el espacio muestral o los estudiantes de las cuatro secciones. El número de elementos del espacio muestral resulta al sumar 60, 20 y 40; es decir:

$$n(\Omega) = 60 + 20 + 40$$
$$n(\Omega) = 120$$

Para dar respuesta a las preguntas, se deben definir los sucesos y cuántos elementos tienen para aplicar la regla de Laplace.

- a. De los que practican natación.

Se puede constatar que, en la población encuestada, ningún estudiante practica natación, es decir: $n(A) = 0$

$$\text{Por lo tanto: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{0}{120} = 0$$

Es imposible encontrar aquí un estudiante que practique natación.

- b. De los que practican algún deporte.

Aquí, todos los estudiantes practican algún deporte, es decir: $n(B) = 120$

$$\text{Por lo tanto: } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{120}{120} = 1$$

Es seguro que, al encontrarnos con un estudiante, este practica un deporte.

- c. De los que practican vóley.

Se puede constatar que, de la población, 40 estudiantes practican vóley, donde cada uno es un caso favorable o elemento del suceso C, entonces $n(C) = 40$.

$$\text{Por lo tanto: } P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{40}{120} = 0,33\dots$$

Respuesta:

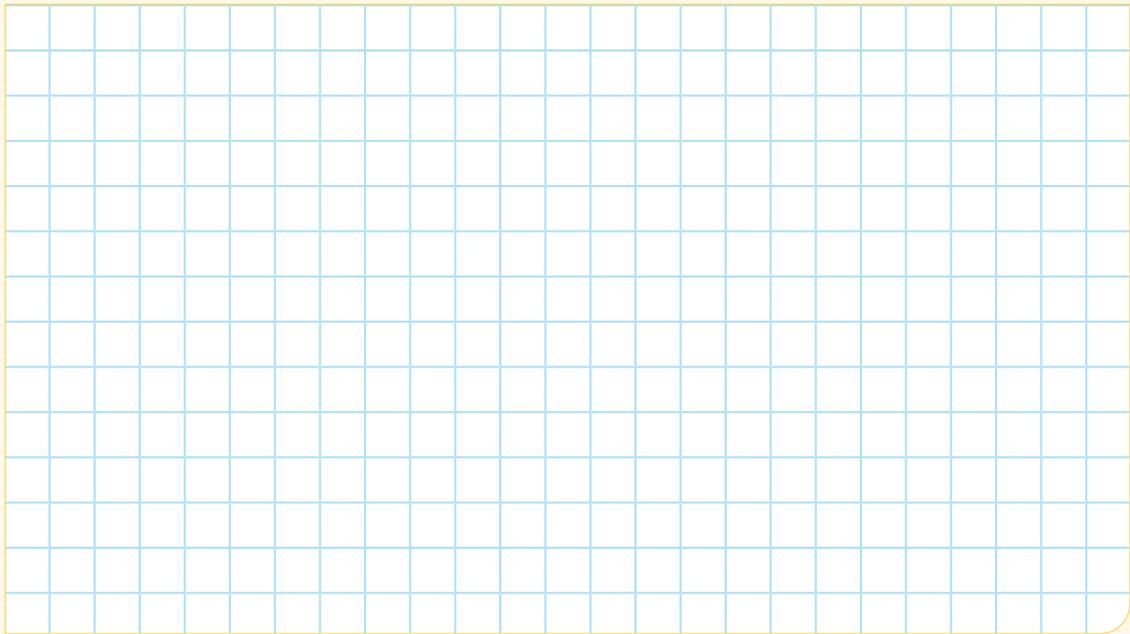
La probabilidad de que practique natación es cero (suceso imposible), de que practique algún deporte es 1 (suceso seguro) y de que practique vóley es 0,33... (suceso probable).

1. Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

2. ¿Fue necesario determinar el número total de estudiantes que practican deporte? Explica por qué.

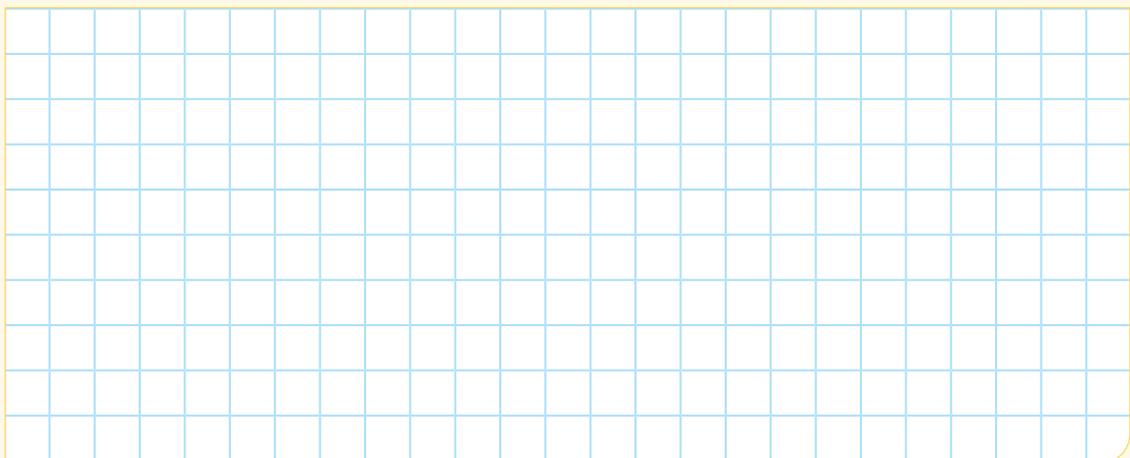
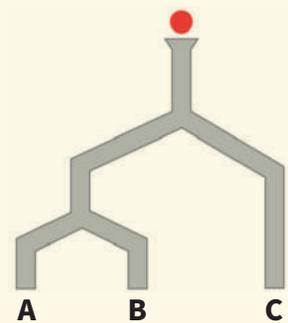
5. Al lanzar dos dados del mismo tamaño, ¿cuál es la probabilidad de obtener como suma 7?

- a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{7}{36}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{18}$



6. Se suelta una pelota sobre unas tuberías tal como indica el gráfico, ¿cuál es la probabilidad de que caiga en A si la pelota, al llegar a una bifurcación, tiene la misma probabilidad de irse a la izquierda o a la derecha?

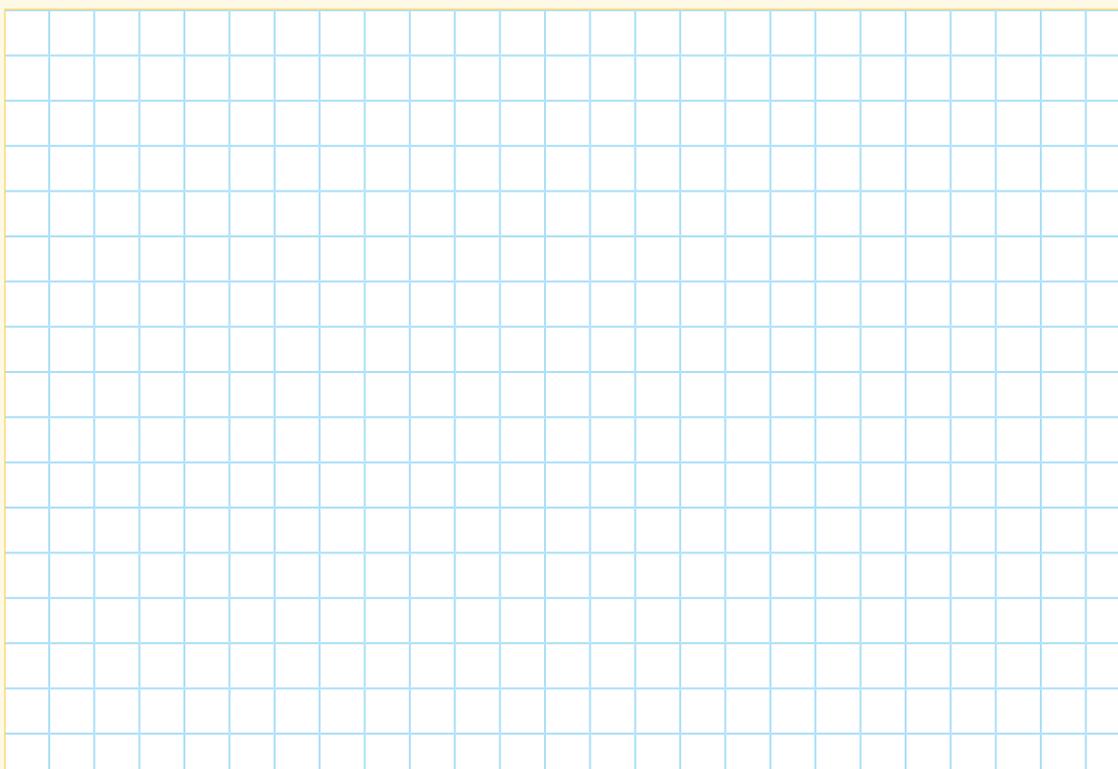
- a) 25 % b) 33,3 % c) 50 % d) 66,7 %



7. Luego de realizar una encuesta a estudiantes de la Institución Educativa N.º 2058 sobre el uso de las redes sociales, Alexis construyó parte de la siguiente tabla de distribución de frecuencias:

Redes sociales	f_i	h_i	$h_i \%$
A	25		
B	40		
C	15		
D	20		
Total			

Si Alexis sortea una licencia de antivirus como incentivo entre los estudiantes encuestados, ¿qué probabilidad hay de que el estudiante ganador use la red social A?





Aplicamos nuestros aprendizajes

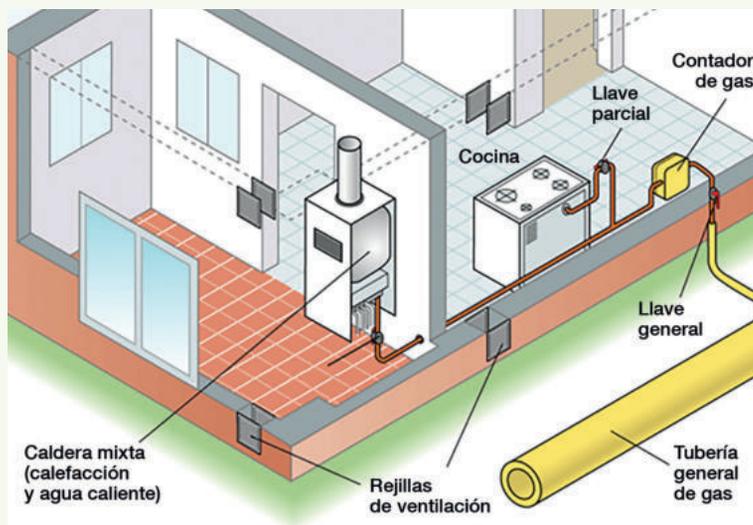
Propósito: Establecemos relaciones entre datos y valores desconocidos, y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas que incluyen la regla de formación de progresiones aritméticas. Asimismo, empleamos estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas de progresión aritmética.

Economizamos con el gas natural

Cada vez serán más los peruanos que empiecen a disfrutar de las ventajas de contar con gas natural (GN) en sus hogares. Una compañía de gas tiene un plan de expansión, que consiste en ampliar la cobertura en todos los distritos de Lima. Por ello, el primer día de noviembre empezaron las instalaciones en 2 viviendas; el segundo día instalaron gas en 5 viviendas; el tercer día, en 8 viviendas; el cuarto día, en 11 viviendas, y así continuó ampliándose el proyecto.



Fuente: <https://bit.ly/2YcLbH0>



Fuente: <https://goo.gl/EpuuZj>

A partir de esta información:

1. Encuentra un patrón para averiguar la cantidad de viviendas que tienen gas natural según los días transcurridos.
2. ¿Cuántas viviendas recibieron gas natural desde el 1 hasta el 15 de noviembre?

Comprendemos el problema

1. ¿De qué datos se dispone en la situación significativa?
Explica.

2. ¿Qué te piden hallar en las preguntas de la situación significativa?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que seguirías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Organiza los datos en la siguiente tabla:

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Cantidad de viviendas con gas	2	5	8												

2. ¿Cuál es la razón de la progresión generada por la cantidad de viviendas con gas por día?

3. Considerando la razón, expresa la cantidad de viviendas con gas en el primer día.

4. Considerando la cantidad de viviendas con gas del primer día y la razón, expresa la cantidad de viviendas en las que se instaló gas el segundo día.

5. Considerando la cantidad de viviendas con gas del primer día y la razón, expresa la cantidad de viviendas en las que se instaló gas el tercer día.

6. Considerando la cantidad de viviendas con gas del primer día y la razón, expresa la cantidad de viviendas en las que se instaló gas el cuarto día.

7. Expresa la cantidad de viviendas en las que se instaló gas para el día n , considerando la razón y la cantidad de viviendas con gas en el primer día. Responde la primera pregunta de la situación significativa.

8. Para dar respuesta a la segunda pregunta de la situación significativa, puedes sumar todas las viviendas con gas día por día.

9. Para encontrar la cantidad de viviendas con gas hasta el día 15, también puedes usar la siguiente expresión matemática:

$$S_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2}$$

Donde:

S_n : suma de términos

a_1 : primer término

a_n : último término

n : número de términos

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías usar otro procedimiento para responder las preguntas de la situación significativa? Justifica tu respuesta.

2. ¿Cuántas viviendas con gas habrá hasta el día 25?



Comprobamos nuestros aprendizajes

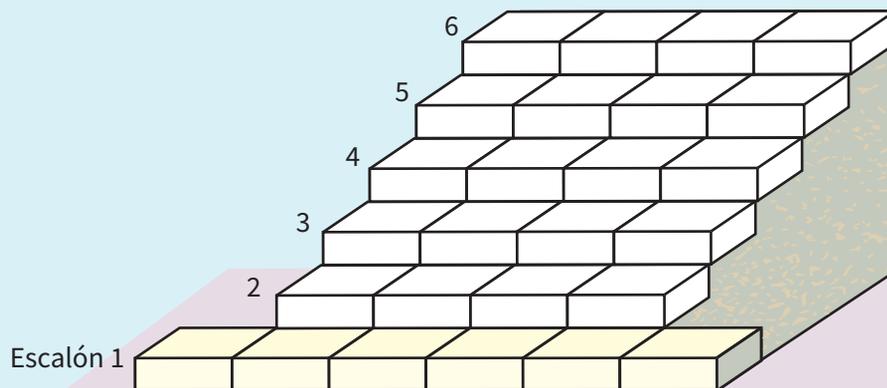
Propósito: Representamos nuestra comprensión sobre la regla de formación de progresiones aritméticas, estableciendo relaciones entre dichas representaciones. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos la posición de un término de una progresión aritmética y su regla de formación; además, resolvemos problemas de la suma de términos de una progresión aritmética y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

El alcalde de un distrito de Lima va a construir escaleras con bloques de cemento, como se muestra en la figura.



Fuente: <https://goo.gl/VoG3uU>



¿Cuántos bloques de cemento se necesitarán para construir una escalera de 240 escalones?

Resolución

Analizando la situación, se deduce lo siguiente:

Para 1 escalón: 6 bloques

Para 2 escalones: $6 + 4 = 10$ bloques

Para 3 escalones: $6 + 4 + 4 = 6 + 2 \cdot 4 = 14$ bloques

Para 4 escalones: $6 + 4 + 4 + 4 = 6 + 3 \cdot 4 = 18$ bloques

Para 5 escalones: $6 + 4 + 4 + 4 + 4 = 6 + 4 \cdot 4 = 22$ bloques

Para calcular el término a_{240} , utilizamos:

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

Donde

a_n : término enésimo

a_1 : primer término

n : número de términos

r : razón aritmética

Luego:

$$a_1 = 6$$

$$r = 4$$

$$n = 240$$

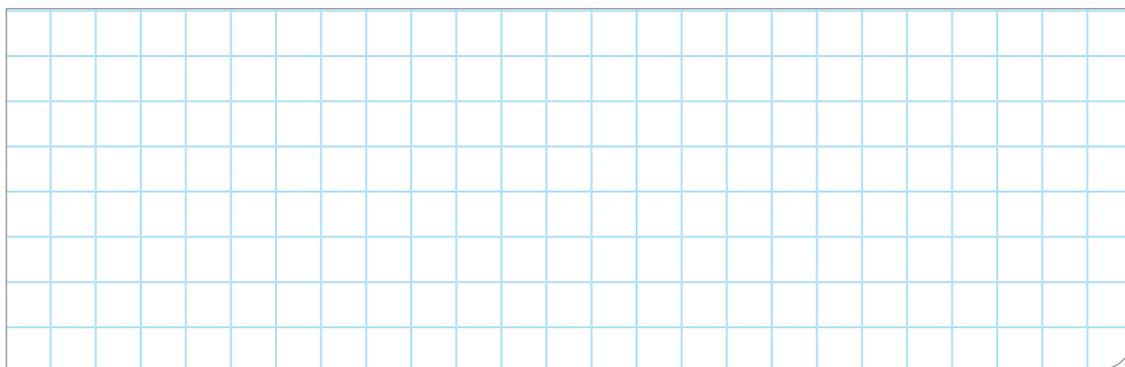
$$a_{240} = a_1 + (n - 1)r$$

$$a_{240} = 6 + 239 \cdot 4 = 962$$

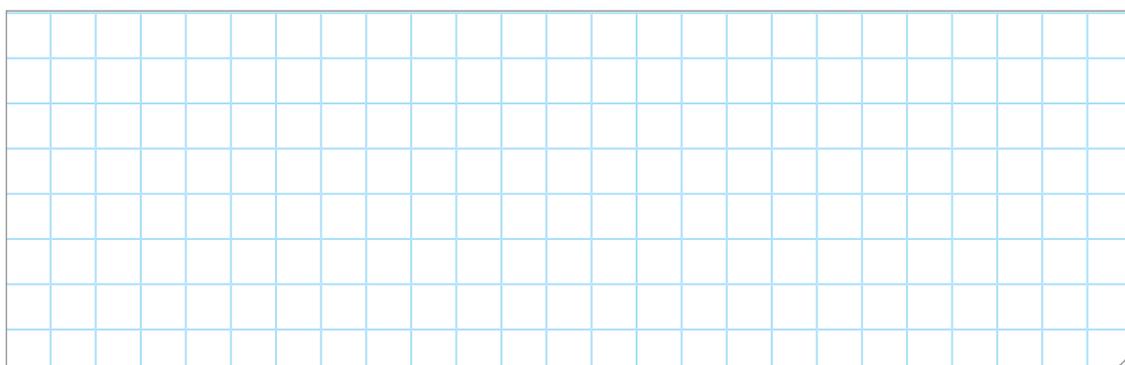
Respuesta:

Para poder construir 240 escalones, se necesitan 962 bloques de cemento.

1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.



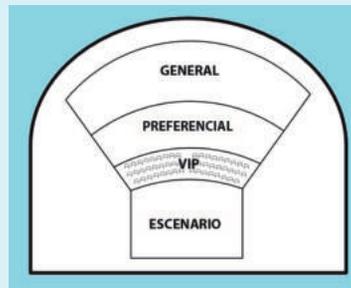
2. ¿Puedes resolver la situación significativa de otra forma? Justifica tu respuesta.



Situación significativa B

Un anfiteatro tiene las características de la figura adjunta. Sus 40 filas están distribuidas de la siguiente manera: las primeras 8 filas conforman la zona VIP; las siguientes 12 filas, la zona preferencial, y las últimas 20 filas, la zona general. Si la primera fila cuenta con 20 asientos; la segunda, con 22; la tercera, con 24, y así sucesivamente:

¿Cuántos asientos hay en la zona VIP y cuántos hay en la zona preferencial?



Resolución:

Organizando los datos:

1.^a fila, 2.^a fila, 3.^a fila..... 8.^a fila,
Zona VIP
 Hay 8 términos

9.^a fila,..... 20.^a fila,
Zona preferencial
 Hay 12 términos

21.^a fila,..... 40.^a fila
Zona general
 Hay 20 términos

Primero calculamos los asientos de la fila 8:

$$20; 22; 24; \dots \dots \dots a_8$$

$$a_8 = 20 + 7(2) = 34$$

Luego, calculamos el total de asientos en la zona VIP:

$$S_8 = \left(\frac{20 + 34}{2} \right) \cdot 8 = 216$$

Respuesta:

Hay 216 asientos en la zona VIP.

El primer término en la zona preferencial es de 36 asientos que corresponde a la 9.^a fila:

$$36; 38; 40; \dots \dots \dots a_{12}$$

$$a_{12} = 36 + (11)(2) = 58$$

Luego, calculamos el total de asientos en la zona preferencial:

$$S_{12} = \left(\frac{36 + 58}{2} \right) \cdot 12 = 564$$

Respuesta:

Hay 564 asientos en la zona preferencial.

1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

2. ¿La estrategia utilizada ayudó a responder la pregunta de la situación significativa? Sustenta tu respuesta.

3. ¿Cómo puedes verificar el resultado?



Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y valores desconocidos, y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas que incluyen la regla de formación de progresiones aritméticas; representamos nuestra comprensión sobre la regla de formación de progresiones aritméticas, estableciendo relaciones entre dichas representaciones. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos la posición de un término de una progresión aritmética y su regla de formación; además, resolvemos problemas de la suma de términos de una progresión aritmética y corregimos errores si los hubiera.

1. Con el fin de prepararse para una carrera, un deportista comienza corriendo 3 km y aumenta 1,5 km su recorrido cada día. ¿Cuántos días tiene que entrenar para llegar a un recorrido de 15 km?

a) 5 días

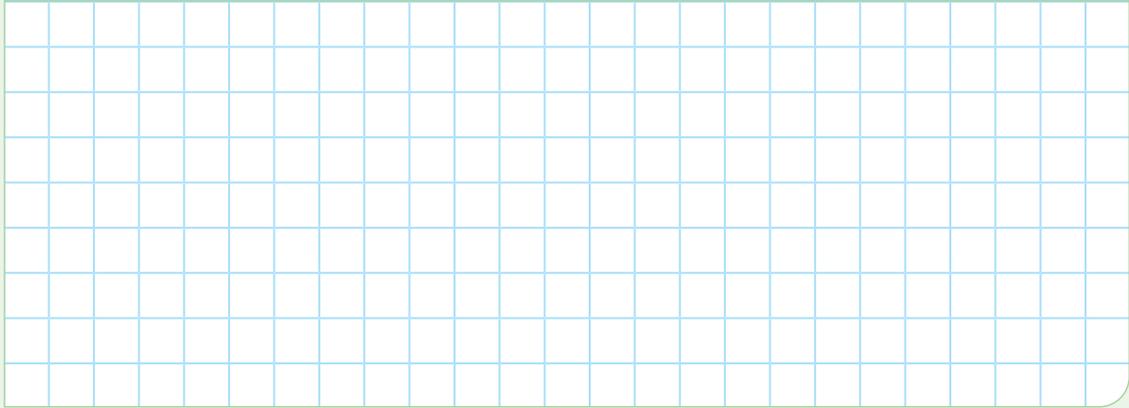
b) 7 días

c) 8 días

d) 9 días

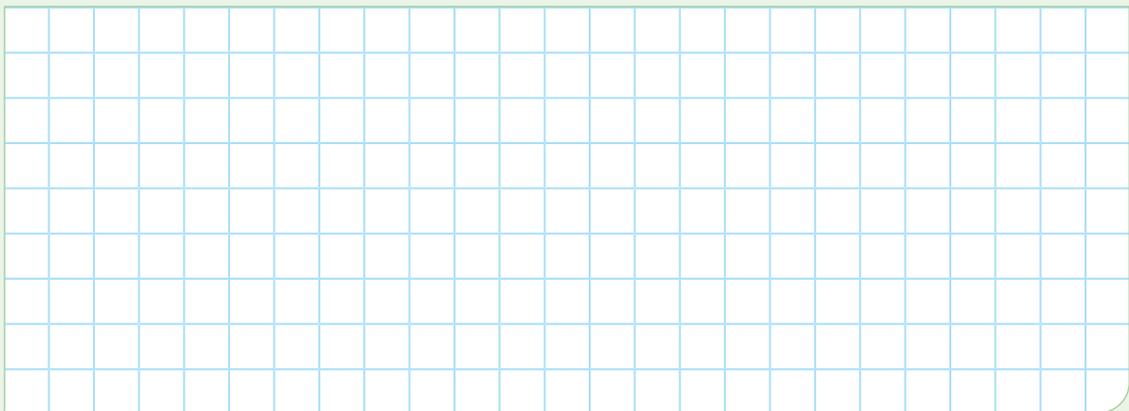
2. Una ONG tiene la finalidad de mejorar las condiciones de salud de personas en estado de pobreza. Si todos los meses se incorporan 5 personas y al final del primer mes hay 125 voluntarios, ¿cuántas personas trabajarán como voluntarios en la ONG al cabo de 2 años y medio?

a) 130 voluntarios b) 150 voluntarios c) 270 voluntarios d) 345 voluntarios



3. El alquiler de una cuatrimoto durante la primera hora cuesta S/10, y S/6 más cada nueva hora. ¿Cuánto se debe pagar si el alquiler fue por 12 horas?

a) S/76 b) S/78 c) S/82 d) S/92



4. Relaciona mediante flechas la ley de formación de cada progresión aritmética.

Ley de formación

$$a_n = 3n + 4$$

$$a_n = 8 - 2n$$

$$a_n = 4n + 7$$

$$a_n = 2n + 7$$

Progresión aritmética

9, 11, 13, 15, 17, ...

11, 15, 19, 23, 27, ...

6, 4, 2, ...

7, 10, 13, 16, ...

5. Las figuras representan las estructuras químicas de derivados del benceno:

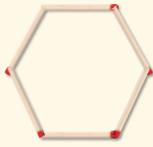


Fig. 1
Benceno

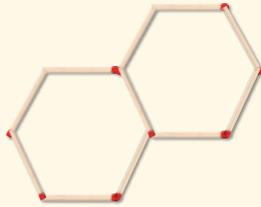


Fig. 2
Naftaleno

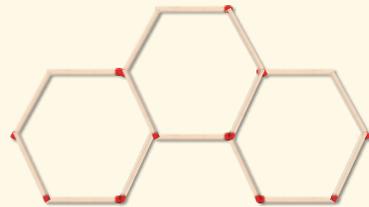
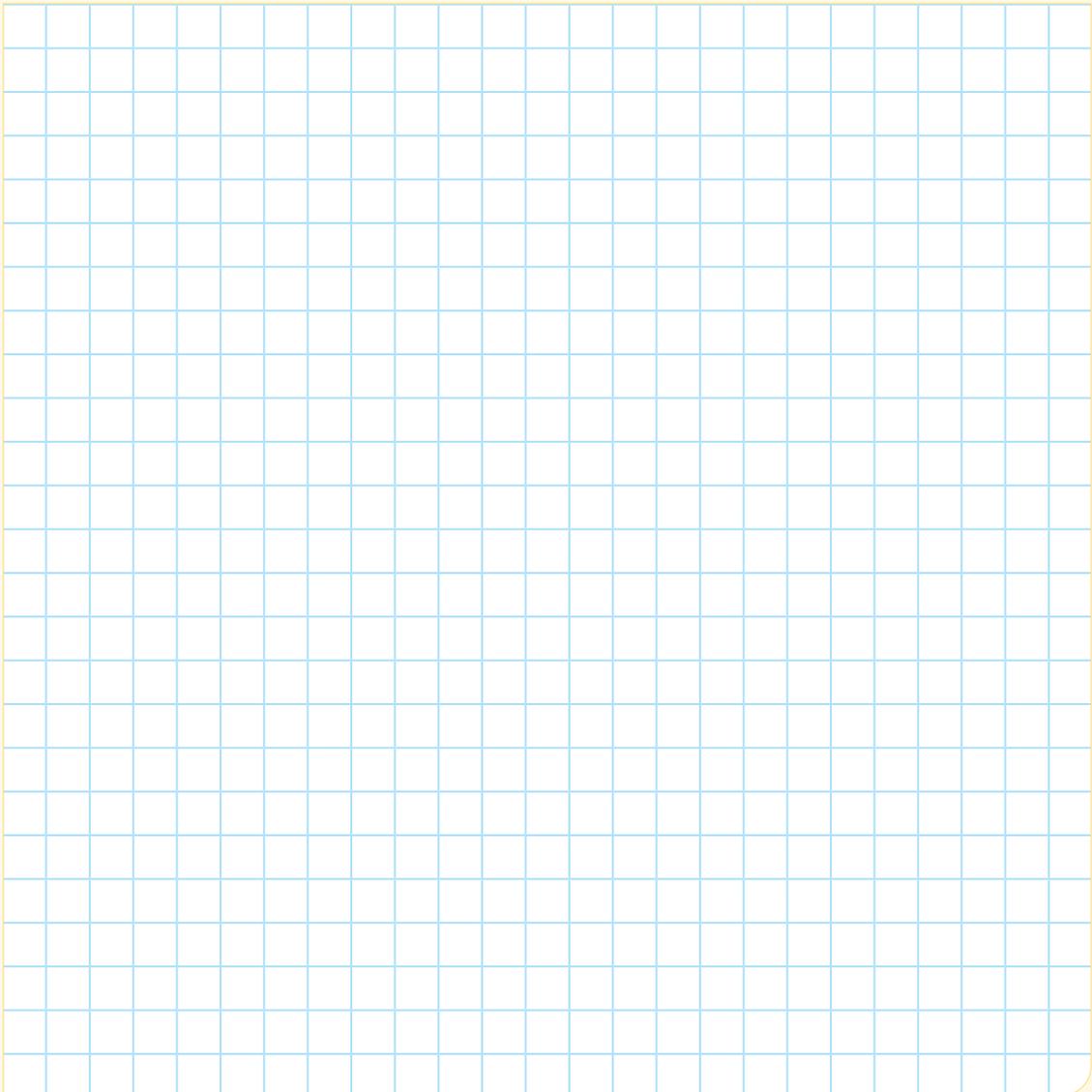


Fig. 3
Fenantreno

¿Cuántos palitos de fósforo se necesitan para formar una figura con 24 hexágonos?

- a) 144 fósforos b) 130 fósforos c) 128 fósforos d) 121 fósforos



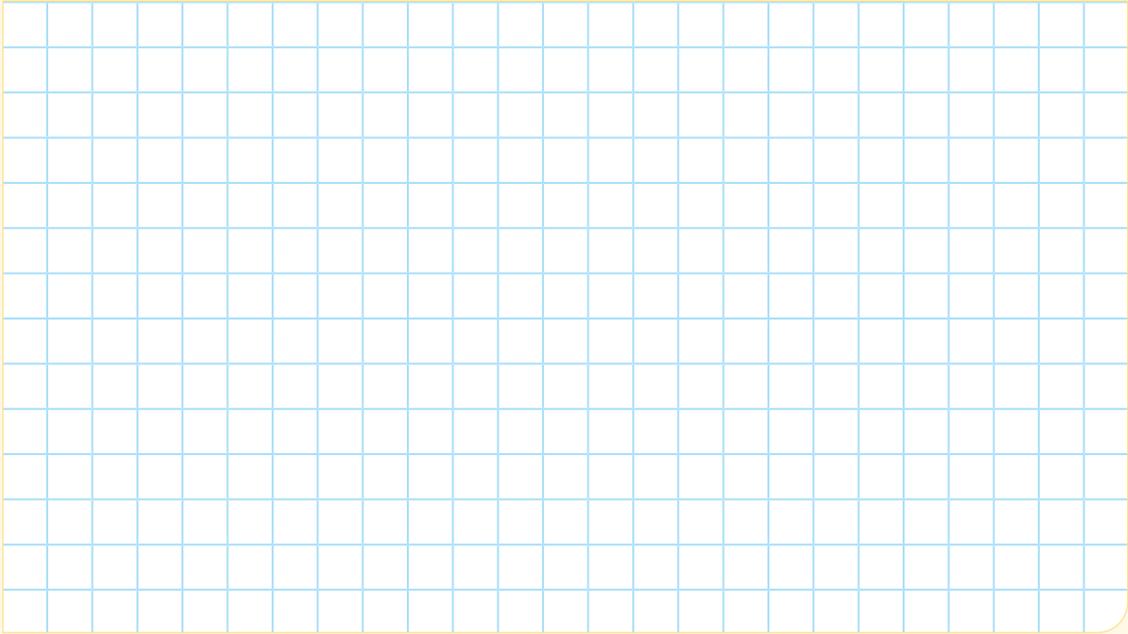
6. En un teatro, la primera fila dista del escenario en 4,5 m, mientras que la octava fila se encuentra a 9,75 m de dicho lugar. ¿A cuántos metros del escenario estará la fila 16 si la distancia entre fila y fila es la misma?

a) 14,75 m

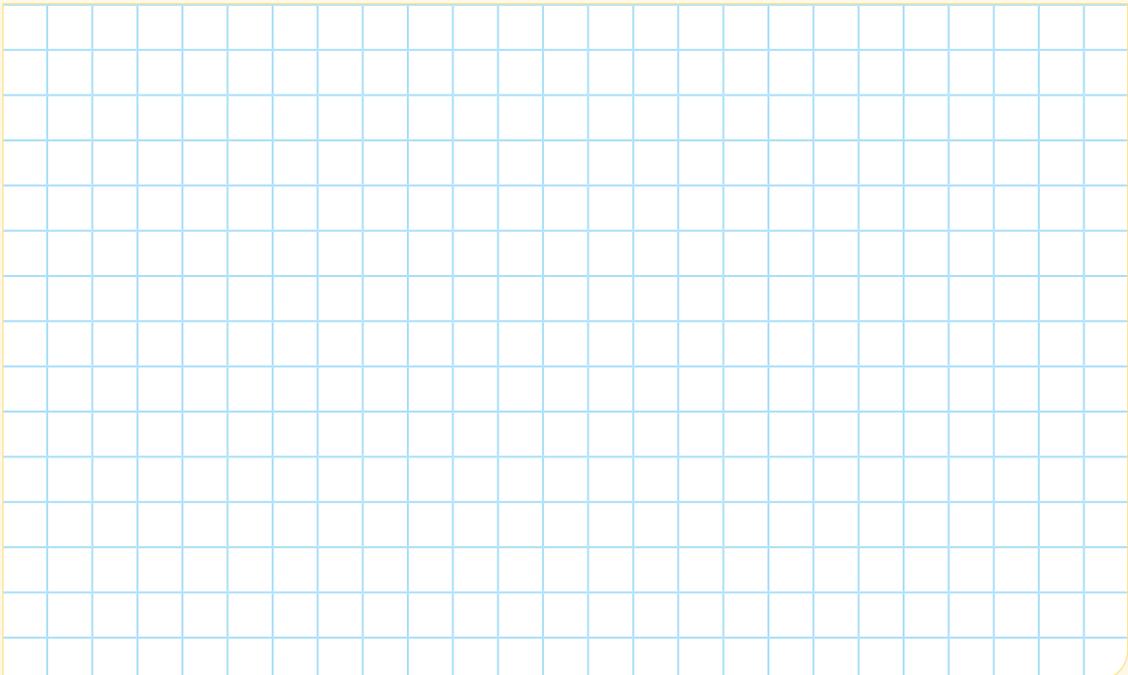
b) 15,75 m

c) 17,35 m

d) 18,35 m



7. A inicios del año, Juan decide ahorrar para comprar una consola de videojuegos. En enero deposita 30 soles en su alcancía y cada mes introduce la misma cantidad del mes anterior más 4 soles. ¿Cuánto dinero habrá ahorrado al finalizar el año?





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen operaciones de potencias con base menor que uno. También empleamos estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones de potenciación con números enteros.

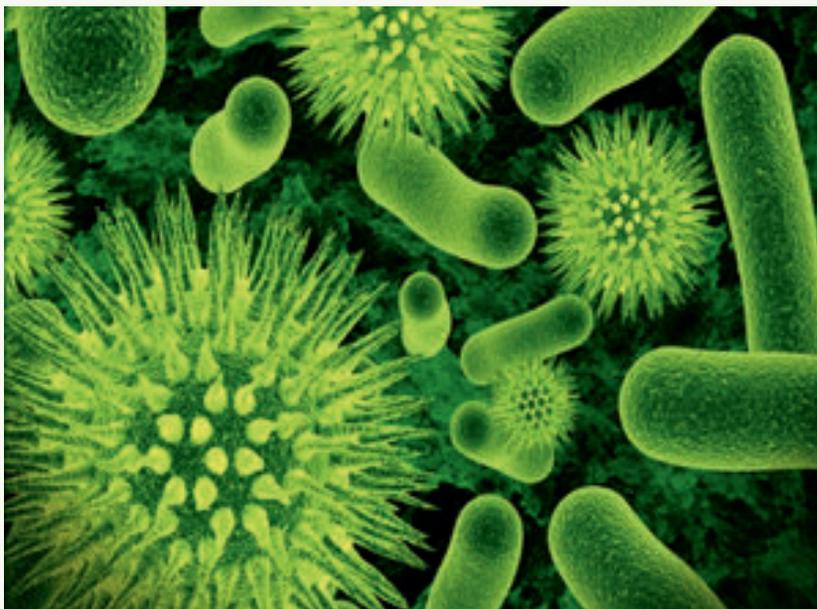
Las bacterias

Las bacterias se reproducen exponencialmente, de modo que son capaces de colonizar de forma rápida un medio normalmente vacío, lo cual es muy útil en el caso de bacterias beneficiosas.

Sin embargo, esta vez se prueba eliminar una bacteria nociva tratando con antibióticos un cultivo de laboratorio. Si la acción bactericida es eficiente, la disminución es exponencial y afecta a la cantidad de bacterias multiplicándola por una potencia de base menor que 1.

El técnico de laboratorio calcula unas 65 536 bacterias al inicio del experimento y nota que, cada día que pasa, disminuyen a la mitad. Las bacterias se considerarán "eliminadas" cuando no quede más del 1 % de la cantidad inicial.

Adaptado de <https://bit.ly/2JEMAZN>

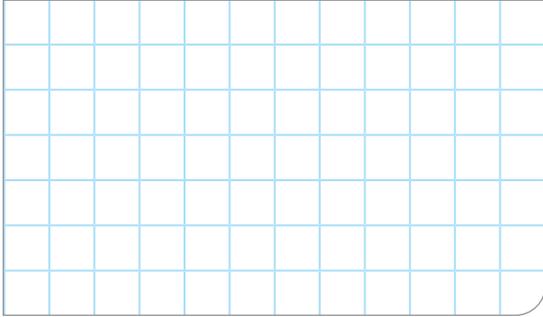


Fuente: <https://bit.ly/2wfgyWF>

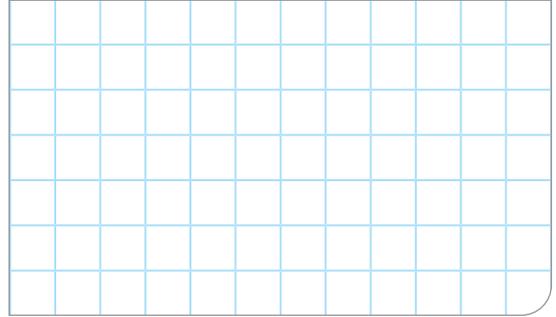
1. ¿Cuántas bacterias quedan al tercer y quinto día de tratamiento?
2. ¿Pueden considerarse eliminadas las bacterias en una semana de tratamiento?

Comprendemos el problema

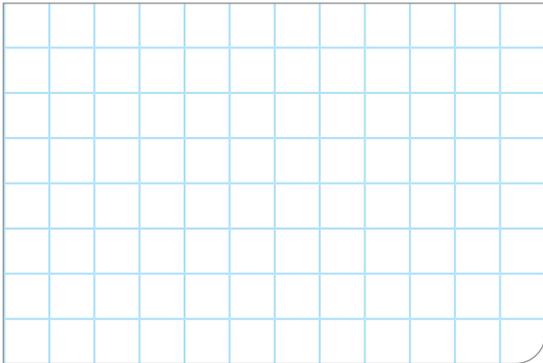
1. ¿Cuántas bacterias hay al inicio y cómo se da la disminución de dichas bacterias en el caso estudiado?



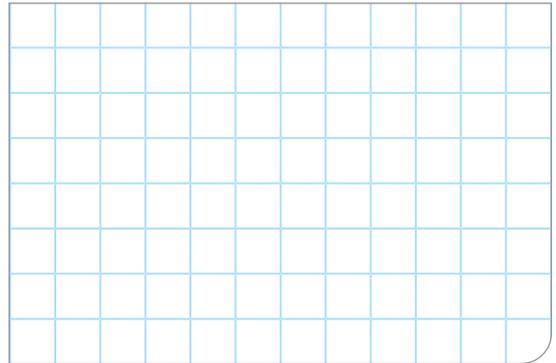
3. ¿Cómo tiene que ser la potencia que afecte a la cantidad de bacterias para su disminución?



2. ¿Cuántas bacterias a lo más pueden sobrevivir para que se las considere "eliminadas" en el cultivo?



4. ¿Qué nos piden hallar las preguntas de la situación significativa?



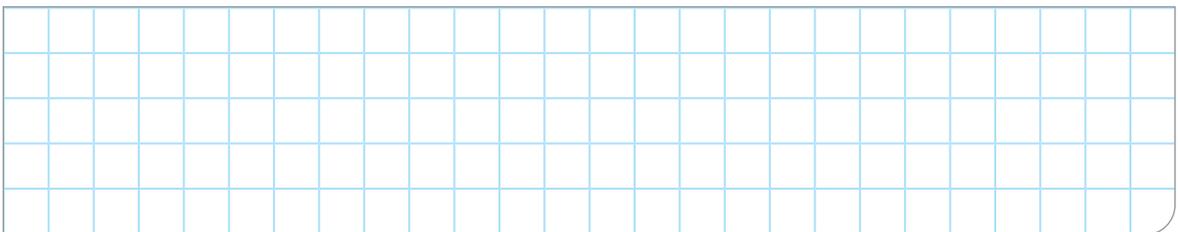
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Cuál de los siguientes diagramas utilizarías para organizar los datos y visualizar la cantidad de bacterias cada día?

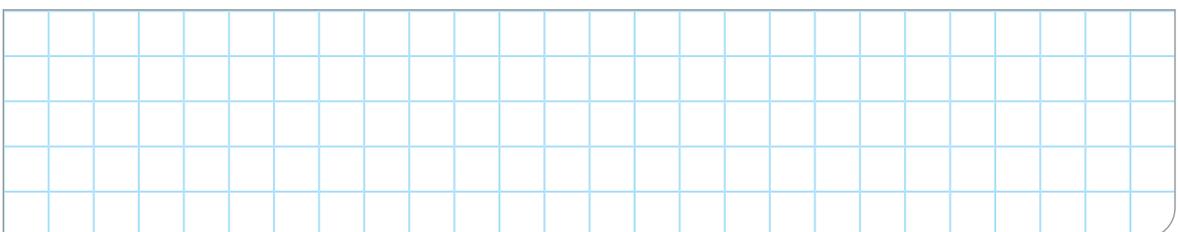
a) Diagrama de conjuntos

b) Diagrama sagital

c) Diagrama tabular



2. Describe el procedimiento que realizarás para responder las preguntas de la situación significativa.



Ejecutamos la estrategia o plan

1. Usamos el diagrama tabular para representar la disminución de las bacterias.

Días transcurridos	Cantidad de bacterias
0	$65\,536 \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 65\,536$
1	
2	
3	
4	
5	

2. Según la cantidad de bacterias en el diagrama tabular de la pregunta anterior, responde la primera pregunta de la situación significativa.

3. Calcula cuántas bacterias quedan a la primera semana del tratamiento. ¿Puede decirse que fueron eliminadas? Responde la segunda pregunta de la situación significativa.

4. ¿Consideras efectivo el tratamiento? Si es así, explica por cuántos días crees que debería aplicarse.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Fue necesario emplear el diagrama tabular? ¿Por qué?

2. ¿Qué dificultades encontraste para plantear el factor de decrecimiento? ¿Cómo las superaste?

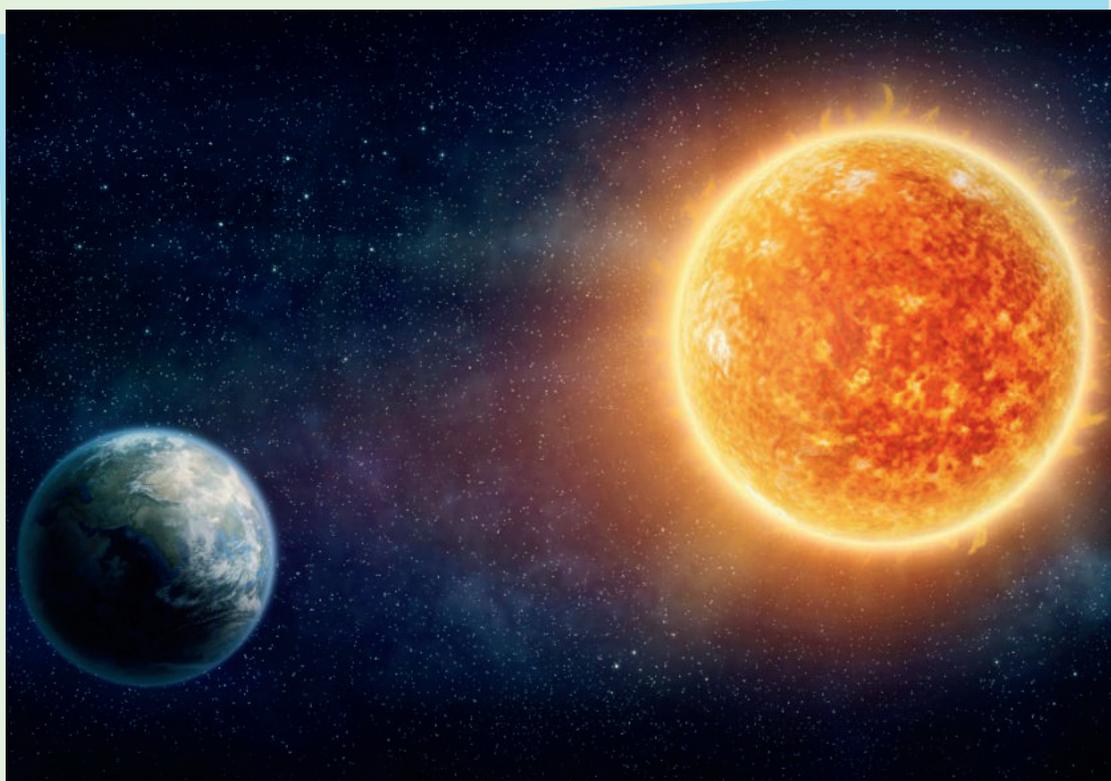


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con lenguaje numérico nuestra comprensión sobre las propiedades de la potenciación de exponente entero y notación científica. Asimismo, justificamos con ejemplos las propiedades de la potenciación y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

La masa del Sol es, aproximadamente, 330 000 veces la masa de la Tierra. Si la masa de la Tierra es 6×10^{24} kg, ¿cuál será la masa del Sol?



Fuente: <https://goo.gl/4pZTfw>

Resolución

Para calcular la masa del Sol, representamos 330 000 en notación científica:

$$330\,000 = 3,3 \times 10^5$$

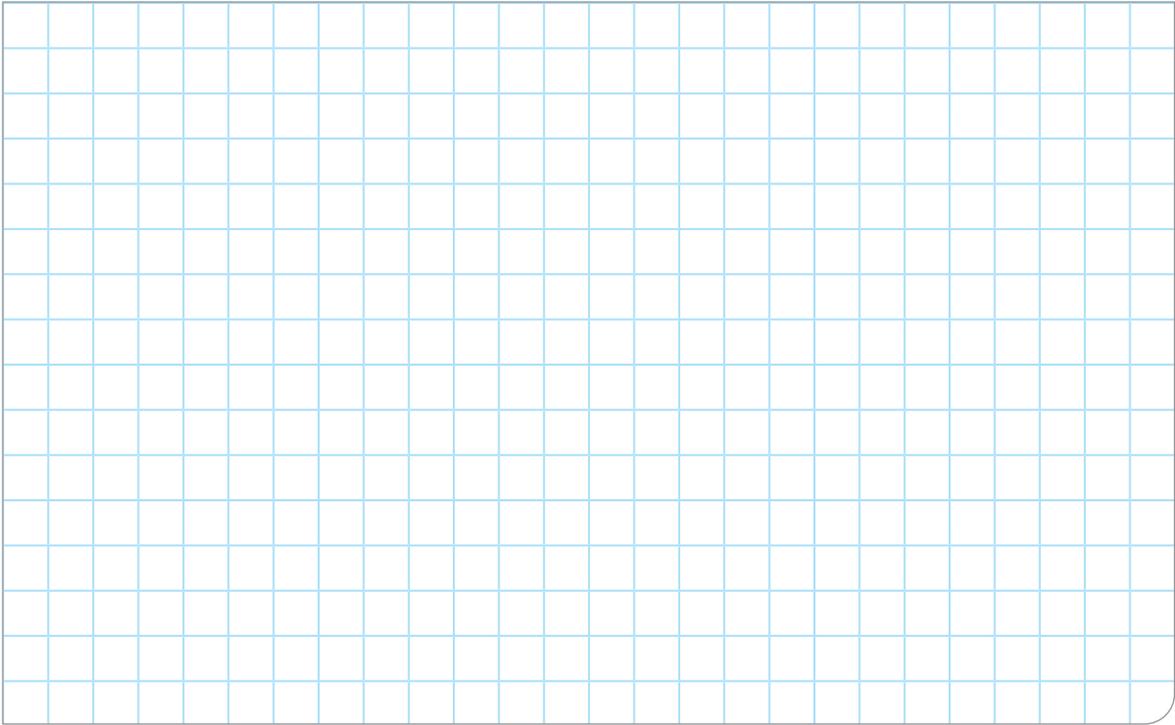
Luego, multiplicamos la expresión $3,3 \times 10^5$ por la masa de la Tierra que es 6×10^{24} :

$$3,3 \times 10^5 \times 6 \times 10^{24} = 19,8 \times 10^{29} = 1,98 \times 10^{30}$$

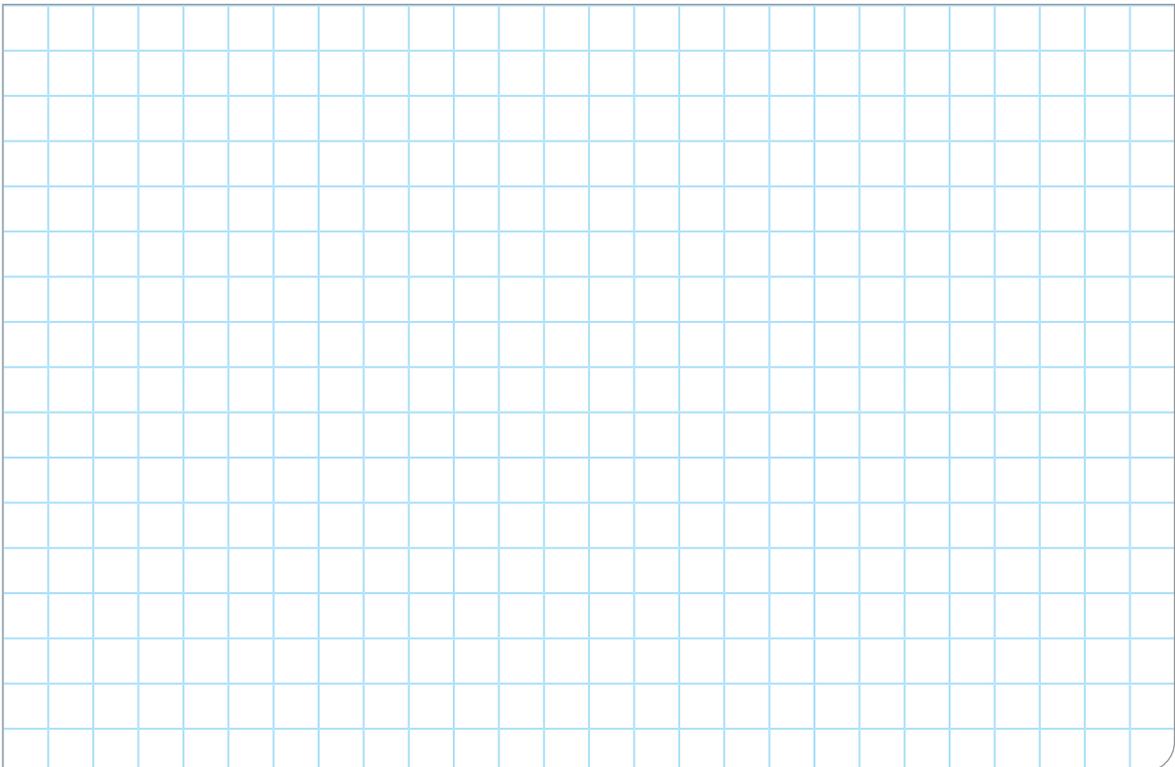
Respuesta:

La masa del Sol es $1,98 \times 10^{30}$ kg.

1. Describe brevemente el procedimiento que se realizó en $(3,3 \times 10^5)(6 \times 10^{24}) = 1,98 \times 10^{30}$ para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.



2. Xenia afirma que la expresión $45,56 \times 10^{32}$ está representada en notación científica. ¿Estás de acuerdo con la afirmación de Xenia? Explica.



Situación significativa B

Diego afirma que $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -\left(\frac{1}{3}\right)^2$. Ante ello, Cinthya le responde que "no es cierto". ¿Estás de acuerdo con la afirmación de Cinthya? Explica utilizando un procedimiento.

Resolución

- a. Analizamos cada operación, primero $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$

Hallamos los resultados para la potencia:

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}$$

Por propiedad de la multiplicación de dos números negativos, el producto es un número positivo, es decir: $\frac{1}{9}$

- b. Ahora veamos la segunda expresión: $-\left(\frac{1}{3}\right)^2$

En este caso, el signo negativo se encuentra fuera del paréntesis; por lo tanto, no está elevado al cuadrado y solo se elevan las fracciones.

$$-\left(\frac{1}{3}\right)^2 = -\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = -\left(\frac{1 \times 1}{3 \times 3}\right) = -\frac{1}{9}$$

Veamos ambos resultados:

- Según Diego: $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$
- Según Cinthya: $-\left(\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{9}$

Respuesta:

Podemos concluir que la afirmación de Cinthya es correcta.

1. Describe el procedimiento seguido en la resolución de la situación.

2. ¿Por qué la afirmación de Diego no es correcta? Justifica tu respuesta.

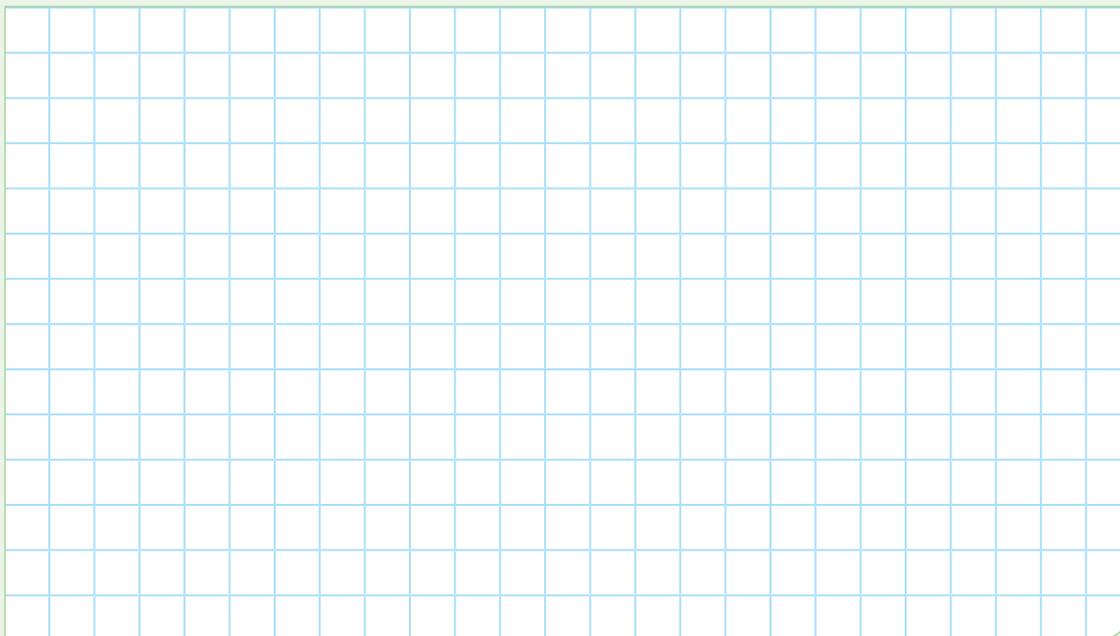
3. Expresa el valor $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2$ como potencia de base 4.

a) 2^2

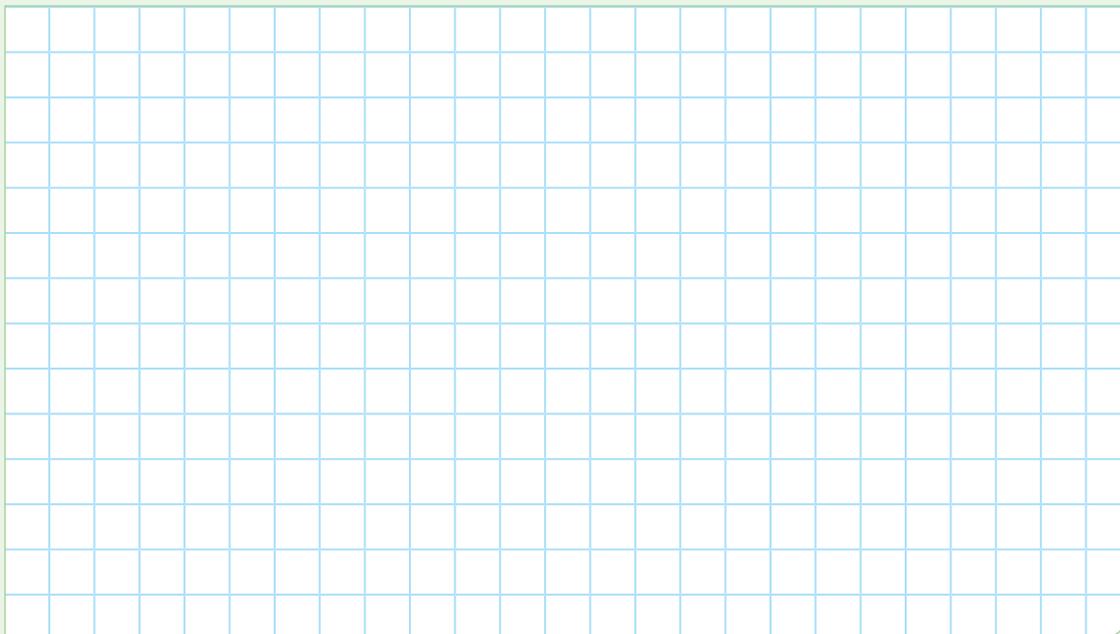
b) 4^{-2}

c) 4^{-1}

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$



4. Una bacteria colocada en cierto medio se reproduce cada hora. Así, en la primera hora dio origen a 2 bacterias; en la segunda, a 4, y en la tercera, a 8. ¿Cuántas horas han transcurrido si se han llegado a producir 32 bacterias?



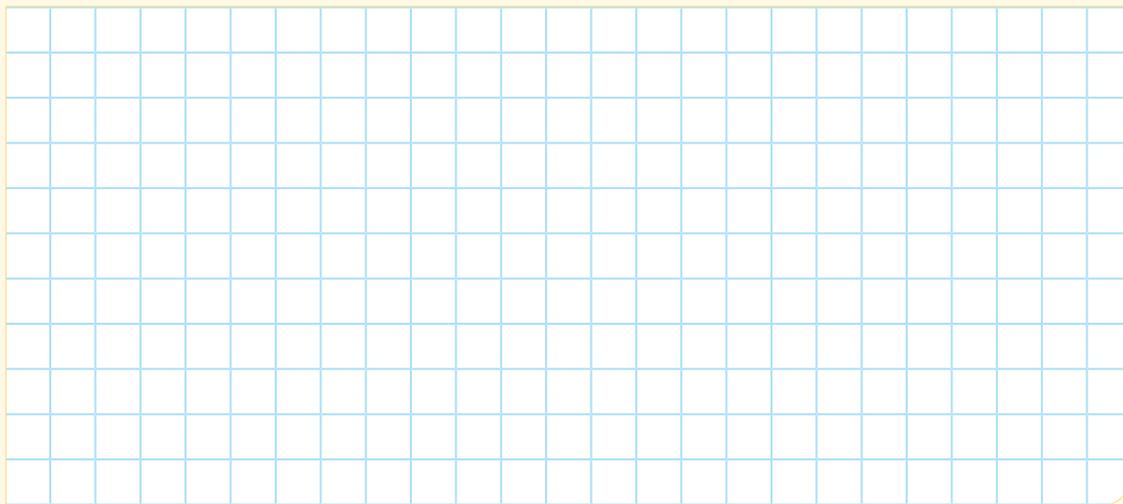
5. ¿Cuánto resulta al operar $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}}{\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}}$?

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

b) 2

c) 4^{-1}

d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$



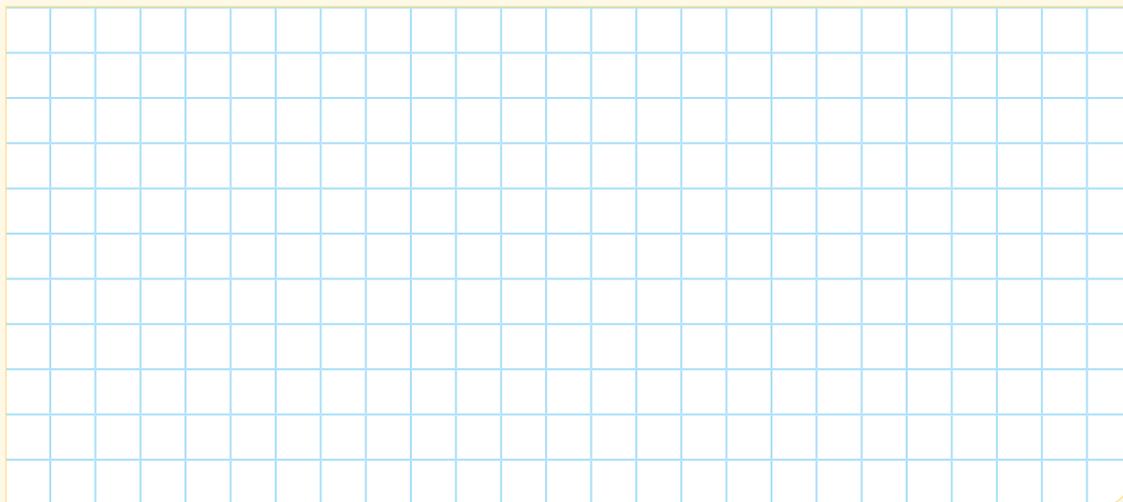
6. La hidra de Lena, en la mitología griega, era una serpiente acuática de múltiples aterradoras cabezas. Si una cabeza era cortada, le nacían 2 cabezas en su lugar. Si un héroe intentara vencerla cortándole todas sus cabezas cada día, ¿cuántas cabezas tendría el monstruo luego del quinto día?

a) 8 cabezas

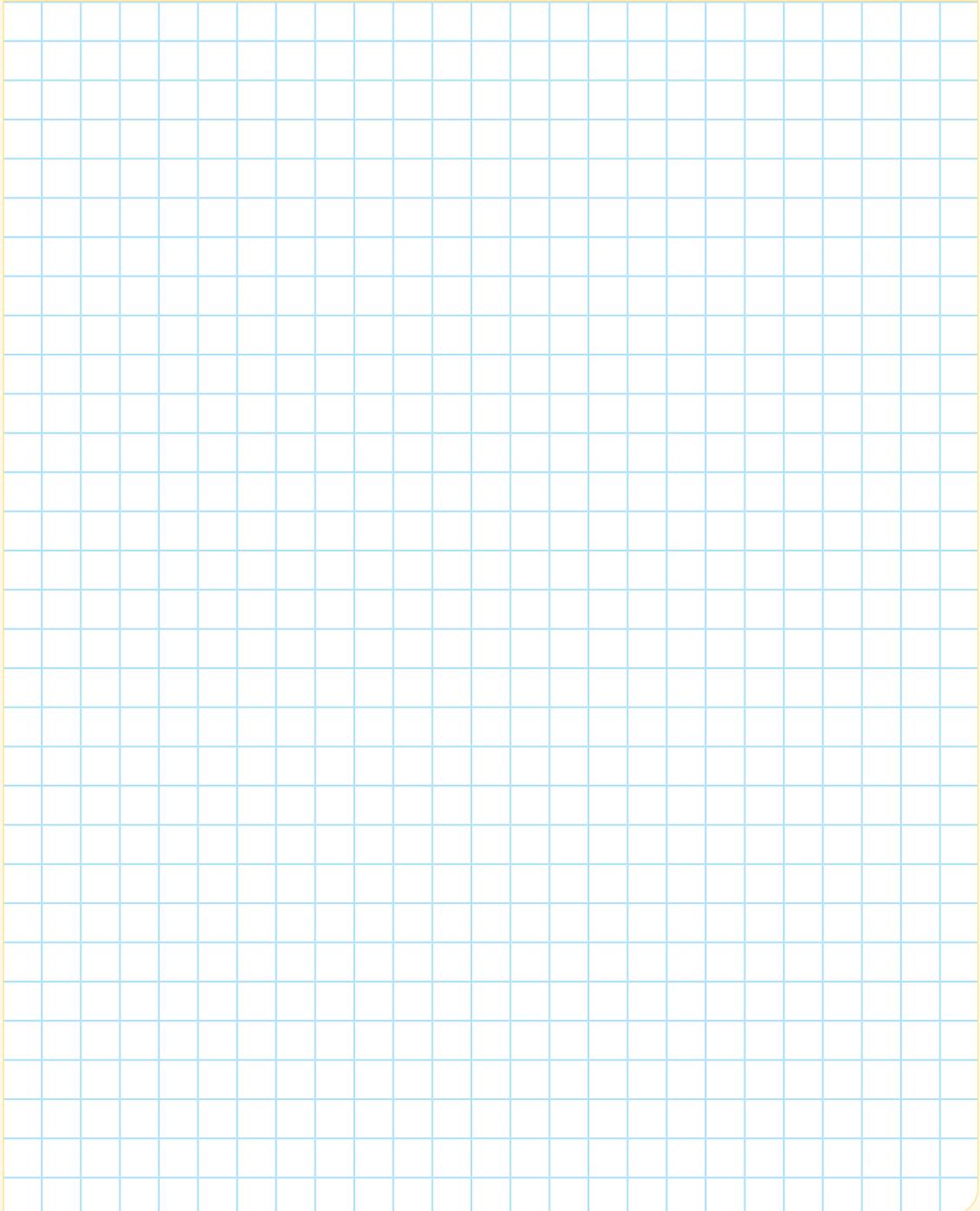
b) 12 cabezas

c) 16 cabezas

d) 32 cabezas



7. Felipe y Julia inician una campaña de solidaridad para la niñez afectada por las inundaciones producidas por el fenómeno El Niño. La campaña consiste en donar una lata de leche cada uno. Luego, buscan dos amigos más cada uno y los comprometen a realizar la misma donación para el segundo día. Les piden que continúen esta dinámica para los días sucesivos. Elabora una tabla que muestre las latas de leche donadas cada día durante una semana. ¿Cuántas latas de leche podrán reunir en total?

A large grid of graph paper with 20 columns and 30 rows, intended for the student to create a table showing the number of cans of milk donated each day over a week.



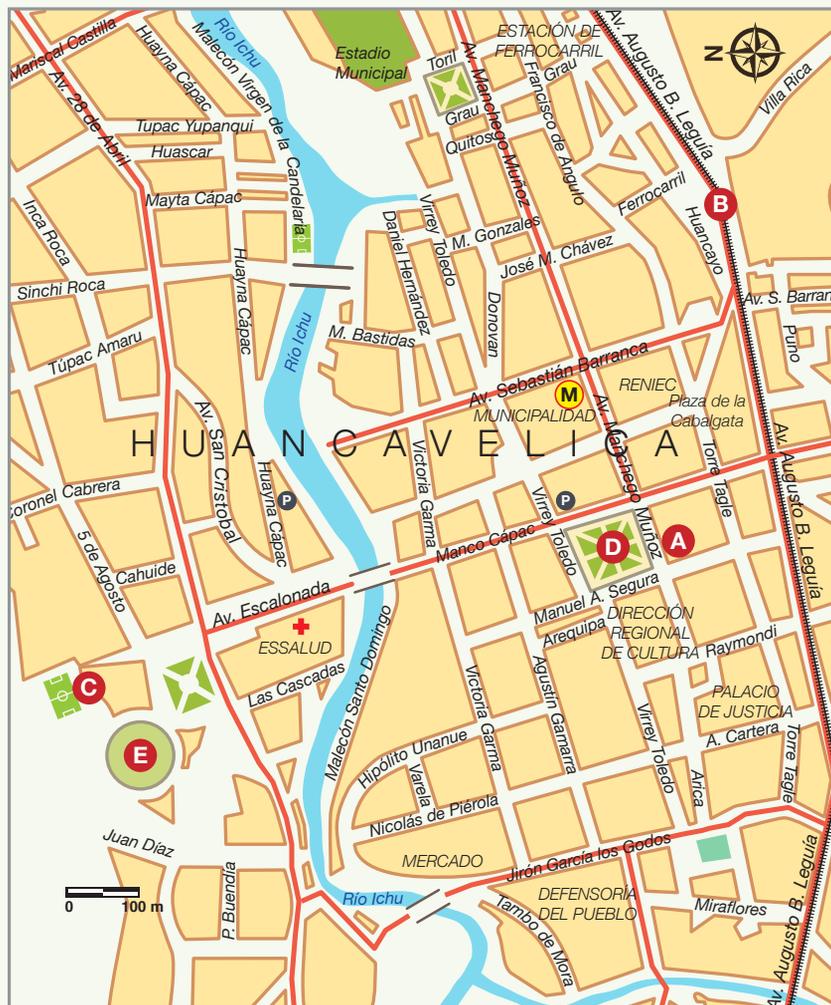
Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Describimos la ubicación o el recorrido de un objeto real o imaginario y lo representamos utilizando planos o mapas a escala. También empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para describir la localización de los objetos en planos a escala, usando unidades convencionales.

El viaje familiar

Antonio y su familia fueron de paseo a la ciudad de Huancavelica. Ellos deciden visitar los lugares más conocidos de la ciudad:

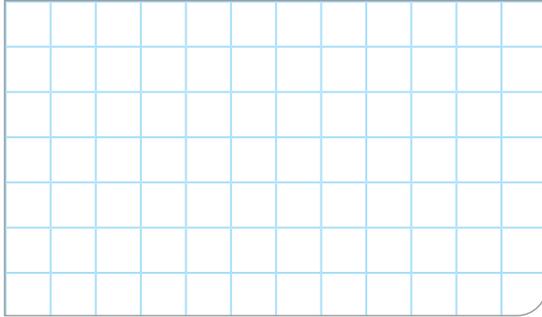
- A. Catedral
- B. Mirador natural Cerro de Oropesa
- C. Piscina de Aguas
Termales San Cristóbal
- D. Plaza de Armas
- E. Plaza de Toros



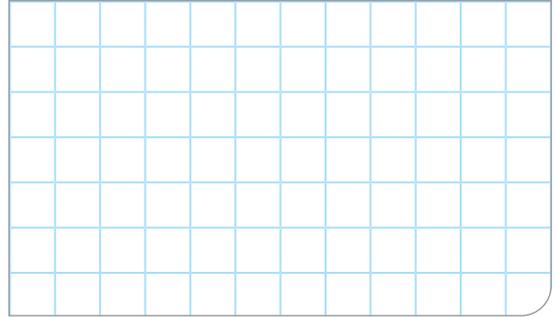
1. Si Antonio y su familia parten del punto D (plaza de Armas) para dirigirse al mirador natural Cerro de Oropesa, determina el recorrido más corto del punto D al B y del punto B al E. Describe el recorrido usando los puntos cardinales y el nombre de las calles.
2. Considera como punto de referencia la plaza de Armas y desde ella describe la ubicación de los lugares A, B, C y E usando los puntos cardinales.
3. Determina las distancias geométricas reales desde la plaza de Armas hasta los puntos A, B C y E.

Comprendemos el problema

1. ¿Qué datos son necesarios para describir el recorrido de un punto a otro punto?



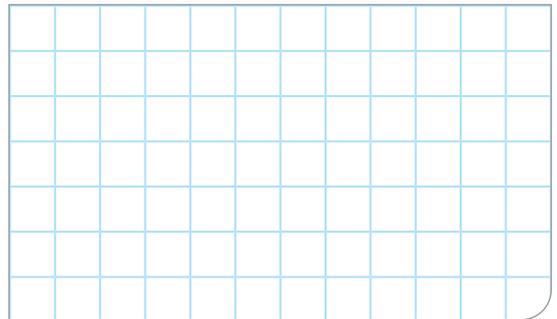
3. ¿Qué son y para qué sirven los puntos cardinales?



2. ¿Cuántos lugares tiene que visitar la familia de Antonio?

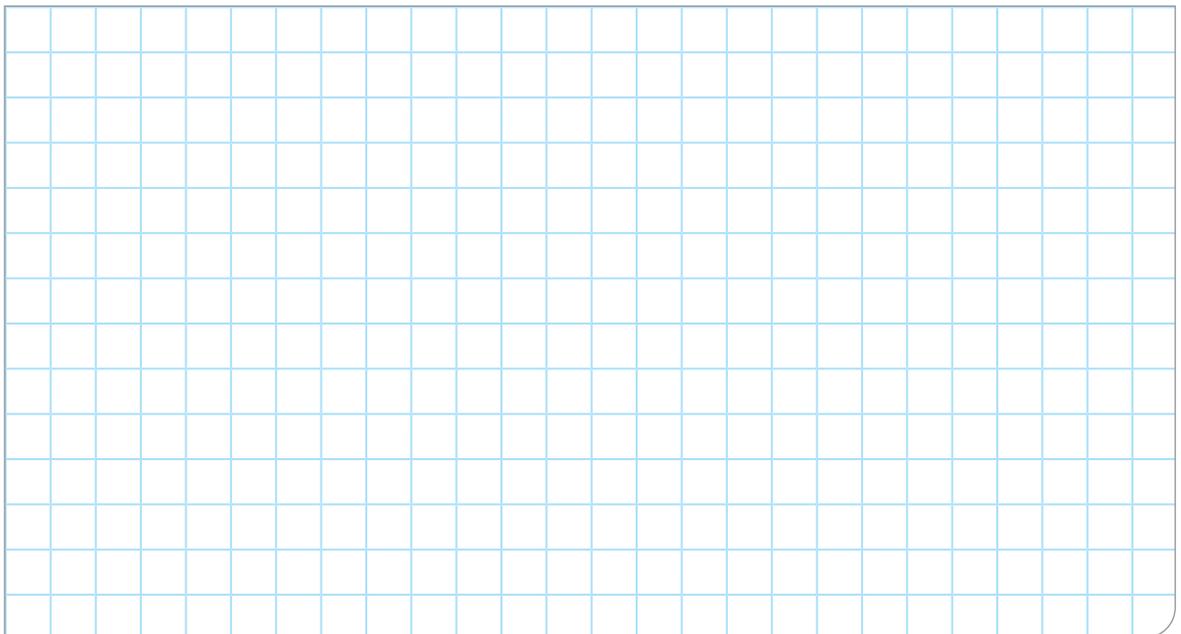


4. ¿Qué nos pide describir la situación significativa?



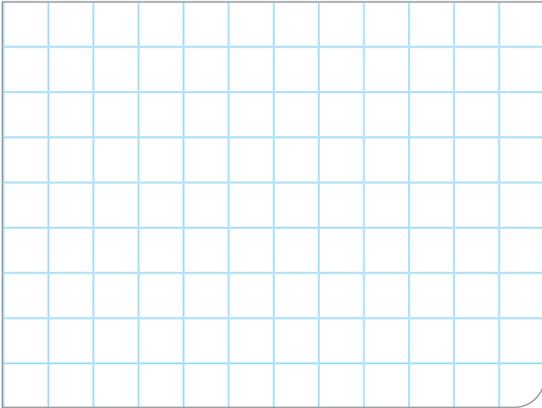
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

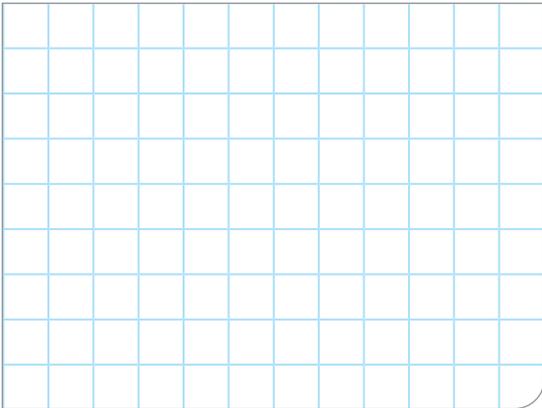


Ejecutamos la estrategia o plan

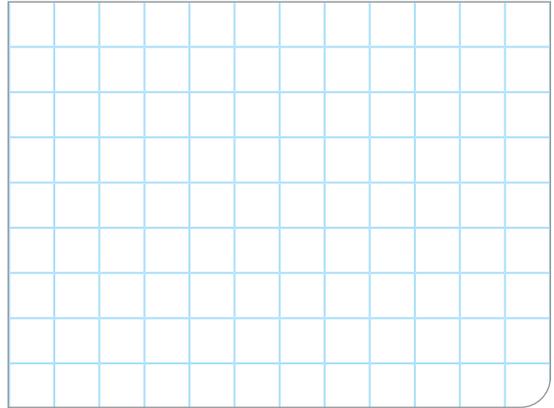
1. Describe el recorrido más corto del punto D al B, utilizando las cuadras, los nombres de las calles y los puntos cardinales.



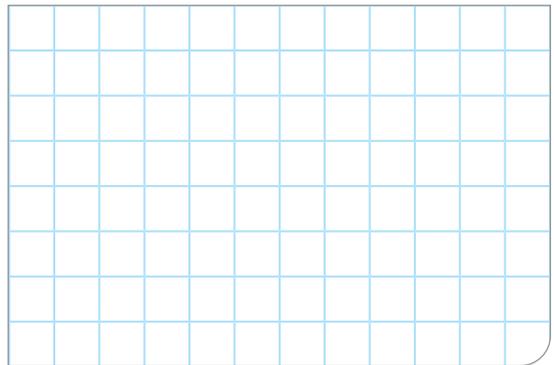
2. Utiliza las cuadras, los nombres de las calles y los puntos cardinales para describir el recorrido más corto del punto B al E.



3. Describe la ubicación de los lugares A, B, C y E, usando los puntos cardinales. Considera como punto de referencia la plaza de Armas.

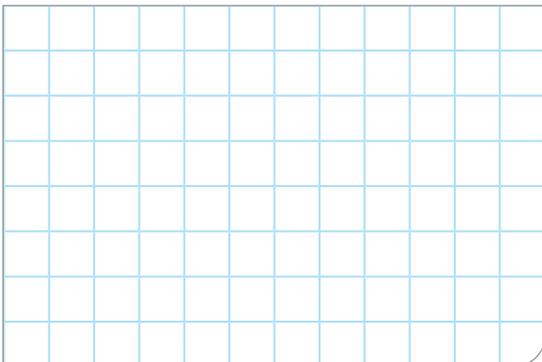


4. Usa una regla y mide las distancias geométricas desde el punto D hasta los puntos A, B, C y E. Determina su distancia real usando la escala gráfica que aparece en el plano de la situación significativa.

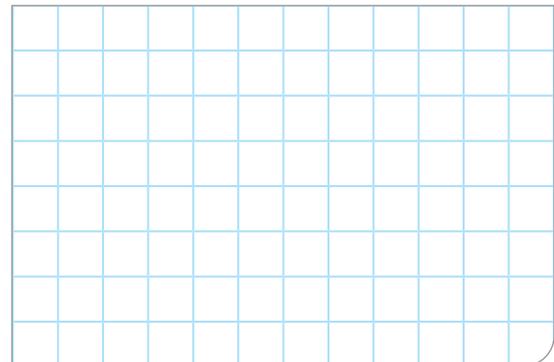


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Por qué es importante el uso de los puntos cardinales?



2. Si quisieras describir cómo llegar de tu escuela a tu casa, ¿cómo lo harías?



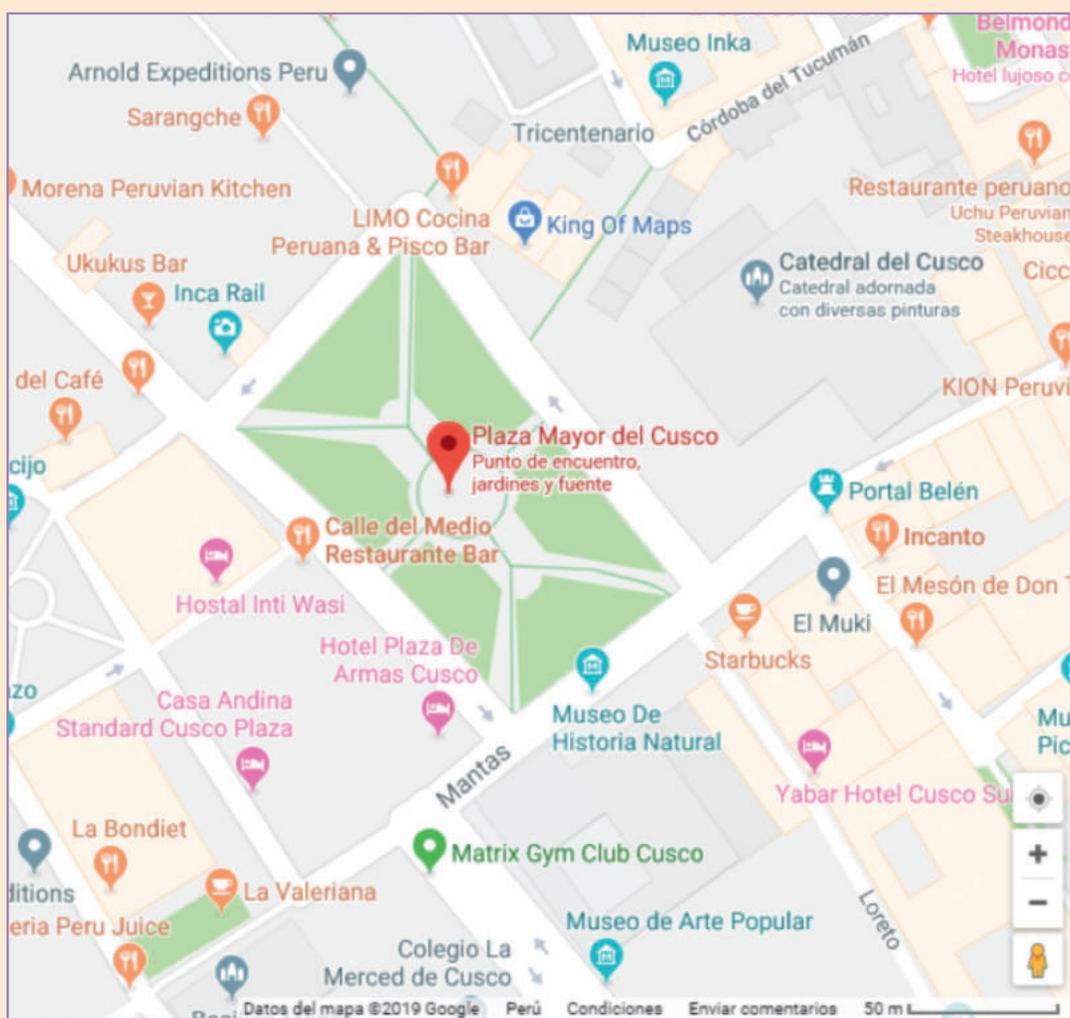


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Leemos planos o mapas a escala y los usamos para ubicarnos en el espacio y determinar rutas, empleando coordenadas cartesianas. Asimismo, planteamos afirmaciones y las justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos sobre perímetros y propiedades de los objetos, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

Se desea pintar de amarillo el borde de toda la plaza de Armas de la ciudad del Cusco para evitar que se estacionen los autos. Según el siguiente plano, ¿cuál es el perímetro de la plaza?



Resolución

Primero:

En la parte inferior derecha del plano, se indica una escala. El segmento de dicha escala mide 2 cm, que equivalen a 50 m en la medida real.

Se sabe que: $1 \text{ m} \equiv 100 \text{ cm}$

Por lo que: $50 \text{ m} \equiv 5000 \text{ cm}$

Como 2 cm en el plano equivalen a 5000 cm en la medida real, deducimos que 1 cm en el plano equivale a 2500 cm.

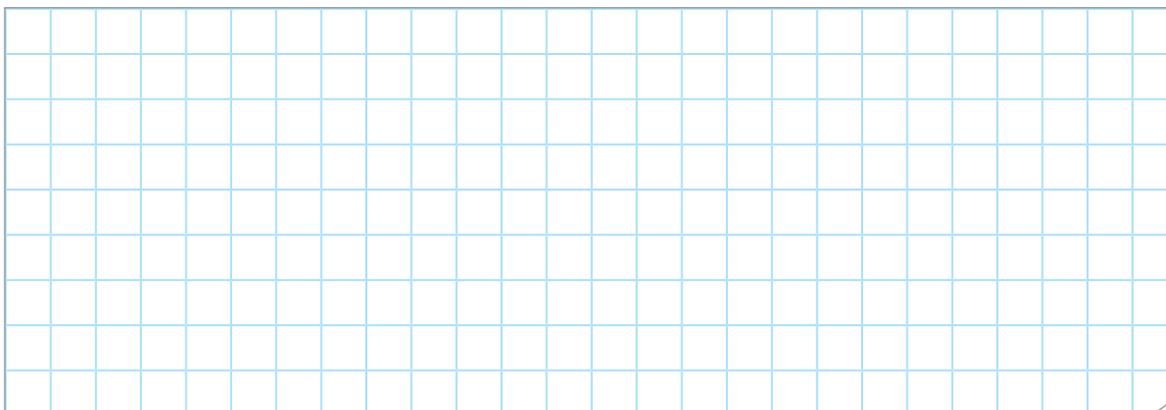
Segundo:

Se sabe que la escala es 1:2500.

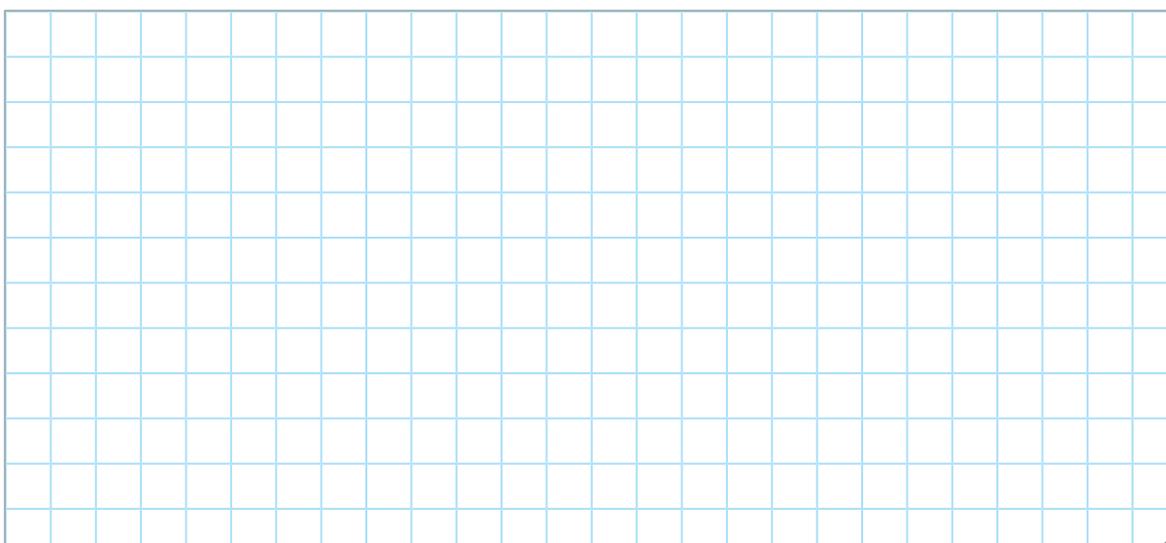
Al medir con la regla, el perímetro de la plaza de Armas resulta 16,2 cm, por lo que la medida será:

$16,2 \text{ cm} \times 2500 = 40\,500 \text{ cm}$. Para convertirlo a metros, se divide entre 100 y así se obtiene: 405 m.

1. Describe el procedimiento seguido para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

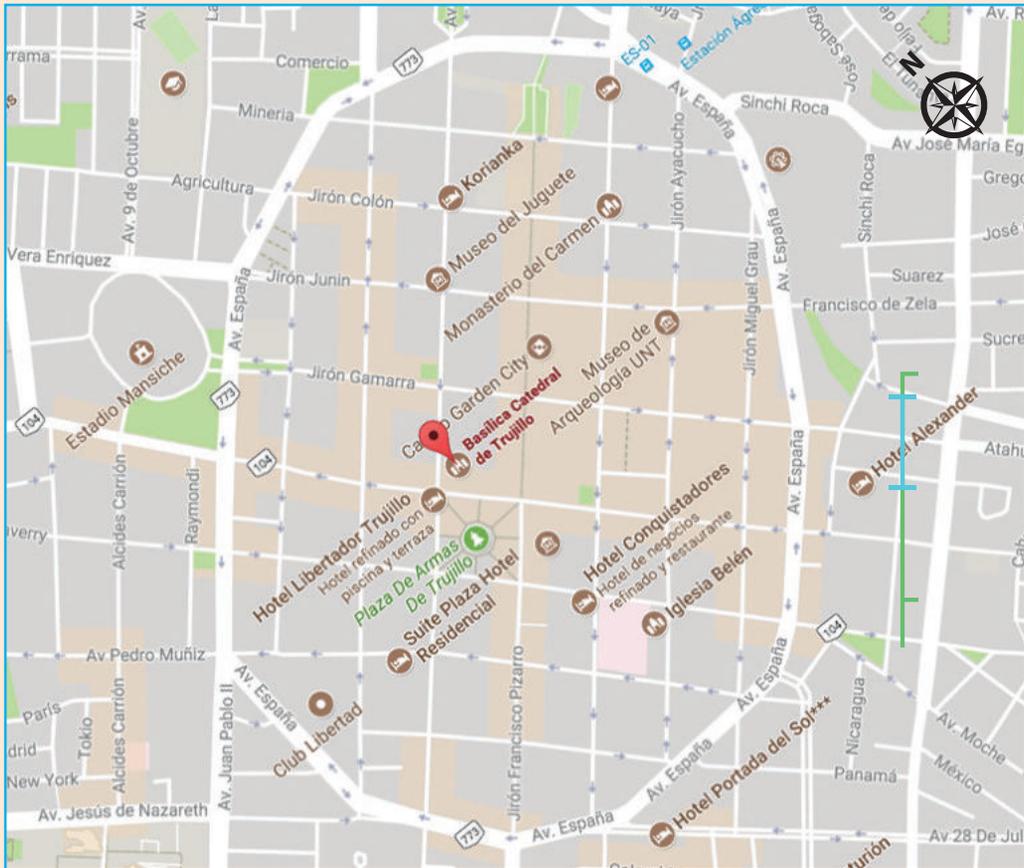


2. Describe otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.



Situación significativa C

Enrique vive en el cruce entre la av. España y el jr. Colón, cerca de la av. Sinchi Roca. Su primo Felipe se encuentra en la catedral de Trujillo y desea visitar el estadio Mansiche. ¿Qué indicaciones debe escribir Enrique a su primo para que llegue al estadio?



Fuente: <https://goo.gl/duhV6L>

Aprendemos a partir del error

Resolución

Enrique considera que, como Felipe se encuentra en la Basílica Catedral, entonces este es su punto de referencia. Por ello, su primer mensaje es: "Imagínate que te encuentras en una cuadrícula, tu posición es el punto de partida y esa manzana tendría coordenadas (1;1)". Luego le escribe:

"El estadio está en la posición (-4; 2) y mi casa está en la posición (-8; 2)".

Felipe concluye:

El estadio está 4 cuadras al este y 2 cuadras al norte de mi posición.

1. ¿La propuesta de solución es correcta? De no ser así, desarrolla el procedimiento que corresponde.



2. ¿Habrá otra forma de resolver el problema?





Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Describimos la ubicación o el recorrido de un objeto real o imaginario y lo representamos utilizando planos o mapas a escala. También empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para describir la localización de los objetos en planos a escala, usando unidades convencionales. Asimismo, leemos planos o mapas a escala y los usamos para ubicarnos en el espacio y determinar rutas. Además, planteamos afirmaciones y las justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos sobre perímetros y propiedades de los objetos, y corregimos errores si los hubiera.

1. ¿Qué escala se usó para reproducir el mapa pequeño a partir del mapa grande?

a) 1:1

b) 1:2

c) 1:4

d) 1:8



Fuente: <https://goo.gl/LPLnf>

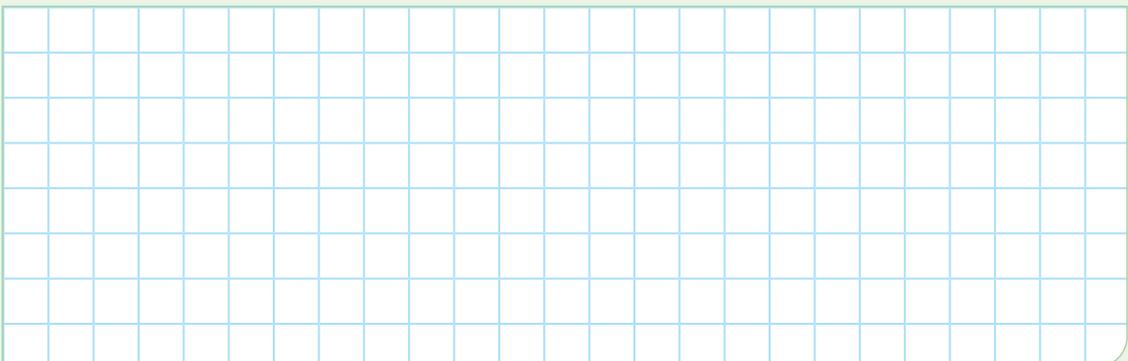
2. En el mapa del Virreinato del Perú (1810), se superpuso un plano cartesiano con origen en el punto 0. ¿Cuántas ciudades se muestran en el cuarto cuadrante?

a) 4

b) 3

c) 5

d) 6

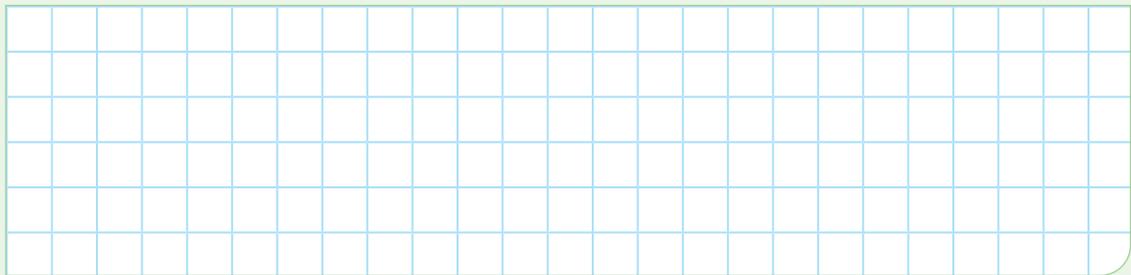


3. El siguiente plano muestra una parte del distrito de Villa El Salvador, provincia de Lima. Si se toma como punto de referencia el cruce de la av. Micaela Bastidas y la av. El Sol, ¿en qué cuadrante se ubica el Parque industrial? ¿Cuál será la coordenada del cruce de la av. Separadora Industrial con la av. José Carlos Mariátegui?

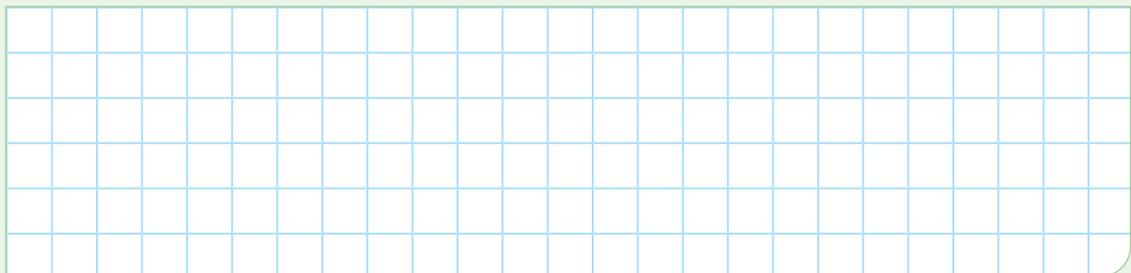
- a) I cuadrante; (8; 5)
- b) II cuadrante; (8; 4)
- c) I cuadrante; (5; 8)
- d) II cuadrante; (5; 8)



Fuente: <https://goo.gl/1aEFLx>



4. Si los dos números de un par ordenado son negativos, ¿en qué cuadrante del plano cartesiano se encuentra el punto designado por ese par?



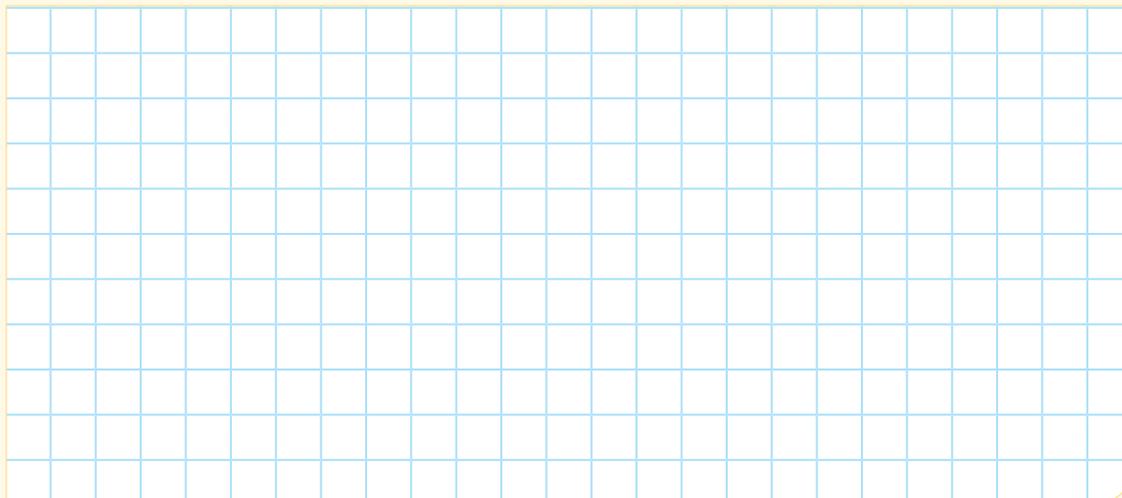
5. La distancia entre dos pueblos es de 3 km. ¿A qué distancia se encontrarán en el mapa si la escala es 1:60 000?

a) 3 cm

b) 5 cm

c) 4 cm

d) 6 cm



6. Si el área de la cama grande es de $2\text{ m} \times 2\text{ m}$, ¿cuál es el área del departamento sabiendo que su largo equivale al de 5,5 camas y su ancho, al de 3,5 camas?

a) 77 m^2

b) 84 m^2

c) 92 m^2

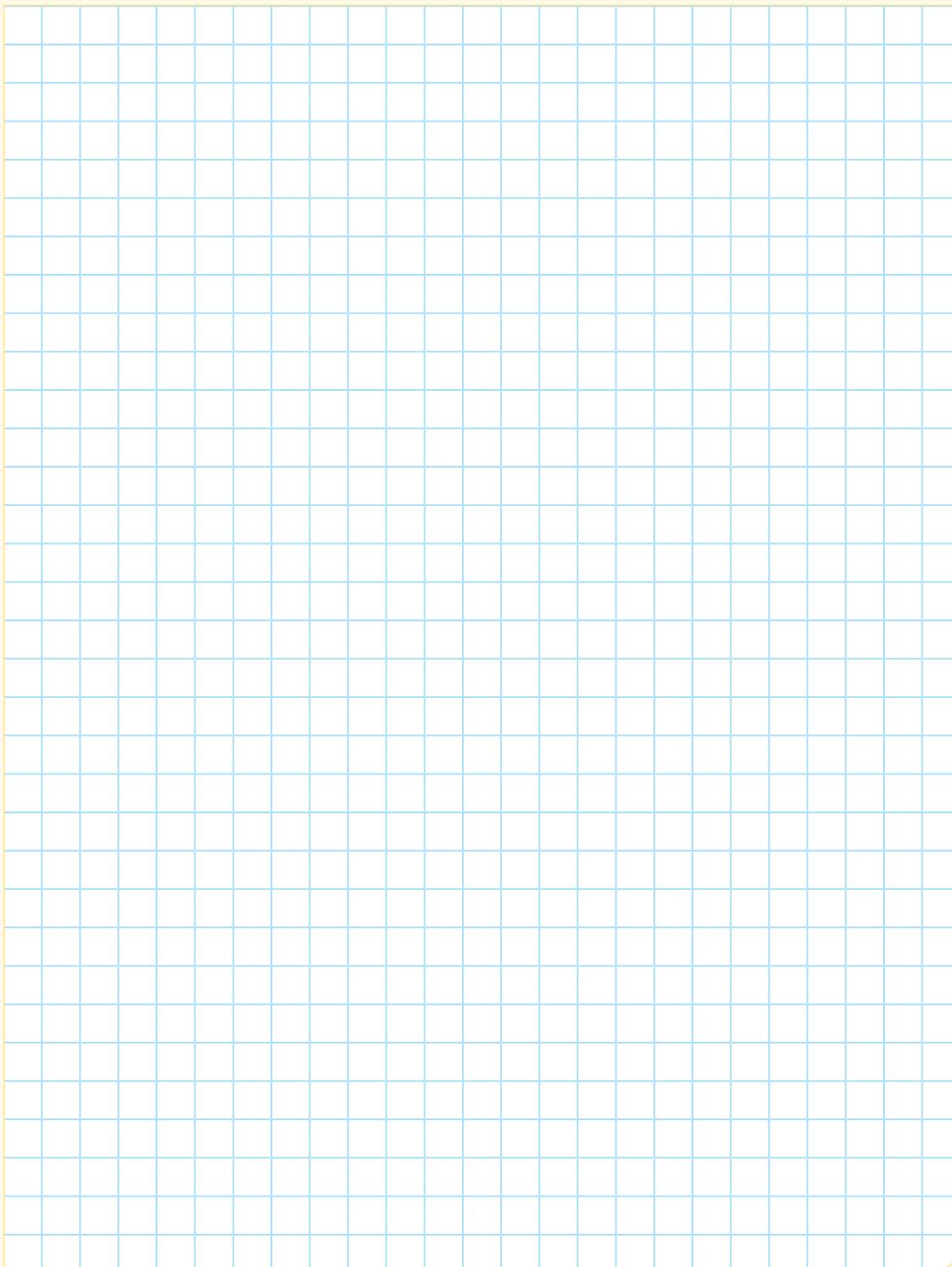
d) 98 m^2



Fuente: <https://goo.gl/xrC7jz>



7. En un mapa de América del Sur, elaborado a escala de 1:84 000 000, la mayor distancia de norte a sur corresponde a dos puntos situados a 120 mm; y la mayor distancia de este a oeste corresponde a 100 mm, aproximadamente. ¿Cuántos kilómetros representan estas distancias?



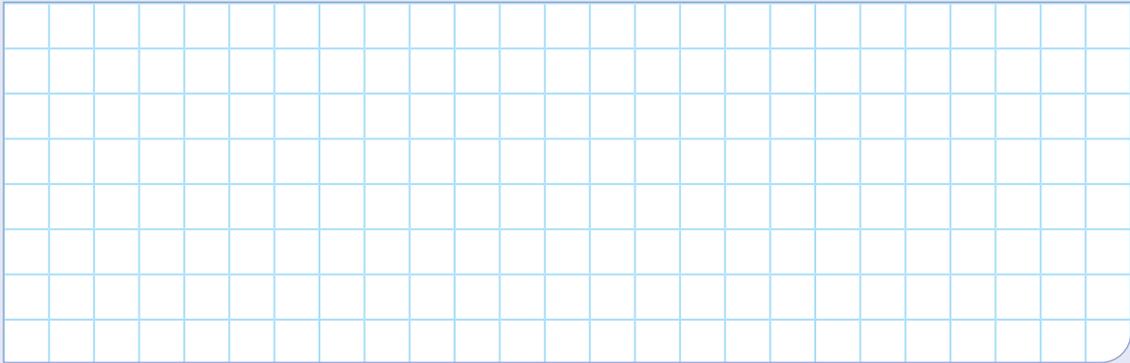
8. En un mapa a escala 1:60 000, la distancia entre dos pueblos es de 12 cm. ¿Cuál será la distancia en la realidad?

a) 1,2 km

b) 2,8 km

c) 7,2 km

d) 8,2 km



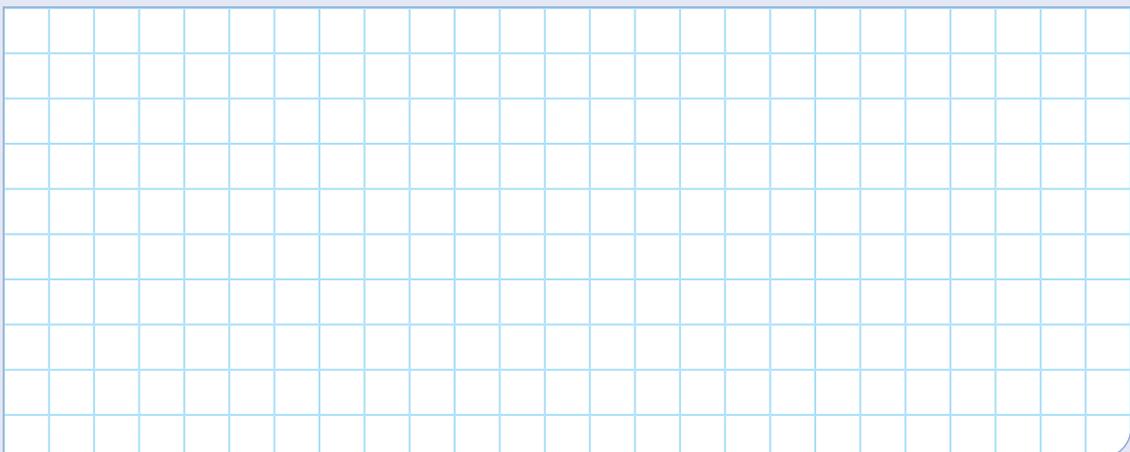
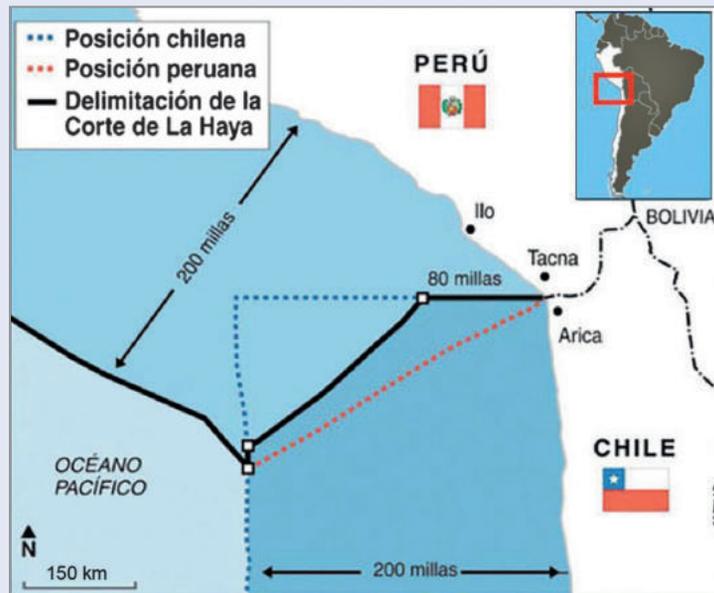
9. Luis ha encontrado un mapa y desea saber cuál es la escala con la que ha sido confeccionado. Ayuda a Luis a encontrar la respuesta.

a) 1:100 000

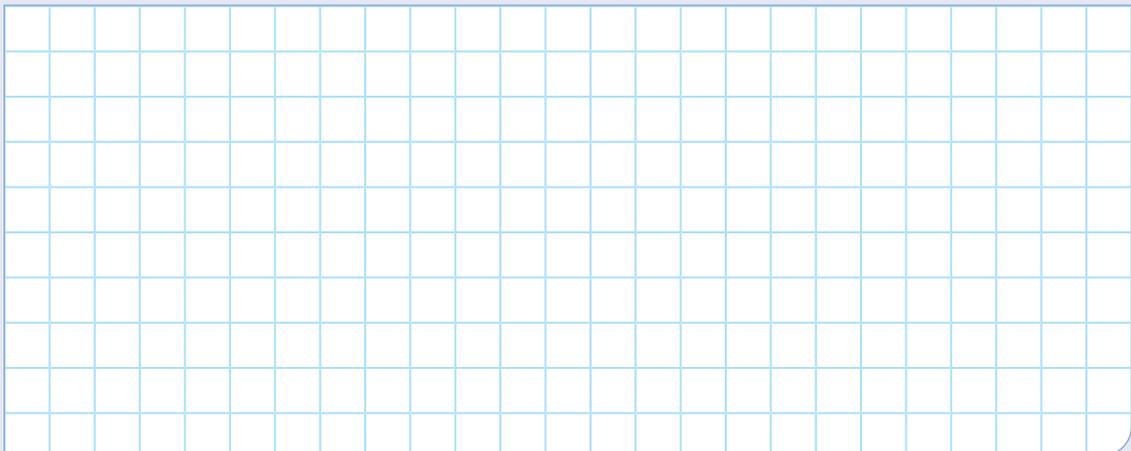
b) 1:1 000 000

c) 1:10 000 000

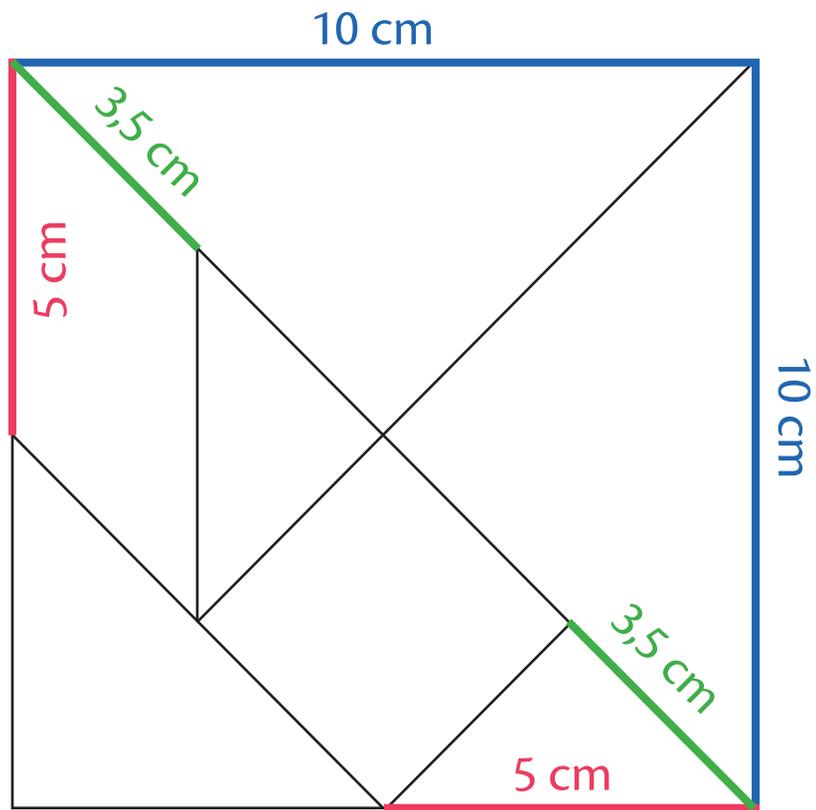
d) 1:100 000 000



10. Describe el procedimiento que seguirías para hallar la superficie en un mapa por el método de la cuadrícula.
- ¿Cuántos cuadraditos aproximadamente puedes contar en la zona marcada?
 - Mide el lado del cuadradito. Usando la escala en el mapa, calcula el área que representa en la realidad cada cuadradito.
 - Determina el área aproximada del siguiente mapa.



Tangram para trabajar la ficha 4



Enfoques transversales

Enfoque Ambiental



Busca formar personas conscientes del cuidado del ambiente, que promuevan el desarrollo de estilos de vida saludables y sostenibles.

Enfoque Inclusivo o de Atención a la Diversidad



Busca reconocer y valorar a todas las personas por igual, con el fin de erradicar la exclusión, discriminación y desigualdad de oportunidades.

Enfoque de Derechos



Fomenta el reconocimiento de los derechos y deberes; asimismo, promueve el diálogo, la participación y la democracia.

Enfoque Igualdad de Género



Busca brindar las mismas oportunidades a hombres y mujeres, eliminando situaciones que generan desigualdades entre ellos.

Son los valores y actitudes que tenemos al relacionarnos con otras personas y con nuestro entorno, con el fin de generar una sociedad más justa, inclusiva y equitativa para todos.

Enfoque Intercultural



Promueve el intercambio de ideas y experiencias entre las distintas formas de ver el mundo.

Enfoque Búsqueda de la Excelencia



Incentiva a los estudiantes a dar lo mejor de sí mismos para alcanzar sus metas y contribuir con su comunidad.

Enfoque Orientación al Bien Común



Busca que el conocimiento, los valores y la educación sean bienes que todos compartimos, promoviendo relaciones solidarias en comunidad.

CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

I

La democracia y el sistema interamericano

Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base de estado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia.

Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

II

La democracia y los derechos humanos

Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

III

Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son constitucionales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

IV

Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional

democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática. Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

V

La democracia y las misiones de observación electoral

Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

VI

Promoción de la cultura democrática

Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.

EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

1. Democracia y Estado de Derecho

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

2. Equidad y Justicia Social

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las personas que conformamos esta socie-

dad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

3. Competitividad del País

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado

Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

SÍMBOLOS DE LA PATRIA



Bandera Nacional



Himno Nacional



Escudo Nacional

DECLARACIÓN UNIVERSAL DE LOS DERECHOS HUMANOS

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

Artículo 1

Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

Artículo 2

Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

Artículo 3

Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

Artículo 4

Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

Artículo 5

Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

Artículo 6

Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

Artículo 7

Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

Artículo 8

Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

Artículo 9

Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

Artículo 10

Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

Artículo 11

1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

Artículo 12

Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

Artículo 13

1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

Artículo 14

1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 15

1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

Artículo 16

1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

Artículo 17

1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

Artículo 18

Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

Artículo 19

Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

Artículo 20

1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

Artículo 21

1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

Artículo 22

Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

Artículo 23

1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

Artículo 24

Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

Artículo 25

1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

Artículo 26

1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

Artículo 27

1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

Artículo 28

Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

Artículo 29

1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 30

Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.