

Cuaderno de trabajo de Matemática

# RESOLVAMOS PROBLEMAS

S E C U N D A R I A

5



# La ciudadana y el ciudadano que queremos



Cuaderno de trabajo de Matemática

# RESOLVAMOS PROBLEMAS

S E C U N D A R I A

5



## Resolvamos problemas 5

Cuaderno de trabajo de Matemática

### Editado por:

©Ministerio de Educación  
Calle Del Comercio N.° 193, San Borja  
Lima 41, Perú  
Teléfono: 615-5800  
www.minedu.gob.pe

### Propuesta de contenidos:

Larisa Mansilla Fernández  
Olber Muñoz Solís  
Juan Carlos Chávez Espino  
Hugo Luis Támara Salazar  
Alfredo Jesús Alcántara Hernández  
Pedro Antonio Martínez Moreno

### Revisión pedagógica:

Olber Muñoz Solís  
Larisa Mansilla Fernández  
Juan Carlos Chávez Espino

### Revisión académica:

Concepción Florencia Suca Meza  
Richard del Pino Vásquez

### Diseño y diagramación:

Carlos Héctor Boza Loayza

### Corrección de estilo:

Martha Silvia Petzoldt Diaz

**Primera edición:** setiembre de 2017

**Segunda edición:** junio de 2019

**Primera reimpresión:** agosto de 2020

**Segunda reimpresión:** diciembre de 2020

**Tercera reimpresión:** agosto de 2021

**Tiraje:** 465 559 ejemplares

### Impresión:

Se terminó de imprimir en diciembre de 2021  
en los talleres gráficos de  
Quad Graphics Perú S.R.L  
Av. Los Frutales N.° 344, Ate-Vitarte  
RUC N.° 20371828851



Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.° 2021-07168

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

## Estimada/o estudiante:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el cuaderno de trabajo *Resolvamos problemas 5*, que estamos seguros te ayudará a descubrir la presencia de la matemática en la vida cotidiana y a utilizarla de manera adecuada y creativa en la resolución de problemas vinculados a la realidad.

Este cuaderno ha sido elaborado para ti. En él encontrarás diversas estrategias heurísticas, como hacer diagramas tabulares, diagrama de árbol o diagramas lineales; particularizar y plantear ecuaciones, utilizar ensayo y error, entre otras, que te serán útiles en el proceso de resolución de problemas.

En su estructura, el cuaderno te propone una diversidad de fichas de trabajo, cada una de las cuales se encuentra organizada en tres secciones: *Aplicamos nuestros aprendizajes*, *Comprobamos nuestros aprendizajes* y *Evaluamos nuestros aprendizajes*.

En la primera sección, *Aplicamos nuestros aprendizajes*, te presentamos una situación relacionada con la vida cotidiana, que será abordada a través de interrogantes que pretenden movilizar tus capacidades y conocimientos, lo cual te ayudará a comprender el problema, diseñar o seleccionar una estrategia o plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre lo desarrollado.

En la segunda sección, *Comprobamos nuestros aprendizajes*, te planteamos tres situaciones de contexto, en cuyo desarrollo podrás explicar el proceso de resolución, identificando estrategias y describiendo procedimientos utilizados. Este análisis te permitirá plantear otros caminos de resolución, así como identificar errores y realizar tu propia corrección.

Finalmente, en la tercera sección, *Evaluamos nuestros aprendizajes*, te presentamos situaciones de diverso grado de complejidad en contextos variados y apoyados en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, te darás cuenta de tus progresos.

Esperamos que con esta experiencia sientas que hacer matemática es un reto posible de alcanzar. Disfrútalo.



### Ficha 1

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- La feria escolar 13
- Comprobamos nuestros aprendizajes 16
- Evaluamos nuestros aprendizajes 21

### Ficha 5

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Confeccionando polos 65
- Comprobamos nuestros aprendizajes 69
- Evaluamos nuestros aprendizajes 74

### Ficha 2

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Consumo de gas natural en el Perú 27
- Comprobamos nuestros aprendizajes 30
- Evaluamos nuestros aprendizajes 33

### Ficha 6

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Construyendo canaletas 79
- Comprobamos nuestros aprendizajes 82
- Evaluamos nuestros aprendizajes 85

### Ficha 3

Resuelve problemas de cantidad.

- Infectados con VIH en el mundo 39
- Comprobamos nuestros aprendizajes 42
- Evaluamos nuestros aprendizajes 45

### Ficha 7

Resuelve problemas de cantidad.

- Campaña de grandes ofertas 91
- Comprobamos nuestros aprendizajes 94
- Evaluamos nuestros aprendizajes 97

### Ficha 4

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Un elemento de seguridad en la señalización vial 51
- Comprobamos nuestros aprendizajes 54
- Evaluamos nuestros aprendizajes 58

### Ficha 8

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Accesibilidad física 103
- Comprobamos nuestros aprendizajes 106
- Evaluamos nuestros aprendizajes 109

## Ficha 9

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- **Analizamos los resultados de la prueba de Matemática** 117
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 121
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 126

## Ficha 13

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- **Las probabilidades en la investigación médica** 167
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 170
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 173

## Ficha 10

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- **Cigarras en Quillabamba** 131
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 134
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 137

## Ficha 14

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- **Colonia de bacterias** 181
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 184
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 187

## Ficha 11

Resuelve problemas de cantidad.

- **Comprando un departamento** 143
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 146
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 149

## Ficha 15

Resuelve problemas de cantidad.

- **Dólar, moneda extranjera que circula en el Perú** 195
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 198
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 201

## Ficha 12

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- **El puente más largo del Perú** 155
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 158
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 161

## Ficha 16

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- **Diseños ornamentales** 209
- **Comprobamos nuestros aprendizajes** 212
- **Evaluamos nuestros aprendizajes** 215

## Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

### 1. Estrategias de comprensión

#### Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuáles son las condiciones del texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a resolver el problema.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números,

diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

#### Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo:

Problema	Parfraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde.  Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que el/la docente tome todos los problemas del cuaderno y realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraseos por cada problema presentado. Esos ejercicios le ayudarán a mejorar su desempeño en la conducción de las tareas en el aula.

#### Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se



va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

## 2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

### Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

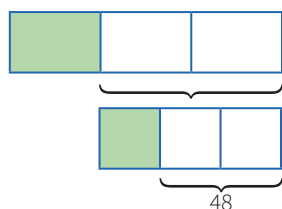
#### Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y  $\frac{1}{3}$  del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

#### Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



### Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

#### Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

#### Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	$x$	18
Felipe	$x$	8	$x + 5$	
TOTAL		8		

### Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

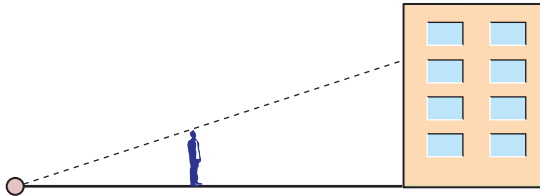
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

#### Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

## Resolución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



## Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

### Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

## Resolución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



## Diagramas conjuntistas

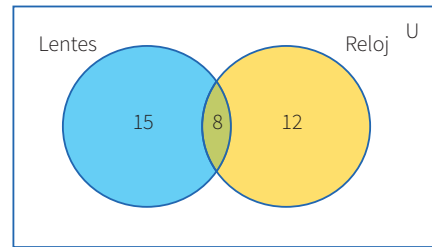
Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

### Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

## Resolución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.  
Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



## Diagramas cartesianos

Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

### Ejemplo:

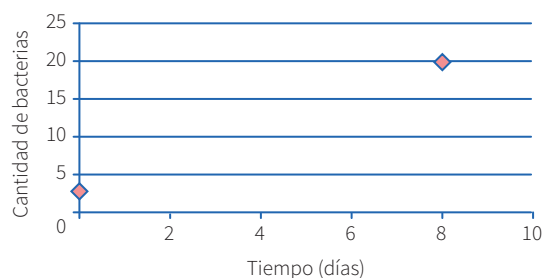
El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

## Resolución:

Cantidad:

Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.

Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



## Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

### Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

**Resolución:**

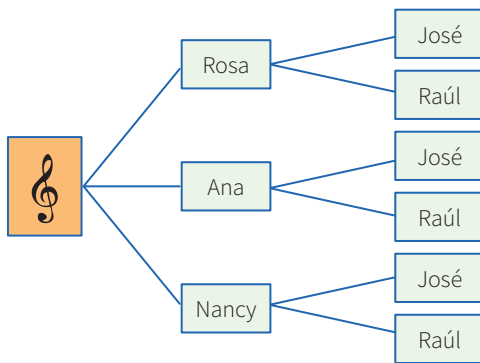
Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto.



**Diagrama de árbol**

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

**Ejemplo:** Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



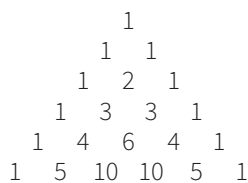
**3. Otras estrategias**

**Busca patrones**

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

**Ejemplo:**

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.



Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma

de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

**Haz una lista sistemática**

En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

**Ejemplo:**

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?

Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.

**Resolución:**

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:  
 Triángulos con una letra: a-b-c-d  
 Triángulos con dos letras: ab-bc-cd  
 Triángulos con tres letras: abc-bcd  
 Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos:  $4 + 3 + 2 + 1 = 10$  triángulos.

**Generaliza**

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

## Ejemplo:

Halla el valor de  $(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2$ .

## Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

$$(n + 1)^2 - n^2, \text{ cuando } n \text{ vale } 234\ 756\ 473$$

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

$$(n + 1 + n) (n + 1 - n) = (n + 1) + n$$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier  $n$  entero positivo, se cumple:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

Entonces:

$$(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2 = 469\ 512\ 947$$

## Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

## Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

## Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale  $S/100$  y elijo primero el descuento, termino pagando  $S/106$ . Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.
- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

## Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

## Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

## Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

## Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La

combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

**Ejemplo:**

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

**Solución:**

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como  $\div 2, -3$ .
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:  
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos:  $x = 90$

**Plantea una ecuación**

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

**Ejemplo:**

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

**Solución:**

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.

- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]$ ; simplificando:

$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x$ ; de donde  $x = 2,4$  horas

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

**Establece submetas**

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

**Ejemplo:**

Supongamos que la población actual del Perú es de 22 millones de habitantes y se sabe que la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



©Shutterstock

**Solución:**

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 44 millones. Si bien aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

## Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

### Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



©Shutterstock

### Solución:

- Primero se observa que  $50 \times 50 = 2500$ , número que no llega; y que  $60 \times 60 = 3600$ , el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- $55 \times 56$  no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar  $53 \times 54 = 2862$ , el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con  $56 \times 57 = 3192$ , se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

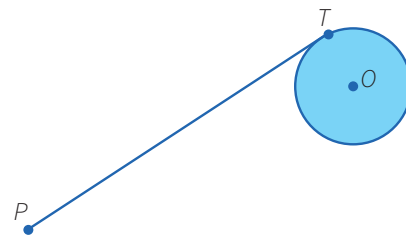
## Supón el problema resuelto

### Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

### Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto  $T$  es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos  $O$  con  $T$ , tendremos que  $OT$  es perpendicular a  $PT$ .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados,  $P$ ,  $T$  y  $O$ , es posible hacer un triángulo uniendo el punto  $P$  con el punto  $O$ . Se observa que el triángulo es rectángulo.



## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Determinamos las condiciones y restricciones de una situación aleatoria, analizando la ocurrencia de eventos dependientes o independientes y eventos complementarios; además, adaptamos y combinamos procedimientos para determinar el valor de su probabilidad.

### La feria escolar

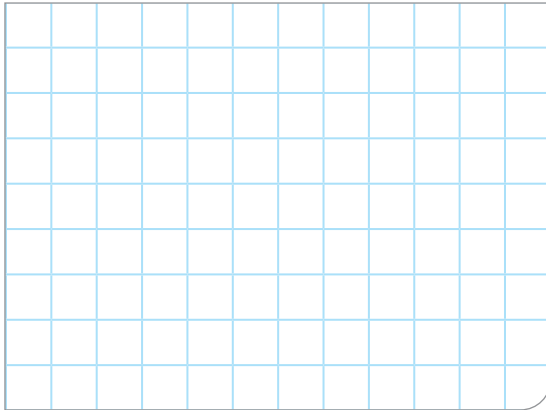
En una feria escolar se presentaron diversos entretenimientos: tómbola, espectáculos musicales, venta de comida, tiro al blanco, etc. La promoción del quinto de secundaria propuso un juego que consistía en lanzar cinco monedas simultáneamente. El costo de jugar era de S/1 y se entregaba como premio un kit escolar si se lograba como resultado que en todas las monedas saliera cara o que en todas saliera sello; con cualquier otro resultado se perdía.



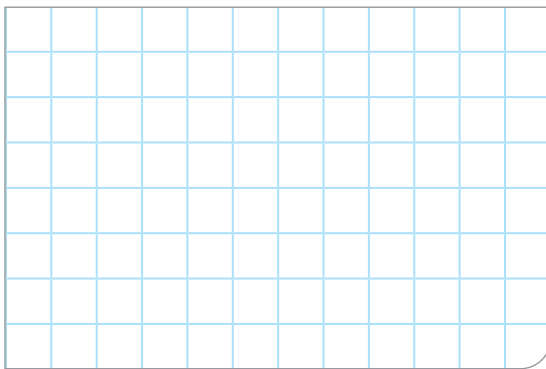
1. ¿Cuál es la probabilidad de que un jugador gane el kit escolar?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que un jugador pierda el kit escolar?

## Comprendemos el problema

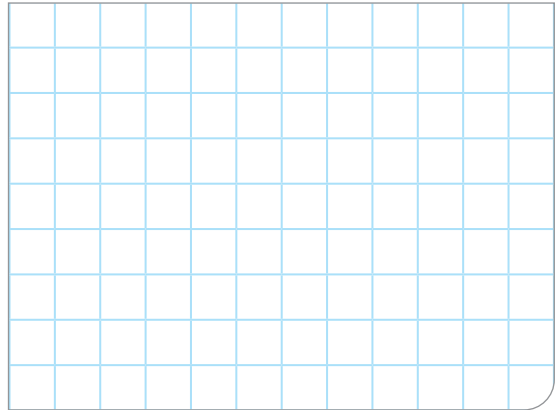
1. ¿En qué consiste el juego presentado en la situación significativa?



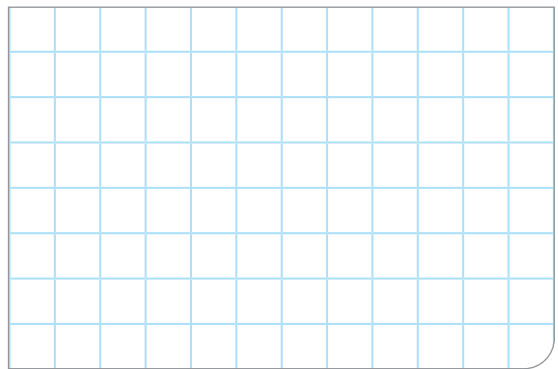
2. ¿Cuáles son los datos presentes en la situación significativa?



3. Replantea el problema con tus propias palabras.



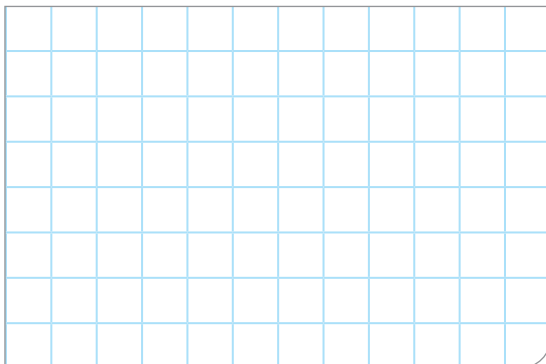
4. ¿Qué debes calcular para responder las preguntas de la situación significativa?



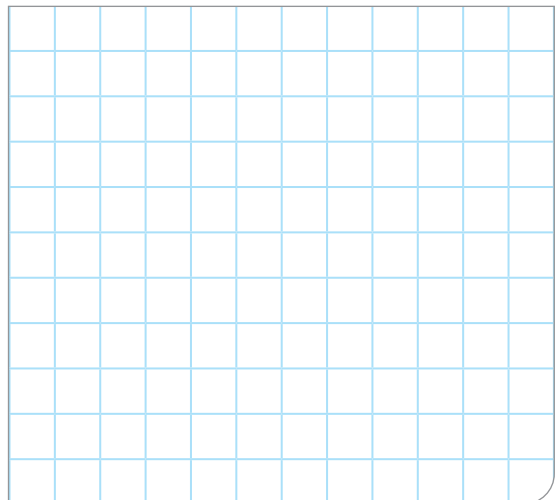
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategias te ayudarán a resolver los retos de la situación significativa? Justifica tu respuesta.

- a) Diagrama tabular y usar una fórmula.
- b) Diagrama de árbol y usar una fórmula.
- c) Diagrama de árbol y el ensayo y error.



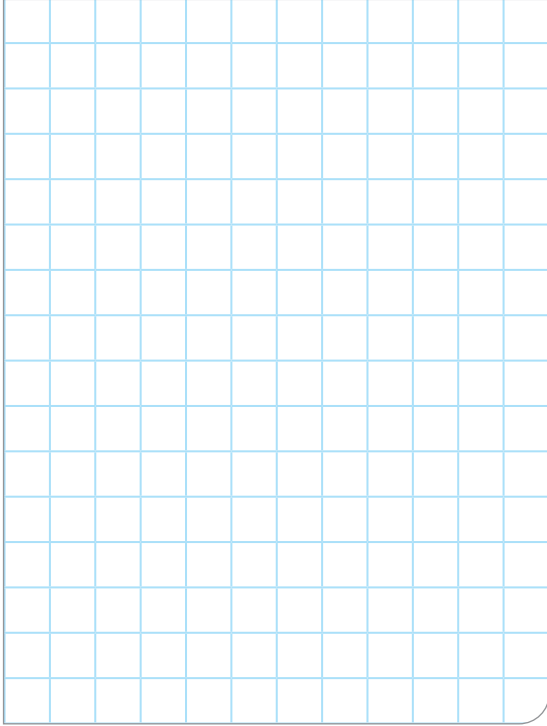
2. Describe el procedimiento que te permita responder las preguntas de la situación significativa.





## Ejecutamos la estrategia o plan

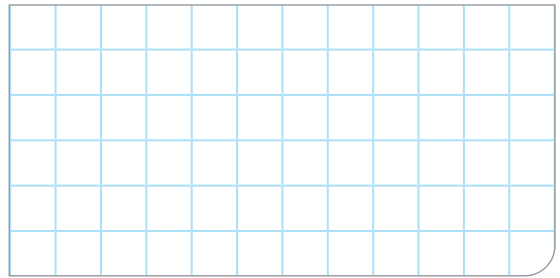
1. Aplica la primera estrategia que seleccionaste para determinar el número de casos posibles de la situación aleatoria.



2. Aplica la segunda estrategia que seleccionaste y responde la primera pregunta de la situación significativa.

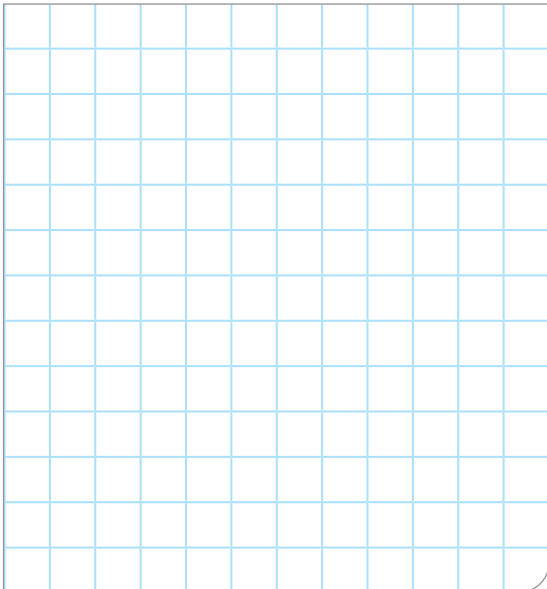


3. Si  $P(A)$  es la probabilidad de que ocurra un evento A, entonces la probabilidad de que NO ocurra el evento A es  $P(A') = 1 - P(A)$ , llamada probabilidad del complemento. Según esta afirmación, responde la segunda pregunta de la situación significativa.

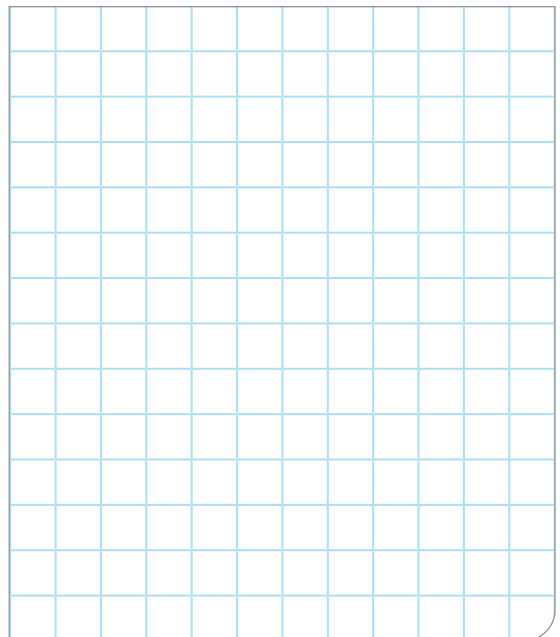


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Cómo podrías hallar el número de casos posibles sin utilizar el diagrama de árbol? Verifícalo para la situación dada.



2. Propón un problema en el que puedas aplicar una estrategia semejante.





# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Leemos e interpretamos tablas que contengan valores sobre las medidas probabilísticas en estudio, para determinar la probabilidad de eventos simples o compuestos, así como la probabilidad condicional; también reconocemos errores, si es que los hubiera, y proponemos mejoras.

## Situación significativa A

En un experimento de genética, el investigador hizo aparear dos moscas de la fruta (*Drosophila*) y observó los rasgos de 300 descendientes.



Los resultados se muestran en la tabla.

Color de ojos	Tamaño de alas	
	Normal	Miniatura
Normal	140	6
Bermellón	3	151

Uno de estos descendientes se selecciona al azar y se observan dos rasgos genéticos.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la mosca tenga color normal de ojos y tamaño normal de alas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la mosca tenga color de ojos Bermellón y tamaño de alas miniatura?
- Si comparamos las dos situaciones anteriores, ¿cuál es más probable que ocurra?

## Resolución

- a. Calculamos la probabilidad de que la mosca tenga color normal de ojos y tamaño normal de alas.

Número de casos posibles:  $140 + 6 + 3 + 151 = 300$

Número de casos favorables: 140

$$P(\text{mosca color normal de ojos y tamaño normal de alas}) = \frac{140}{300} \approx 0,47$$

- b. Calculamos la probabilidad de que la mosca tenga color de ojos Bermellón y tamaño de alas miniatura.

Número de casos posibles:  $140 + 6 + 3 + 151 = 300$

Número de casos favorables: 151

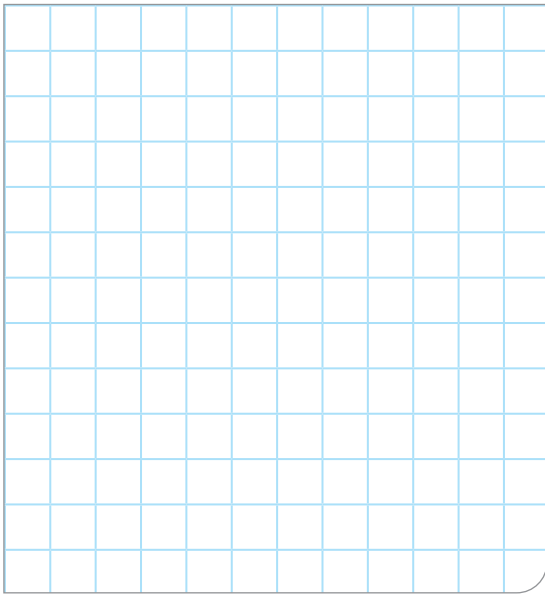
$$P(\text{mosca de ojos bermellón con alas miniatura}) = \frac{151}{300} \approx 0,50$$

c. Comparamos los resultados:  $0 \leq 0,47 < 0,50 \leq 1$

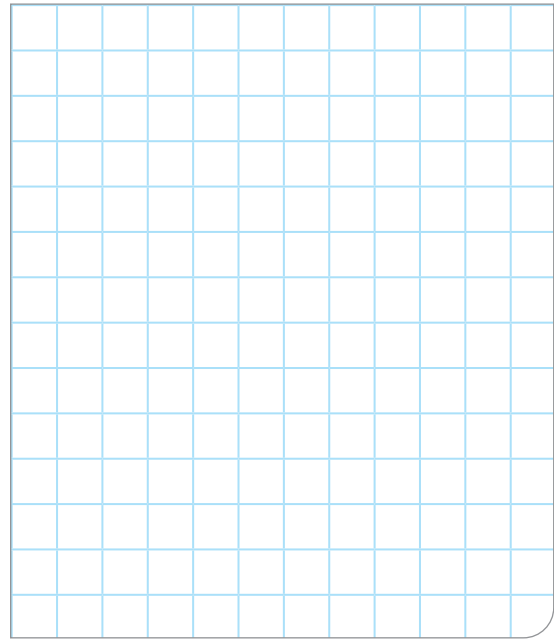
Mientras más próximo esté el valor de la probabilidad a 1, es más probable que ocurra el evento.

Por lo tanto, en el experimento de genética, es más probable que la mosca seleccionada tenga ojos de color Bermellón y tamaño de alas miniatura.

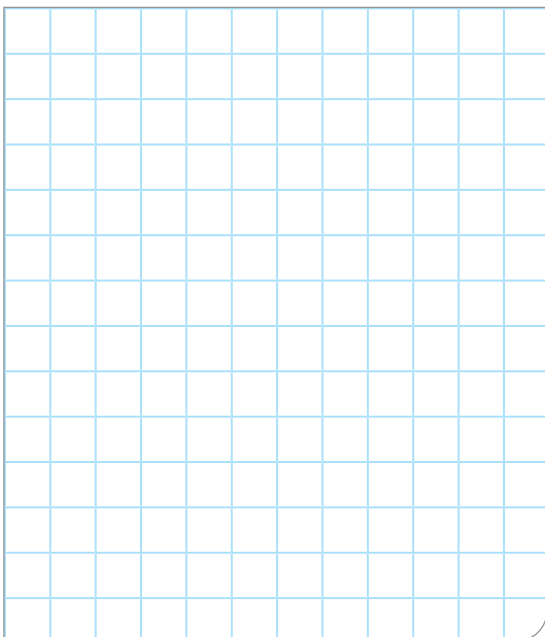
1. Si te preguntaran cuál es el suceso más difícil que puede ocurrir, ¿qué responderías sin hacer ningún cálculo? ¿Por qué?



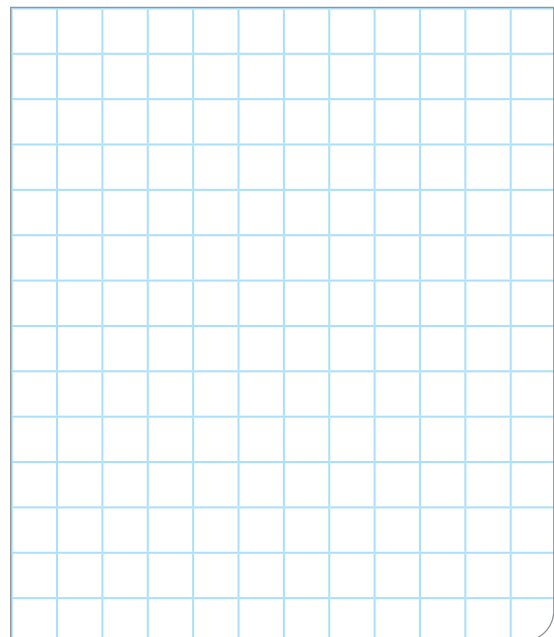
3. ¿Qué probabilidad se tiene de que la mosca de alas normales tenga color de ojos Bermellón?



2. ¿Cuál es la probabilidad de que la mosca de color de ojos normales tenga alas de tamaño miniatura?



4. ¿Qué conclusión sacarías si la probabilidad hubiera sido 1? ¿Y si fuera 0?



## Situación significativa B

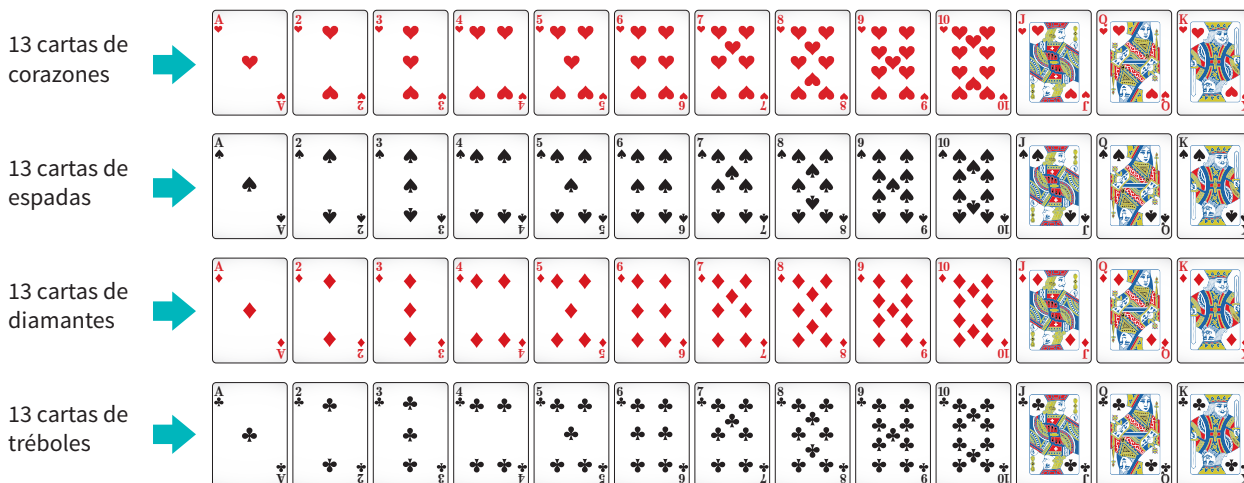
El profesor Julio lleva su baraja de cartas al salón de clase del 5.º grado para desarrollar el tema de probabilidades y pregunta a sus estudiantes:

- ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer dos cartas de la baraja estas sean diamantes?
- ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer dos cartas de la baraja la primera sea de tréboles y la segunda, de corazones?



## Resolución

Sabemos que las cartas que componen una baraja son 52:



En total, hay 52 cartas.

- a. Para que la primera sea una carta de diamantes:

- Número de casos posibles: 52
- Número de casos favorables: 13
- Probabilidad de que la primera sea una carta de diamantes:  
$$P(\text{primera carta diamante}) = \frac{13}{52}$$

Para que la segunda sea una carta de diamantes:

- Número de casos posibles: 51
- Número de casos favorables: 12
- Probabilidad de que la segunda sea una carta de diamante:  
$$P(\text{segunda carta diamante}) = \frac{12}{51}$$

Por lo tanto:

La probabilidad de que la primera y la segunda carta sean de diamantes:  $\frac{13}{52} \times \frac{12}{51} = \frac{1}{17} \approx 0,058$

b. Para que la primera sea una carta de tréboles:

- Número de casos posibles: 52
- Número de casos favorables: 13
- Probabilidad de que la primera sea una carta de tréboles:

$$P(\text{primera carta trébol}) = \frac{13}{52}$$

Para que la segunda sea una carta de corazones:

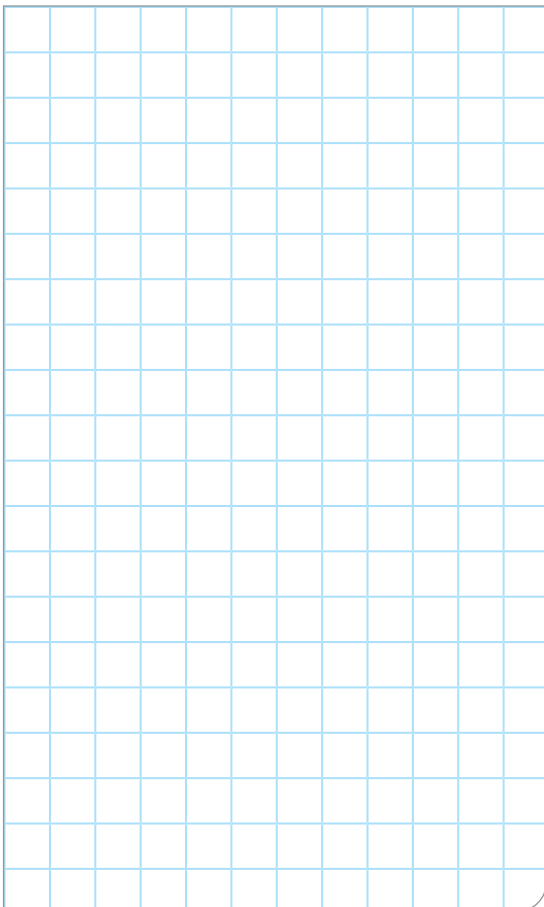
- Número de casos posibles: 51
- Número de casos favorables: 13
- Probabilidad de que la segunda sea una carta de corazones:

$$P(\text{segunda carta corazones}) = \frac{13}{51}$$

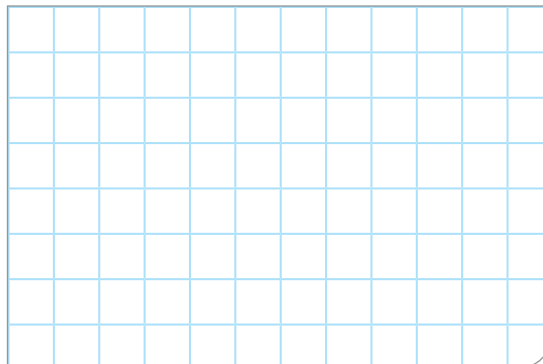
Por lo tanto:

La probabilidad de que la primera carta sea de tréboles y la segunda, de corazones:  $\frac{13}{52} \times \frac{13}{51} = \frac{13}{204} \approx 0,064$

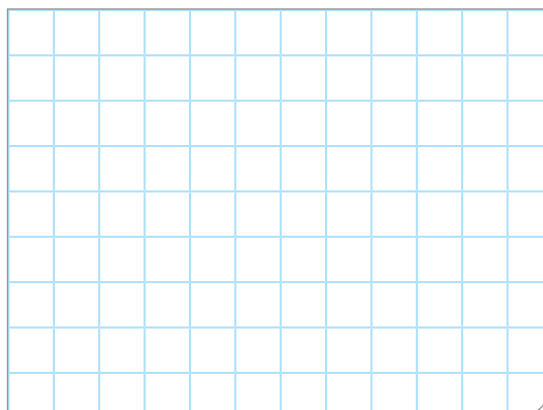
1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



2. De los dos sucesos, ¿cuál crees que es más probable? ¿Por qué?



3. ¿En qué otras situaciones se puede aplicar la misma estrategia? Menciona 2 ejemplos.



### Situación significativa C

En una pequeña ciudad, poblada principalmente por descendientes de los colonos austroalemanes en la selva central, el 40 % de la población tiene cabellos claros; el 25 %, ojos claros, y el 15 %, cabellos y ojos claros. Se escoge una persona al azar:

- Si tiene cabellos claros, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga ojos claros?
- ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga cabellos claros ni ojos claros?

Usa la tabla mostrada.

	Ojos claros %	Ojos no claros %	Total %
Cabellos claros	15		40
Cabellos no claros			
Total	25		100

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- a. Probabilidad de tener cabellos claros:  $40\% = 0,40$

Probabilidad de tener ojos claros:  $25\% = 0,25$

Entonces, la probabilidad de que, si tiene cabellos claros, también tenga ojos claros es:  $0,40 \times 0,25 = 0,10 \rightarrow 10\%$ .

- b. Primero completamos la tabla:

	Ojos claros %	Ojos no claros %	Total %
Cabellos claros	15	25	40
Cabellos no claros	10	50	60
Total	25	75	100

Número de casos favorables que no tenga cabellos claros ni ojos claros: 50

Número de casos posibles: 100

Luego, la probabilidad de que no tenga cabellos claros ni ojos claros es:  $\frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0,5$

1. ¿Qué diferencia encuentras entre los dos eventos planteados en a y b?

2. Verifica el procedimiento. Si hubiera algún error, realiza la corrección.



## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Determinamos las condiciones y restricciones de una situación aleatoria, analizando la ocurrencia de eventos dependientes, independientes y complementarios; además, adaptamos y combinamos procedimientos para determinar el valor de su probabilidad. Leemos e interpretamos tablas que contengan valores sobre las medidas probabilísticas en estudio para determinar la probabilidad de eventos simples o compuestos, así como la probabilidad condicional; también reconocemos errores, si es que los hubiera, y proponemos mejoras.

1. Una compañía procesadora de té efectúa un experimento para comparar su marca con la de tres empresas de la competencia. Con este fin, contrata a un catador para probar y clasificar cada una de las cuatro marcas de té, sin sus nombres, solo rotuladas por códigos de identificación A, B, C y D.

Si el catador no tiene la capacidad de identificar ninguna de las marcas, ¿cuál es la probabilidad de que clasifique el té tipo A como el más deseable?

a) 0,25

b) 0,33

c) 0,50

d) 0,75





5. En la ciudad de Huancayo se venden tres periódicos: *Correo*, *La Voz* y *Amanecer*.

Se sabe que el 40 % de la población lee *Amanecer*; el 22 %, *Correo*, y el 19 %, *La Voz*. Además, se sabe que el 8 % lee *Amanecer* y *Correo*; el 6 %, *Amanecer* y *La Voz*; el 4 %, *La Voz* y *Correo*, y el 35 % no lee ninguno de los periódicos mencionados.

Si elegimos un habitante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que lea únicamente *Amanecer* y *La Voz*?

a) 0,12

b) 0,04

c) 0,11

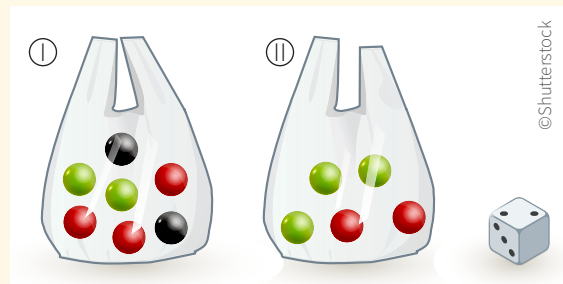
d) 0,28



6. Pedro y Luis cuentan con dos bolsas con bolas y un dado. El juego está ligado a las siguientes condiciones:

- Se lanza el dado y si resulta 1 o 2, se extrae una bola de la bolsa I.
- Se lanza el dado y si resulta 3, 4, 5 o 6, se extrae una bola de la bolsa II.

Determina la probabilidad de que al tirar el dado resulte 2 y se extraiga una bola verde.

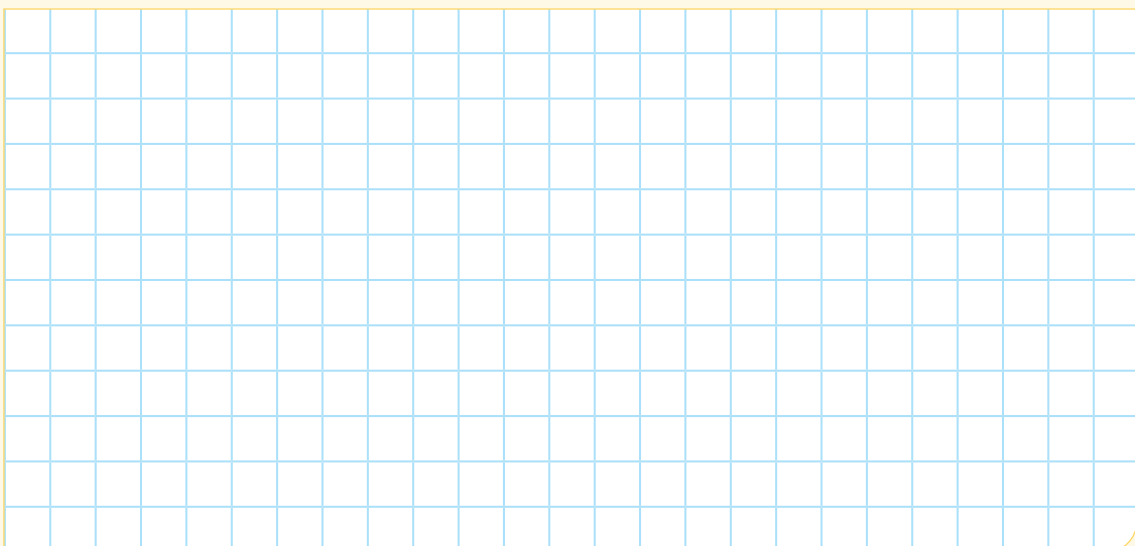


a) 0,011

b) 0,285

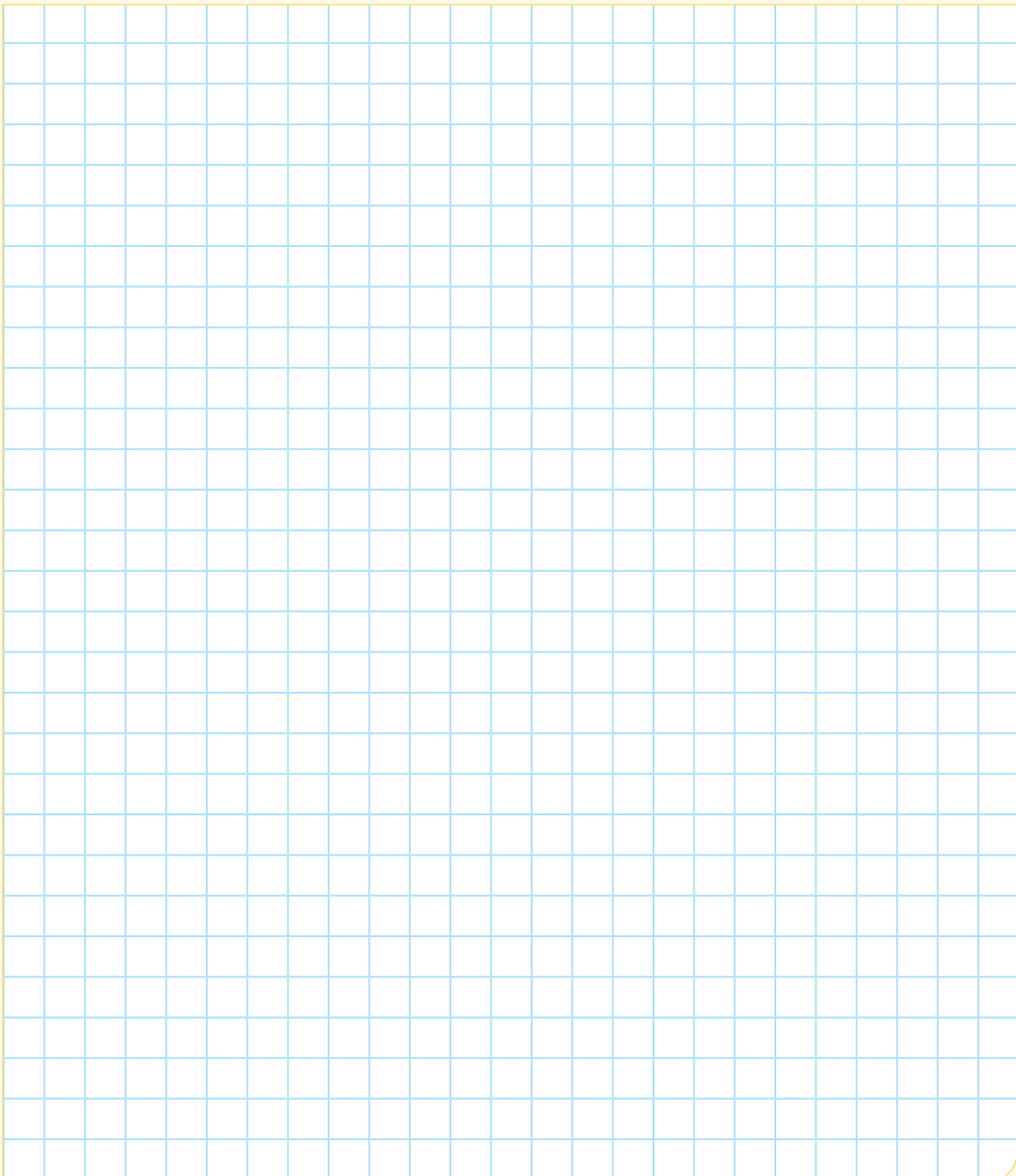
c) 0,166

d) 0,047



7. La responsable del quiosco escolar lleva en una canasta dos clases de fruta: naranjas y manzanas. Se sabe que el número de manzanas es la cuarta parte del número de naranjas; además, que la tercera parte del número de naranjas y la mitad de las manzanas están malogradas. Si la responsable, sin ver, mete la mano en la canasta y saca una fruta, ¿cuál es la probabilidad de que sea una naranja malograda?

	Buenas	Malogradas
Naranjas		
Manzanas		



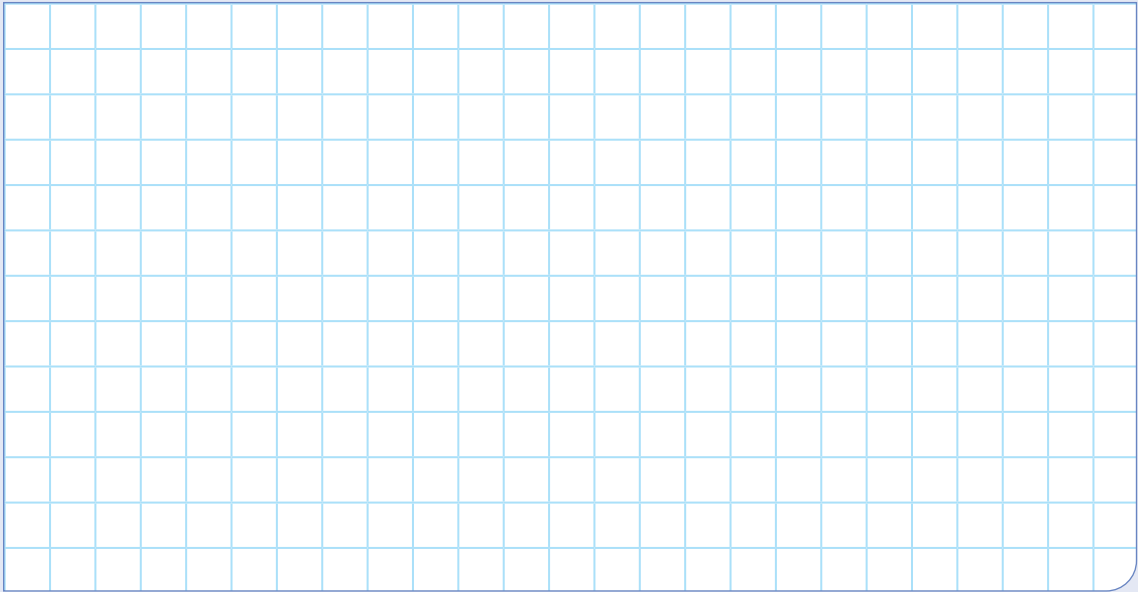
8. La I. E. N.° 2055 del distrito de Comas tiene libros en una estantería, son 45 de Comunicación y 30 de Matemática. Hoy el estudiante Hugo extrajo un libro al azar y se lo llevó. A continuación, Luis sacó otro libro al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que el libro extraído por Luis haya sido de Comunicación?

a) 0,12

b) 0,24

c) 0,66

d) 0,60



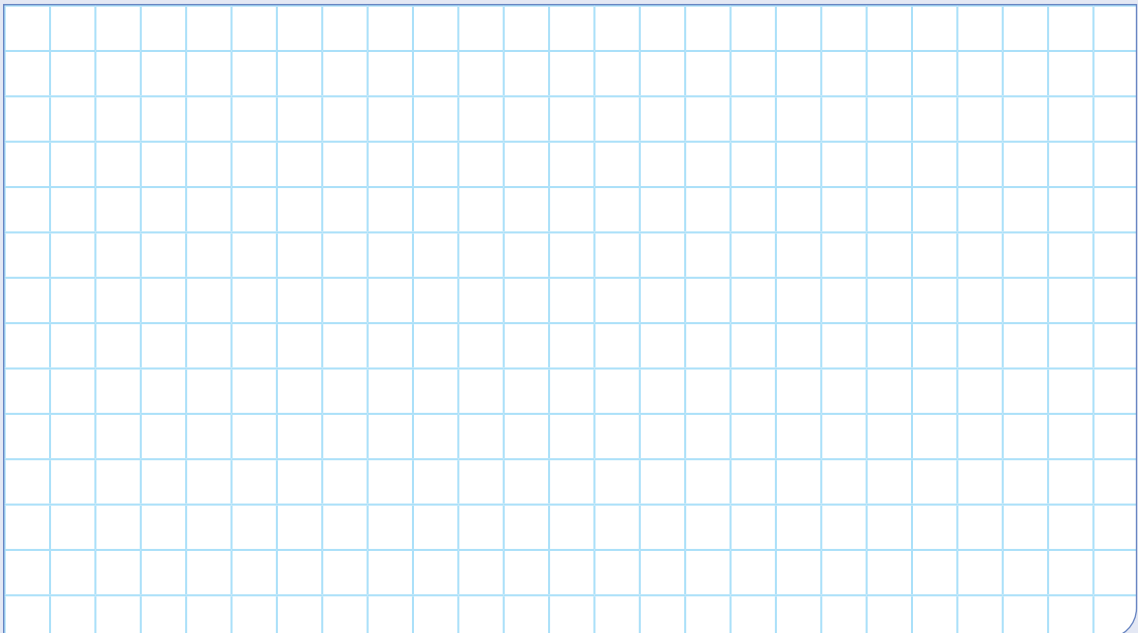
9. En el asentamiento humano José Carlos Mariátegui, se estima que el 5 % de la población padece una enfermedad respiratoria. Para poder detectarla, se realizó una prueba diagnóstica que como muchas puede dar falsos positivos o falsos negativos. Se sabe que, en pacientes que sufren ese mal, un 90 % da positivo. En cambio, un 94 % de los individuos que no la padecen dan negativo. Si tomamos un poblador al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el poblador dé positivo y sufra la enfermedad?

a) 0,045

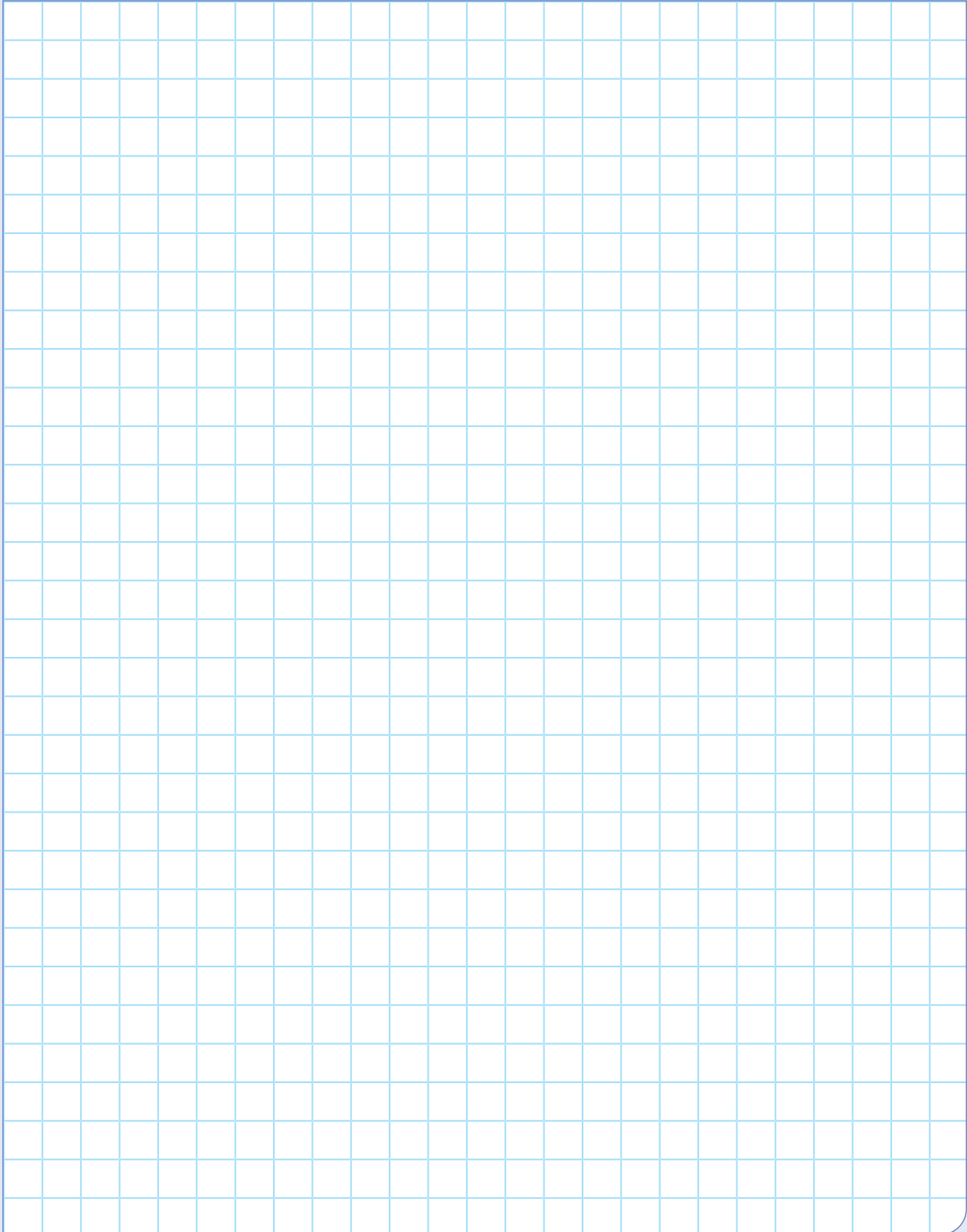
b) 0,090

c) 0,144

d) 0,090



10. En un centro de educación superior, el 30 % de estudiantes desaprobaron el curso de Estadística, el 25 % desaprobaron Matemática y el 15 % desaprobaron ambas asignaturas. Se selecciona un estudiante al azar.
- Si desaprobo Estadística, ¿cuál es la probabilidad de que desaprobara Matemática?
  - Si desaprobo Matemática, ¿cuál es la probabilidad de que desaprobara Estadística?





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y valores desconocidos y transformamos estas relaciones a expresiones algebraicas que incluyen ecuaciones diofánticas o sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Asimismo, combinamos y adaptamos los procedimientos para dar solución al sistema de ecuaciones.

### Consumo de gas natural en el Perú

La utilización del gas natural vehicular (GNV) como combustible disminuye la emisión de gases contaminantes como el monóxido de carbono (CO), los hidrocarburos (HC) y el dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), que se emiten con el uso de la gasolina y demás combustibles. De esta manera, la utilización de gas natural contribuye a la reducción de las enfermedades respiratorias y del calentamiento global, mejorando así la calidad medioambiental.

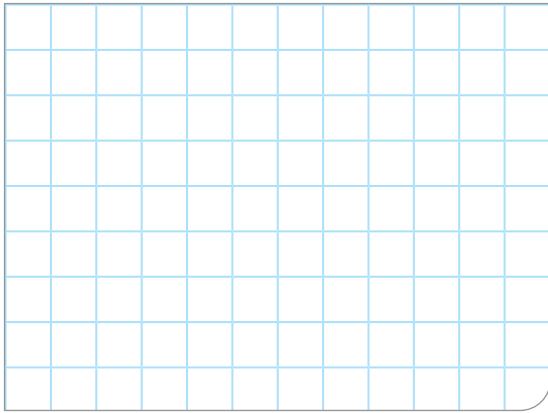
En el Perú, cada día hay más personas que convierten sus vehículos a GNV y actualmente alrededor de 330 000 peruanos utilizan este combustible, como es el caso de Laura. Ella, al abastecerse en un grifo de la ciudad de Lima, pidió que completaran el tanque de su auto con GNV y, al mirar la pantalla del surtidor, se dio cuenta de que la venta total por consumo fue de 19 soles. Laura pagó con un billete de 100 soles, pero el grifero se percató de que solo contaba con monedas de 2 y 5 soles.



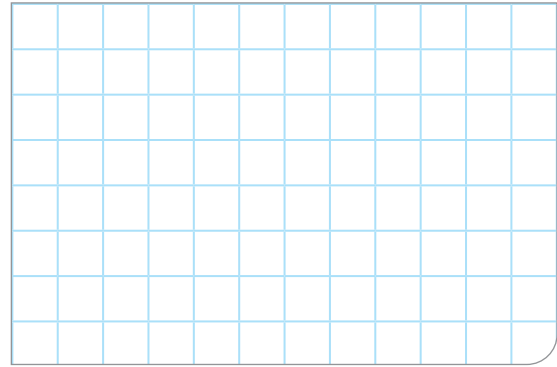
1. ¿De cuántas formas diferentes el grifero puede dar el vuelto a Laura?
2. ¿Qué dato le agregarías a la situación significativa para que el grifero solo tenga una forma posible de dar el vuelto a Laura? ¿Cuál sería la representación algebraica del nuevo dato?

## Comprendemos el problema

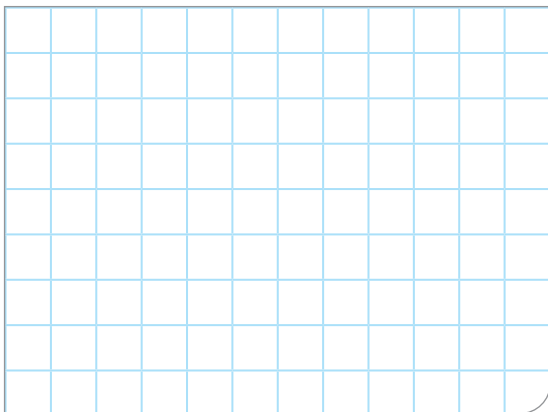
1. ¿Qué datos se presentan en la situación significativa?



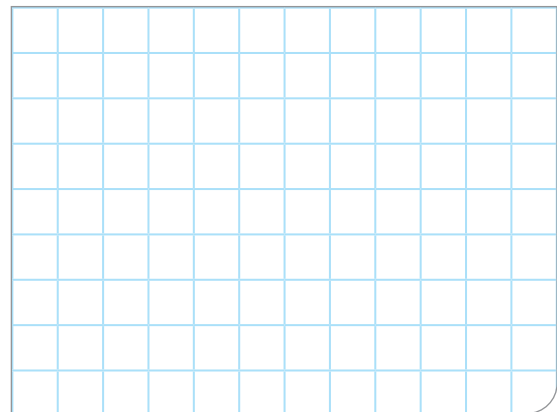
3. ¿Tienes información suficiente para responder la primera pregunta de la situación significativa? Explica.



2. ¿Qué piden hallar las preguntas de la situación significativa?



4. ¿Puedes plantear el problema con tus propias palabras?



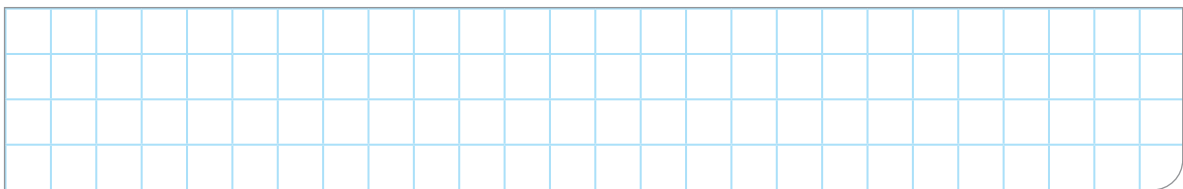
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te ayudará a responder las preguntas de la situación significativa? Argumenta tu respuesta.

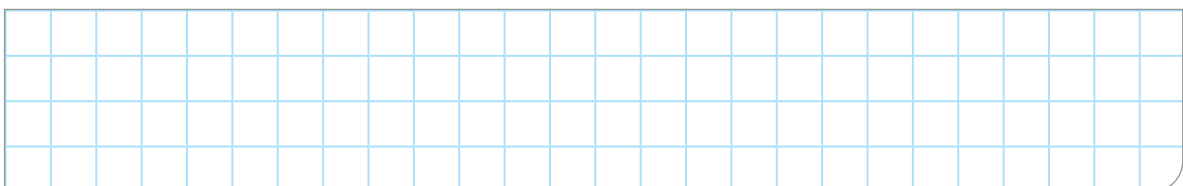
a) Diagrama de flujo

b) Plantear una ecuación

c) Utilizar el ensayo y error

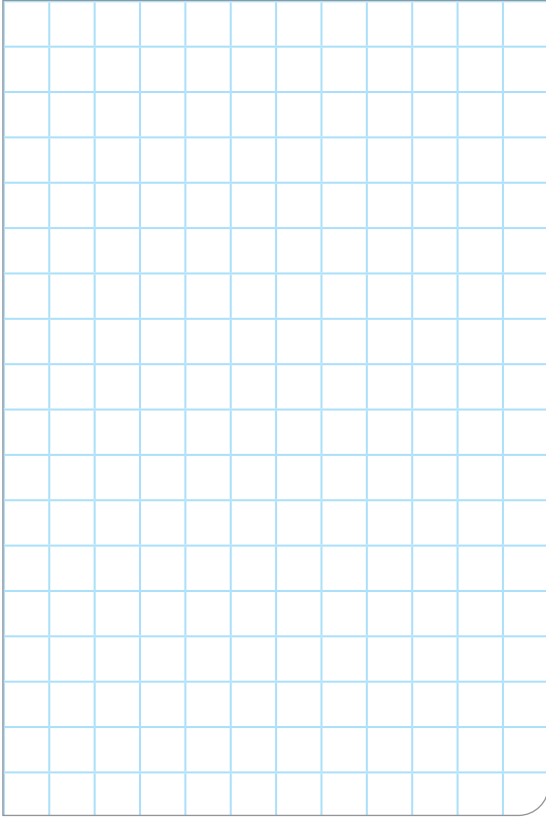


2. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

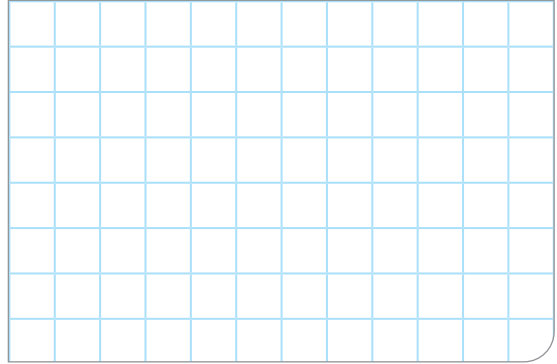


## Ejecutamos la estrategia o plan

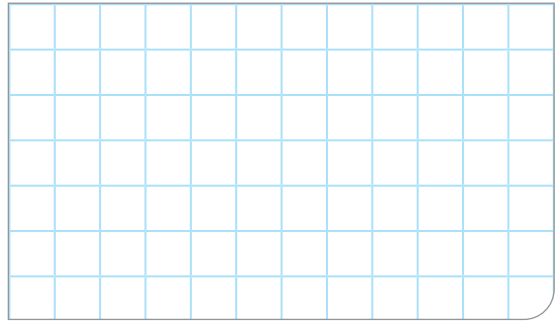
1. Aplica la estrategia elegida y responde la primera pregunta de la situación significativa.



2. ¿Qué dato agregarías a la situación significativa para que solo haya una forma posible de dar el vuelto?



3. Escribe la representación algebraica del nuevo dato y responde la segunda pregunta de la situación significativa.

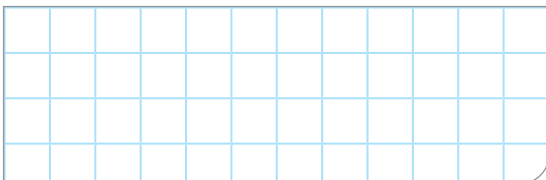


## Reflexionamos sobre el desarrollo

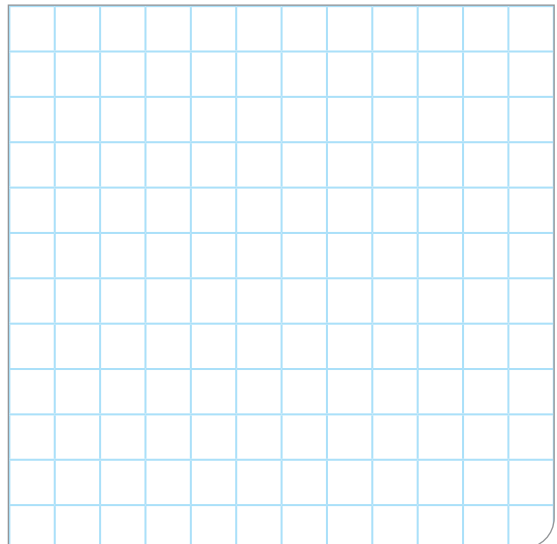
1. ¿Cómo generalizarías tu solución de la primera pregunta de la situación significativa?



2. Describe otro procedimiento algebraico que puedes emplear para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



3. Verifica de manera gráfica la solución de la segunda pregunta de la situación significativa.





# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con lenguaje matemático y expresiones algebraicas nuestra comprensión de las soluciones de un sistema de ecuaciones lineales, para interpretar un problema en su contexto, estableciendo relaciones entre dichas representaciones. Asimismo, planteamos afirmaciones y las justificamos con ejemplos; además, corregimos errores si los hubiera.

## Situación significativa A

### La tienda de discos

“El palacio de los discos” recaudó en una semana 1415 soles por la venta de discos compactos de reguetón y rock. El precio de los CD de reguetón es S/40 y el de los de rock, S/45. Al momento de contabilizar la venta de la semana, la computadora se malogró y se perdió toda la información. La persona encargada solo recuerda que se vendieron 33 discos. Si fueras el encargado de contabilizar las ventas de la semana, ¿cuántos CD de cada género informarías que se vendieron? Grafica en el plano cartesiano.

### Resolución

- Datos

$x$ : número de CD de reguetón

$y$ : número de CD de rock

Importe en CD de reguetón:  $40x$

Importe en CD de rock:  $45y$

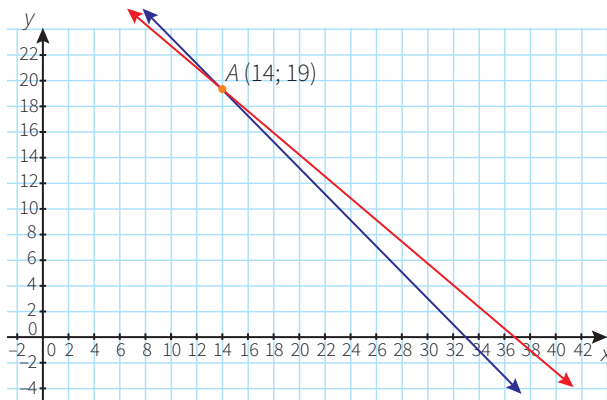
- Planteamos las ecuaciones: 
$$\begin{cases} x + y = 33 \dots\dots\dots (1) \\ 40x + 45y = 1415 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

- Multiplicamos la ecuación (1) por  $-40$ :

$$\begin{cases} -40x - 40y = -1320 \\ 40x + 45y = 1415 \end{cases}$$

- Reduciendo:  $5y = 95 \rightarrow y = 19$
- Reemplazamos en la ecuación (1):  $x + 19 = 33 \rightarrow x = 14$

Graficamos las ecuaciones en el plano cartesiano:



### Respuesta:

Se vendieron 14 CD de reguetón y 19 de rock.

- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación significativa?

- ¿En qué consistió el método para resolver el sistema de ecuaciones? ¿Cómo se denomina?

- ¿Qué significan los puntos de cada recta? ¿Cómo interpretas el punto de intersección de ambas rectas?



### Situación significativa B

Un técnico laboratorista requiere preparar 100 ml de solución azucarada al 50 % utilizando soluciones al 35 % y 60 %. ¿Qué cantidad de cada una de estas soluciones deberán mezclarse para obtener la concentración deseada?

### Resolución

- Organizamos los datos en una tabla:

	Solución al 35 %	Solución al 60 %	Se desea obtener al 50 %
Volumen	x	y	100 ml
Concentración	0,35	0,60	0,50

- Planteamos ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 100 \dots\dots\dots(1) \\ 0,35x + 0,60y = 0,50(100)\dots\dots(2) \end{cases}$$

- Multiplicamos la ecuación (1) por (-0,35):

$$\begin{cases} -0,35x - 0,35y = -35 \\ 0,35x + 0,60y = 50 \end{cases}$$

- Reducimos y obtenemos:  $0,25y = 15$ , entonces  $y = 60$
- Reemplazamos en la ecuación (1):  $x + 60 = 100$ , entonces  $x = 40$

**Respuesta:** Se necesita mezclar 40 ml de la solución al 35 % y 60 ml de la solución al 60 %.

1. ¿Qué estrategia ayudó a plantear el sistema de ecuaciones?

2. Representa de manera sencilla la ecuación:  $0,35x + 0,60y = 0,50(100) = 50$

### Situación significativa C

Daniela y sus amigas pagaron 72 soles por 4 sándwiches de pollo y 8 refrescos de chicha morada en una cafetería ubicada en el parque de Miraflores; pero la semana anterior consumieron 2 sándwiches de pollo y 2 refrescos de chicha morada en el mismo lugar, y la cuenta fue de 26 soles. ¿Cuál es el costo del sándwich y del refresco?

### Aprendemos a partir del error

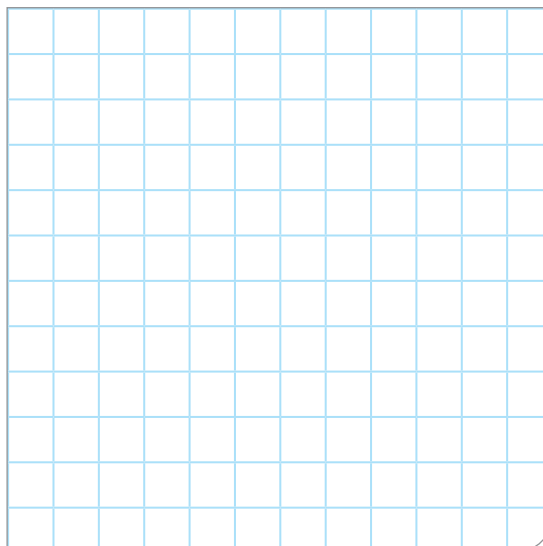
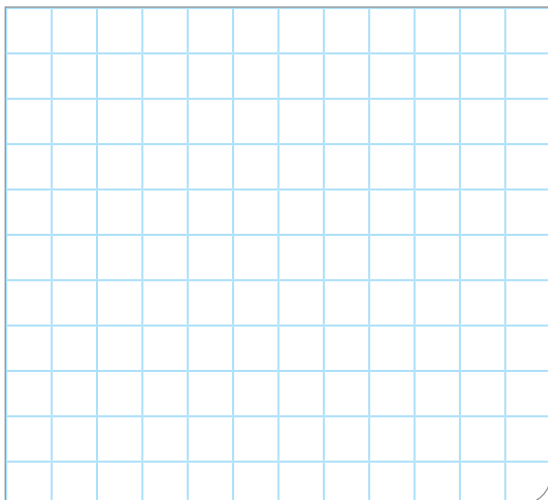
#### Resolución

- Datos:  
x: precio de un sándwich  
y: precio de un vaso de chicha morada  
La segunda vez pagaron:  $4x + 8y = 72$ .....(1)  
La semana anterior pagaron:  $2x + 2y = 26$ ... (2)
- Conformamos el sistema de ecuaciones lineales:  
$$\begin{cases} 4x + 8y = 72 \dots (1) \\ 2x + 2y = 26 \dots (2) \end{cases}$$
- Aplicamos el método de reducción, multiplicando la ecuación (2) por (-2):  
$$\begin{cases} 4x + 8y = 72 \\ -4x - 4y = -26 \end{cases}$$
- Reduciendo obtenemos:  $4y = 46$ , de donde  $y = 11,5$
- Reemplazamos en la ecuación (2):  
 $2x + 2(11,5) = 26$ , obtenemos el valor de  $x = 1,5$

#### Respuesta:

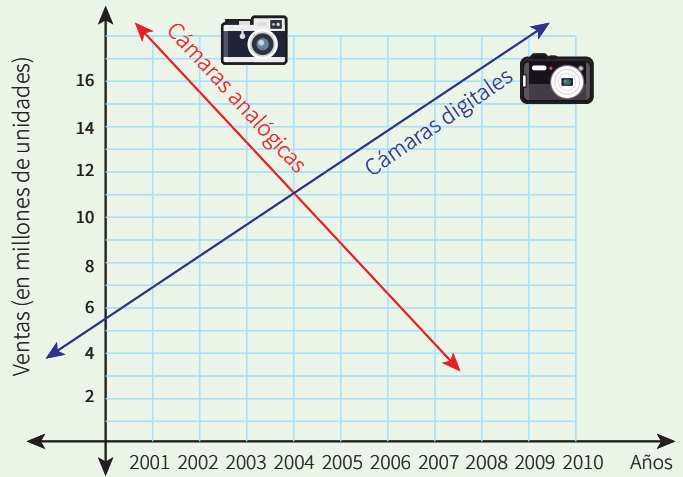
Cada sándwich costó S/1,50 y el vaso de chicha, S/11,50.

- Analiza las respuestas. ¿Estos costos los podemos encontrar por separado en lugares diferentes? ¿Es usual que el precio del sándwich sea mucho menor que el del vaso de chicha?
- Utiliza otro método de resolución del sistema de ecuaciones para verificar la respuesta. Si no coincide, corrige.



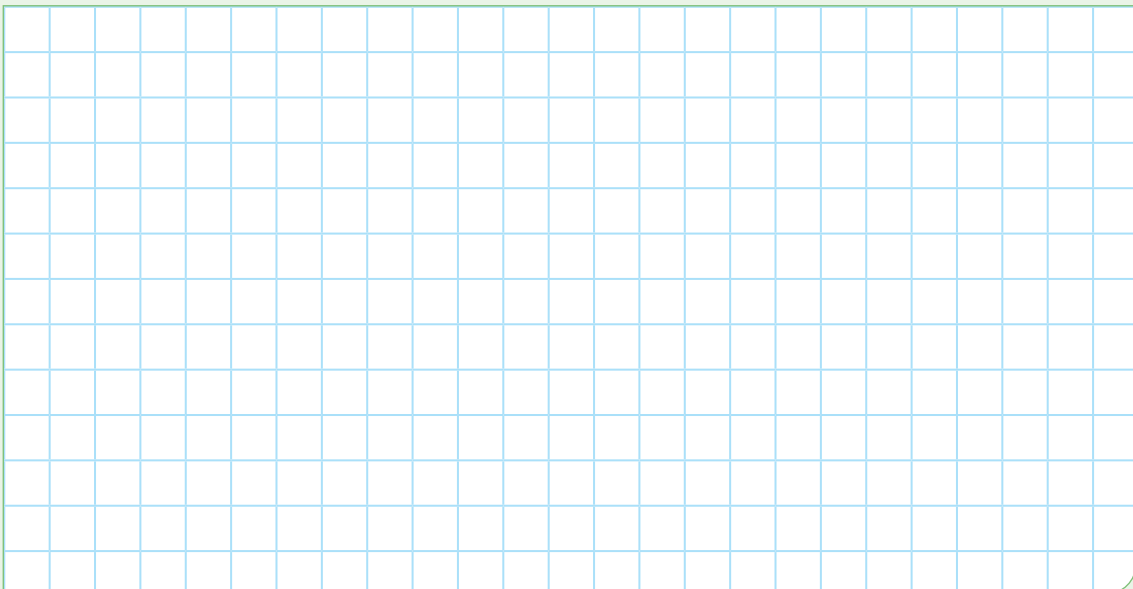


El siguiente gráfico muestra cómo han ido bajando las ventas de cámaras analógicas desde que aparecieron las cámaras digitales en el mundo.



Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

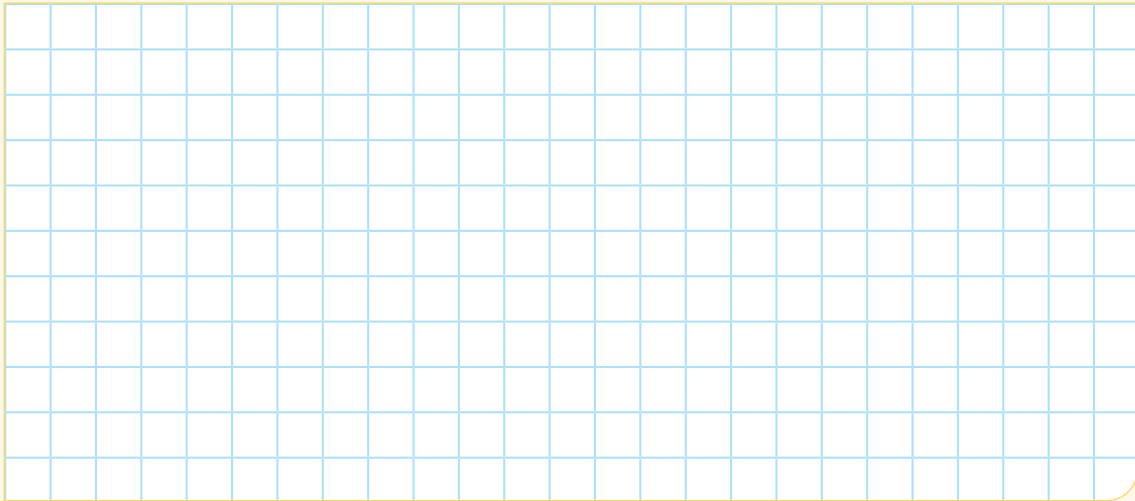
3. En el periodo 2000 a 2010, ¿en qué años las ventas de cámaras digitales fueron menores que las de cámaras analógicas? ¿A partir de qué año las ventas de cámaras digitales superaron a las de cámaras analógicas?
  - a) Del 2000 al 2003, las ventas de cámaras digitales fueron menores que las de cámaras analógicas y, a partir del 2006, las ventas de cámaras digitales superaron a las de cámaras analógicas.
  - b) A partir del 2005, se vendieron más cámaras digitales y, entre el 2000 y 2008, las ventas de cámaras analógicas superaron a las de cámaras digitales.
  - c) Del 2000 al 2003, las ventas de cámaras digitales fueron menores que las de cámaras analógicas y, a partir del 2004, las ventas de cámaras digitales superaron a las de cámaras analógicas.
  - d) Del 2000 al 2002, las ventas de cámaras digitales fueron menores que las de cámaras analógicas y, a partir del 2003, las ventas de cámaras digitales fueron superiores.
4. Estima en qué año las ventas de los dos tipos de cámaras fueron iguales y la cantidad de cámaras que, aproximadamente, se vendieron.



5. Un comerciante de algodones de azúcar gana 40 céntimos por cada algodón vendido, pero si no logra venderlo pierde 50 céntimos. Un día en que preparó 120 algodones, obtuvo una ganancia de 39 soles. ¿Cuántos algodones no logró vender ese día?

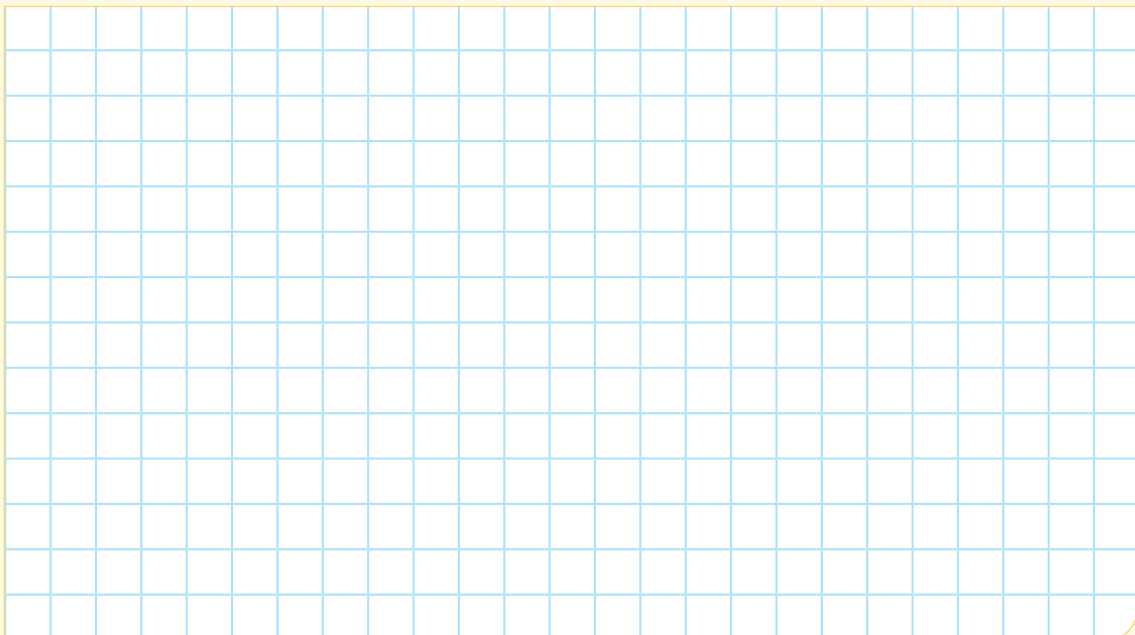


- a) 10 algodones      b) 7 algodones      c) 9 algodones      d) 12 algodones

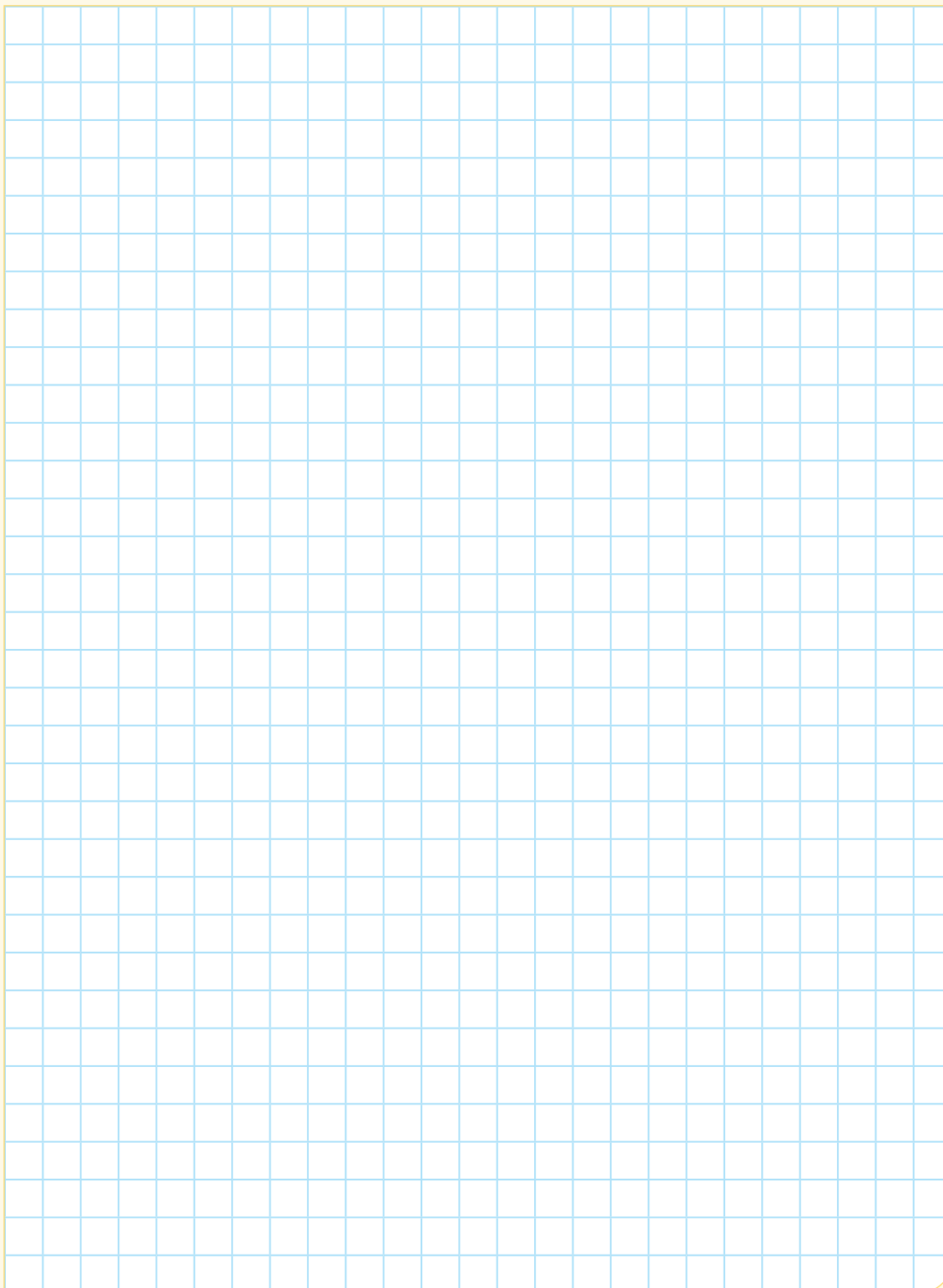


6. En el río Amazonas, un barco recorre 76 kilómetros en 1 hora con la corriente a su favor. De regreso, con la corriente en contra, tarda 4 horas para recorrer la misma distancia. ¿Cuál es la rapidez promedio de la corriente sabiendo que la distancia se calcula con  $d = v \cdot t$  (d: distancia, v: rapidez y t: tiempo)?

- a) 47,5 km/h      b) 28,5 km/h      c) 57 km/h      d) 19 km/h



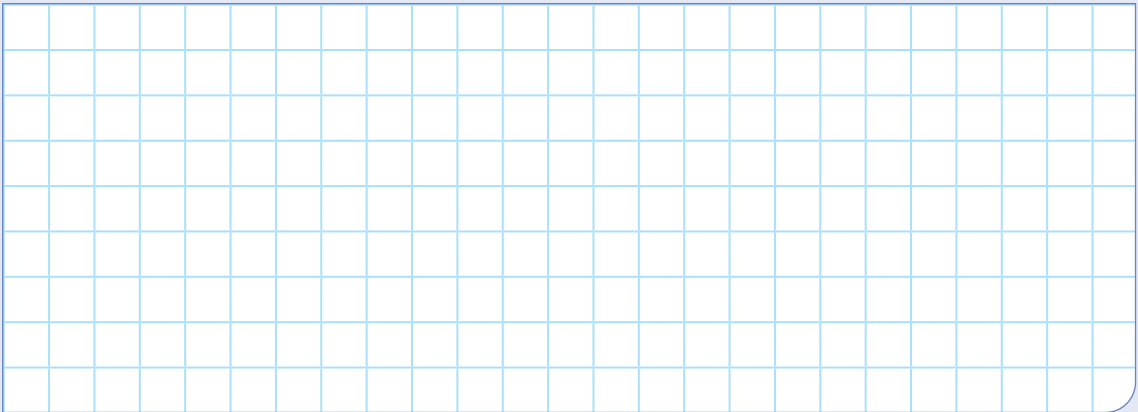
7. Sergio contrató dos camiones cuyas capacidades de carga son, respectivamente, 3 y 4 toneladas, los cuales hicieron en total 23 viajes para transportar 80 toneladas de varillas de hierro de construcción. Él necesita saber cuántos viajes realizó cada camión para adicionar los gastos por combustible.



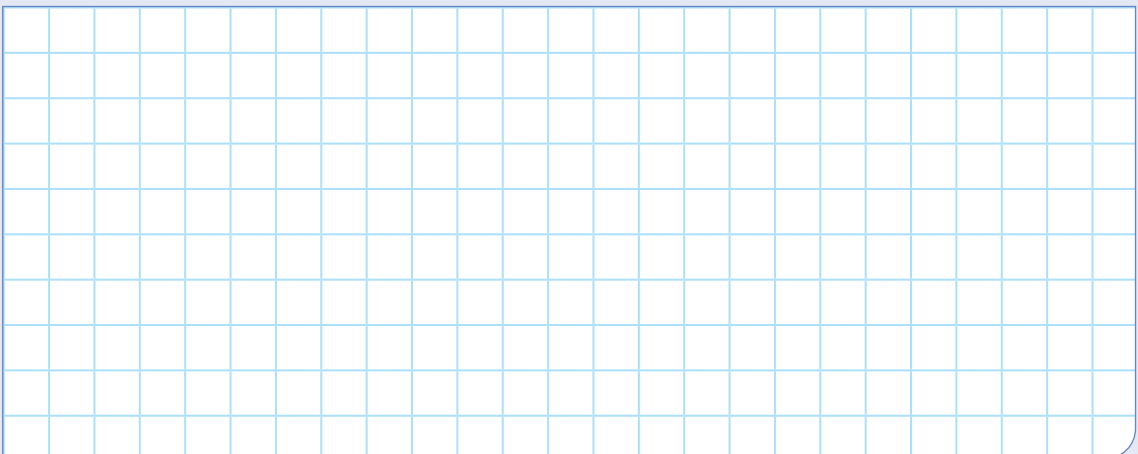
Juan y Natalia, estudiantes de quinto grado de secundaria, preparan paletas de chocolate con el fin de venderlas y así juntar dinero para su viaje de promoción. La materia prima necesaria para hacer una paleta grande les cuesta 3 soles y, para una paleta chica, 2 soles. Ellos invierten en su proyecto la suma de 50 soles.

Con la información dada, responde las preguntas 8 y 9.

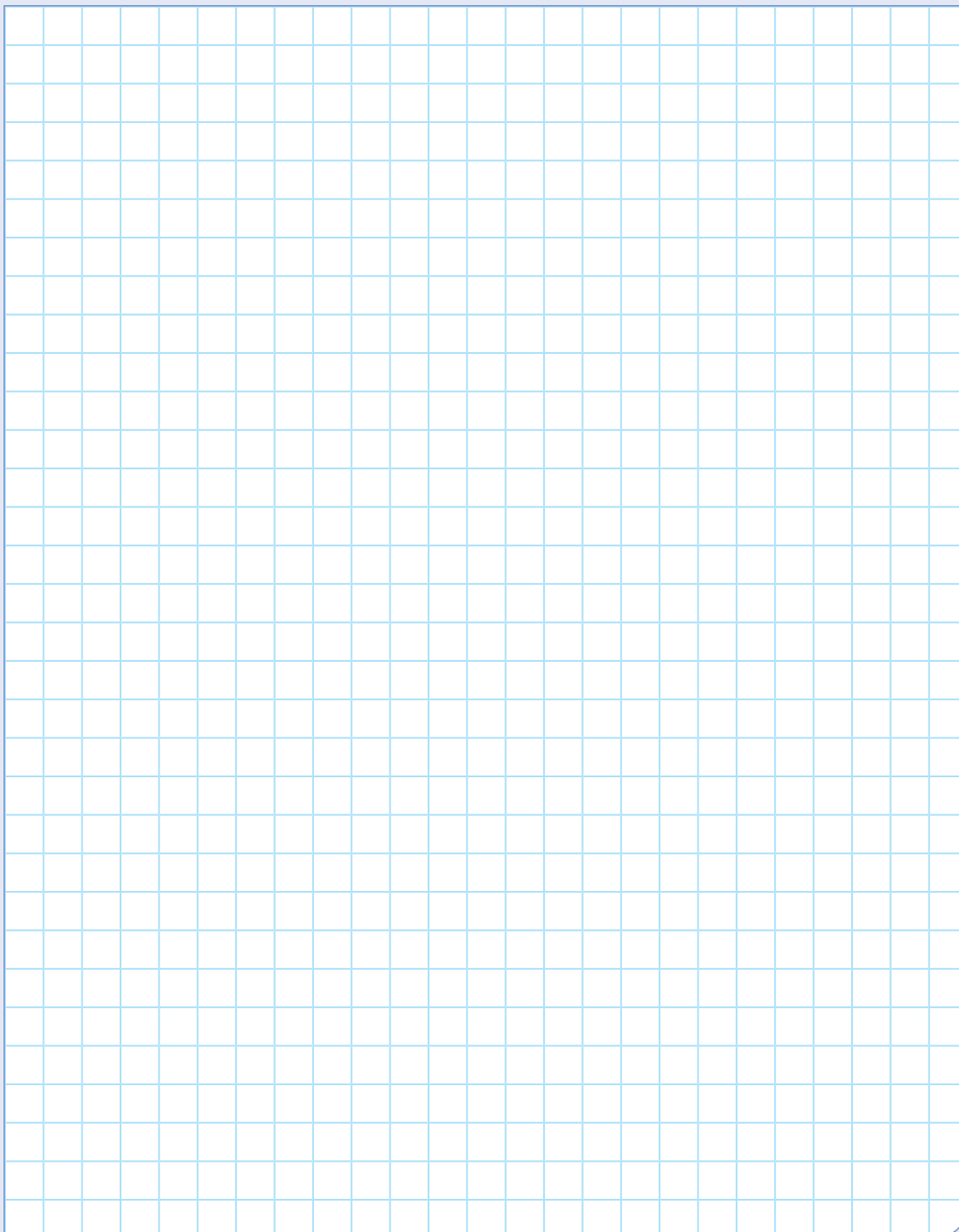
8. ¿Qué dato le adicionarías a esta situación para que la cantidad de paletas grandes sea igual a la cantidad de paletas chicas? ¿Cuántas paletas serán de cada tamaño?
- a) Adicionar el dato: “Se hicieron un total de 20 paletas”; 10 de cada tamaño.
  - b) Adicionar el dato: “Se hicieron un total de 24 paletas”; 12 de cada tamaño.
  - c) Adicionar el dato: “Se hicieron un total de 22 paletas”; 11 de cada tamaño.
  - d) Adicionar el dato: “Se hicieron un total de 18 paletas”; 9 de cada tamaño.



9. Si las paletas chicas se vendieran más, ¿qué dato faltaría para afirmar que se ha preparado la mayor cantidad de paletas chicas? ¿Cuántas paletas serán de cada tamaño?
- a) Faltaría el dato: “Se hicieron un total de 23 paletas”; 4 grandes y 19 chicas.
  - b) Faltaría el dato: “Se hicieron un total de 24 paletas”; 2 grandes y 22 chicas.
  - c) Faltaría el dato: “Se hicieron un total de 22 paletas”; 6 grandes y 16 chicas.
  - d) Faltaría el dato: “Se hicieron un total de 21 paletas”; 8 grandes y 13 chicas.



10. Un empresario textil de Gamarra desea distribuir un bono de productividad entre sus empleados por su buen desempeño en la semana. Haciendo cálculos, se percató de que si entregara a cada uno 800 soles, le sobrarían 200, y si les diera 900 soles, le faltarían 400. ¿Cuántos empleados hay en su fábrica? ¿Cuánto dinero tiene para repartir? ¿Cómo resolverías el problema sin usar ecuaciones?







## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones y lenguaje numérico una cantidad muy grande o muy pequeña en notación científica. Asimismo, seleccionamos, combinamos y adaptamos estrategias de cálculo, como el cálculo del porcentaje y procedimientos diversos para realizar operaciones con cantidades de notación científica.

### Infectados con VIH en el mundo

Según el informe elaborado en el 2017 por el Programa Conjunto de las Naciones Unidas sobre el VIH/SIDA (Onusida), existen alrededor de 36 900 000 personas en el mundo que viven con el VIH. El continente más afectado es el africano, con 25 800 000 personas infectadas. En Latinoamérica se encuentran 1 700 000, de las cuales 65 000 viven en el Perú.

A pesar de que los últimos informes señalan que el contagio del VIH ha bajado considerablemente, los números de infectados aún se mantienen altos. Por ello, se deben tomar todas las precauciones que nos sugieren las instituciones de salud.

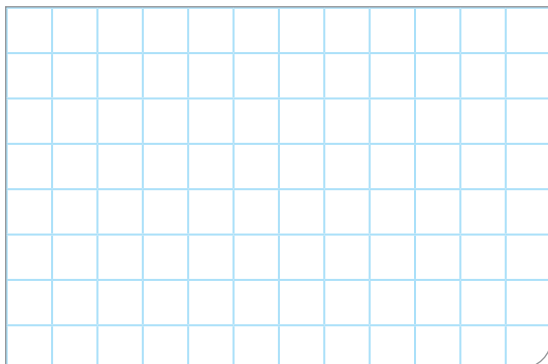
Desde el 2011, en los países de bajos y medianos recursos económicos, los pacientes reciben apoyo con los medicamentos. En el Perú, el Ministerio de Salud (Minsa) invierte 38 millones de soles para la atención de las personas afectadas por el VIH/SIDA que han sido diagnosticadas, pero hay muchas que viven con el virus sin saberlo.



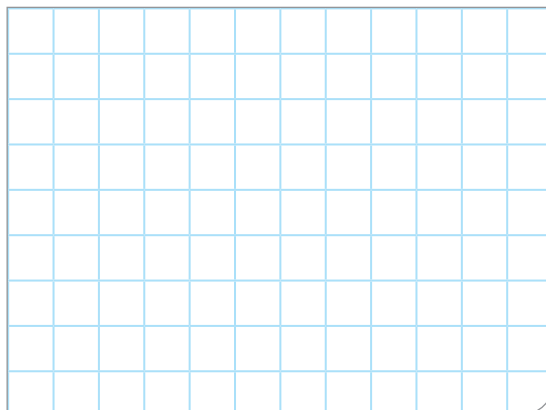
1. Expresa en forma abreviada cada cantidad de personas infectadas según este informe, ¿cómo se denomina esta forma abreviada de escribir?
2. ¿Qué porcentaje del total de infectados pertenecen al continente africano y por qué es considerado el más afectado?
3. ¿Cuál es el porcentaje de infectados con el VIH en el Perú respecto del total de infectados en Latinoamérica?
4. ¿Qué cantidad de infectados con VIH hay en el resto del mundo?

## Comprendemos el problema

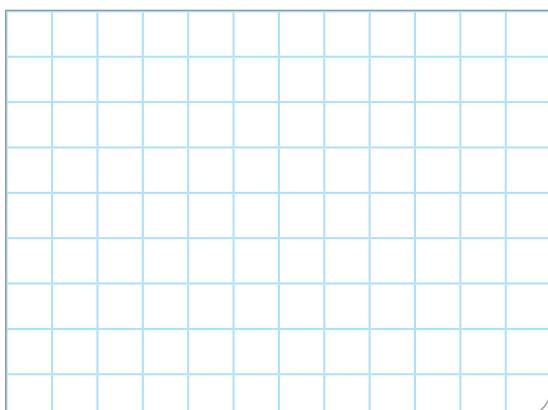
1. ¿Cuántas personas están infectadas con el VIH en el mundo, en Latinoamérica y en el Perú, respectivamente?



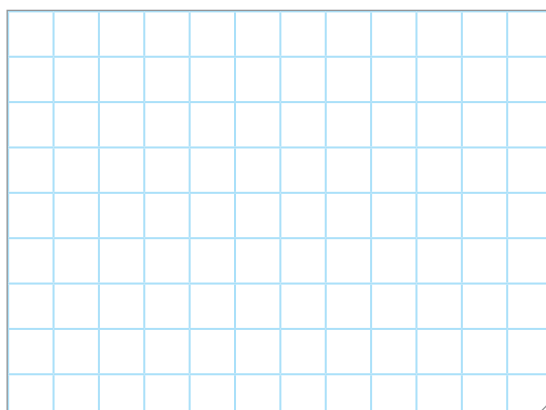
3. ¿Cuánto dinero destinó el Ministerio de Salud para la atención de personas infectadas por el VIH/SIDA?



2. ¿Cuál es el continente más afectado y cuántas personas infectadas tiene?



4. ¿Qué te piden hallar las preguntas de la situación significativa?



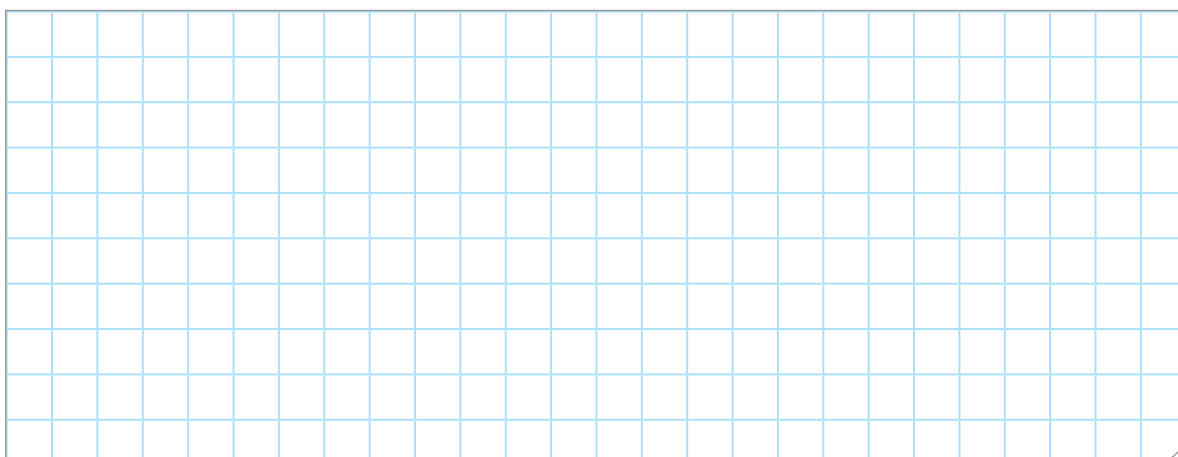
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia te sirve para resolver el problema? ¿Por qué?

a) Establecer submetas

b) Diagrama conjuntista

c) Diagrama tabular



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Escribe en forma abreviada las respuestas de las preguntas 1, 2 y 3 de *Comprendemos el problema* y responde la primera pregunta de la situación significativa.

2. Completa el diagrama tabular para responder la segunda pregunta de la situación significativa.

	Número de infectados	Porcentaje
África		$x$
Mundo		100 %

3. Calcula el porcentaje de la tabla de la pregunta anterior, luego responde la segunda pregunta de la situación significativa.

4. Completa el diagrama tabular con los datos de la situación significativa y responde la tercera pregunta.

		$x$
		100 %

5. Responde la cuarta pregunta de la situación significativa.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías haber respondido las preguntas de la situación significativa sin necesidad de expresar las cantidades en notación científica? Presenta las ventajas y desventajas de cada procedimiento.



### Situación significativa B

Las publicaciones especializadas señalan que “las bacterias son hasta cien veces más grandes que los virus”, de manera que pueden verse con un microscopio óptico; mientras que los virus, de tamaño notablemente menor, solo pueden detectarse por microscopio electrónico. ¿Cuánto mide, aproximadamente, el diámetro en metros de una bacteria, sabiendo que es 30 veces el diámetro de un virus, cuyo diámetro es 100 nanómetros?

### Resolución

- El diámetro del VIH lo convertimos a metros, sabiendo que:

1 nanómetro =  $10^{-9}$  metros.

$$\text{Diámetro del VIH: } 100 \text{ nm} = 10^2 \text{ nm} \times \frac{1 \times 10^{-9} \text{ m}}{1 \text{ nm}} = 1 \times 10^{-7} \text{ m}$$

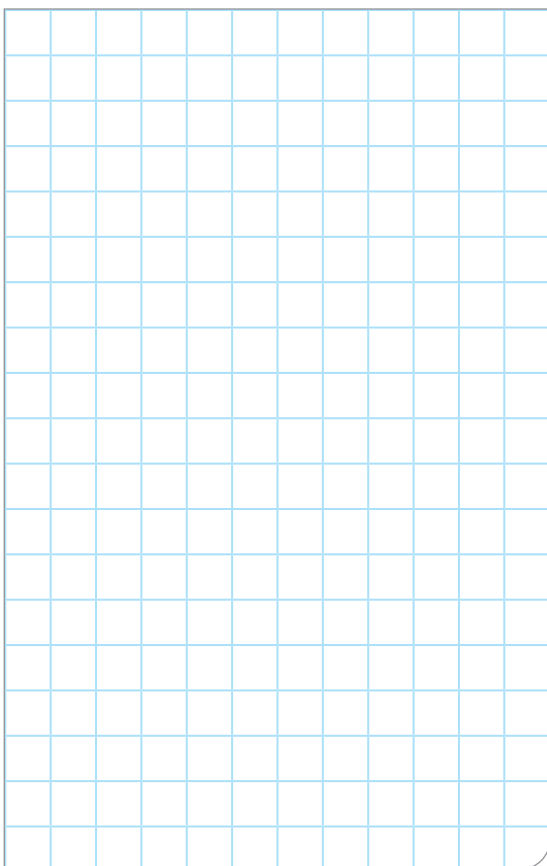
- Calculamos el diámetro de la bacteria, teniendo en cuenta que su diámetro es 30 veces el diámetro del virus.

Diámetro de la bacteria:

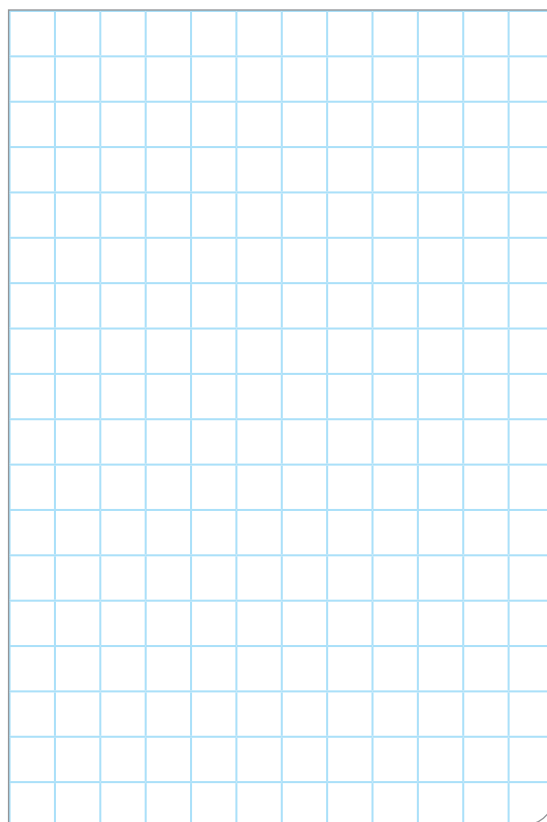
$$(1 \times 10^{-7}) \times (3 \times 10^1) = 3 \times 10^{-6} \text{ m}$$

**Respuesta:** Aproximadamente, el diámetro de la bacteria mide  $3 \times 10^{-6}$  m.

1. ¿Todos los pasos del procedimiento son correctos? Explica tu respuesta.



2. Sabiendo que el volumen de una esfera es  $\frac{4}{3} \pi r^3$ . Determina el volumen de la bacteria si tiene forma esférica. Expresa el resultado en metros.



### Situación significativa C

En febrero del 2004, se aprobó la norma técnica del Tratamiento Antirretroviral de Gran Actividad (TARGA) en adultos, la cual marcó el inicio de la aplicación del TARGA en los pacientes con VIH en el Perú. En abril de ese año, con el soporte económico del Fondo Mundial, empezó la evaluación de los pacientes en los hospitales de Lima y Callao. Actualmente, la inversión del Fondo Mundial para el tratamiento del VIH en el país ha alcanzado aproximadamente los \$11 000 000, el 53 % de los cuales se ha invertido en medicamentos e insumos para el tratamiento de VIH y el monitoreo de pacientes.

Con la información brindada, determina cuánto dinero en soles es aproximadamente el 53 % de la inversión del Fondo Mundial. Da la respuesta en notación científica, considerando que 1 dólar estadounidense equivale a 3,40 soles.

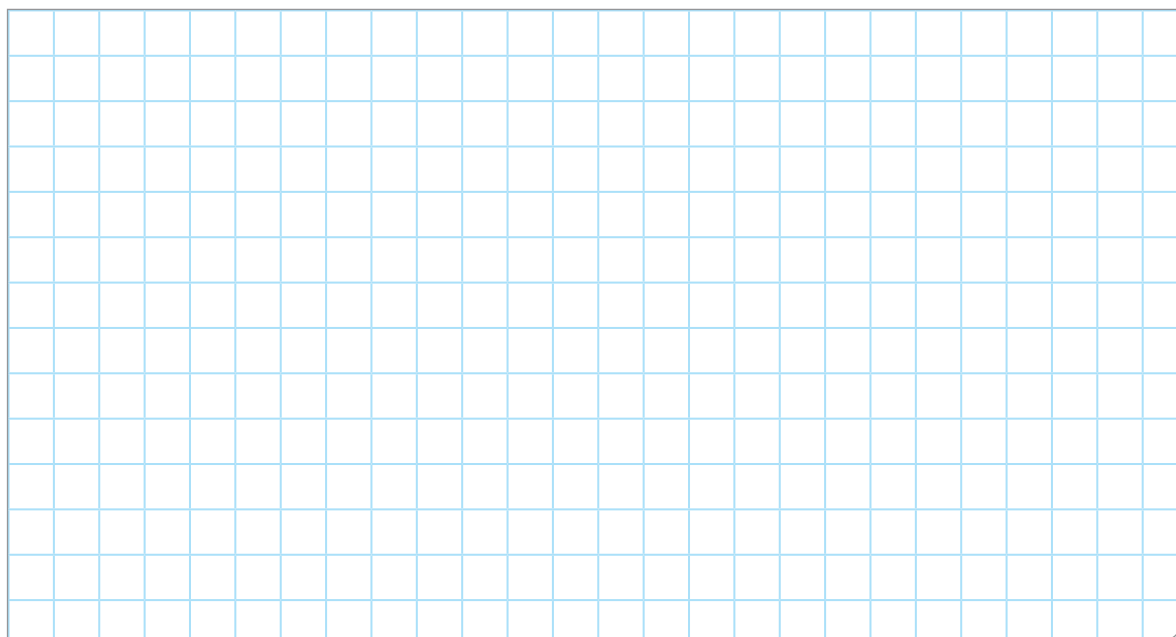
### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Primero, expresamos los datos en notación científica:  
 $11\,000\,000 = 1,1 \times 10^7$  dólares.
- Calculamos el porcentaje destinado a medicamentos e insumos para el tratamiento del VIH y su monitoreo:  
 $53\% \text{ de } (1,1 \times 10^7) = (0,53 \times 1,1) \cdot (0,53 \times 10^7) = (0,583) \cdot (5\,300\,000) = 3\,089\,900$  dólares.
- Expresamos en notación científica:  
 $3,0899 \times 10^6$  dólares.
- Convertimos a soles:  
 $3,0899 \times 10^6 \times 3,4 = 1,050\,566 \times 10^7$  soles.

**Respuesta:** Se han invertido  $1,050\,566 \times 10^7$  soles.

1. Utiliza tu calculadora para comprobar la respuesta. ¿El resultado que obtuviste es igual a la respuesta dada? Si no lo es, procede a analizar el desarrollo de la resolución hasta encontrar el error; luego, realiza la corrección.





## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones y lenguaje numérico una cantidad muy grande o muy pequeña en notación científica. Asimismo, seleccionamos, combinamos y adaptamos estrategias de cálculo, como el cálculo del porcentaje y procedimientos diversos para realizar operaciones con cantidades de notación científica. Además, establecemos relaciones entre datos y las transformamos a expresiones numéricas que incluyen notación científica. Además, comprobamos la validez de una afirmación, corrigiendo errores si los hubiera.

La Organización de Aviación Civil Internacional (OACI) presentó las estadísticas mundiales sobre el número de pasajeros peruanos transportados durante 14 años. La siguiente tabla tiene los datos aproximados escritos en notación científica:

Año	2001	2002	2003	2004	2005
Número de pasajeros	$2,25 \times 10^6$	$2,09 \times 10^6$	$2,23 \times 10^6$	$3,23 \times 10^6$	$4,33 \times 10^6$
Año	2006	2007	2008	2009	2010
Número de pasajeros	$4,22 \times 10^6$	$5,27 \times 10^6$	$6,18 \times 10^6$	$5,84 \times 10^6$	$7,11 \times 10^6$
Año	2011	2012	2013	2014	
Número de pasajeros	$8,61 \times 10^6$	$1 \times 10^7$	$1,15 \times 10^7$	$1,23 \times 10^7$	

Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

**1.** ¿Cuántos pasajeros peruanos fueron transportados en estos 14 años?

- a)  $8,516 \times 10^7$  pasajeros peruanos.
- b)  $8,516 \times 10^6$  pasajeros peruanos.
- c)  $5,474 \times 10^7$  pasajeros peruanos.
- d)  $5,474 \times 10^8$  pasajeros peruanos.

**2.** ¿Qué porcentaje, aproximadamente, representan los pasajeros transportados en los últimos 3 años con respecto al total de los 14 años?

- a) 40 %                      b) 36,2 %                      c) 33,8 %                      d) 85 %

La siguiente lista detalla las emisiones anuales de  $CO_2$  por país de Latinoamérica, de acuerdo con estadísticas de la Organización de las Naciones Unidas monitoreadas en las Metas de Desarrollo del Milenio:

México: 471 459 toneladas	Ecuador: 29 989 toneladas	El Salvador: 6700 toneladas
Brasil: 368 317 toneladas	Bolivia: 13 190 toneladas	Uruguay: 6219 toneladas
Argentina: 183 728 toneladas	Guatemala: 12 930 toneladas	Nicaragua: 4591 toneladas
Venezuela: 165 550 toneladas	Honduras: 8834 toneladas	Paraguay: 4133 toneladas
Chile: 71 705 toneladas	Costa Rica: 8119 toneladas	
Perú: 42 988 toneladas	Panamá: 7250 toneladas	

Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

**3.** ¿Cuántas toneladas de  $CO_2$  emiten los países latinoamericanos anualmente? Expresa la respuesta en notación científica.

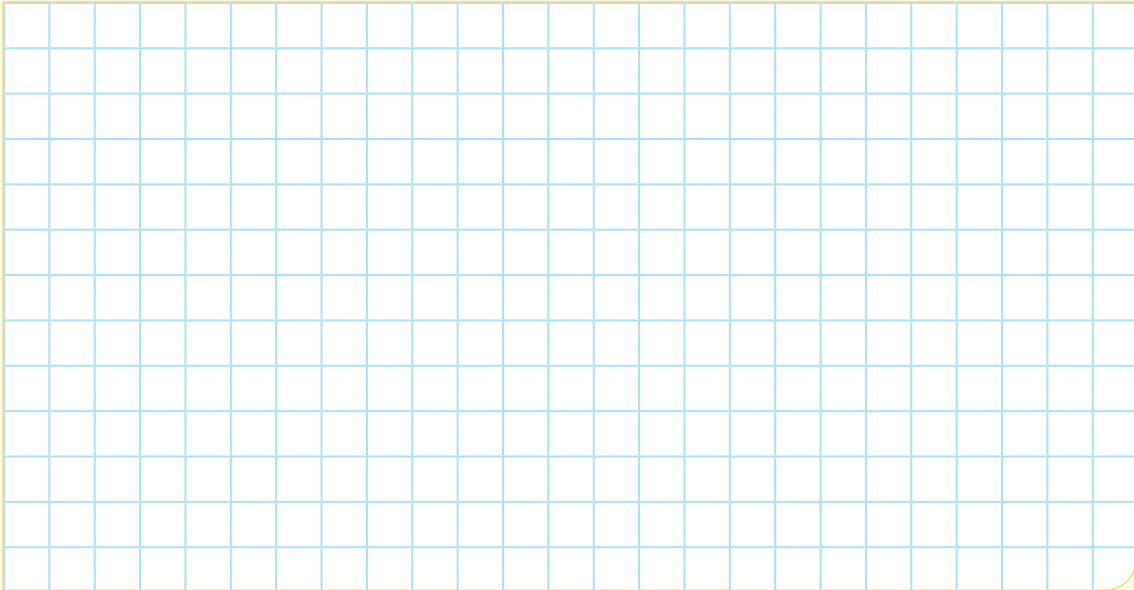
- a) 1 405 702 toneladas de  $CO_2$                       c)  $1,405\ 702 \times 10^7$  toneladas de  $CO_2$   
 b)  $0,140\ 570\ 2 \times 10^7$  toneladas de  $CO_2$                       d)  $1,405\ 702 \times 10^6$  toneladas de  $CO_2$

**4.** ¿Qué porcentaje de las toneladas de  $CO_2$  que emiten todos los países latinoamericanos representa la cantidad emitida por los países de la costa del Pacífico?



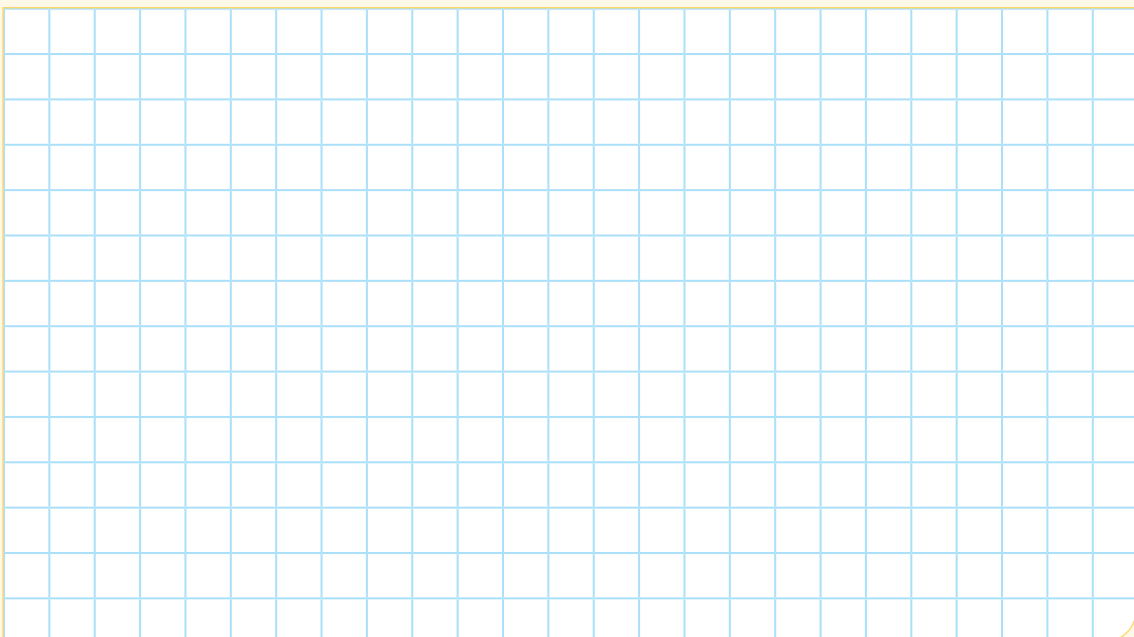
5. En un momento en que la Tierra, la Luna y el Sol están alineados en ese orden, las distancias de la Tierra a la Luna y de la Tierra al Sol son  $4 \times 10^5$  km y  $1,5 \times 10^8$  km, respectivamente. ¿Cuántas veces es la distancia de la Tierra al Sol con respecto a la distancia de la Tierra a la Luna? ¿Cuál es la distancia aproximada de la Luna al Sol?

- a) 1500 veces;  $1,496 \times 10^8$  km  
b) 1500 veces;  $0,1496 \times 10^9$  km  
c) 375 veces;  $1,496 \times 10^8$  km  
d) 375 veces;  $0,1496 \times 10^9$  km

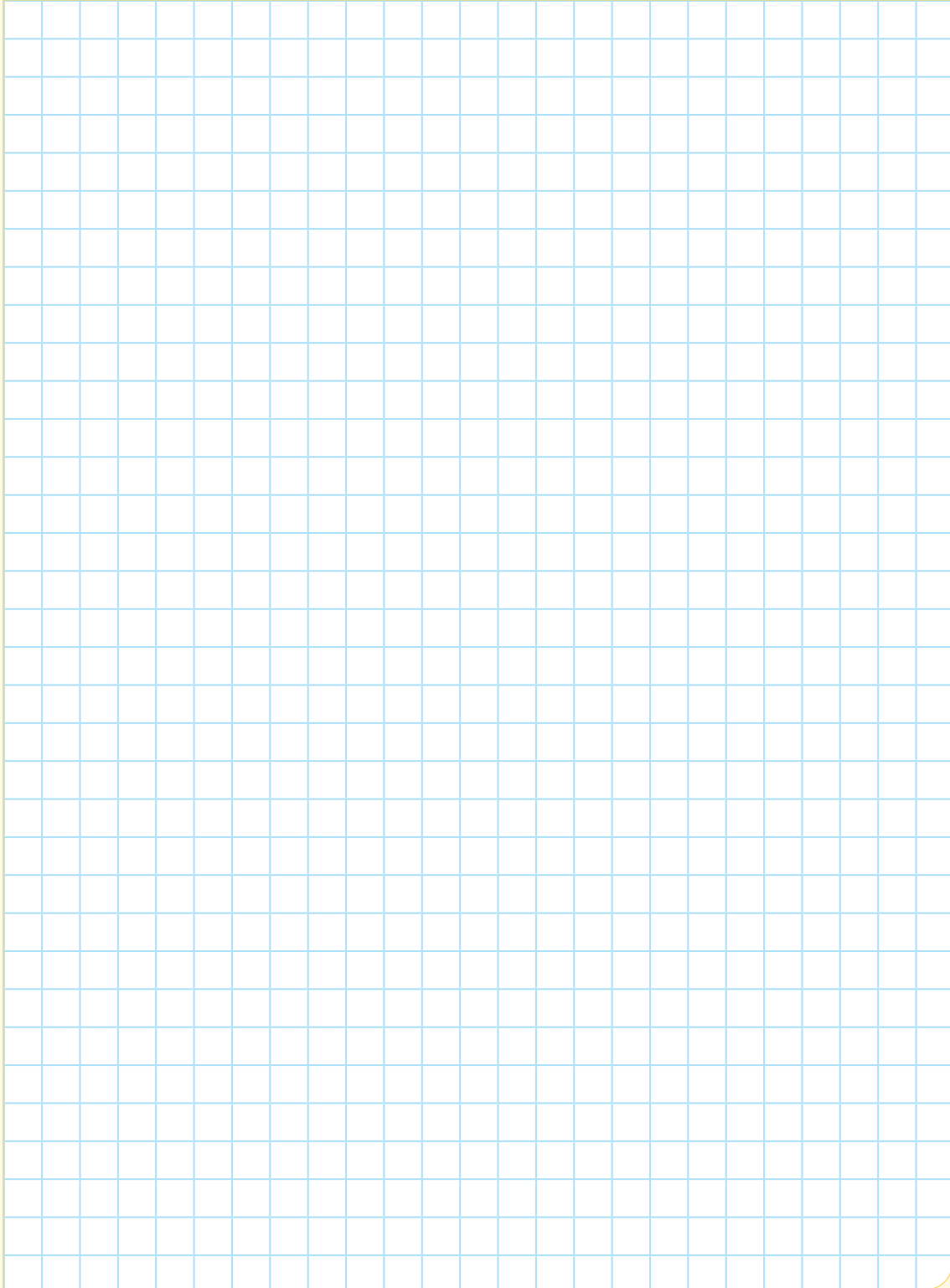


6. Si una persona tiene 5 litros de sangre y aproximadamente 4 500 000 glóbulos rojos en cada milímetro cúbico, calcula la cantidad aproximada de glóbulos rojos que tiene la persona en su sangre. Expresa tu respuesta en notación científica. (1L = 1 000 000 mm<sup>3</sup>).

- a)  $2,25 \times 10^{13}$  glóbulos rojos  
b)  $22,5 \times 10^{10}$  glóbulos rojos  
c)  $22,5 \times 10^6$  glóbulos rojos  
d)  $2,25 \times 10^7$  glóbulos rojos



7. Se sabe que el crecimiento del cabello humano es muy rápido. Su rapidez promedio es, aproximadamente,  $1,6 \times 10^{-8}$  km/h. Si no te lo cortas en un mes (30 días), ¿cuántos centímetros habrá crecido?



8. Por muchos factores, es difícil controlar las fábricas para que no contaminen el ambiente. Se ha detectado que los desperdicios vertidos a un río son representadas a través de una función cuadrática respecto del tiempo. Si se vertieron  $1,15 \times 10^1$  toneladas en un periodo de 5 días y  $2,08 \times 10^1$  toneladas después de 8 días, determina un modelo algebraico en función del tiempo en notación científica.

a)  $f(t) = 0,1 \cdot t^2 + 1,8 \cdot t$

c)  $f(t) = 10 \cdot t^2 + 4,77 \cdot 10^1 \cdot t$

b)  $f(t) = 10 \cdot t^2 + 47,7 \cdot t$

d)  $f(t) = 0,1 \cdot t^2 + 0,18 \cdot 10^2 \cdot t$

9. El dióxido de carbono emitido en el mundo por uso de combustible queda atrapado en la atmósfera, lo cual causa el efecto invernadero, que se manifiesta en el calentamiento global de la Tierra. Si la cantidad promedio anual de gas que se emite en el mundo es de 5500 toneladas, ¿qué modelo algebraico en notación científica será pertinente en kilogramos para la situación presentada y cuántos kilogramos se emitirán en 30 años? ( $t$ : tiempo en años)

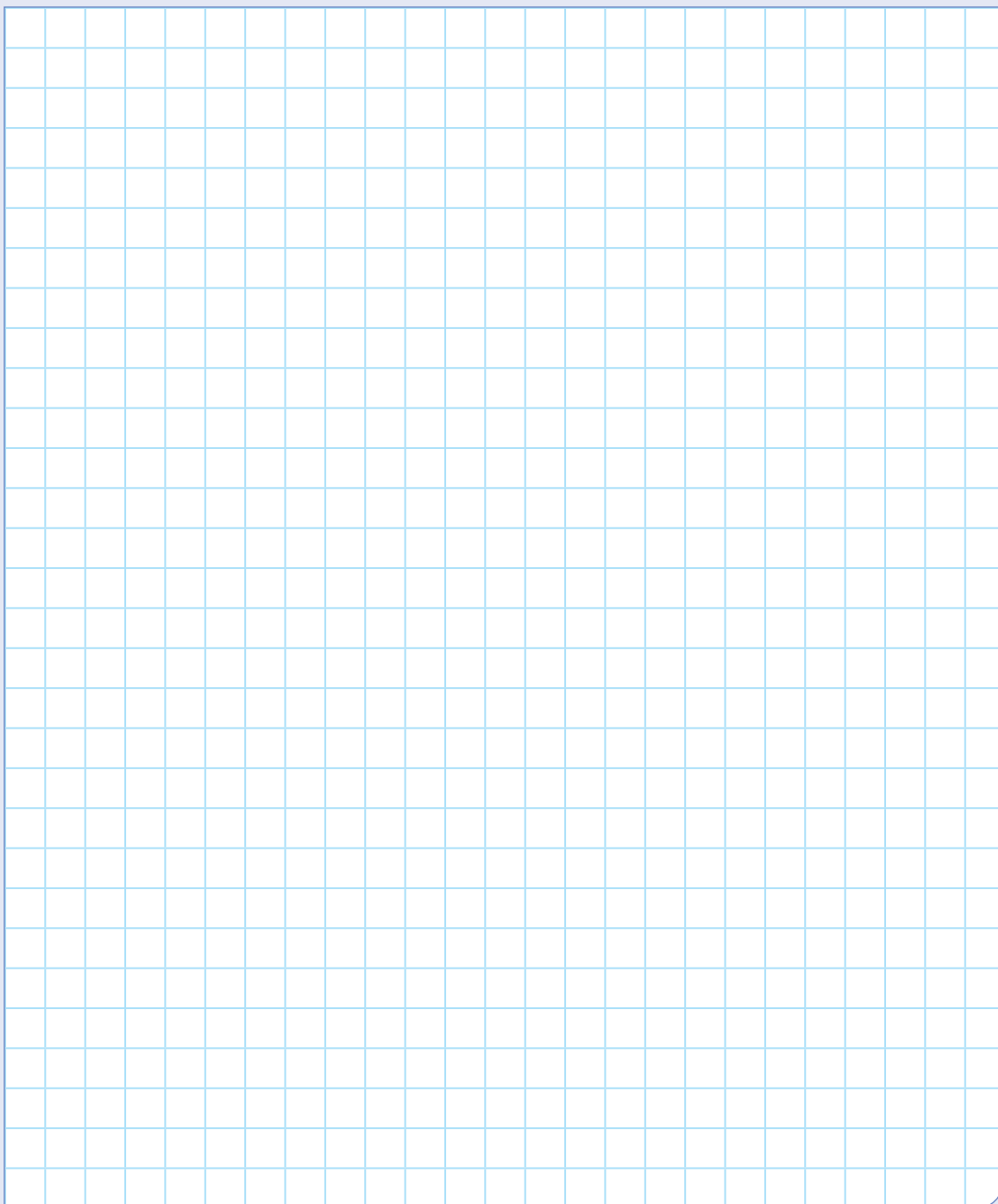
a)  $f(t) = 5,5 \cdot 10^6 \cdot t; 16,5 \cdot 10^7$  kg

c)  $f(t) = 5,5 \cdot 10^3 \cdot t; 16,5 \cdot 10^4$  kg

b)  $f(t) = 5,5 \cdot 10^6 \cdot t; 1,65 \cdot 10^7$  kg

d)  $f(t) = 5,5 \cdot 10^3 \cdot t; 1,65 \cdot 10^5$  kg

- 10** Las vacunas exponen a nuestro organismo a una cantidad muy pequeña y segura de bacterias o virus previamente debilitados o destruidos. Así, nuestro sistema inmunitario aprende a reconocer y atacar la infección en caso de que nos expongamos a ellos posteriormente en nuestras vidas. Como consecuencia, no resultaremos infectados o solo tendremos una infección leve. Esta es una forma natural de hacer frente a las enfermedades infecciosas. La dosis de una vacuna es de  $0,05 \text{ cm}^3$ . Si tiene cien millones de bacterias por centímetro cúbico, ¿cuántas bacterias recibimos en una dosis? Expresa las cantidades en notación científica y realiza los cálculos.





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Leemos textos o gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución, compuestos y truncados, y establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios. Asimismo, empleamos diversas estrategias para determinar la longitud, el área y el volumen de cuerpos geométricos y de revolución.

### Un elemento de seguridad en la señalización vial

Los conos de seguridad son de color anaranjado y deben ser reflectantes o equiparse con dispositivos luminosos para que sean vistos en las noches. Se usan en la señalización vial y representan un elemento de seguridad para transeúntes o conductores. Sirven en la indicación de desvíos, pozos y obras en caminos, calles y carreteras, para lo cual deben tener como mínimo una altura de 47,5 cm. Pueden fabricarse de diversos materiales, como goma, plástico, PVC, que permitan soportar el impacto sin que dañen los vehículos. Los conos de mayor tamaño se emplean cuando el volumen de tránsito, la velocidad u otros factores lo requieren.

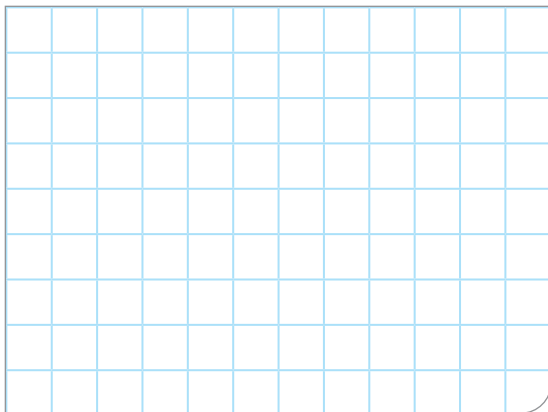
La Municipalidad ha adquirido conos de seguridad de 48 cm de altura, cuyos diámetros de las bases mayor y menor son de 36 cm y 8 cm, respectivamente. Para el desvío del tránsito por las noches, deben tener una banda reflectante de 10 cm de ancho, aproximadamente.



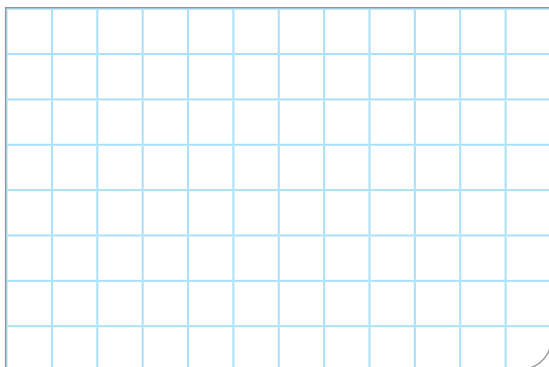
1. Si la banda reflectante de un cono de seguridad adquirido por la Municipalidad se encuentra a 12 cm del diámetro menor, ¿cuál es la superficie cubierta por la banda reflectante?
2. ¿Qué volumen posee el cono de seguridad?

## Comprendemos el problema

1. ¿Qué diferencia encuentras entre un cono y el cono de seguridad utilizado para la señalización vial? ¿Qué forma tienen los llamados conos de seguridad?



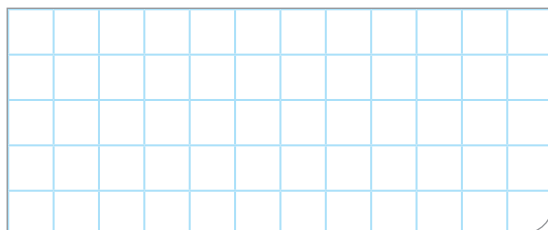
2. Escribe los datos presentados en la situación significativa.



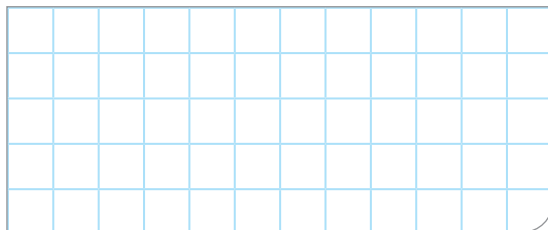
3. ¿Qué te piden hallar las preguntas de la situación significativa?



4. Los datos obtenidos de la situación inicial, ¿te permiten responder las preguntas planteadas? ¿Será necesario calcular otros valores?

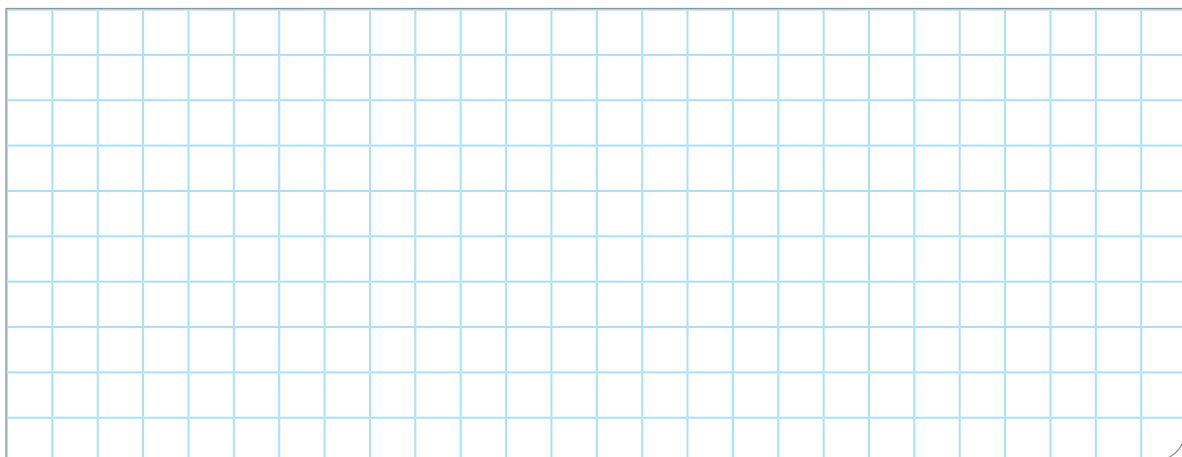


5. ¿Qué debes saber para responder las preguntas planteadas en la situación significativa?



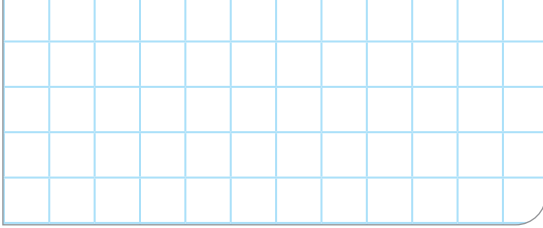
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

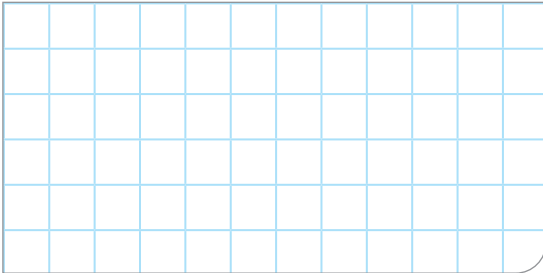


## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Representa gráficamente un cono de seguridad y ubica los datos presentados en la situación significativa.



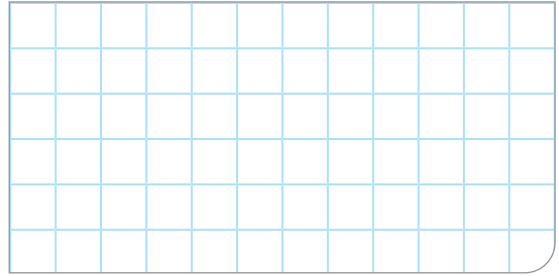
2. Utiliza la notación pertinente para los datos ubicados en el gráfico.



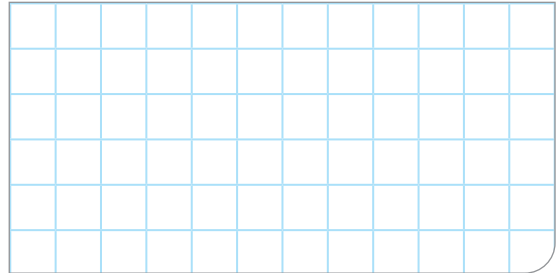
3. Observa el gráfico e identifica las incógnitas y las propiedades que se van a aplicar para conocer sus valores.



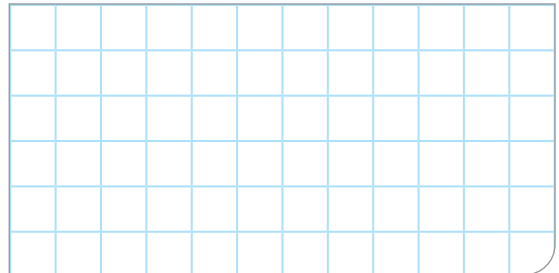
4. Aplica las propiedades relacionadas con las incógnitas y responde la primera pregunta planteada.



5. Selecciona los datos necesarios para dar respuesta a la segunda pregunta.



6. Aplica las propiedades relacionadas con las incógnitas y responde la segunda pregunta planteada.

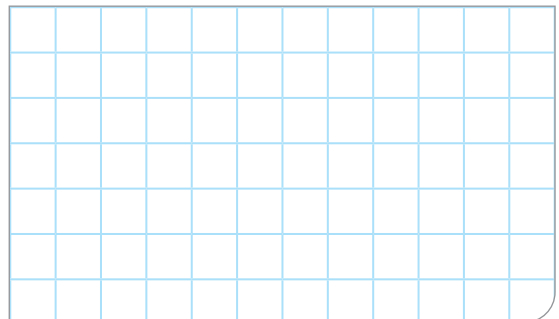


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Si el ancho de la banda que se encuentra a 10 cm del radio menor del cono de seguridad aumenta, ¿el área lateral de la banda aumenta o disminuye? ¿Por qué?



2. ¿La estrategia empleada facilitó responder las preguntas planteadas en la situación significativa? Justifica tu respuesta.





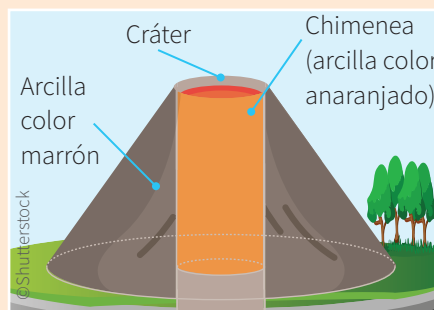
# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Empleamos diversas estrategias para determinar la longitud, el área y el volumen de cuerpos de revolución. Asimismo, adaptamos procedimientos para describir las diferentes vistas de una forma tridimensional compuesta (frente, perfil y superior); además, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubrimos entre los objetos y formas geométricas.

## Situación significativa A

Los estudiantes de quinto grado realizaron un proyecto de investigación sobre un volcán de su región y representaron sus medidas en una maqueta a escala de 1:2000. Para ello, tomaron en cuenta la siguiente información: el diámetro del cráter es 840 m; el diámetro de la base del volcán, 1800 m, y el ángulo de inclinación de la ladera del volcán,  $37^\circ$ .

Para el tronco de cono, utilizaron arcilla de color marrón; para la chimenea, la cual tiene forma de cilindro, emplearon arcilla de color anaranjado, tal como se muestra en la figura. ¿En cuánto excede el volumen de arcilla de color marrón a la arcilla de color anaranjado utilizada?



## Resolución

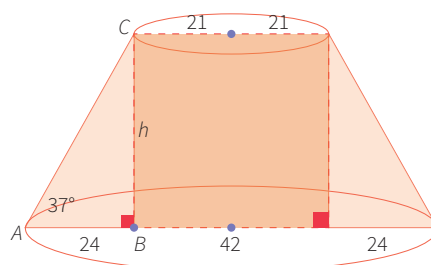
- Utilizando la escala 1:2000, determinamos las medidas para la maqueta.

$$\text{Diámetro del cráter: } 840 \text{ m} = \frac{(840) (100)}{2000} = 42 \text{ cm}$$

Diámetro de la base del volcán:

$$1800 \text{ m} = \frac{(1800) (100)}{2000} = 90 \text{ cm}$$

- Hacemos un dibujo de la situación:





- Como el triángulo rectángulo  $ABC$  es notable, se tiene que  $AB = 4k = 24$ ;  $k = 6$ .

Entonces:  $BC = 3k = 3(6) = 18 \text{ cm} = h$

También:  $r = 21 \text{ cm}$ ;  $R = \frac{90}{2} = 45 \text{ cm}$

- Cálculo del volumen de arcilla anaranjada:

$$V = \pi r^2 h = \pi(21)^2(18) = 7938\pi \text{ cm}^3$$

- Cálculo del volumen de arcilla marrón:

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot h[R^2 + r^2 + R \cdot r] - \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 18[45^2 + 21^2 + 45 \cdot 21] - 7938\pi$$

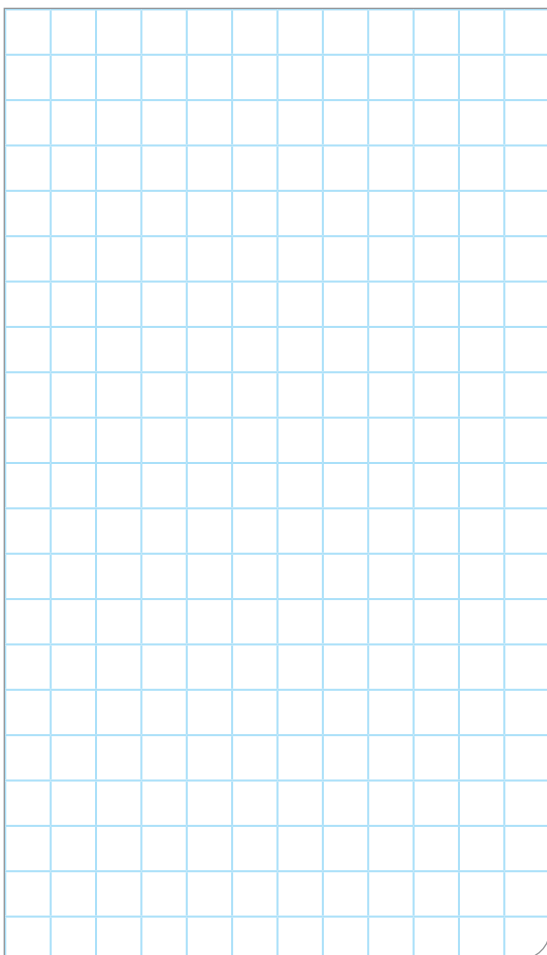
$$V = 20\,466\pi - 7938\pi = 12\,528\pi \text{ cm}^3$$

**Respuesta:**

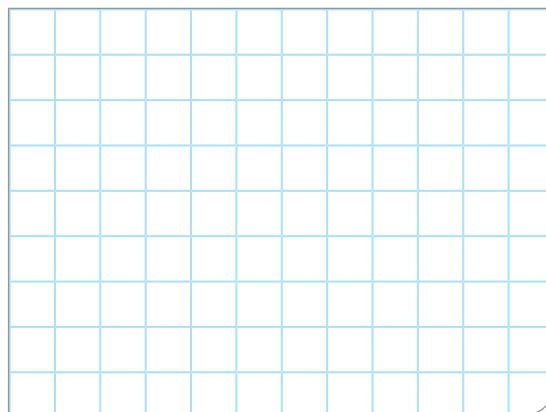
El volumen de arcilla de color marrón excede al volumen de arcilla de color anaranjado en

$$12528\pi - 7938\pi = 4590\pi \text{ cm}^3$$

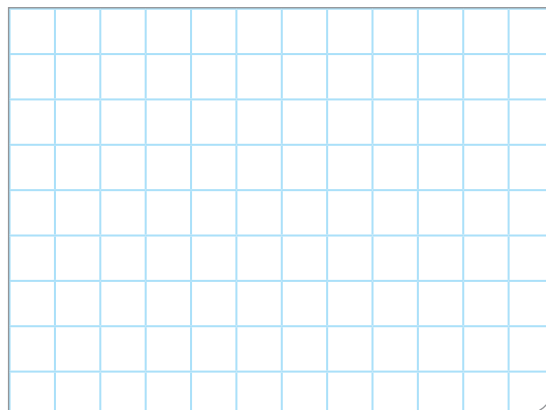
1. Si se quisiera hacer un dibujo a escala en una hoja A4, ¿se mantendría la escala o propondrías otra?



2. Describe el procedimiento que se ha utilizado para responder la pregunta de la situación significativa.



3. ¿Qué aspectos semejantes encuentras en relación con las preguntas de la situación de los conos de seguridad?



### Situación significativa B

Los estudiantes en el área de EPT elaboraron un portacuchillos con la forma de tronco de cilindro, utilizando un pedazo de madera forrado con una lámina de aluminio, como se muestra en la imagen. Calcula el volumen de madera que se utilizó para elaborar el portacuchillos y el área de lámina de aluminio para forrarlo.



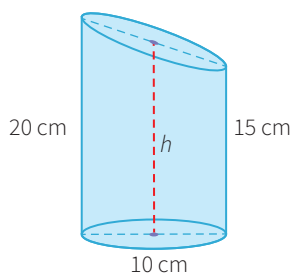
### Resolución

- Hacemos un dibujo para visualizar mejor la situación significativa e identificamos los datos de generatriz máxima ( $G$ ), generatriz mínima ( $g$ ) y diámetro de la base ( $D$ ).

$$G = 20 \text{ cm}$$

$$g = 15 \text{ cm}$$

$$D = 10 \text{ cm}$$



- Seleccionamos la fórmula que nos permita calcular el volumen y reemplazamos los datos presentados en la situación significativa.

$$V = \pi R^2 \left( \frac{G + g}{2} \right)$$

$$V = \pi \cdot 5^2 \left( \frac{20 + 15}{2} \right)$$

$$V = (3,14) (25) (17,5)$$

$$V = 1373,75 \text{ cm}^3$$

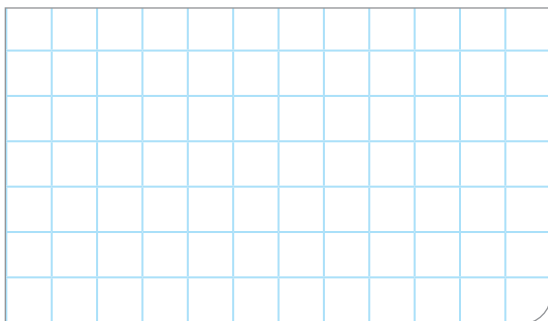
- Reemplazamos los datos obtenidos en la situación significativa y hallamos el área lateral.

$$A_L = \pi R (G + g)$$

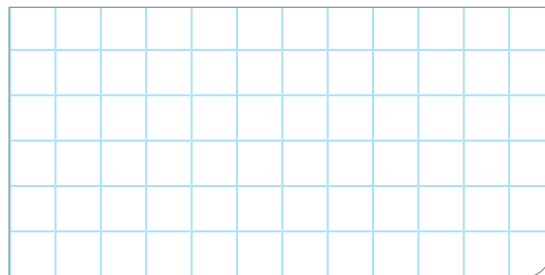
$$A_L = (3,14) (5) (20 + 15)$$

$$A_L = 549,5 \text{ cm}^2$$

1. ¿La expresión  $\frac{G + g}{2}$  es igual a la  $h$  de la figura? ¿Por qué?

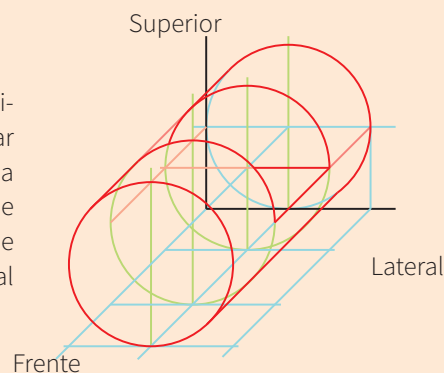


2. ¿Qué forma tiene la base oblicua? ¿Qué datos necesitas para calcular su área? Investiga y escribe la fórmula del área de una región elíptica.



### Situación significativa C

Desde la educación inicial, los estudiantes somos estimulados con actividades lúdicas, rompecabezas y piezas de madera para encajar, armar casas, carros y otros objetos que permitan desarrollar la imaginación y la creatividad. Un diseñador de estos materiales propuso la elaboración de una nueva pieza, como se muestra en la figura. Representa las vistas de frente (proyección vertical), de superior (proyección horizontal) y lateral (proyección lateral) de esta nueva pieza.

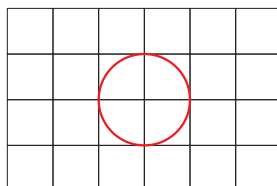


### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

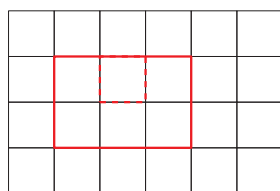
- Observamos de frente el objeto. Si lo viéramos todo en un plano, se vería solo un círculo.

Vista de frente

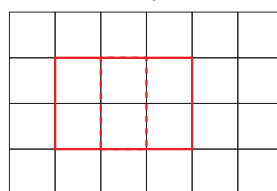


- Para la vista lateral, nos ubicamos a un costado (el derecho). Por último, mirando desde lo alto, obtenemos la vista superior.

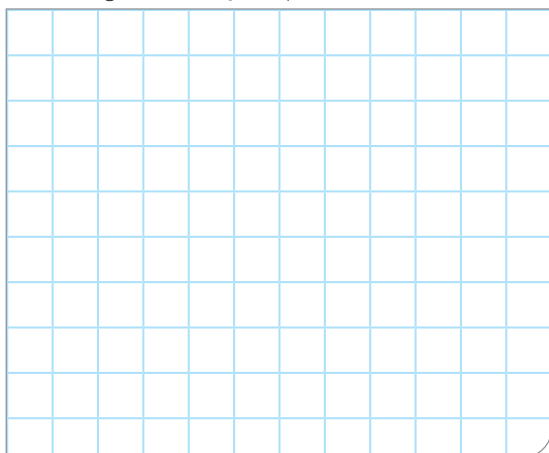
Vista lateral



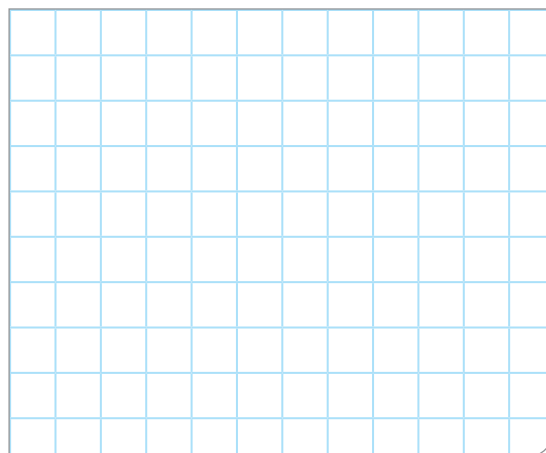
Vista superior



1. ¿Si varias personas vieran solo las representaciones, crees que harían la misma imagen mostrada en la situación significativa? ¿Por qué?



2. Resuelve la situación utilizando otra técnica, para verificar la solución o corregirla.

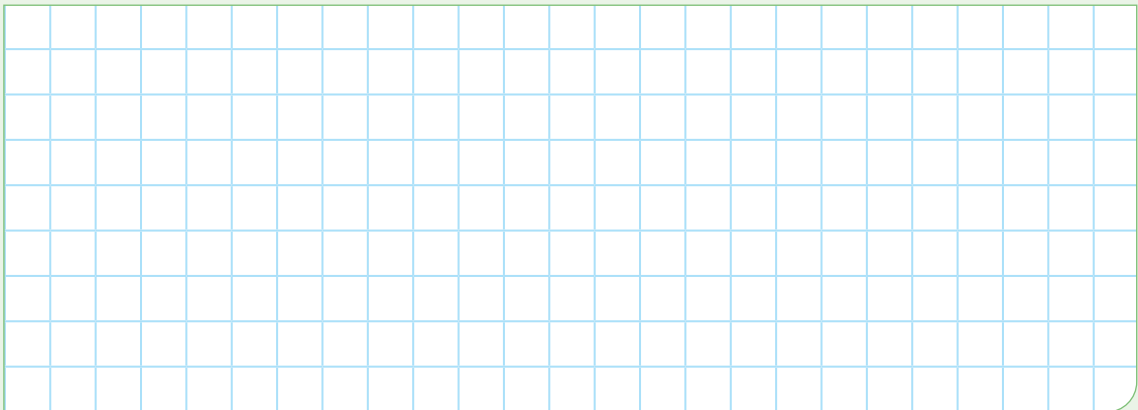
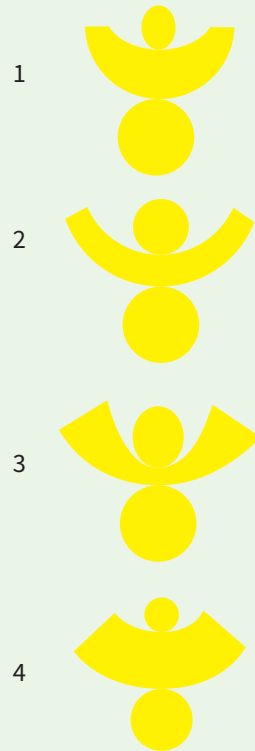




## Evaluamos nuestros aprendizajes

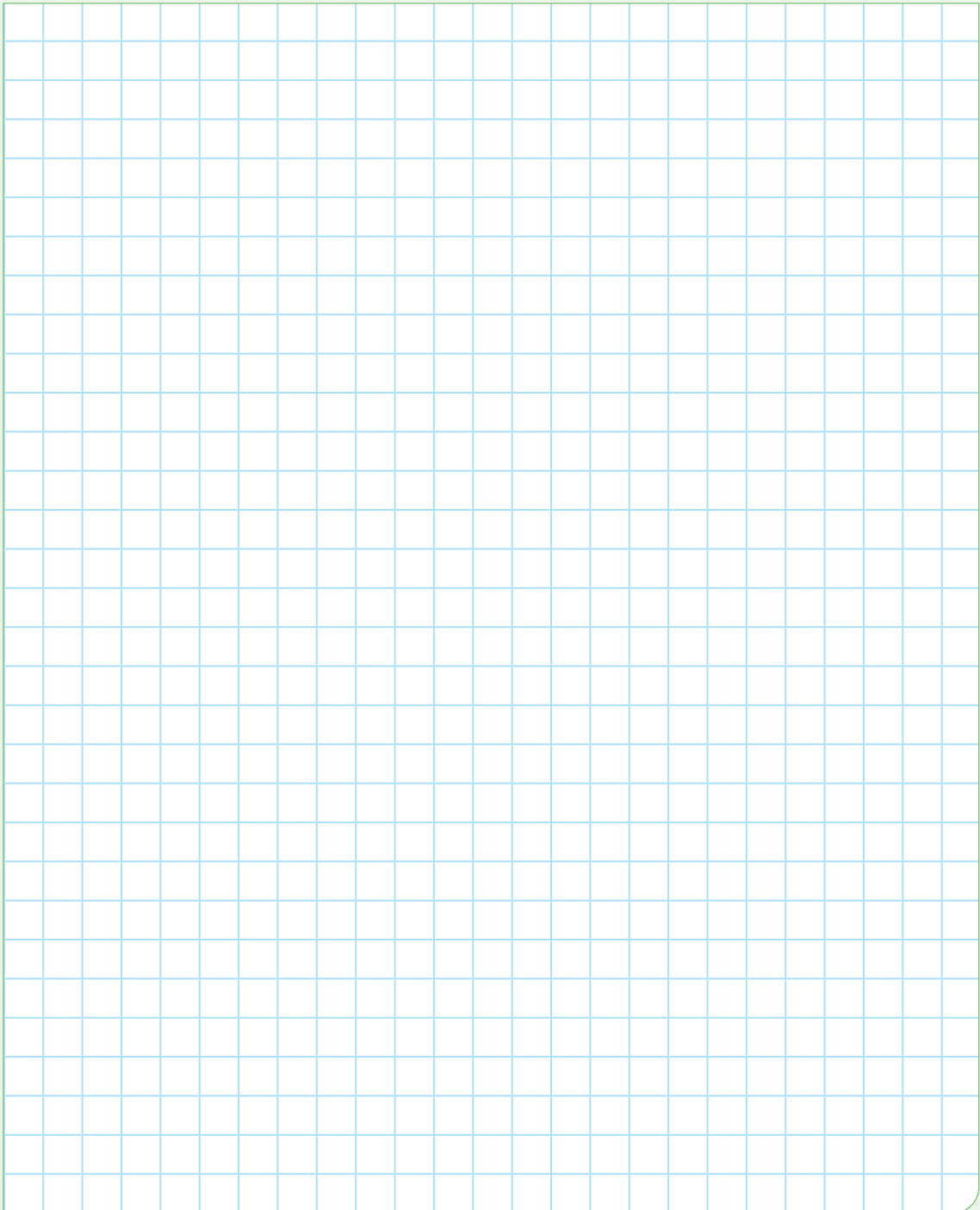
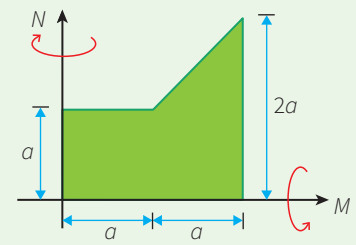
**Propósito:** Leemos textos o gráficos que describen las propiedades de los cuerpos de revolución, compuestos y truncados, y establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios. También empleamos diversas estrategias para determinar la longitud, el área y el volumen de cuerpos geométricos y de revolución. Asimismo, adaptamos procedimientos para describir las diferentes vistas de una forma tridimensional compuesta (frente, perfil y superior); además, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades de los objetos y las formas geométricas.

1. Relaciona cada sólido con su respectivo desarrollo.





4. Un mecánico automotriz diseña piezas que permiten la generación y transmisión del movimiento en sistemas automotrices. Para un proyecto nuevo, diseña dos piezas automotrices de acero a partir de la rotación de la región del plano coloreado de verde, primero alrededor del eje  $M$  y luego alrededor de  $N$ , como se muestra en la figura. Representa los sólidos de revolución al rotar en cada uno de sus ejes.

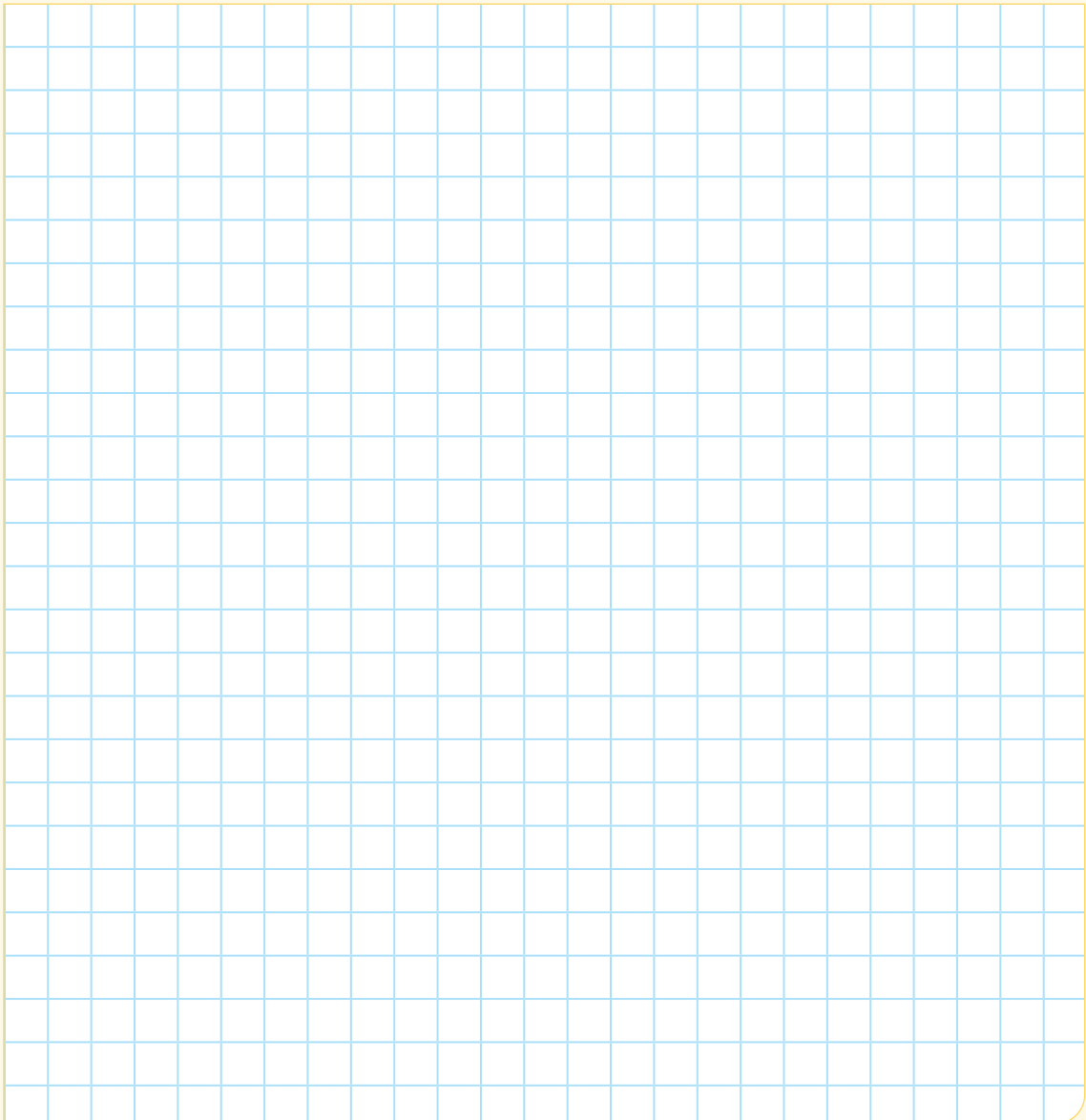


5. Una banda de músicos ha adquirido tres *ashikos*, tambores de origen africano con forma de cono truncado, cuyas dimensiones son 40 centímetros de alto por 26 centímetros de diámetro superior y 8 centímetros de diámetro en la boca inferior. ¿Cuántos centímetros cuadrados de tela serán necesarios para cubrir la parte lateral de los tres *ashikos*? (Considera  $\pi \approx 3,14$ ).



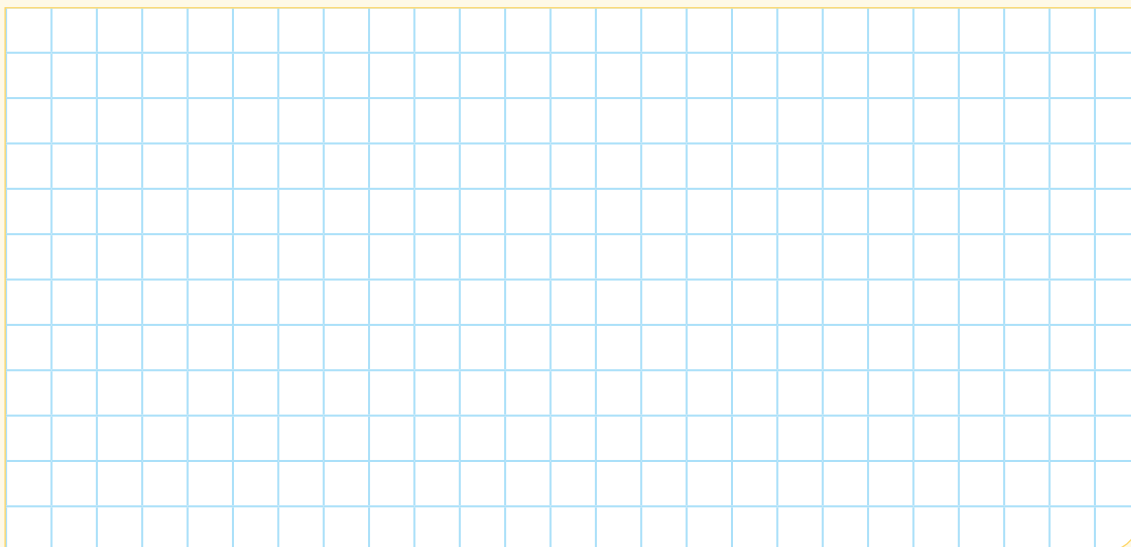
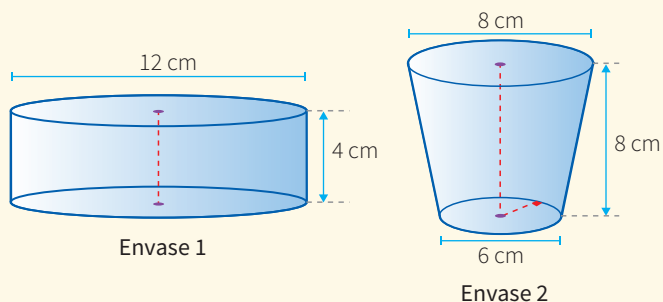
[http://pdggood.us/handdrum/pic\\_ashiko\\_fleन्द्रummer13.jpg](http://pdggood.us/handdrum/pic_ashiko_fleन्द्रummer13.jpg)

- a) 6565,74 cm<sup>2</sup>      b) 6405,60 cm<sup>2</sup>      c) 2188,58 cm<sup>2</sup>      d) 248,06 cm<sup>2</sup>

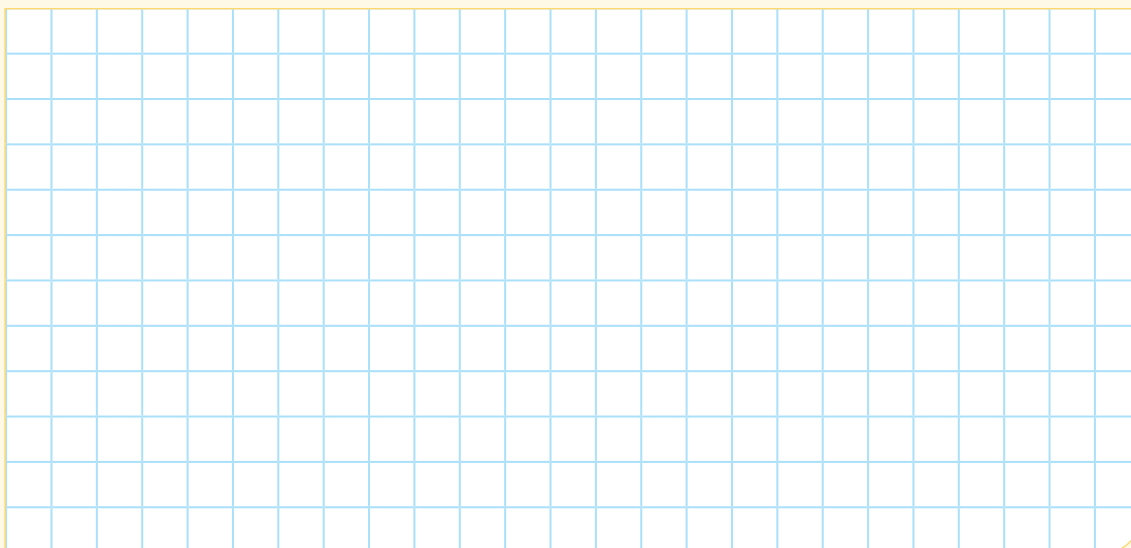


6. Los dueños de una fábrica de mermelada promocionan su producto en nuevos tamaños de recipientes con etiquetas novedosas. ¿Cuál de los dos tiene mayor volumen?

- a) Envase 1 cuyo volumen es  $144\pi \text{ cm}^3$
- b) Envase 2 cuyo volumen es  $296\pi \text{ cm}^3$
- c) Envase 1 cuyo volumen es  $48\pi \text{ cm}^3$
- d) Envase 2 cuyo volumen es  $98,67\pi \text{ cm}^3$

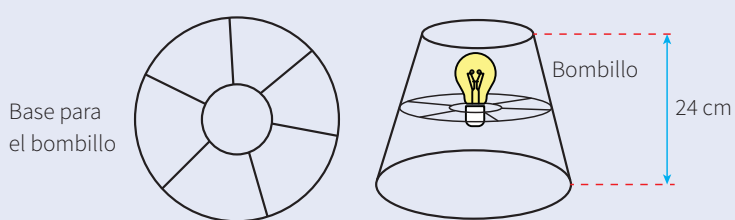


7. Se tienen 30 macetas en forma de tronco de cono. Los radios de las bases de estas macetas miden 9 cm y 27 cm, respectivamente, y su generatriz, 30 cm. Si se llenaran las  $\frac{2}{3}$  partes de la generatriz de la maceta con gel para hidroponía, ¿cuántas bolsas de 5 litros de gel serían necesarias para habilitar todas las macetas?





Los estudiantes de la I. E. Miguel Grau en el área de Educación para el Trabajo elaboran lámparas en forma de cono truncado con papel reciclado, colocando un armazón de alambre como base para el bombillo en la mitad de la altura del cono truncado.

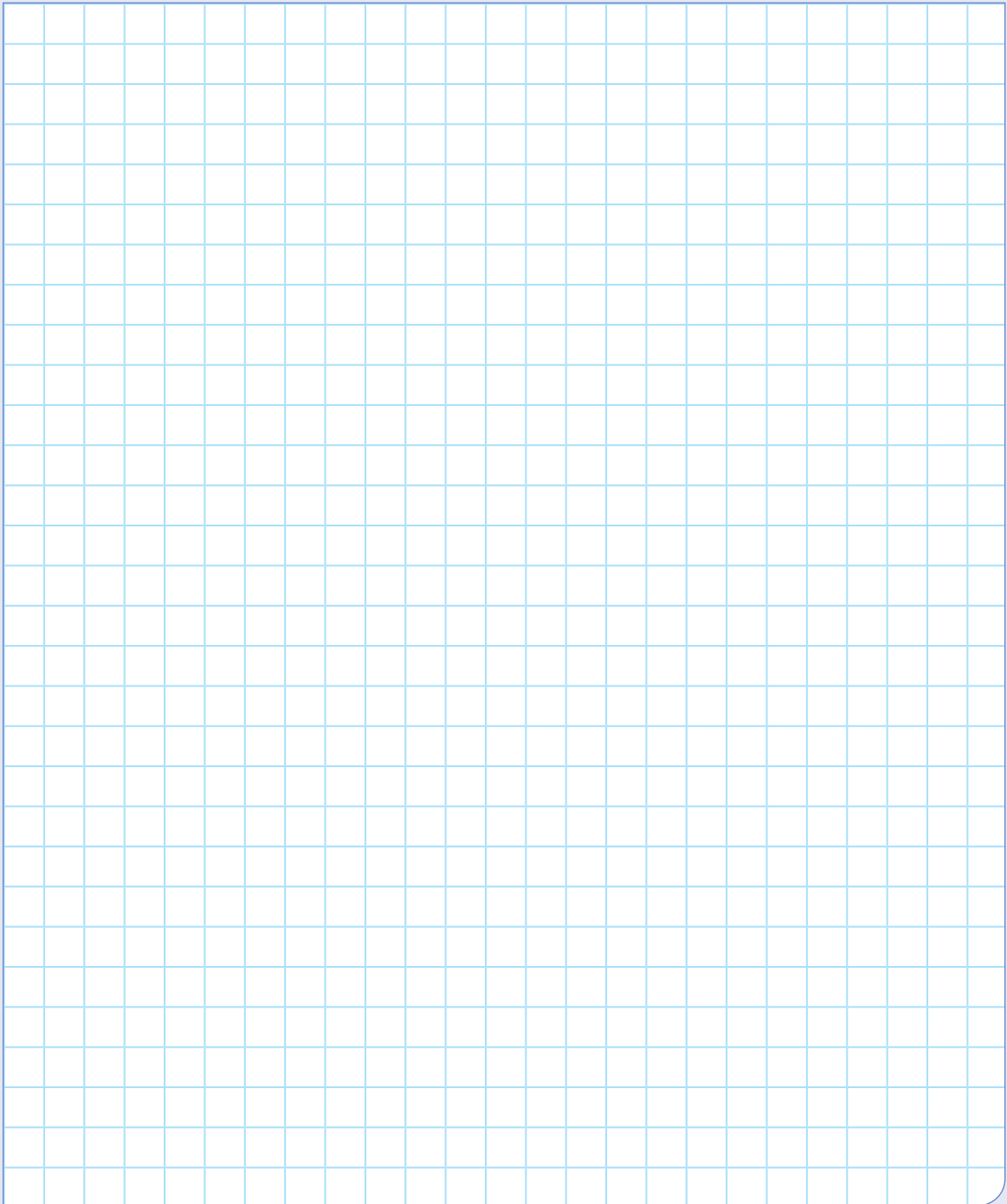


Con la información dada, responde las preguntas 8 y 9.

- 8.** ¿Cuántos centímetros cuadrados de papel reciclado se requieren para la confección de la pantalla si se considera una pestaña rectangular de 2 cm en uno de sus extremos y si sus radios miden 8,5 cm y 15,5 cm?
- a)  $50(12\pi + 1) \text{ cm}^2$       b)  $24(24\pi + 1) \text{ cm}^2$       c)  $25(23\pi + 2) \text{ cm}^2$       d)  $175\pi \text{ cm}^2$

- 9.** ¿Cuántos centímetros de alambre se requieren para el armazón del bombillo si los radios están en relación de 1 a 6?
- a)  $28\pi \text{ cm}$       b)  $88\pi \text{ cm}$       c)  $2(14\pi - 30) \text{ cm}$       d)  $4(7\pi + 15) \text{ cm}$

10. En la heladería “Sabores Naturales”, los vasos de helado tienen las siguientes medidas: 6 cm de profundidad, 8 cm de diámetro superior y 6 cm de diámetro inferior. Se da el caso de que se colocan dentro del vaso tres porciones de helado de forma esférica, cuyos diámetros miden 6 cm. Si estas porciones de helado se derriten, ¿rebasarán la capacidad del vaso? ¿Por qué?





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Representamos las características de una población, mediante el estudio de variables y el comportamiento de datos de una muestra para datos no agrupados y mediante medidas de localización (tercil, quintil y percentil). Asimismo, adaptamos y combinamos procedimientos para determinar dichas medidas.

### Confeccionando polos

El Club de Matemática de la Institución Educativa “Leoncio Prado” está integrado por 30 estudiantes. Luego de recopilar información sobre sus estaturas, se obtuvieron los resultados que figuran en las tablas. Con la finalidad de participar en una feria de exposición de materiales, deciden mandar a confeccionar polos en las tallas *extra small* (XS), *small* (S), *medium* (M), *large* (L) y *extra large* (XL) según el quintil de sus estaturas, es decir:



Tallas de polos				
Extra small (XS)	Small (S)	Medium (M)	Large (L)	Extra large (XL)
1.º quintil	2.º quintil	3.º quintil	4.º quintil	Más del 4.º quintil

Nombres	José	Marco	David	Robert	María	Rosy	Luis	Carla	Regina	Meche
Sexo	H	H	H	H	M	M	H	M	M	M
Estatura (m)	1,58	1,75	1,66	1,72	1,74	1,76	1,72	1,62	1,70	1,68

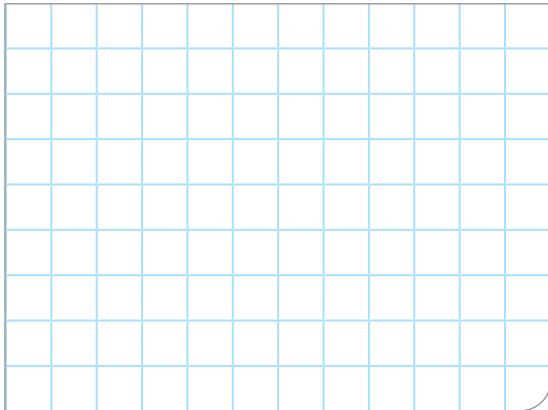
Nombres	Eloy	Julio	Karina	Marlene	César	Rosa	Mafer	Ken	Angie	Cristy
Sexo	H	H	M	M	H	M	M	H	M	M
Estatura (m)	1,75	1,80	1,60	1,80	1,82	1,58	1,75	1,85	1,68	1,78

Nombres	Pedro	Juan	Celia	Matías	Jesús	Ramiro	Noé	Ricky	Rocío	Felicia
Sexo	H	H	M	H	H	H	H	H	M	M
Estatura (m)	1,70	1,85	1,68	1,80	1,72	1,75	1,73	1,74	1,62	1,69

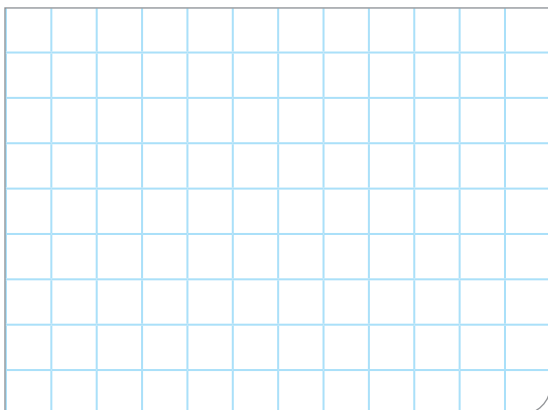
1. ¿Qué cantidad de polos mandarían a confeccionar de cada una de las tallas (XS, S, M, L, XL)?
2. ¿Cuál es el intervalo en que se encuentra cada una de las tallas?
3. Calcula el tercil uno y el tercil dos e interpreta dichos valores.

## Comprendemos el problema

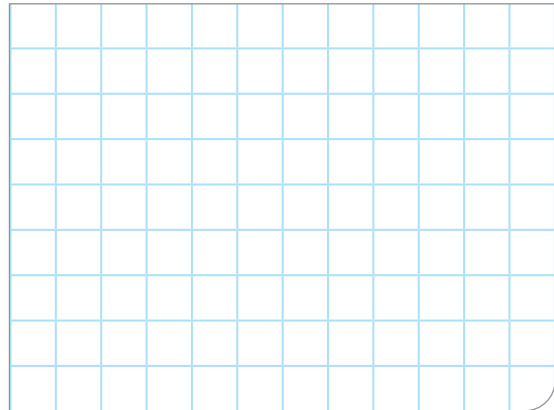
1. ¿De qué trata la situación significativa?



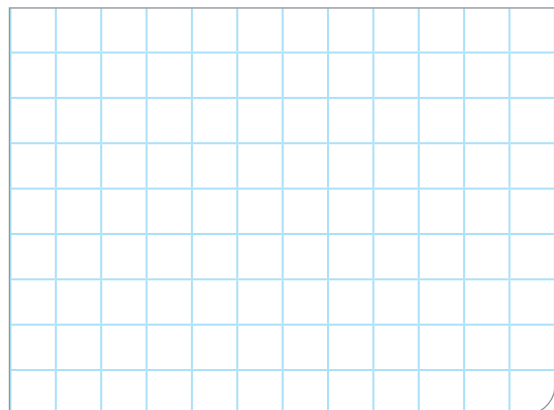
2. ¿Cuáles son los datos?



3. ¿Con qué medidas de localización se relacionan las tallas de los polos?



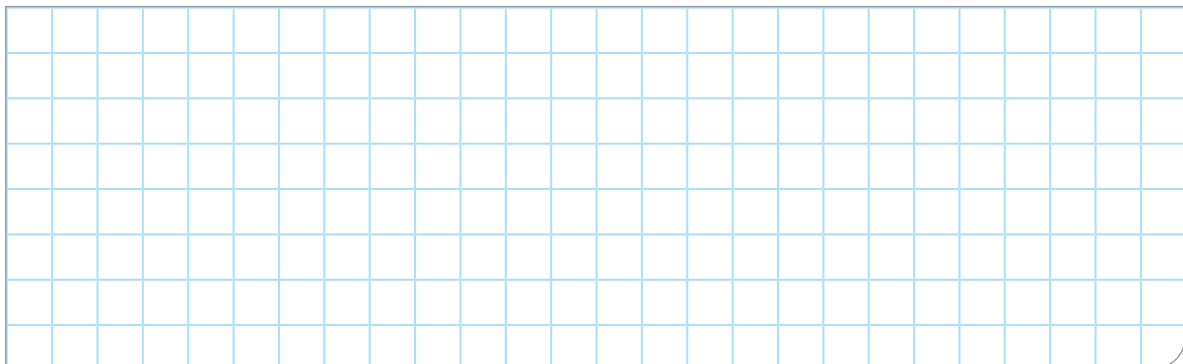
4. ¿Qué te piden calcular en las preguntas de la situación significativa?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategias te ayudarán a resolver los retos planteados en la situación significativa? Argumenta tu respuesta.

- a) Establecer submetas y plantear una ecuación.
- b) Diagrama de flujo y diagrama tabular.
- c) Diagrama tabular y usar fórmula.



## Ejecutamos la estrategia o plan

- Organiza los datos en forma ascendente empleando la primera estrategia seleccionada, luego calcula los quintiles aplicando la segunda estrategia seleccionada.

Los quintiles ( $K$ ) dividen a la muestra en 5 partes iguales, cada parte representa el 20 % de la muestra. Para calcular los quintiles en el caso de datos no agrupados, usamos la fórmula:

$$K_j = \frac{j \cdot n}{N}$$

Donde:

$j$ : posición del quintil

$n$ : número de datos

$N$ : número de partes en que se dividen todos los datos (5)

N.º	Nombres	Sexo	Estatura (m)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			

A large empty grid consisting of 20 rows and 30 columns, intended for organizing data or performing calculations related to the activity.

2. Para corroborar las medidas de posición, puedes calcular los quintiles usando la hoja de cálculo de Excel. Señala los valores en la tabla.


3. Relaciona las tallas con los quintiles y responde la primera y segunda pregunta de la situación significativa.


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿El procedimiento realizado fue el más adecuado para calcular la cantidad de polos por tallas? Justifica tu respuesta.


2. ¿Cómo interpretarías el resultado del quintil dos ( $K_2$ ) y cuál es su relación de este valor con el percentil cuarenta ( $P_{40}$ )? Explica.


4. Calcula el tercil uno y el tercil dos, luego interpreta sus valores.

Los terciles ( $T$ ) dividen a la muestra en 3 partes iguales, cada parte representa aproximadamente el 33,3 % de la muestra. Para calcular los terciles en el caso de datos no agrupados, usamos la fórmula:

$$T_j = \frac{j \cdot n}{N}$$

Donde:

$j$ : posición del tercil

$n$ : número de datos

$N$ : número de partes en que se dividen todos los datos (3)


5. Según el resultado de la pregunta 4, responde la tercera pregunta de la situación significativa.


3. Si los terciles dividen a la distribución en 3 partes iguales, ¿cuántos terciles se presentan en una distribución? Representalo gráficamente.




# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con lenguaje matemático nuestra comprensión sobre el valor de terciles, quintiles y percentiles para datos agrupados o no agrupados. Asimismo, reconocemos y corregimos errores si es que los hubiera.

## Situación significativa A

El club de danzas de una institución educativa está conformado por 15 estudiantes, quienes han decidido comprarse casacas. Plantearon como criterio para las tallas lo siguiente:

Tallas de casacas		
Small (S)	Medium (M)	Large (L)
Hasta el quintil 1	Hasta el quintil 4	Más del quintil 4

Para saber sus tallas, midieron sus estaturas y obtuvieron los datos mostrados en la tabla.

Nombres	Amalia	Margot	Luisa	Janet	Jonás	Óscar	Andrés	Esther	Pío	Estela	Julio	Raúl	Olinda	María	Manuel
Sexo	M	M	M	M	H	H	H	M	H	M	H	H	M	M	H
Estatura (m)	1,66	1,70	1,72	1,76	1,74	1,72	1,78	1,74	1,70	1,72	1,76	1,68	1,71	1,73	1,68

- Calcula el número de casacas de cada talla.
- Debajo o igual a qué estatura se encuentra el 60 % de las estaturas de los estudiantes.

## Resolución

Organizamos los datos en la tabla en orden creciente y determinamos la ubicación de los quintiles, así como el número de casacas.

Recordemos que los quintiles dividen a la muestra en 5 partes iguales y cada parte representa el 20 % de la muestra.

N.º	Estudiantes	Sexo	Talla	Quintil	N.º de casacas	Talla
1	Amalia	M	1,66		3	Small (S)
2	Raúl	H	1,68			
3	Manuel	H	1,68	Quintil 1		
4	Margot	M	1,70		9	Medium (M)
5	Pío	H	1,70			
6	Olinda	M	1,71	Quintil 2		
7	Luisa	M	1,72			
8	Óscar	H	1,72			
9	Estela	M	1,72	Quintil 3		
10	María	M	1,73			
11	Jonás	H	1,74			
12	Esther	M	1,74	Quintil 4		
13	Janet	M	1,76		3	Large (L)
14	Julio	H	1,76			
15	Andrés	H	1,78			

a. El número de casacas de cada talla es:

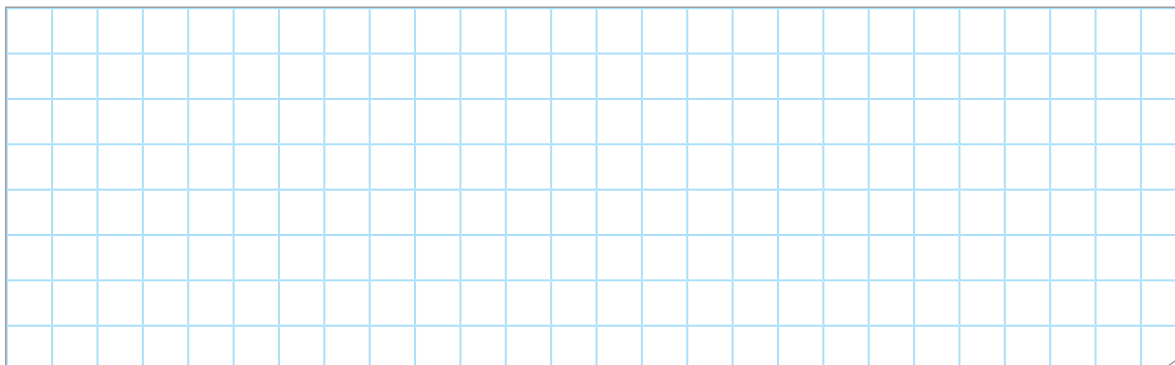
Small (S), 3 casacas.

Medium (M), 9 casacas.

Large (L), 3 casacas.

b. El 60 % de estudiantes tiene una estatura igual o por debajo de 1,72 m y el 40 %, por encima de 1,72 m.

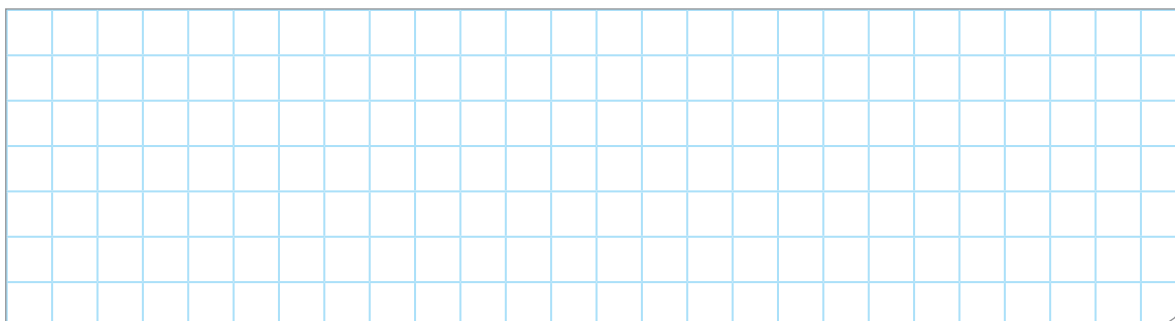
1. Describe la estrategia y el procedimiento empleados para determinar cada uno de los quintiles.



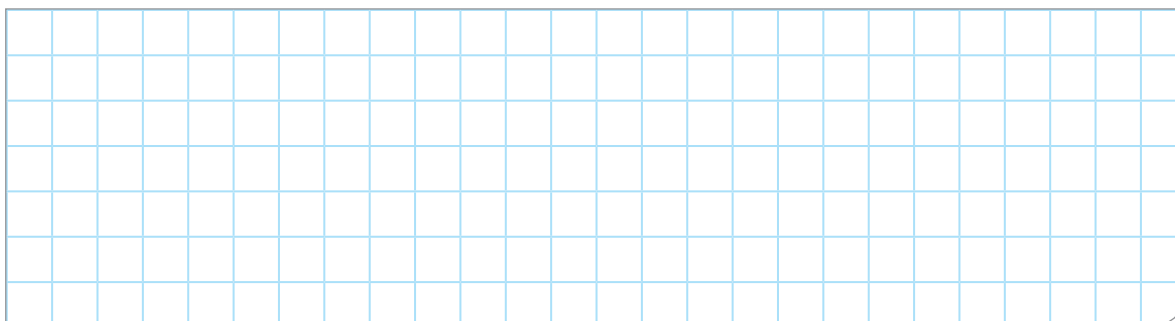
2. Si los estudiantes hubieran previsto como criterio para la talla de las casacas lo siguiente:

Tallas de casacas		
Small (S)	Medium (M)	Large (L)
Hasta el tercil 1	Hasta el tercil 2	Más del tercil 2

¿En qué lugar se ubicaría cada tercil? ¿Qué intervalo le corresponde a cada una de las tallas (S, M y L)?



3. ¿Cómo calcularías la mediana por simple inspección?





## Situación significativa B

El siguiente gráfico representa la edad de los padres de familia y apoderados que asistieron al teatro escolar presentado por los estudiantes del quinto grado.



- Debajo de qué edad se encuentra el 80 % de los padres de familia y apoderados.
- Calcula e interpreta el tercil 2 ( $T_2$ )

## Resolución

A partir del histograma, elaboramos la tabla de frecuencias:

Edad (años) [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> )	f <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>
[34; 38[	6	2
[38; 42[	4	10
[42; 46[	12	22
[46; 50[	10	32
[50; 54[	7	39
[54; 58[	6	45
[58; 62[	3	48
[62; 66]	2	50
Total	50	

- Lo que pide calcular corresponde al percentil ochenta ( $P_{80}$ ) que equivale al cuartil 4 ( $K_4$ ).

**Los cuantiles (C)** son indicadores que describen el comportamiento de una distribución ordenada de datos mediante la división de una serie de valores en partes puntualmente iguales. Dos de los cuantiles son los percentiles ( $P$ ) y los quintiles ( $K$ ).

**Los percentiles (P)** dividen a la muestra en 100 partes iguales, cada parte representa el 1 % de la muestra.

**Los quintiles (K)** dividen a la muestra en 5 partes iguales, cada parte representa el 20 % de la muestra.

El procedimiento y la fórmula que se utiliza para el cálculo de cualquier cuantil ( $C_j$ ) para datos agrupados se basan en el procedimiento y la fórmula de la mediana.

$$C_j = L_i + \left( \frac{\frac{j \cdot n}{N} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot A$$

$C_j$ : cuantil  $j$  (puede ser cuartil, decil o percentil:  $Q_2$ ;  $D_7$ ;  $P_{67}$ ; ...)

$L_i$ : límite inferior del intervalo del cuantil

$n$ : número total de datos

$N$ : número de partes en que se divide el cuantil

$F_{i-1}$ : frecuencia absoluta acumulada anterior a la del intervalo del cuantil

$f_i$ : frecuencia absoluta del intervalo del cuantil

$A$ : amplitud del intervalo

Identificamos el intervalo del cuartil cuatro ( $K_4$ ) que corresponde a la primera frecuencia absoluta acumulada ( $F_i$ ) que contenga el valor de  $\frac{j \cdot n}{N}$

$$\frac{j \cdot n}{N} = \frac{4 \cdot 50}{5} = 40$$

Observamos la columna de la frecuencia absoluta acumulada ( $F_i$ ) para identificar el intervalo donde se encuentra el cuartil cuatro ( $K_4$ ). (Ver la fila pintada de anaranjado). El intervalo será: **[54; 58]**

Calculamos el quintil cuatro ( $K_4$ ), reemplazando los valores correspondientes en la fórmula:

$$C = L_i + \left( \frac{\frac{j \cdot n}{N} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot A$$

$$K = 54 + \left( \frac{\frac{4 \cdot 50}{5} - 39}{6} \right) \cdot 4 = 54 + 0,66... \approx 54,7$$

Por lo tanto, las edades del 80 % de los padres de familia y apoderados se encuentran debajo de 54,7 años.

**b.** Calculamos el tercil dos ( $T_2$ )

Identificamos el intervalo del tercil dos ( $T_2$ ) que corresponde a la primera frecuencia absoluta acumulada ( $F_j$ ) que contenga el valor de  $\frac{j \cdot n}{N}$

$$\frac{j \cdot n}{N} = \frac{2 \cdot 50}{3} = 33,333... \approx 33,3$$

Observamos la columna de la frecuencia absoluta acumulada ( $F_j$ ) para identificar el intervalo donde se encuentra el tercil dos ( $T_2$ ). (Ver la fila pintada de verde). El intervalo será: **50; 54**

Calculamos el tercil dos ( $T_2$ ), reemplazando los valores correspondientes en la fórmula:

$$C = L_i + \left( \frac{\frac{j \cdot n}{N} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot A$$

$$T_2 = 50 + \left( \frac{\frac{2 \cdot 50}{3} - 32}{7} \right) \cdot 4 = 50 + 0,76... \approx 50,76$$

**Interpretación:**

El tercil dos ( $T_2$ ) indica que, aproximadamente, el 66,6% de los padres de familia y apoderados tienen de 34 a 50,76 años o el 33,3 % de los padres de familia y apoderados tienen de 50,76 a 66 años.

1. Describe el procedimiento realizado para determinar la edad por debajo de la cual se encuentra el 80 % de los padres de familia y apoderados y el tercil dos ( $T_2$ ).

2. ¿El  $K_2$  es igual al  $P_{40}$ ? Justifica tu respuesta.

3. ¿Qué son los deciles, en cuántas partes dividen a la distribución de datos y qué representa cada parte?

### Situación significativa C

En una encuesta realizada a un grupo de estudiantes de la promoción sobre el número de veces que acudieron al cine el año pasado, se logró recoger la siguiente información:

Miguel	Toño	Carlos	Pilar	Ángela	Lucero	María	Tomás	Tania	Luis
10	9	13	15	14	10	15	12	18	16
César	Julio	Milagros	Paola	Cielo	Lorena	Isaías	José	Eva	Juan
18	11	14	13	10	12	17	12	17	15

¿En qué intervalo se encuentra comprendido el 20 % de estudiantes que posee la mayor cantidad de asistencias al cine?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Ordenamos y organizamos los datos en una tabla de frecuencias:

Número de veces que acudieron al cine	$f_i$
9	1
10	3
11	1
12	3
13	2
14	2
15	3
16	1
17	2
18	2
Total	20

Reconocemos que el 20 % de estudiantes equivale a la quinta parte de la distribución, por lo que corresponde al quintil uno ( $K_1$ ).

Ubicamos el quintil uno ( $K_1$ ):  $= K_1 = \frac{1(20)}{5} = 4$

#### Respuesta:

El 20 % de estudiantes que más acudieron al cine el año pasado se encuentra comprendido en el intervalo [9; 10].

1. Verifica si es correcta la respuesta dada a lo solicitado en la situación significativa. De no ser correcta, identifica dónde está el error.

2. ¿A qué quintil corresponde el 20 % de estudiantes que posee la mayor cantidad de veces que acudió al cine? Explica por qué.

3. Calcula el valor de dicho quintil y responde la pregunta de la situación significativa.



## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Representamos las características de una población, mediante el estudio de variables y el comportamiento de datos de una muestra y mediante medidas de localización; además, adaptamos y combinamos procedimientos para determinar dichas medidas. Asimismo, expresamos con lenguaje matemático nuestra comprensión sobre el valor de terciles, quintiles y percentiles para datos agrupados o no agrupados. Reconocemos y corregimos errores si es que los hubiera.

Se hace una encuesta para determinar la problemática de la venta ambulatoria en un distrito. Dio como resultado los datos que se muestran en las tablas. Se aprecian las edades y el sexo (F: Femenino y M: Masculino) de los vendedores ambulantes.

Posición	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Sexo	F	F	F	M	F	F	F	M	M	M	F	F	F	M	M	F	F	M	F	M
Edad	22	22	24	26	26	28	29	30	30	30	30	31	31	32	33	33	33	35	35	35

Posición	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Sexo	M	F	F	F	F	F	M	M	F	F	M	M	F	M	M	M	M	M	F	M
Edad	35	36	36	36	37	37	38	38	38	39	40	40	41	41	45	48	49	50	50	55

Luego de identificar los datos, se procede a determinar las principales medidas de posición en la siguiente tabla:

Resumen de medidas	
Medidas de localización	Edad
Mínimo	22
Decil 1	26
Quintil 1	30
Decil 2	30
Cuartil 1	30
Quintil 2	33
Decil 4	33
Decil 5, cuartil 2 y mediana	35
Decil 3	31
Quintil 3	36
Decil 6	36
Decil 7	38
Cuartil 3	39
Quintil 4	40
Decil 8	40
Decil 9	48
Máximo	55



Con la información dada, responde las preguntas 1; 2; 3 y 4.

- El alcalde del distrito ha propuesto reubicar en un mercado a la mitad de dichos vendedores ambulantes, sobre todo, a los mayores. De acuerdo con esta disposición, ¿cuál de las siguientes medidas de posición permitirá determinar la edad según la cual los trabajadores serán reubicados? ¿Por qué?

- a) Cuartil 3
- b) Quintil 2
- c) Decil 6
- d) Mediana


- Considerando las edades mostradas en la tabla de resumen, ¿cómo se explica que el decil 2 y el cuartil 1 tengan el mismo valor?

- a) Son medidas equivalentes.
- b) Hay un error en el cálculo.
- c) Las edades de ese valor se repiten varias veces.
- d) Ambas medidas se calculan de la misma manera.


- Considerando que ya se tienen hallados los quintiles para las edades de los vendedores en la tabla de resumen, ¿cuál de las siguientes decisiones se puede tomar sobre dichos vendedores considerando esta medida de localización?

- a) Dar un plazo de 60 días para dejar la calle al 50 % de vendedores más jóvenes.
- b) Hacer un préstamo al 20 % de vendedores más jóvenes para que construyan un local.
- c) Capacitar a los  $2/3$  de vendedores con mayor edad.
- d) Asignar un local para ventas al 75 % de los vendedores de mayor edad.


- Otra propuesta ha sido reubicar solo a las vendedoras mujeres cuya edad supera al valor del quintil 3. De ser así, ¿cuántas vendedoras serían reubicadas?


5. En un club privado conformado por 500 socios, se desea conocer quiénes están dentro del 20 % de socios con mayor edad. ¿Cuál de las siguientes es la medida de posición que permitirá determinar la edad mínima de este grupo de socios con mayor edad? Argumenta tu respuesta.

- a) Mediana
- b) Cuartil
- c) Quintil
- d) a y b

6. ¿Cuántos percentiles se pueden hallar para un conjunto de un millón de datos? Justifica tu respuesta.

- a) 9
- b) 99
- c) 1000
- d) 99 000

7. En la hoja de cálculo de Excel, hay una versión en la que no se pueden calcular directamente los deciles ni los quintiles. ¿Cómo harías para hallar el decil 7 y el quintil 4?

Se ha realizado una prueba para determinar el nivel de habilidades sociales en los estudiantes de quinto de secundaria. En las tablas, se presentan los resultados hallados por cada estudiante en dicha prueba. Se sabe que la escala de puntajes va de cero (0) a cien (100) puntos.

Código	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Sexo	M	H	M	H	M	M	M	M	M	M	M	H	H	H	M	H	H	M	H	H
Escala de habilidades sociales	61	66	63	54	88	39	71	43	78	70	50	52	67	66	59	47	80	73	26	58

Código	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Sexo	H	H	M	H	H	H	H	M	H	M	M	H	H	H	H	M	M	M	M	H
Escala de habilidades sociales	78	39	42	82	54	56	68	80	54	51	52	73	69	81	58	56	55	74	59	56

Resumen de medidas	
Medidas de localización	Valor
Mínimo	26
Quintil 1	51
Decil 2	51
Cuartil 1	52
Quintil 2	56
Decil 4	56
Decil 5, cuartil 2 y mediana	59
Decil 6	66
Quintil 3	66
Cuartil 3	71
Decil 8	73
Quintil 4	73
Máximo	88

Con la información dada, responde las preguntas 8 y 9.

8. A partir de los resultados mostrados en las tablas, el director del colegio ha determinado que aquellos estudiantes cuyos puntajes pertenecen a los quintiles 1 y 2 recibirán un taller para la mejora de las habilidades sociales. Se desea saber cuántos estudiantes recibirán este taller.

- a) 8                                      b) 16                                      c) 20                                      d) 32


9. Los estudiantes que obtuvieron resultados a partir del quintil 3 participarán en un “Ciclo de charlas sobre habilidades sociales”, que será dividido según el sexo. Se desea conocer cuántas mujeres y cuántos hombres, respectivamente, participarán en este ciclo de charlas.

- a) 11 mujeres y 5 hombres
- b) 9 mujeres y 7 hombres
- c) 10 mujeres y 6 hombres
- d) 7 mujeres y 9 hombres

10. El gráfico representa los puntajes obtenidos por 200 estudiantes universitarios en una prueba de rendimiento en el curso de Estadística.



- a. Si el docente del curso propone una reevaluación al 20 % de los estudiantes que obtuvieron puntajes inferiores, determinar el número de estudiantes y los puntajes que obtuvieron.
- b. Determinar el número de estudiantes que se encuentran en el tercio superior y los puntajes que obtuvieron.



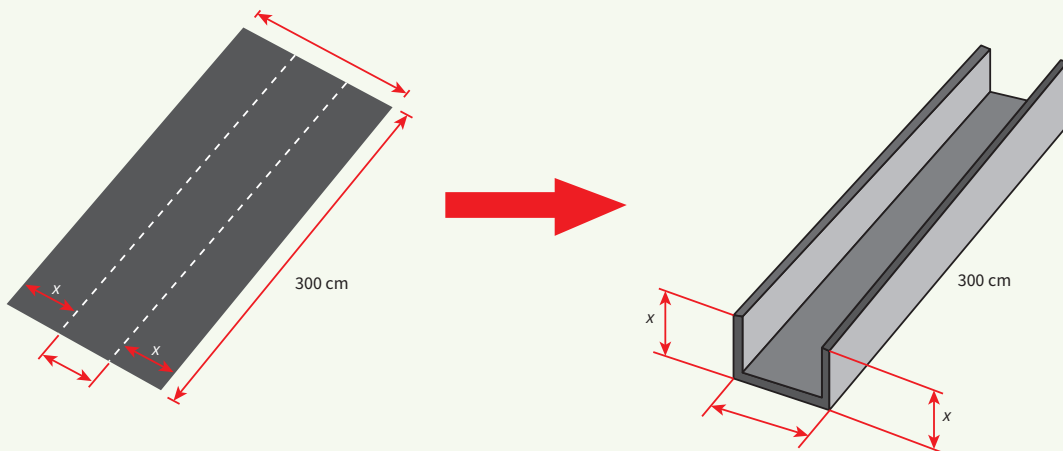


## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y valores desconocidos, y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas; además, combinamos y adaptamos procedimientos diversos para calcular los valores que definen una función cuadrática.

### Construyendo canaletas

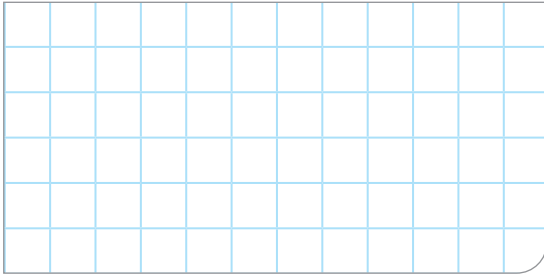
Martín Fernández necesita construir canaletas para el techo de su casa por las inminentes lluvias que el Senamhi (Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología del Perú) ha pronosticado. Para ello, cuenta con planchas de 300 cm de largo por 16 cm de ancho con recubrimiento de zinc, que las hace resistentes a la acción corrosiva del medioambiente. Para concretar su proyecto, basta con doblar hacia arriba algunos centímetros a cada lado, como se muestra en la figura.



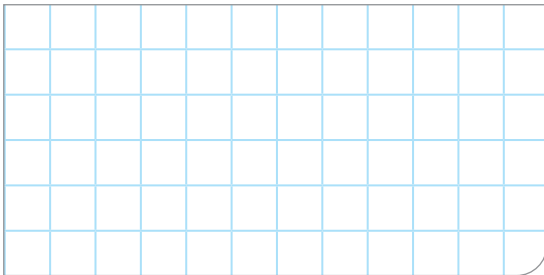
1. ¿Qué valores pueden tomar las pestañas que se van a doblar hacia arriba para obtener la canaleta del diseño que muestra la figura?
2. ¿Cuál es la función que modela la capacidad que va a tener la canaleta elaborada?
3. ¿Qué tipo de función es y qué forma tiene su gráfica?
4. ¿Cuántos centímetros deben doblarse para que la canaleta tenga el mayor volumen?

## Comprendemos el problema

1. ¿Cuáles son las dimensiones de la plancha?



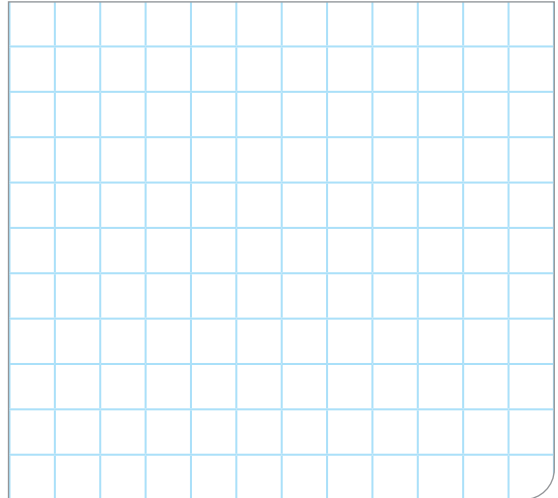
2. ¿Qué forma geométrica tiene la figura cuando se doblan los extremos de la canaleta?



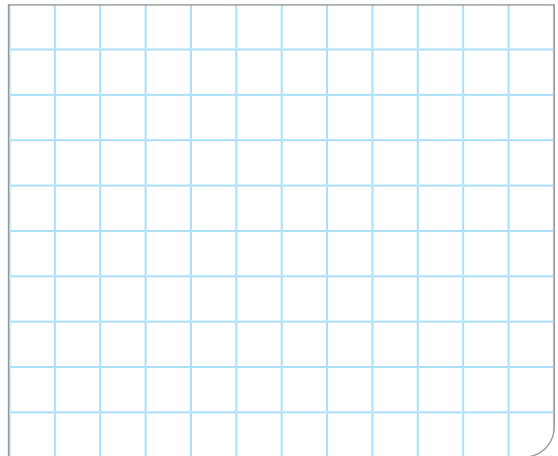
3. Según la figura mostrada, ¿cuáles serían las dimensiones de la canaleta?



4. ¿Cuál es la expresión algebraica (fórmula) que representa el volumen de la canaleta?

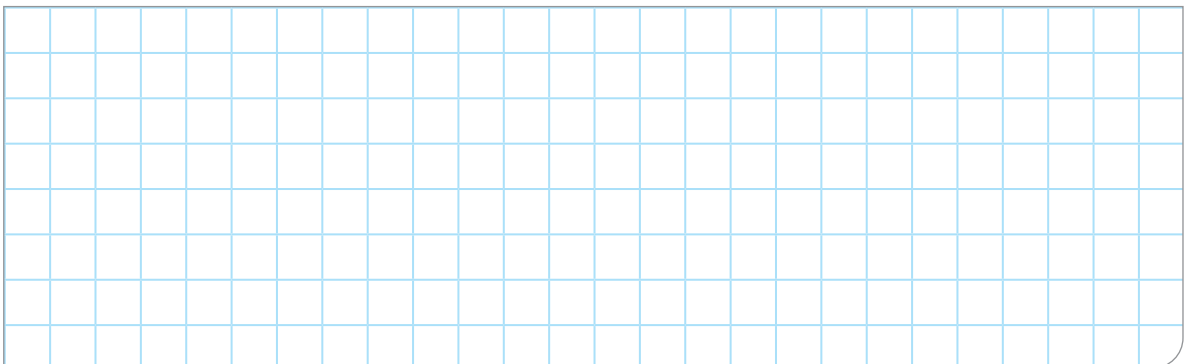


5. ¿Qué piden hallar las preguntas de la situación significativa?



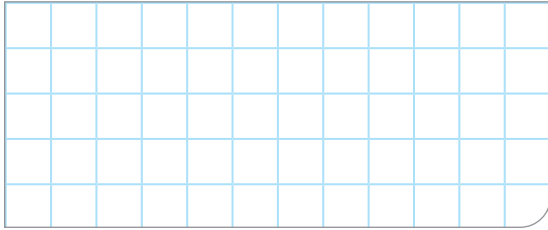
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. El valor de la medida de una longitud siempre es positivo, es decir, mayor que cero. Según esta afirmación, determina qué valores tomará la variable  $x$  en la base de la canaleta.



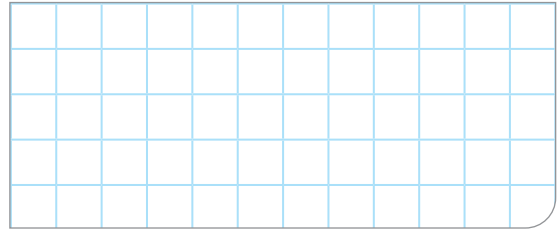
2. Según los resultados obtenidos en la actividad anterior, responde la primera pregunta de la situación significativa.



3. Si  $x$ ,  $16 - 2x$  y  $300$  representan las dimensiones de la canaleta, ¿cuál es la función  $f(x)$  que modela el volumen de dicha canaleta? Responde la segunda pregunta de la situación significativa.



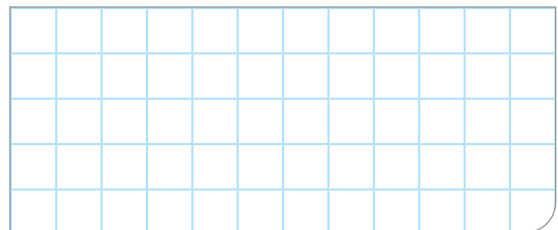
4. ¿Qué tipo de función es  $f(x)$  y qué forma tendría su gráfica? Responde la tercera pregunta de la situación significativa.



5. En una función de segundo grado de la forma:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , donde  $a \neq 0$ , para que  $f(x)$  tenga un valor máximo, se determinan las coordenadas de sus vértices, en este caso  $x = \frac{-b}{2a}$ .  
Calcula el valor de  $x$  para que  $f(x) = x(16 - 2x)300$  tenga el máximo volumen.



6. Según el resultado de la actividad anterior, responde la cuarta pregunta de la situación significativa.

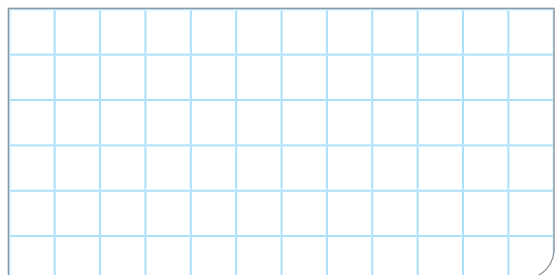


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿El procedimiento empleado ayudó para responder las preguntas de la situación significativa? ¿Por qué?



2. Describe otro procedimiento para encontrar el valor de " $x$ ", de modo que el volumen de la canaleta sea el máximo.





# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones tabulares y con lenguaje algebraico nuestra comprensión sobre los valores máximos de una función cuadrática. Asimismo, justificamos o comprobamos la validez de una afirmación opuesta a otra mediante conocimientos geométricos.

## Situación significativa A

Un experto en anfibios realizó observaciones del salto de una rana y la registró en una tabla. Luego de analizar los resultados, se dio cuenta de que la altura que alcanzaba la rana en cada instante del salto podía modelarse como una función cuadrática. En la tabla adjunta, se muestra la altura que alcanza la rana en un mismo salto, en cinco instantes diferentes.

$t$ (s)	0	0,5	1	1,5	2
$h$ (m)	0	0,75	1	0,75	0

- Escribe una función cuadrática para modelar la situación que planteó el experto en anfibios.
- Determina algebraicamente la mayor altura que alcanza la rana y el tiempo que emplea en llegar ahí.
- ¿Cuánto demora la rana en volver a tocar el suelo? ¿De qué modo algebraico lo podrías determinar?

## Resolución

- La función cuadrática tendrá la forma  $h = h(t) = at^2 + bt + c$ , donde  $h$  es la altura y  $t$  es el tiempo. Con los datos de la tabla:

$$0 = a(0)^2 + b(0) + c, \text{ entonces } c = 0$$

$$\text{Similarmente: } 1 = a(1)^2 + b(1) + c, \text{ queda } 1 = a + b... (1)$$

$$0 = a(2)^2 + b(2) + c, \text{ queda } 0 = 4a + 2b \rightarrow 0 = 2a + b... (2)$$

Resolviendo el sistema, obtenemos:  $b = 2$  y  $a = -1$

$$\text{La función es: } h(t) = -t^2 + 2t$$

- Como  $a < 0$ , la parábola se abre hacia abajo y la altura  $h$  tiene su máximo valor en el vértice:  $b = 2$  y  $a = -1$ .

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2(-1)} = 1$$

Reemplazamos  $h = 1$  en la función para hallar  $t$ .

$$1 = -t^2 + 2t, \text{ entonces } t^2 - 2t + 1 = 0. \text{ Resolviendo, tenemos que } t = 1$$

- Para encontrar el tiempo que demora en volver a tocar el suelo, se considera que, en ese momento, la altura es cero.

$$0 = -t^2 + 2t, \text{ entonces } 0 = t(-t + 2). \text{ Resolviendo:}$$

$t = 0$ ;  $t = 2$ . Tomamos el valor 2 porque el tiempo cero corresponde al punto de inicio del salto. A los 2 segundos, la rana llega al suelo nuevamente.

- Describe el procedimiento usado para determinar la expresión algebraica de una función cuadrática.

- ¿Qué estrategias se han utilizado en las tres situaciones planteadas?

### Situación significativa B

El contador de una empresa de comida rápida, especializada en la venta de pizzas, concluyó que los beneficios anuales para la empresa dependen del número de repartidores con los que cuenta; además, que estos beneficios se determinan según el siguiente modelo matemático  $B(x) = -27x^2 + 1890x + 9831$ , donde  $B(x)$  es el beneficio en soles anuales para  $x$  repartidores.

- ¿Cuántos repartidores ha de tener la empresa para que sus beneficios anuales sean máximos?
- ¿Cuál será el valor de dichos beneficios máximos?

### Resolución

Observamos la función cuadrática y vemos que  $a < 0$ ; entonces, la parábola se abre hacia abajo, y tendrá un valor máximo cuando se determinen las coordenadas del vértice.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1890}{2(-27)} = \frac{1890}{54} = 35$$

Luego, reemplazando  $x = 35$  en la función  $B(x)$ :

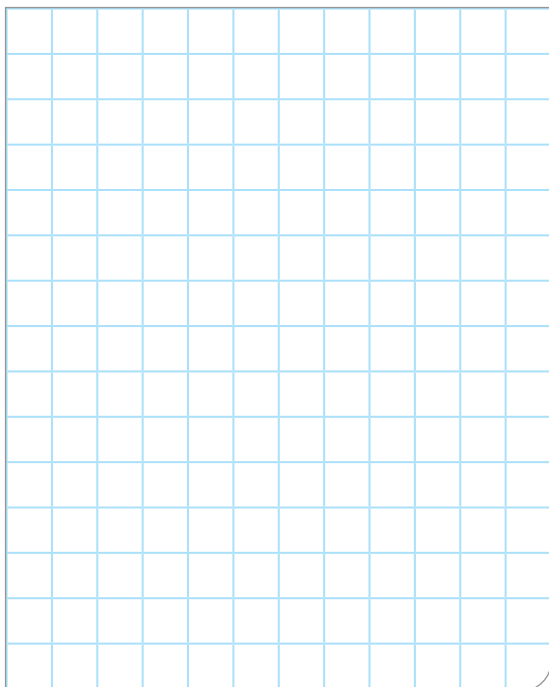
$$y = B(35) = -27(35)^2 + 1890(35) + 9831$$

$$y = -33\,075 + 66\,150 + 9831 = 42\,906$$

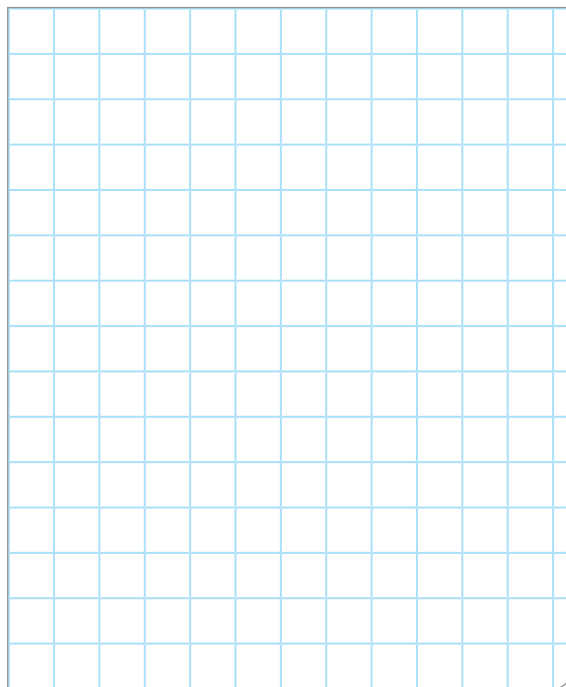
### Respuestas:

- Ha de tener 35 repartidores.
- El máximo beneficio será de S/42 906 anuales.

1. ¿Por qué es importante saber que  $a$  es mayor o menor que cero?



2. ¿Qué significan las coordenadas del vértice de la parábola?



### Situación significativa C

Para motivar a Pablo, que gusta del fútbol, su docente le plantea el siguiente problema:

Un jugador se encuentra a 8 m del arco. El arquero, que es capaz de saltar hasta los 2,5 m de altura, está adelantado 4 m del arco. Para realizar el lanzamiento, el jugador puede escoger entre dos trayectorias:

I.  $y = 0,4x - 0,05x^2$

II.  $y = 1,6x - 0,2x^2$

¿Cuál de los dos modelos presentados será el más adecuado para meter gol? ¿Por qué?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Ambas funciones tienen como gráfica una parábola que se abre hacia abajo. Entonces, hallando las coordenadas de los vértices, determinaremos la altura máxima que alcanza cada modelo de trayectoria.

- Para  $y = 0,4x - 0,05x^2$ ;  $a = -0,05$  y  $b = 0,4$  la fórmula que aplicaremos es:

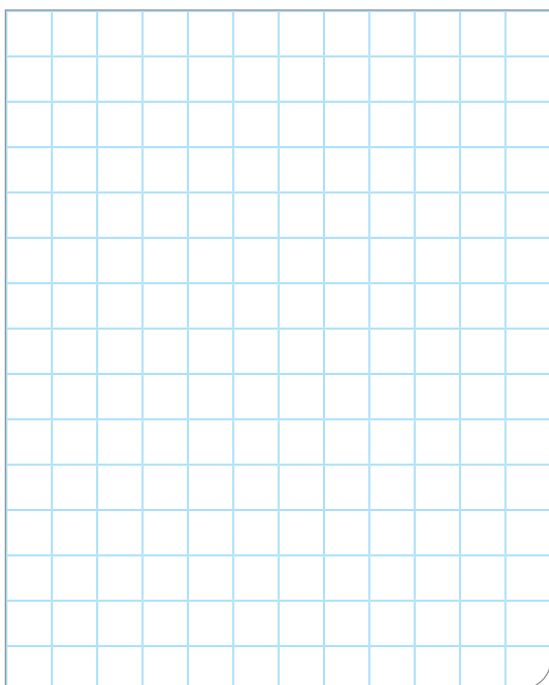
$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{0,4}{2(-0,05)} = \frac{0,4}{0,1} = 4$$

- Para  $y = 1,6x - 0,2x^2$ ;  $a = -0,2$  y  $b = 1,6$  la fórmula que aplicaremos es:

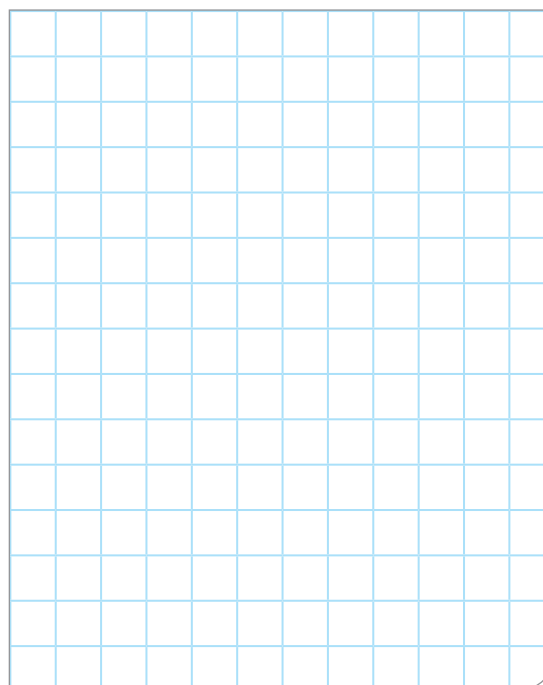
$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1,6}{2(-0,2)} = \frac{1,6}{0,4} = 4$$

**Respuesta:** Da lo mismo aplicar cualquiera porque se obtiene el mismo resultado.

1. ¿Qué significan la abscisa y la ordenada en el vértice de la parábola?



2. Si el procedimiento es correcto, busca otra forma de solución. Si no lo es, corrígelo.





## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y valores desconocidos, y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas. Además, combinamos y adaptamos procedimientos diversos para calcular los valores que definen una función cuadrática. Así también, expresamos con diversas representaciones tabulares y con lenguaje algebraico nuestra comprensión sobre los valores máximos de una función cuadrática; asimismo, justificamos o comprobamos la validez de una afirmación opuesta a otra mediante conocimientos geométricos.

1. Escribe verdadero (V) o falso (F) en el paréntesis, según corresponda, a las siguientes proposiciones:

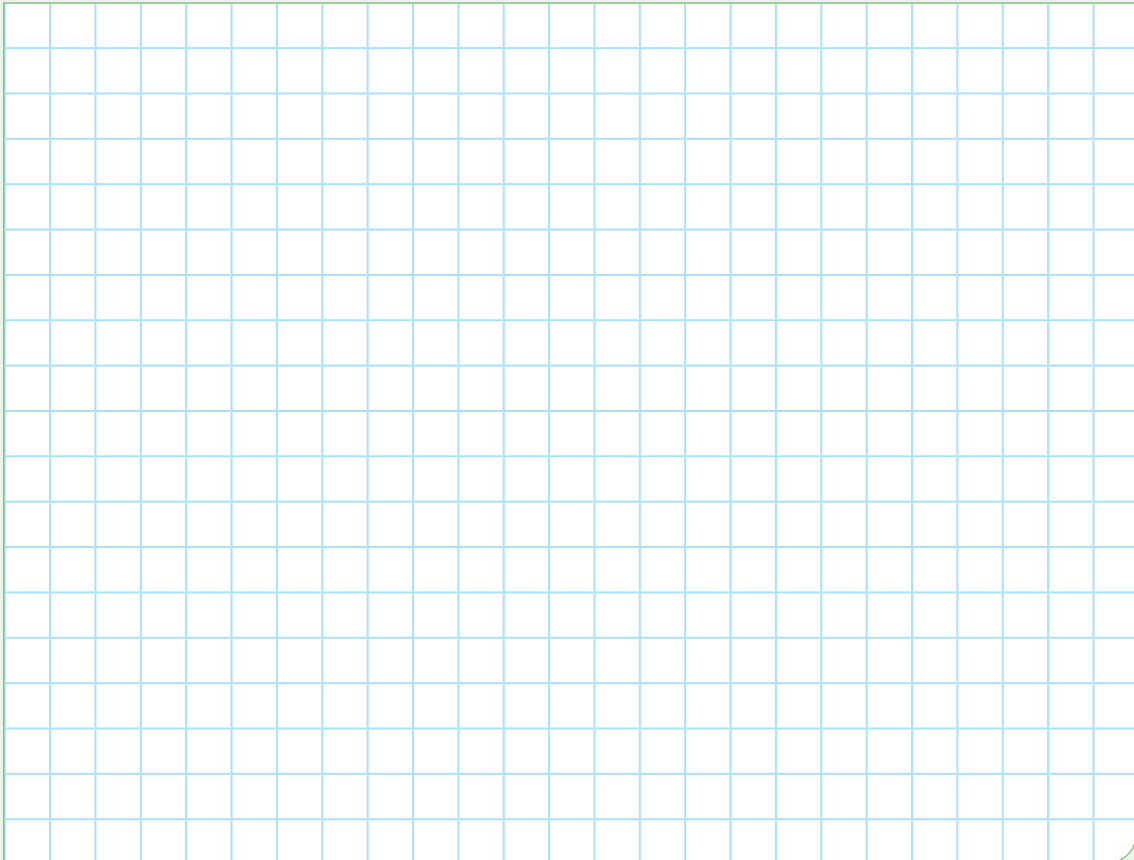
- I. La gráfica de una función cuadrática es una parábola que se abre hacia arriba si el coeficiente del término cuadrático es mayor que cero y se abre hacia abajo si es menor que cero. ( )
- II. La función cuadrática está bien definida cuando su representación simbólica es de la forma:  
 $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( )
- III. En la función cuadrática de la forma  $f(x) = -x^2$ , su vértice se encuentra en el origen de las coordenadas y la parábola se abre hacia abajo. ( )

a) VVV

b) FVF

c) VFV

d) FFF

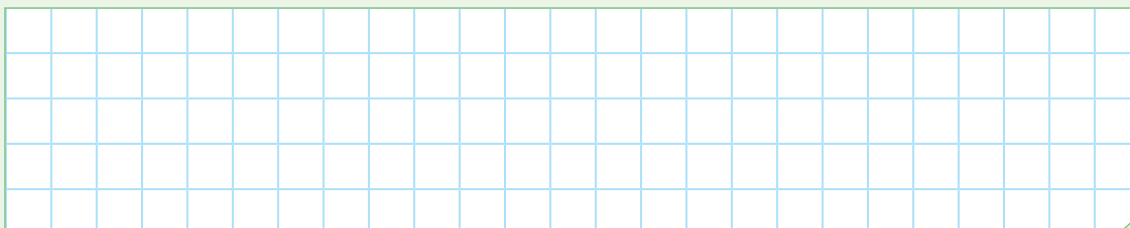


Un delfín salta con trayectoria parabólica dada por la función cuadrática  $f(t) = -t^2 + 6t$ , siendo  $0 \leq t \leq 6$ , donde  $t$  es el tiempo en segundos y  $f(t)$  es la altura en metros que alcanza el delfín en determinado instante.

Con la información dada, responde las preguntas 2 y 3.

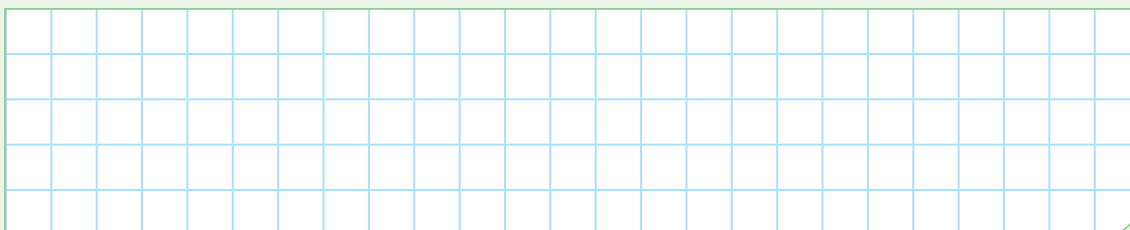
2. Calcula la altura máxima que alcanza el delfín y en qué instante.

- a) La altura máxima fue 3 m a los 9 s.
- b) La altura máxima fue 9 m a los 3 s.
- c) La altura máxima fue 27 m a los 3 s.
- d) La altura máxima fue 12 m a los 3 s.



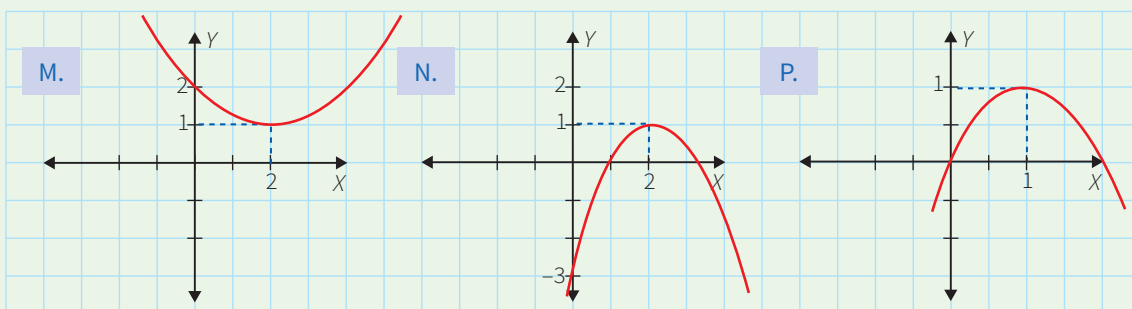
3. Averigua cuánto tiempo demora en caer el delfín desde que alcanza la altura máxima.

- a) 6 s
- b) 9 s
- c) 3 s
- d) 12 s



4. Relaciona cada función representada simbólicamente con su respectiva gráfica, teniendo en cuenta el vértice de la parábola. Justifica tu respuesta.

- a)  $f(x) = -x^2 + 4x - 3$
- b)  $f(x) = 2x - x^2$
- c)  $f(x) = 0,25x^2 - x + 2$



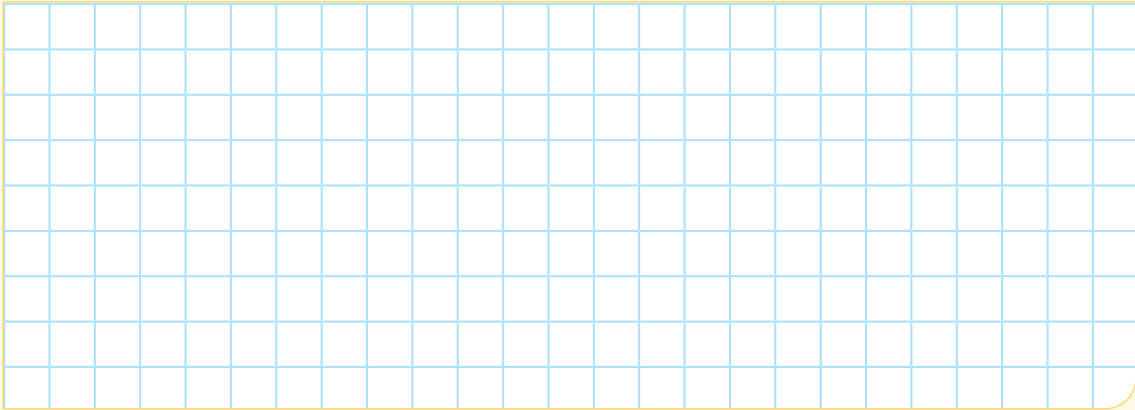


En un partido de fútbol, un jugador patea un tiro libre de modo que la trayectoria de la pelota forma la parábola correspondiente a la función  $y = -0,05x^2 + 0,7x$ , donde  $y$  es la altura en metros que alcanza la pelota; mientras que  $x$  representa la distancia horizontal que hay desde el punto en el que fue lanzada la pelota.

Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota y a cuántos metros del punto de lanzamiento?

- a) La altura máxima es 2,45 m y a una distancia de 7 m del punto de lanzamiento.
- b) La altura máxima es 7,35 m y a una distancia de 7 m del punto de lanzamiento.
- c) La altura máxima es 4,2 m y a una distancia de 7 m del punto de lanzamiento.
- d) La altura máxima es 5,6 m y a una distancia de 7 m del punto de lanzamiento.



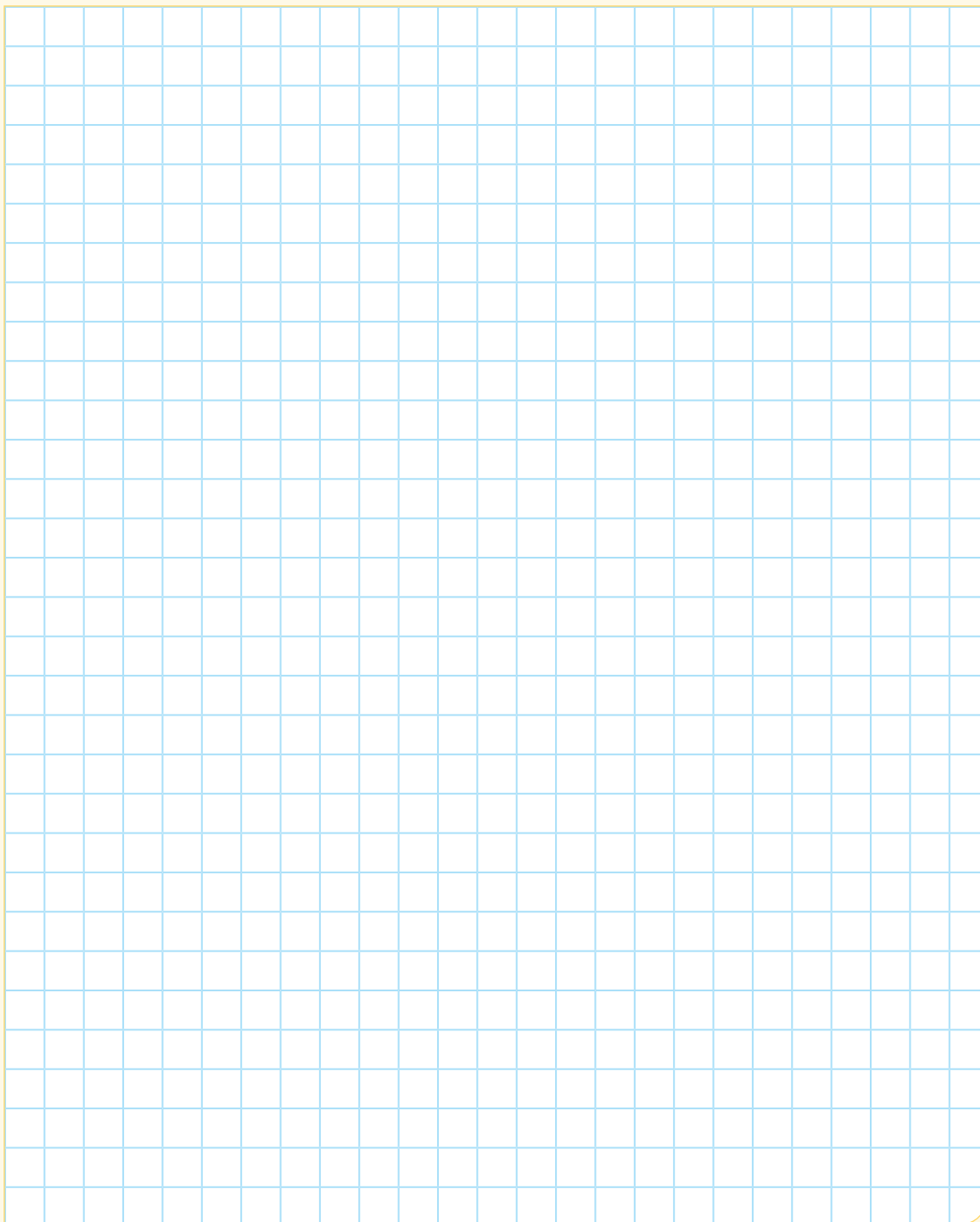
6. Si la barrera que forman los jugadores del equipo contrario está a 9,15 m del punto en que se lanzará la pelota y si los jugadores al saltar pueden alcanzar una altura de 2,3 m, ¿pasa el balón por encima de la barrera? ¿Por qué?

- a) Sí pasa el balón por encima de la barrera, porque la supera en 8,3 m.
- b) Sí pasa el balón por encima de la barrera, porque la supera en 0,08 m.
- c) No pasa el balón por encima de la barrera, porque el salto de los jugadores supera en 0,08 m la altura que alcanza la pelota.
- d) No pasa el balón por encima de la barrera, porque el salto de los jugadores supera en 0,8 m la altura que alcanza la pelota.



7. Una empresa de televisión por cable HD de un año de funcionamiento, actualmente, cuenta con 8000 clientes, a quienes cobra 50 soles mensuales. Un funcionario de la compañía manifestó su interés por incrementar el número de usuarios, para lo cual en una reunión de directorio planteó que, si se redujera en 5 soles el cobro mensual, tendrían 1000 clientes nuevos.

Determina un modelo matemático para calcular el número de clientes que tendrá la empresa si dicho modelo es una función cuadrática sin término independiente.



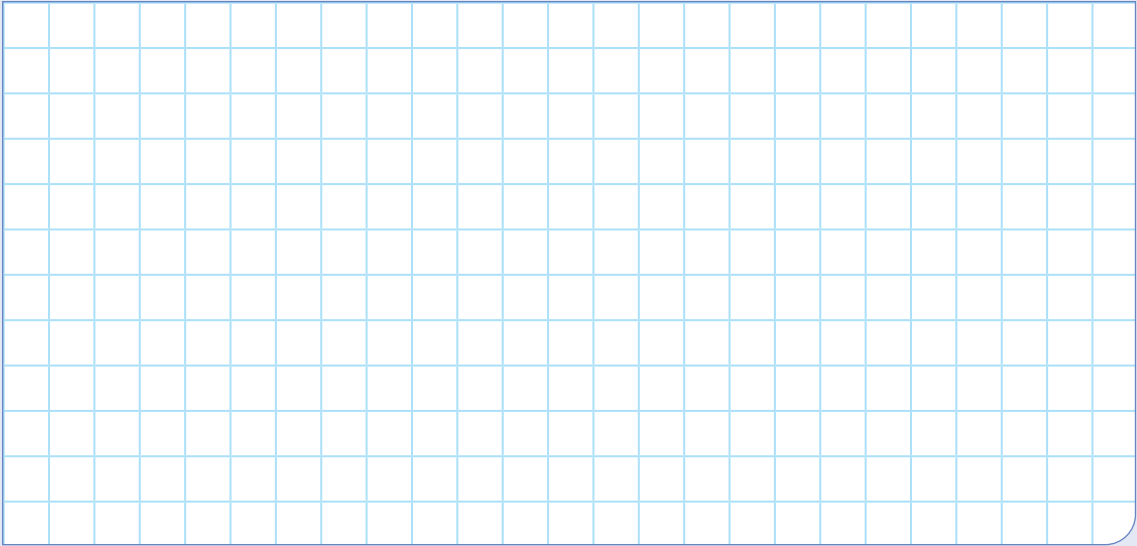
8. Para economizar malla metálica, Julia García construye un corral rectangular utilizando uno de sus muros. Ella emplea 18 m de malla metálica para cercar el corral. ¿Cuántos metros cuadrados tiene el corral si Julia logró el área máxima?

a)  $20,12 \text{ m}^2$

c)  $20,25 \text{ m}^2$

b)  $20,05 \text{ m}^2$

d)  $40,5 \text{ m}^2$



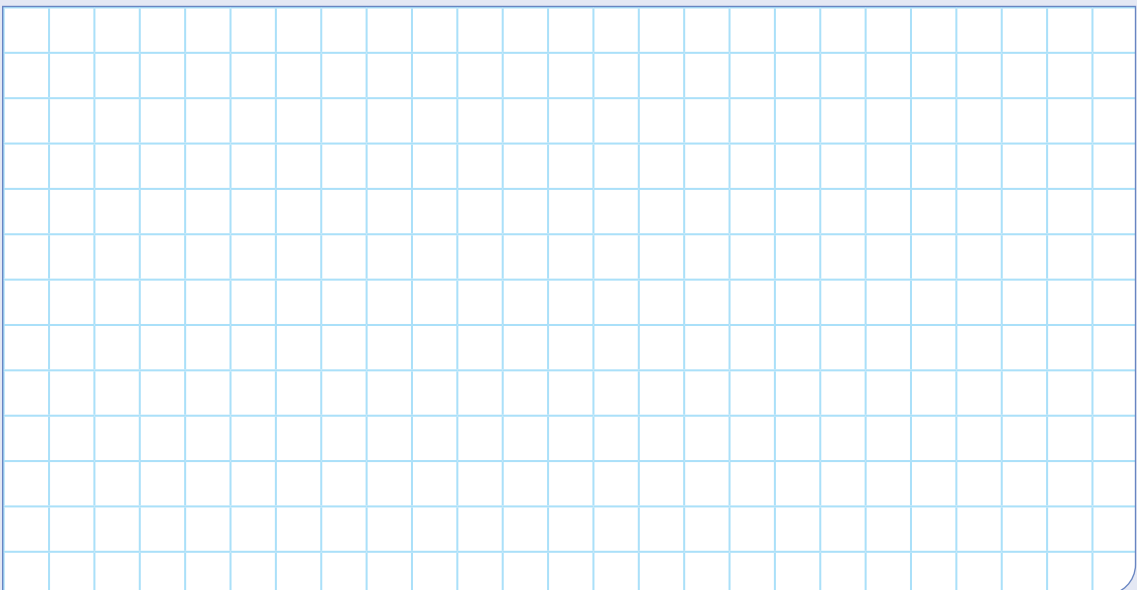
9. Al proyectarse una imagen sobre una pantalla, su tamaño dependerá de la distancia del proyector con respecto a ella. Así, cuando el proyector está a 0,5 m de la pantalla, la imagen proyectada de forma cuadrada tiene un área de  $0,0625 \text{ m}^2$ ; cuando se encuentra a 1 m, el área es de  $0,25 \text{ m}^2$ ; cuando se halla a 1,5 m, el área es de  $0,5625 \text{ m}^2$ , y así sucesivamente. Determina un modelo matemático para hallar el área de la imagen proyectada ( $y$ ) en función de la distancia entre el proyector y la pantalla ( $x$ ), siendo este modelo una función cuadrática.

a)  $y = 0,25x^2$

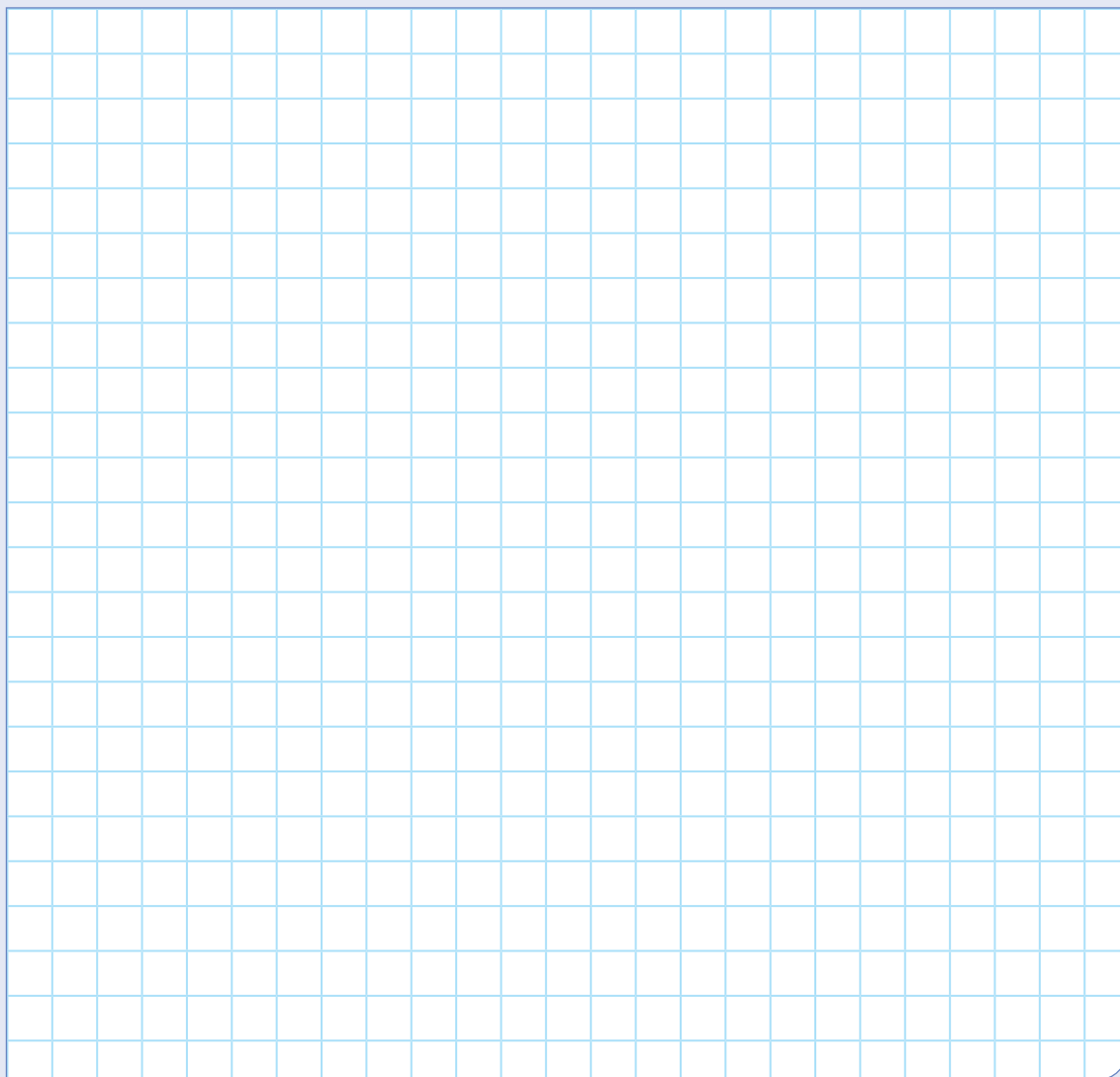
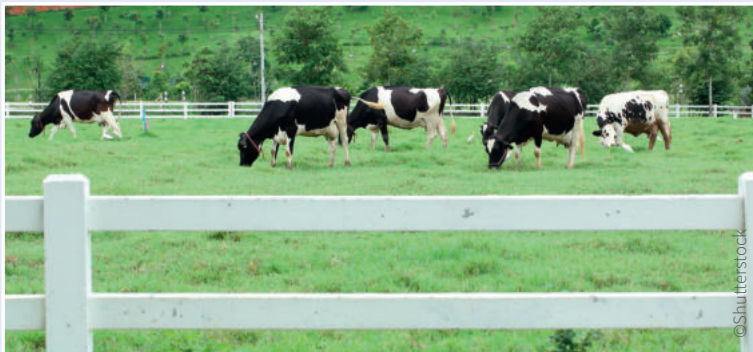
b)  $y = 0,75x^2$

c)  $y = 25x^2$

d)  $y = 75x^2$



10. Un granjero tiene listones de madera para 80 metros de cerco, con los que desea construir un establo rectangular para sus vacas frente a su granero. El granjero intentará que el terreno cercado tenga el área máxima. ¿Cuál es el modelo matemático para esta situación y cuáles son las dimensiones del terreno para que tenga el área máxima?





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y acciones de comparar e igualar cantidades y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen operaciones con descuentos sucesivos; además, seleccionamos, combinamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar descuentos sucesivos.

### Campaña de grandes ofertas

Dos tiendas, “La Económica” y “Súper Oferta”, lanzan publicidad televisiva con anuncios de ofertas para clientes abonados a sus tarjetas.

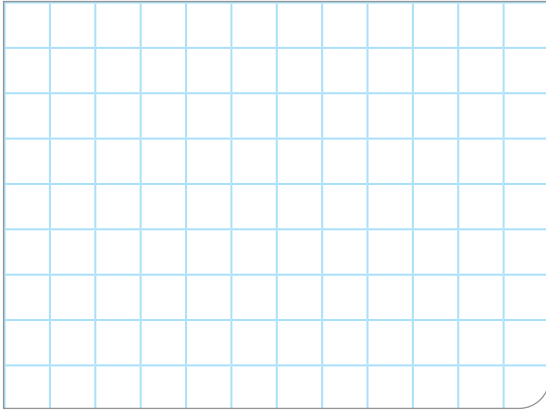


Un cliente desea comprar una *tablet*, cuyo precio de lista en ambas tiendas es S/299,00, y cuenta con las dos tarjetas: *Feliz* y *de la Suerte*.

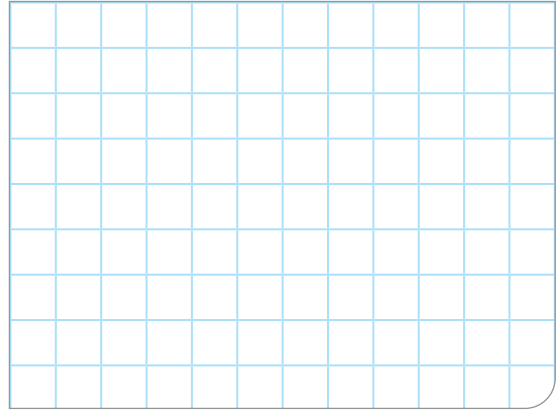
1. ¿En cuál de las tiendas obtendrá un menor precio por dicha *tablet*?
2. ¿Cuál es el precio que pagaría?
3. ¿A qué tanto por ciento equivalen los descuentos sucesivos en “La Económica”?
4. ¿Cuál es el descuento equivalente a los descuentos sucesivos en “Súper Oferta”?

## Comprendemos el problema

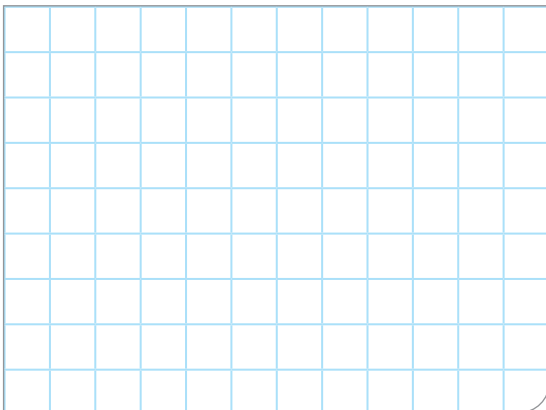
1. ¿Cuáles son los datos que se tienen en la situación significativa?



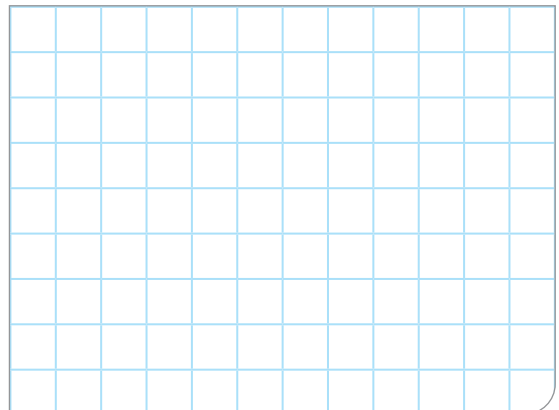
3. ¿Qué significa la oferta del 40 % + 30 % con la tarjeta Feliz?



2. ¿Qué te solicitan determinar en la situación significativa?

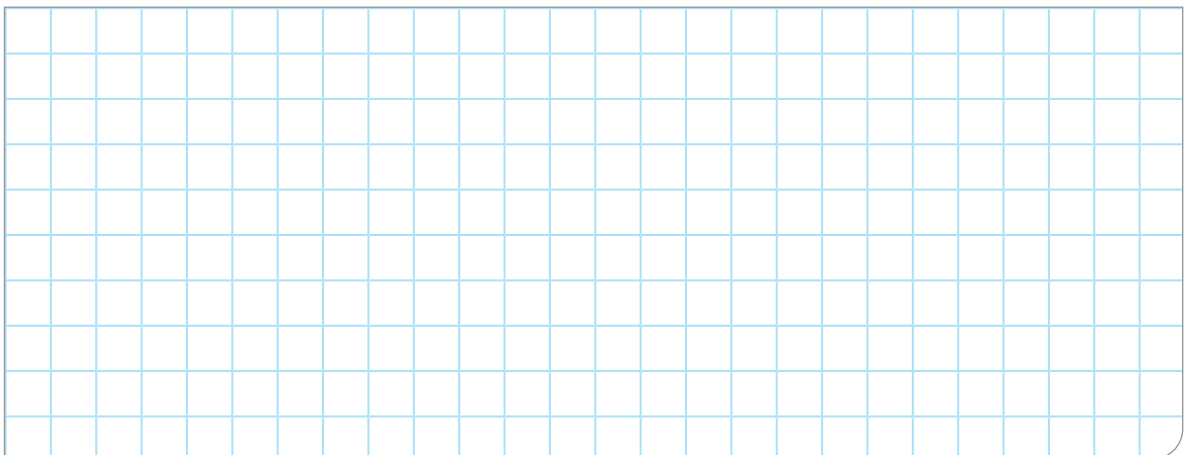


4. ¿Significan lo mismo los descuentos de 40 % + 30 % y 50 % + 20 %? Justifica tu respuesta.



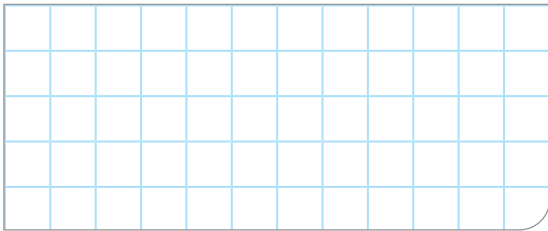
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Explica el procedimiento que seguirías para responder las preguntas de la situación significativa.

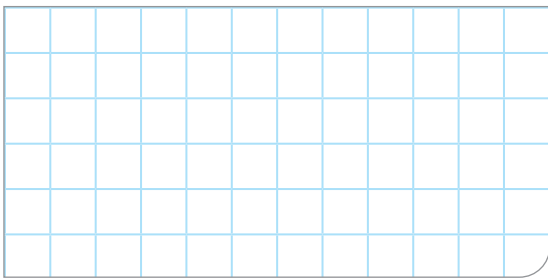


## Ejecutamos la estrategia o plan

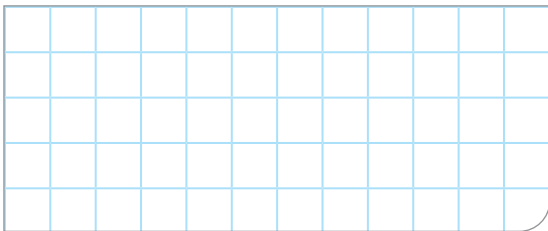
1. Calcula el descuento que otorga "La Económica" y el precio con descuento.

A grid for working out the solution to problem 1. It consists of 10 columns and 5 rows of squares.

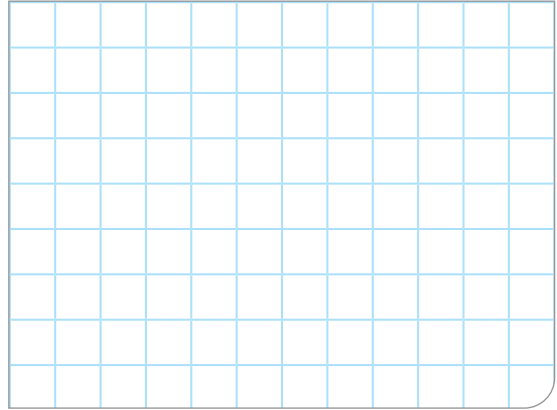
2. Halla el descuento en la tienda "Súper Oferta" y el precio de venta.

A grid for working out the solution to problem 2. It consists of 10 columns and 5 rows of squares.

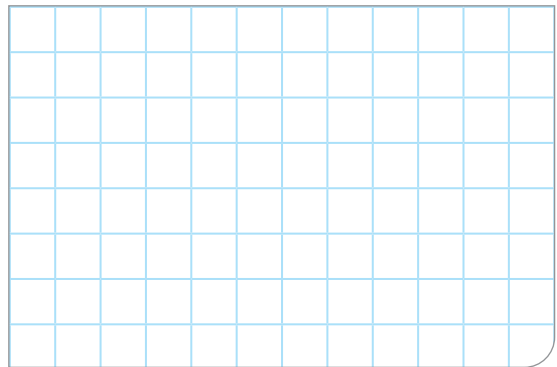
3. Responde las dos primeras preguntas de la situación significativa.

A grid for working out the solution to problem 3. It consists of 10 columns and 5 rows of squares.

4. Determina a qué tanto por ciento equivalen los descuentos sucesivos en "La Económica". Responde la tercera pregunta de la situación significativa.

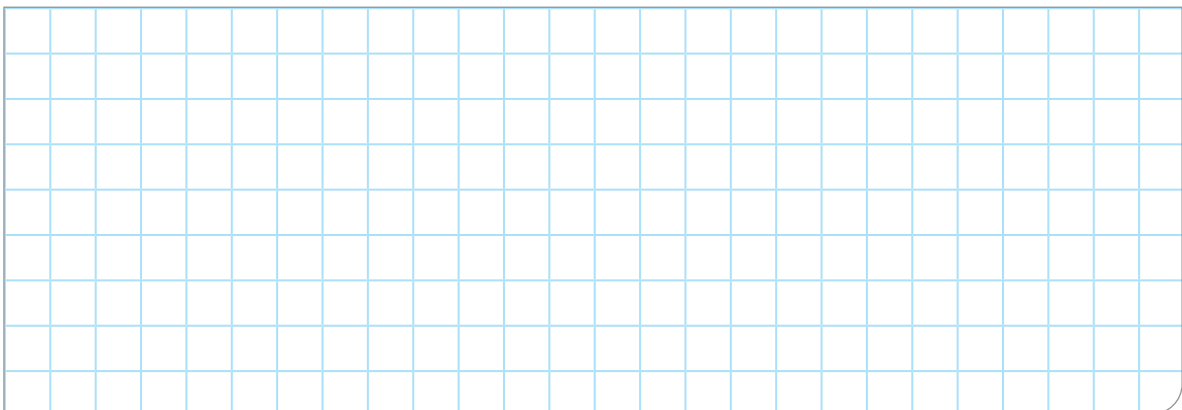
A grid for working out the solution to problem 4. It consists of 10 columns and 5 rows of squares.

5. De manera similar, procede con tus cálculos para responder la cuarta pregunta de la situación significativa.

A grid for working out the solution to problem 5. It consists of 10 columns and 5 rows of squares.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Si el precio de la *tablet* hubiera sido otro, ¿qué habría ocurrido con el tanto por ciento equivalente a los descuentos sucesivos? Justifica tu respuesta.

A large grid for reflecting on the development of the problem. It consists of 10 columns and 10 rows of squares.



# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones y lenguaje numérico la comprensión sobre las operaciones con descuentos porcentuales usando redondeos o aproximaciones y empleamos este entendimiento para interpretar las condiciones de un problema en su contexto. Además, planteamos afirmaciones sobre las propiedades de las operaciones con descuentos porcentuales.

## Situación significativa A

En el siguiente cuadro, se aprecian los símbolos de las figuras musicales y su tiempo de duración expresado en segundos.

Nombre	Redonda	Blanca	Negra	Corchea	Semicorchea	Blanca
Símbolo						
Duración (s)	100 % de 1 s	50 % de 1 s	25 % de 1 s	12,5 % de 1 s	6,25 % de 1 s	50 % + 25 %

Además, los puntillos de prolongación, colocados al lado derecho de una figura, son signos musicales que se utilizan para aumentar la duración de una figura en el 50 % de su valor. Según la información proporcionada, completa el siguiente cuadro:

Nombre	Redonda	Blanca	Negra	Corchea	Semicorchea	Blanca
Símbolo						
Duración (s)						

## Resolución

Considerando que nos han proporcionado la duración en segundos de cada figura musical y que, además, los puntillos de prolongación incrementan la duración de la figura musical respectiva en un 50 %, emplearemos esta información para completar el cuadro.

Nota musical	Duración (s)
Redonda.	$100\% + 50\% = 150\%$
Negra.	$25\% + 12,5\% = 37,5\%$
Blanca.	$50\% + 25\% = 75\%$
Corchea.	$12,5\% + 6,25\% = 18,75\%$
Negra.	$25\% + 12,5\% = 37,5\%$

1. ¿Qué utilidad tuvo la primera tabla en la resolución del problema?


2. Describe el procedimiento que se siguió para completar la segunda tabla.


3. ¿Qué diferencia presenta la forma de aplicar el tanto por ciento con respecto a la situación significativa?






### Situación significativa C

Diego y Sonia planean comprar un departamento mediante el Programa "Mi Vivienda". El precio del departamento es S/182 003. Al momento de concretar la compra, depositan el 30 % como cuota inicial, por lo cual se les descuenta el bono del buen pagador equivalente a S/17 000. Diego cree que pueden cancelar el saldo por medio de un crédito hipotecario en 10 años con una tasa de interés simple del 1,5 % mensual. ¿Qué porcentaje representa el precio final del departamento respecto al precio inicial?



### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Precio del departamento: S/182 003
- Cálculo de la cuota inicial:  
 $30\% \times 182\,003 = 0,3 \times 182\,003 = S/54\,600,90$
- El precio con bono de descuento sería:  
 $182\,003 - 54\,600,90 = S/127\,402,10$
- Para hallar los intereses, debemos expresar el tiempo en meses:  $10 \times 12 = 120$  meses.
- La tasa de interés es:  $1,5\% = 0,015$
- Calculamos el interés:  
 $127\,402,10 \times 120 \times 0,015 = S/229\,323,78$
- Entonces, el valor del préstamo hipotecario sería:  
 $127\,402,10 + 229\,323,78 - 17\,000 = S/339\,665,88$
- Luego, el precio final del departamento sería:  
 $54\,600,90 + 339\,665,88 + 17\,000 = S/411\,265,98$   
Por regla de tres simple:  
 $S/182\,003 \leftrightarrow 100\%$   
 $S/411\,265,98 \leftrightarrow x$   
 $x = \frac{411\,265,98 \cdot 100\%}{182\,003} = 225,97\%$

**Respuesta:** El precio final representa el 225,97 % del precio inicial.

1. ¿El procedimiento es correcto? ¿Por qué?

2. En el caso de que hubiera error, ¿cuál sería el procedimiento correcto?



2. Por efectos de la inflación, el EQUIPO 1 incrementa su precio de lista hasta costar tanto como el precio actual del EQUIPO 2. ¿En qué porcentaje se incrementó el precio de lista del EQUIPO 1?

a) 10,1 %

b) 11 %

c) 10 %

d) 1 %

3. Si esta semana todos los productos de la tienda sufrieron un incremento del 5 % en su precio de lista, ¿qué expresión representa el precio que se debe pagar por el EQUIPO 3 esta semana?

a)  $480 + 480\left(\frac{5}{100}\right) - 480\left(\frac{105}{100}\right)\left(\frac{15}{100}\right)$

c)  $480 + 480\left(\frac{0,5}{100}\right) - 480\left(\frac{100,5}{3}\right)\left(\frac{3}{100}\right)$

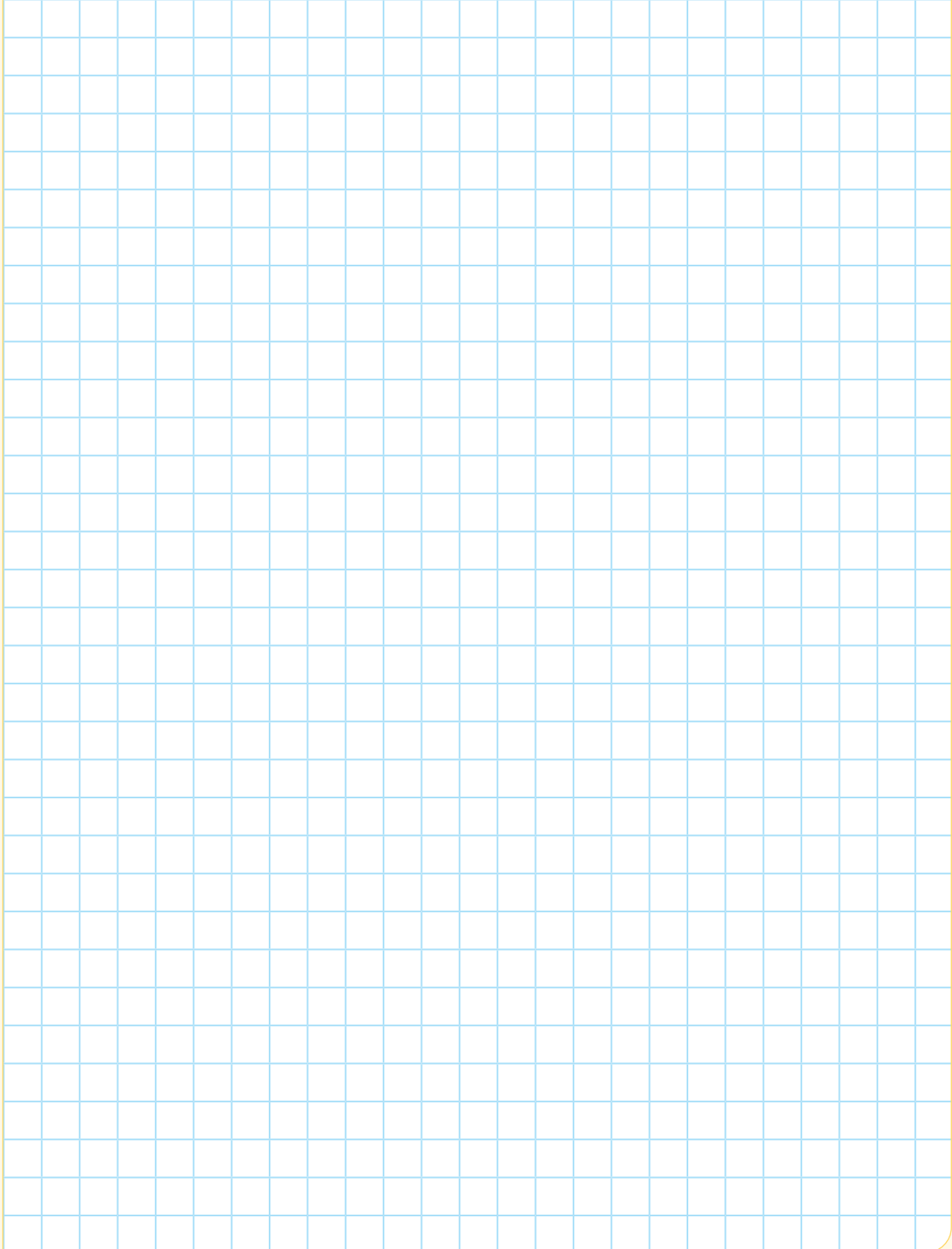
b)  $480 + 480\left(\frac{5}{100}\right) - 480\left(\frac{95}{100}\right)\left(\frac{15}{100}\right)$

d)  $480 + 480\left(\frac{3}{100}\right) - 480\left(\frac{97}{100}\right)\left(\frac{50}{100}\right)$

4. Si el precio de lista del EQUIPO 1 sufre un incremento del 10 % y luego un descuento del 15 %, ¿a qué precio se estará vendiendo este celular?

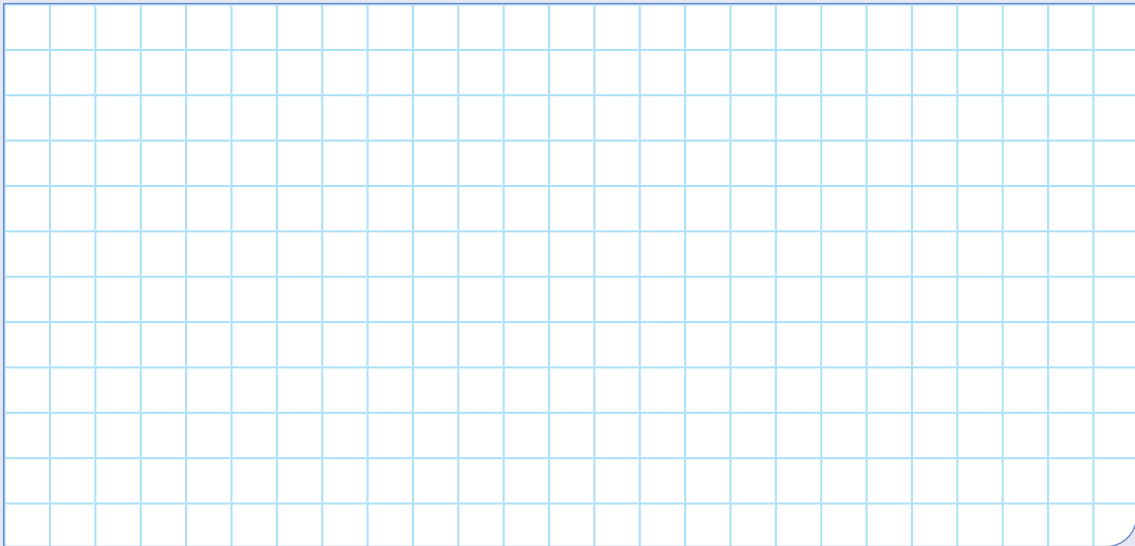


7. Pierina afirma que, si en el 2014 se vendieron 321 000 *tickets* de entrada y en el 2015 se vendieron 400 000, no sería cierto que se ha incrementado la concurrencia a Mistura en un 20 %, sino en un 24,6 %. Según ella, la aproximación hecha por el medio es inexacta, ya que estaría dejando de considerar 14 766 *tickets* vendidos. ¿Estás de acuerdo con la afirmación de Pierina? Justifica tu respuesta.



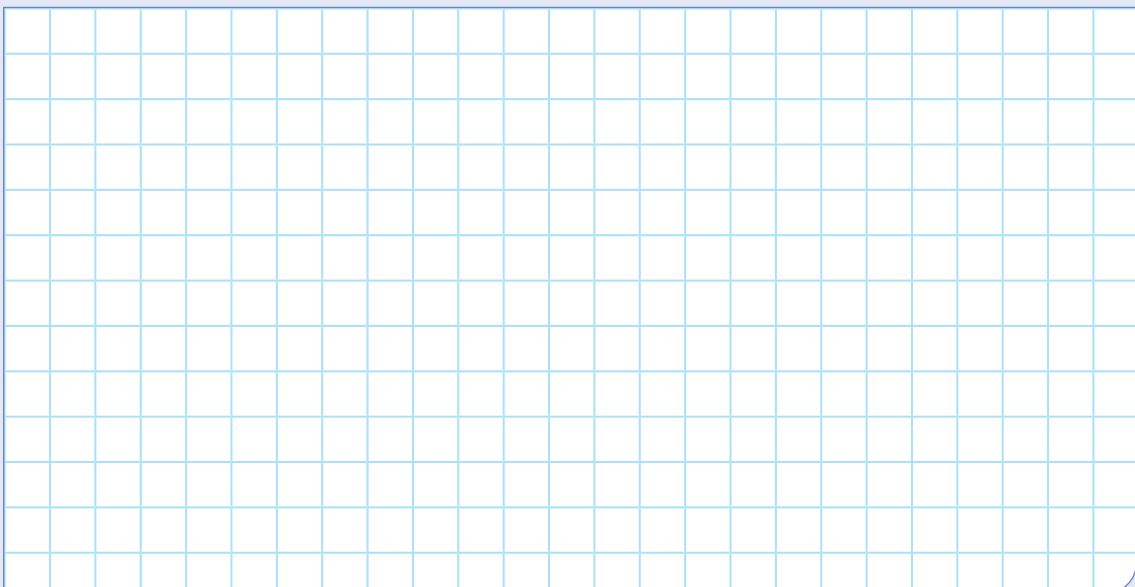
8. Un agricultor posee 180 hectáreas de tierras de cultivo. Decide plantar papas en el 20 % del terreno; 0,25 del terreno con maíz; 35,5 % con zanahorias, y el resto con tomates. ¿Cuántas hectáreas destina para cultivar tomates?

- a) 63,9 hectáreas      b) 144,9 hectáreas      c) 35,1 hectáreas      d) 40,5 hectáreas

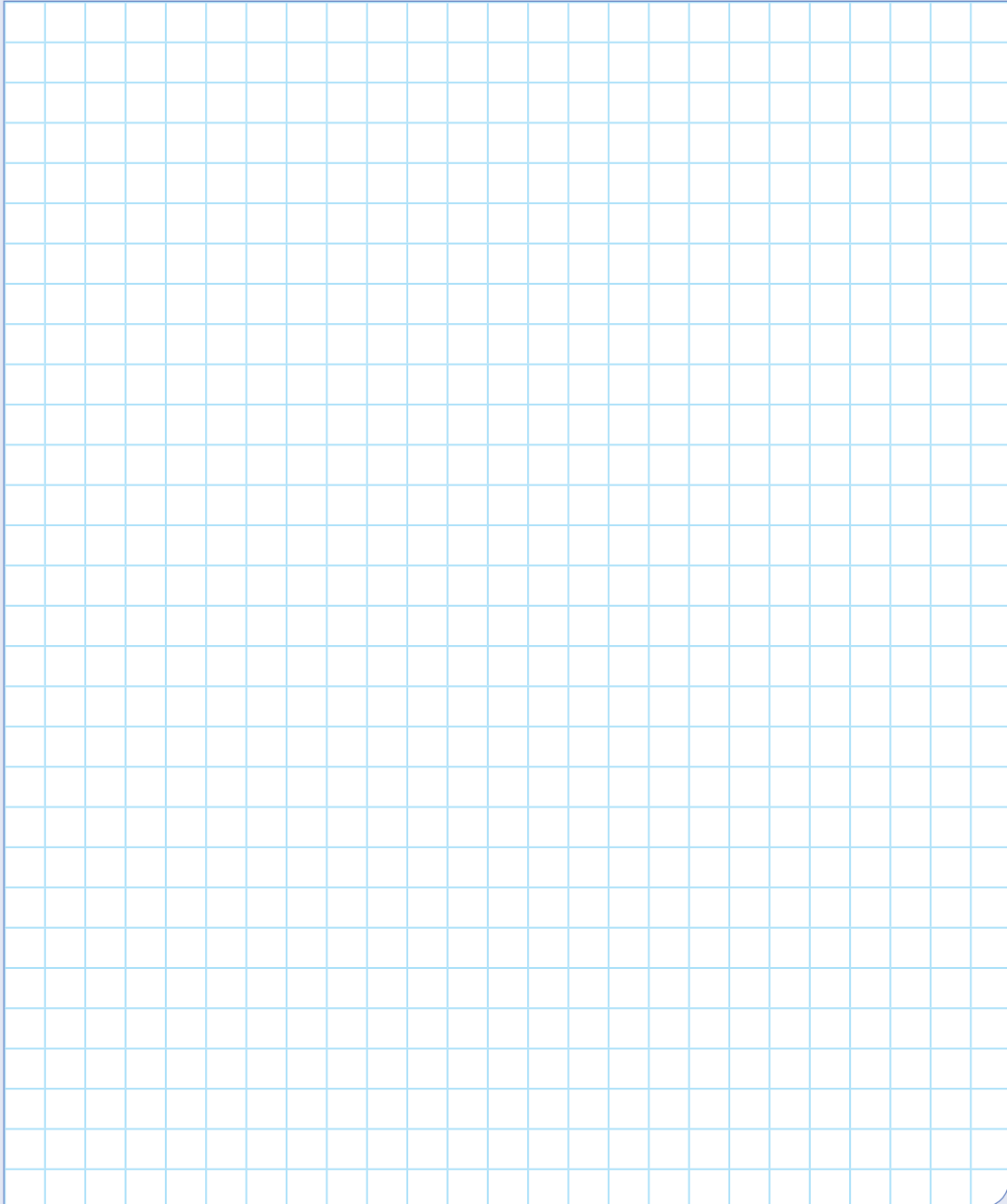


9. José, Ana y Pedro son tres hermanos que reciben de sus padres una herencia de 199 000 soles, la cual deben repartirse considerando sus edades: 10, 18 y 22 años. El mayor opina que, como él ya está trabajando gracias a la profesión que le costearon sus padres, el hermano menor es el que más necesitará de la herencia. Por ello, propone realizar un reparto inversamente proporcional a sus edades. Ana, quien se encuentra estudiando su carrera, está de acuerdo. ¿Qué porcentaje del total le corresponde a cada uno? ¿Cuál es la diferencia porcentual entre el hermano mayor y el menor?

- a) 49,8 %; 27,6 %; 22,6 % y 27,2 %      c) 45,6 %; 28,5 %; 25,9 % y 19,7 %  
b) 52,8 %; 32,2 %; 15 % y 37,8 %      d) 49 %; 28 %; 23 % y 26 %



10. Rocío paga S/94,50 soles por un par de zapatos. Sabiendo que este precio es producto de dos descuentos sucesivos del 10 % y 30 %, ¿qué precio tenía el par de zapatos originalmente? ¿Cuál sería el descuento único?







## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios, representamos estas relaciones con formas bidimensionales y las expresamos mediante razones trigonométricas. Asimismo, combinamos estrategias, recursos o procedimientos para determinar la longitud de cuerpos compuestos y distancias inaccesibles empleando razones trigonométricas.

### Accesibilidad física

Una rampa es una superficie inclinada que nos permite conectar dos lugares a diferente altura.

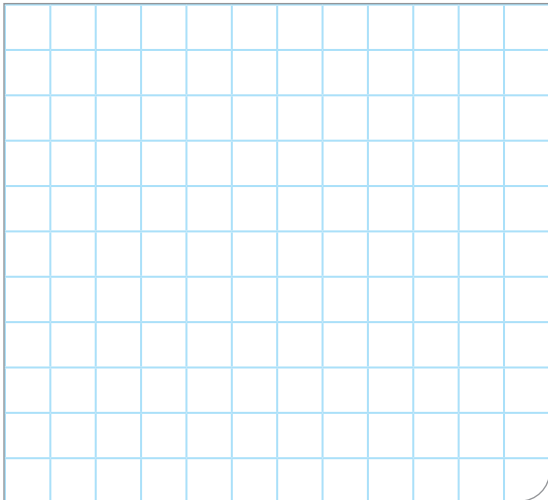
Hoy en día, todos los edificios públicos deben contar con acceso para el desplazamiento de las personas con algún problema físico y adultos mayores. La construcción de rampas es obligatoria, siguiendo las especificaciones que indican que su ángulo de inclinación debe tener un rango de  $10^\circ$  a  $15^\circ$  respecto a la horizontal. Actualmente, en el hospital Nueva Esperanza están construyendo una rampa lineal, cuya altura será de 1,5 m al final de ella.



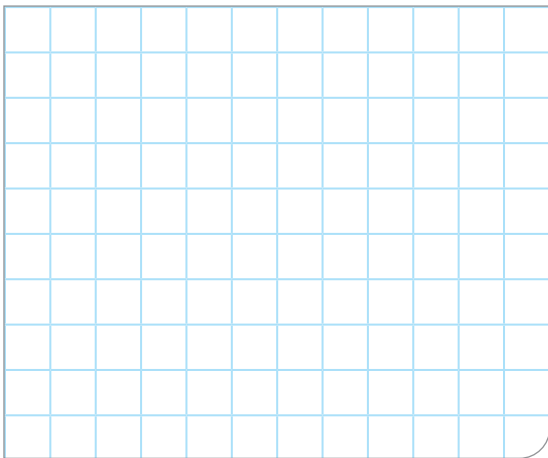
1. ¿Cómo se representa matemáticamente la longitud de la rampa en función del ángulo especificado?
2. Representa gráficamente cómo varía la longitud de la rampa.

## Comprendemos el problema

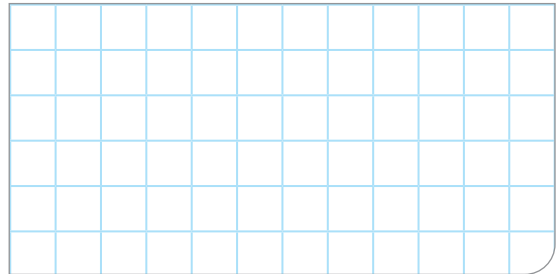
1. ¿Qué ángulo de inclinación debe tener obligatoriamente una rampa?



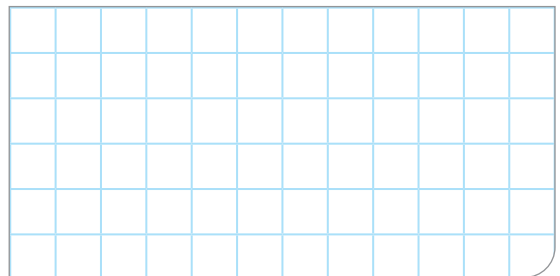
2. ¿Qué altura tiene la construcción de la rampa del hospital Nueva Esperanza?



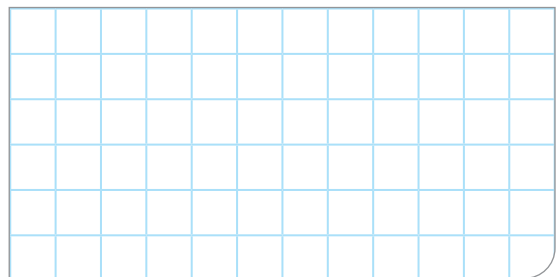
3. ¿Qué forma geométrica se observa en la imagen lateral de la rampa? Grafica y escribe sus elementos.



4. ¿Qué razones trigonométricas expresarían una relación entre un ángulo y los lados de la forma geométrica graficada?

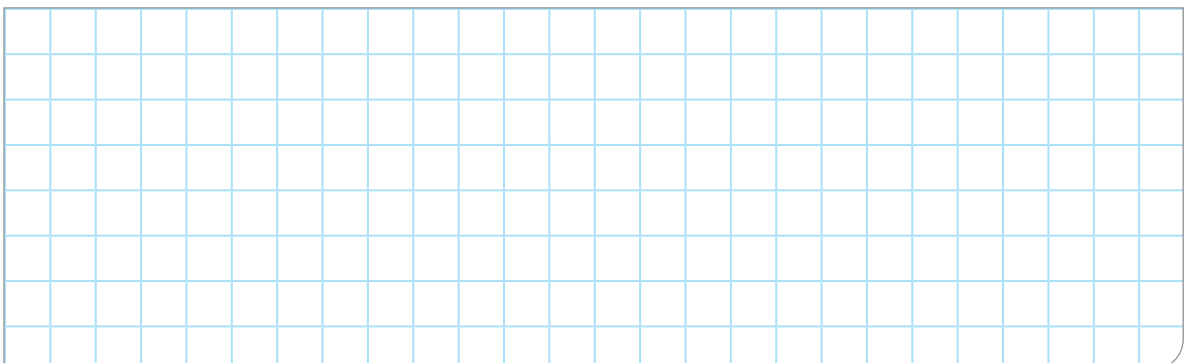


5. ¿Qué te piden calcular las preguntas de la situación significativa?



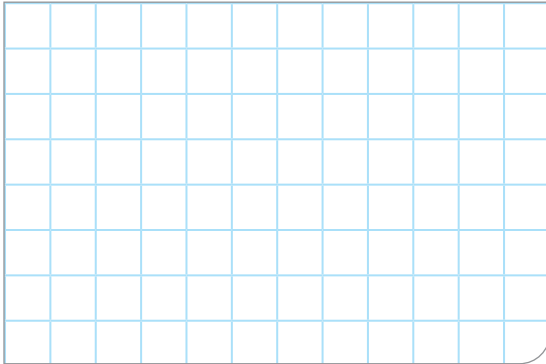
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

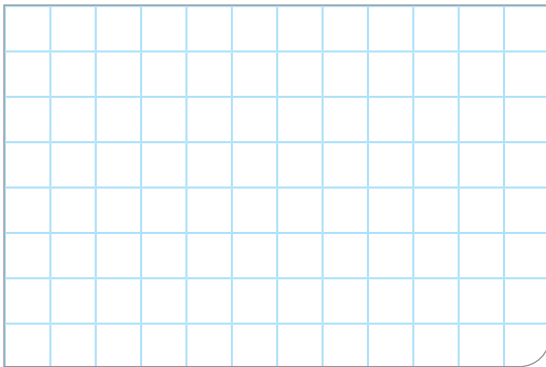


## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Grafica la forma geométrica que se observa en la imagen lateral de la rampa y escribe en cada lado y ángulo las características que presenta la rampa.



2. Aplica la razón trigonométrica que relaciona la longitud, altura y ángulo de inclinación de la rampa para representar matemáticamente la longitud de la rampa en función del ángulo especificado.



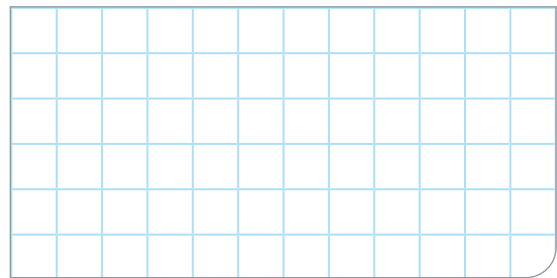
3. Responde la primera pregunta de la situación significativa.



4. Completa la tabla.

Ángulo	5°	10°	15°	30°
Longitud de la rampa				

5. Representa gráficamente la variación de la longitud de la rampa.



## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Considerando la información registrada en la tabla, ¿qué ocurre con la longitud de la rampa cuando la medida del ángulo de inclinación va aumentando? ¿Por qué?



2. ¿Qué longitudes de la rampa, según la altura presentada en la situación inicial, cumplen las especificaciones en la construcción de rampas? ¿Por qué?





# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Leemos textos o gráficos que describen las propiedades de semejanza entre formas geométricas, razones trigonométricas y ángulos de elevación o depresión. Asimismo, comprobamos la validez de una afirmación mediante contraejemplos y conocimientos geométricos, y corregimos los procedimientos si hubiera errores.

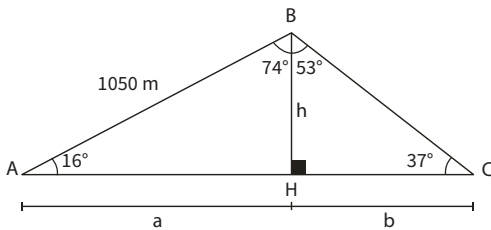
## Situación significativa A

Una empresa construyó un túnel que atraviesa un cerro y conecta dos distritos limeños, tal como se observa en el gráfico. Teniendo como información las medidas realizadas por los ingenieros, ayuda a determinar la longitud del túnel.



## Resolución

- Trazamos la altura  $BH$  para formar los triángulos rectángulos,  $\triangle AHB$  y  $\triangle BHC$ .

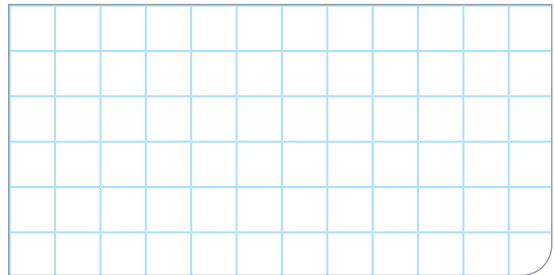


- En el  $\triangle AHB$ , calcula  $a$  y la altura  $h$ :  
Para  $a$ :  
$$\cos 16^\circ = \frac{a}{1050}, \text{ luego } \frac{24}{25} = \frac{a}{1050}, \text{ el valor de } a = 1008 \text{ m}$$
  
Para  $h$ :  
$$\sin 16^\circ = \frac{h}{1050}, \text{ luego } \frac{7}{25} = \frac{h}{1050}, \text{ el valor de } h = 294 \text{ m}$$
- En el  $\triangle BHC$ , calcula  $b$ :  
$$\tan 37^\circ = \frac{h}{b}, \text{ luego } \frac{3}{4} = \frac{294}{b}, \text{ el valor de } b = 392 \text{ m}$$

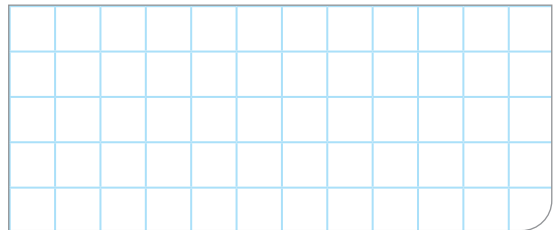
**Respuesta:** La longitud del túnel es  $(a + b)$ :

$$1008 + 392 = 1400 \text{ m}$$

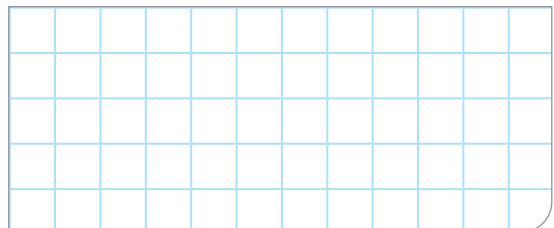
- Describe el procedimiento realizado.



- ¿Qué ventajas presenta hacer el dibujo?

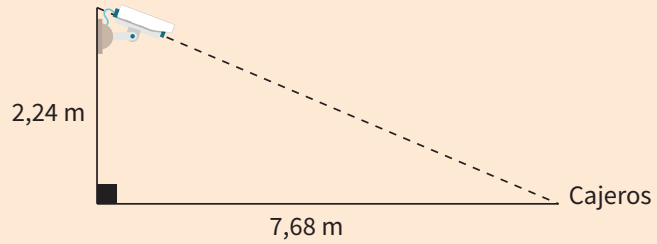


- ¿Qué condiciones habría que tener en cuenta para determinar la longitud del túnel mediante un gráfico?



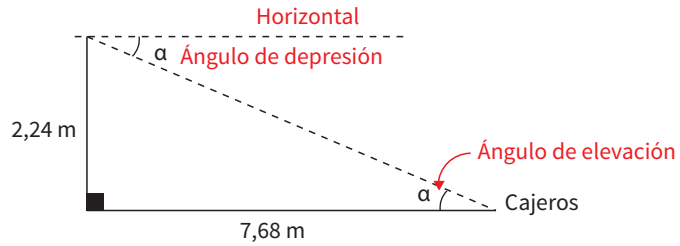
### Situación significativa B

Por la seguridad de su personal y clientes, en una agencia bancaria se instalará una cámara de video en un soporte de pared, de modo que brinde una buena vista de cajeros y usuarios. ¿Cuál es el ángulo de depresión que debe formar la lente con la horizontal?



### Resolución

- Ubicamos los datos en el gráfico.



- Determinamos la razón trigonométrica que relaciona los lados del triángulo con el ángulo de depresión:

$$\tan \alpha = \frac{CO}{CA} \rightarrow \tan \alpha = \frac{2,24}{7,68} = \frac{7}{24}$$

- Entonces, se deduce que la medida del ángulo es  $16^\circ$ , teniendo en cuenta el triángulo rectángulo aproximado de  $16^\circ$  y  $74^\circ$ .

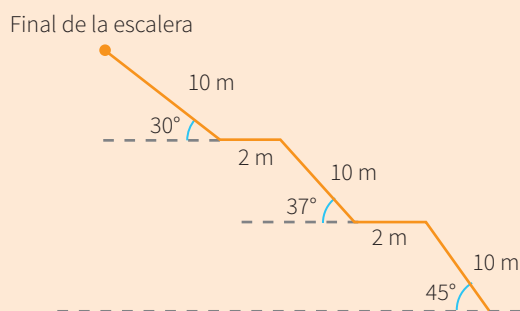
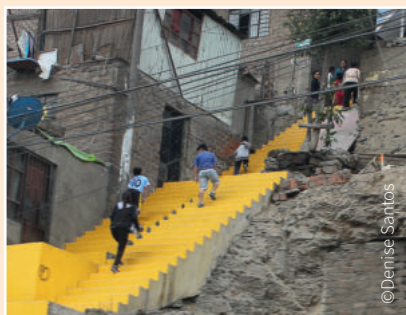
**Respuesta:** El ángulo de depresión que debe formar la lente con la horizontal es de  $16^\circ$ .

1. De acuerdo con el gráfico, ¿por qué el ángulo de depresión es igual al ángulo de elevación?

2. ¿Cómo podrías hallar de otra manera el valor del ángulo de depresión que debe formar la lente con la horizontal?

### Situación significativa C

Ante el crecimiento demográfico en la ciudad de Lima, numerosas familias recurren a la construcción de sus casas en los cerros, exponiéndose así a muchos peligros. Como paliativo para esta situación, la Municipalidad ha construido escaleras en diferentes asentamientos humanos ubicados en los cerros, así las personas que viven en esos lugares pueden acceder a sus casas con menos dificultad. Una de aquellas tiene la forma y las dimensiones de la figura. ¿A qué altura se encuentra el final de la escalera?



### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

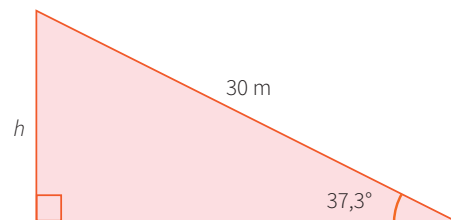
La escalera sube de 10 m en 10 m, entonces habrá subido:  $10 + 10 + 10 = 30$  m.

Se considerará un ángulo promedio:  $\frac{30^\circ + 37^\circ + 45^\circ}{3} = 37,3^\circ$

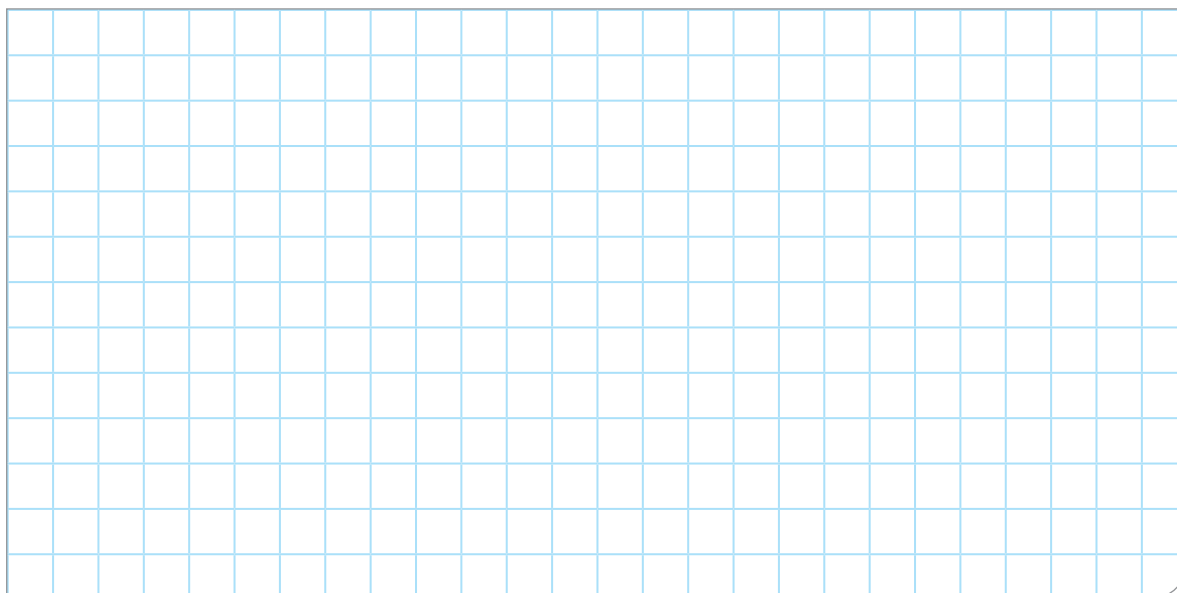
Luego, podemos tener el triángulo:  $\frac{h}{30} = \tan 37,3^\circ$

$$h = 30 \cdot \tan 37,3^\circ, \text{ luego } h = 22,85 \text{ m}$$

**Respuesta:** El final de la escalera se encuentra a 22,85 m de altura.



1. Verifica con otro procedimiento o corrige según sea el caso.





## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios y representamos estas relaciones con formas bidimensionales. También leemos textos o gráficos que describen las propiedades de semejanza entre formas geométricas, razones trigonométricas y ángulos de elevación o depresión, y combinamos estrategias, recursos o procedimientos para determinar la longitud de cuerpos compuestos y distancias inaccesibles empleando razones trigonométricas. Asimismo, comprobamos la validez de una afirmación mediante contraejemplos y conocimientos geométricos, y corregimos los procedimientos si hubiera errores.

Las escaleras mecánicas se usan para transportar con comodidad y rápidamente un gran número de personas entre los pisos de un edificio, especialmente en centros comerciales, aeropuertos, estaciones de transporte público, etc.

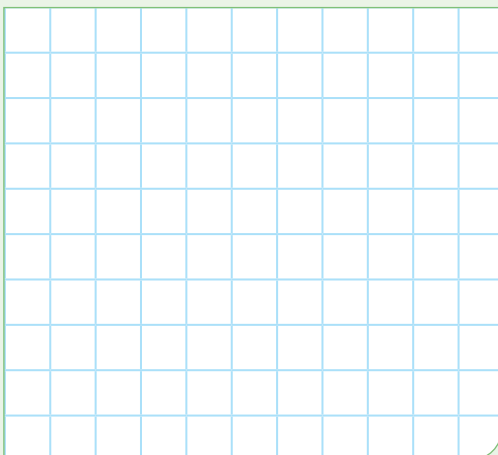
Para la construcción de un nuevo centro comercial de dos niveles, de 6 m de altura cada uno, se están acondicionando dos escaleras mecánicas (subida y bajada). El ingeniero encargado de la obra sugiere que deben tener una pendiente  $m = 1/\sqrt{3}$  como máximo.

Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.



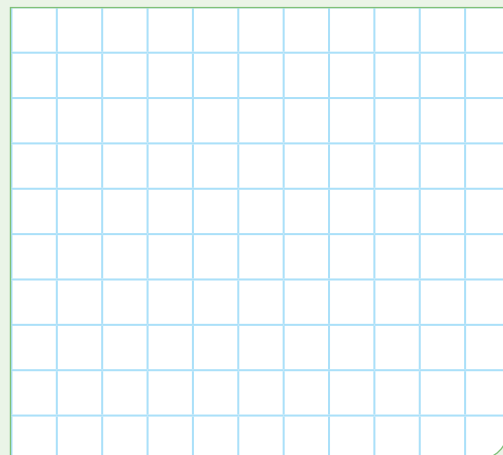
1. ¿Cuál será la longitud de la escalera eléctrica?

- a)  $46\sqrt{3}$  m
- b) 8 m
- c) 10 m
- d) 12 m



2. Si la altura de cada peldaño es de 200 mm, ¿cuántos peldaños tiene la escalera?

- a) 25
- b) 24
- c) 30
- d) 18



3. La NASA (*National Aeronautics and Space Administration*), la agencia del gobierno estadounidense responsable del programa espacial civil, así como de la investigación aeronáutica y aeroespacial, está a punto de lanzar un cohete para poner en órbita un satélite. ¿Cuál será la inclinación para iniciar su despegue? Observa la figura.

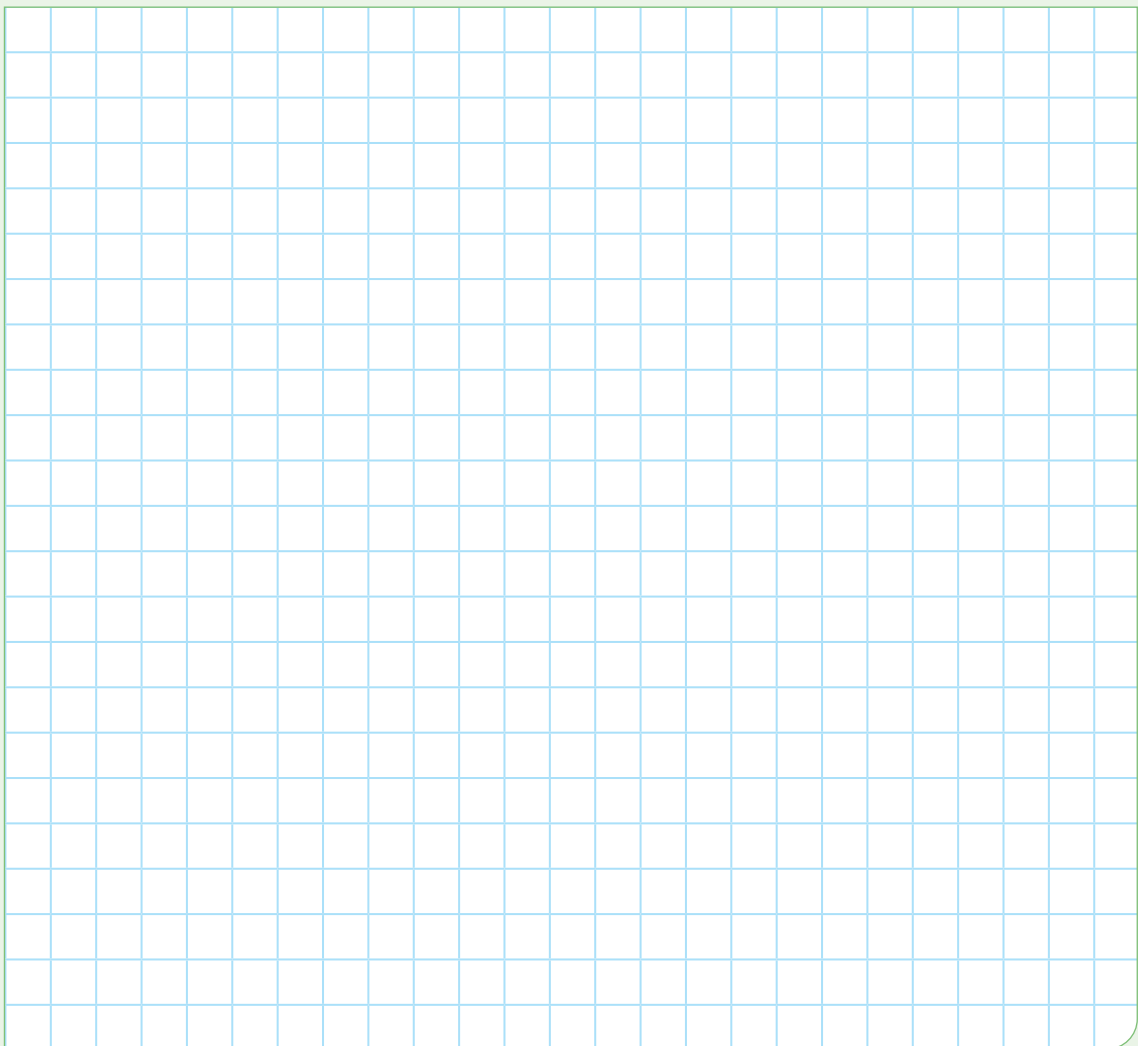


a)  $31^\circ$

b)  $37^\circ$

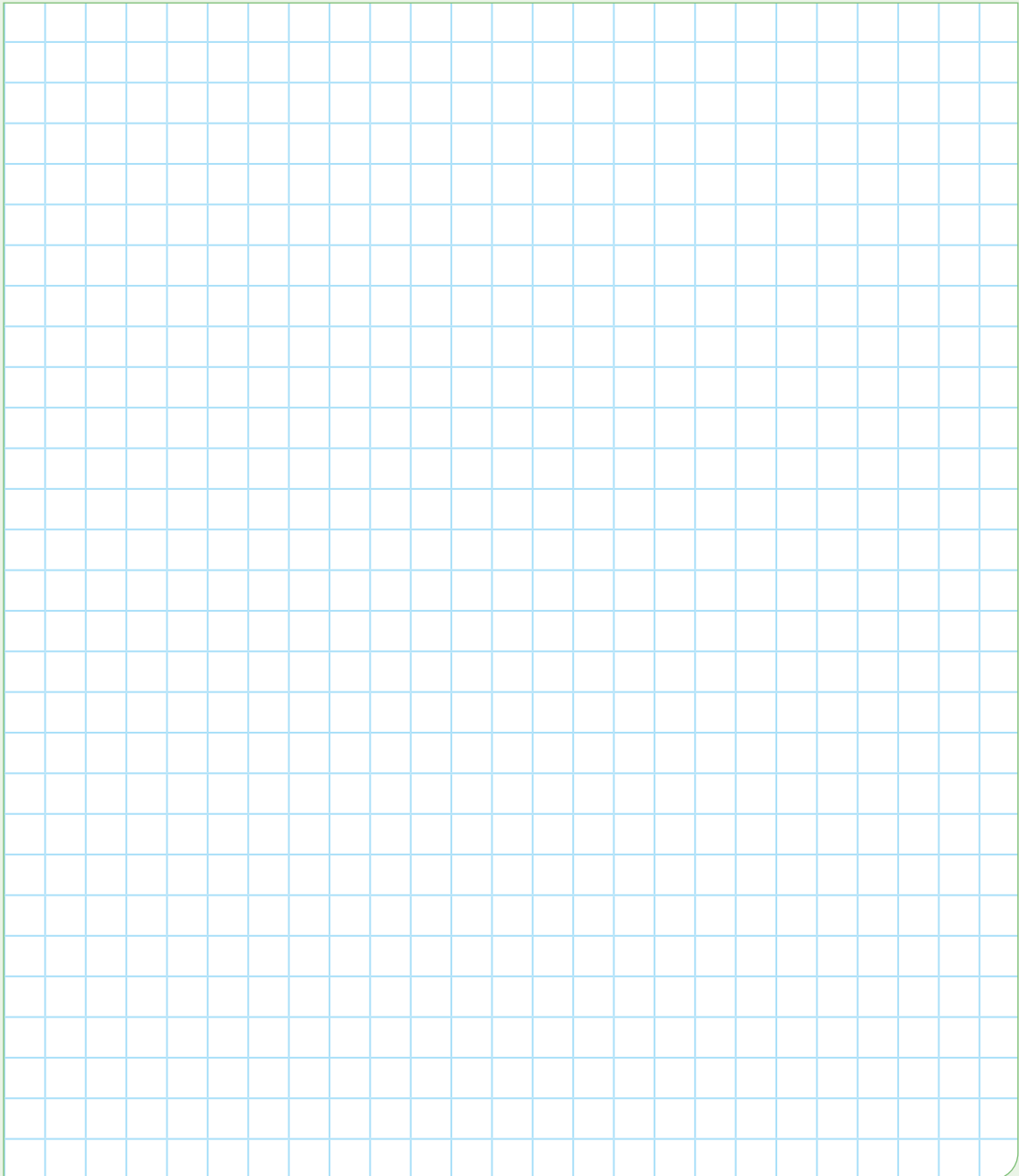
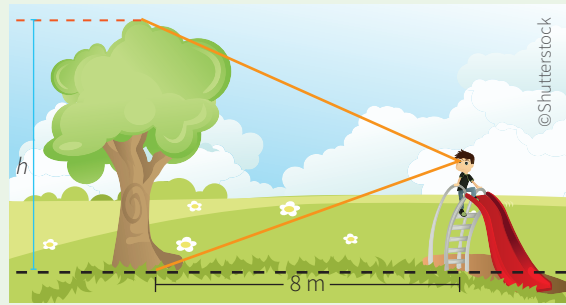
c)  $53^\circ$

d)  $58^\circ$



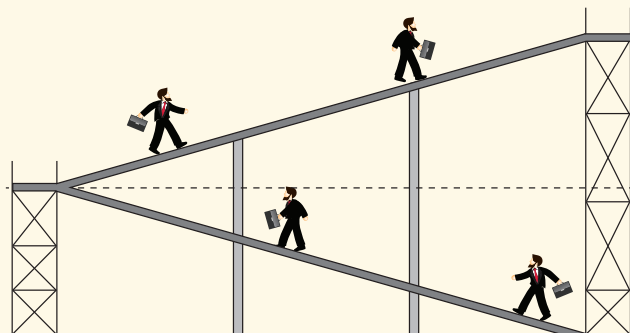


4. Jairo acude con su familia a un centro de esparcimiento de Chosica. Él se sube a un tobogán y desde allí observa un árbol. Para ver la base de este, necesita bajar la vista  $37^\circ$  respecto a la horizontal, y para observar la punta de la copa del árbol, debe levantar su mirada  $45^\circ$  respecto a la horizontal. El tobogán está ubicado a 8 m del árbol. Con esta información, ¿será posible calcular la altura del árbol? Efectúa el procedimiento.



De acuerdo con las estadísticas, los atropellos son los accidentes de tránsito más frecuentes. A pesar de la responsabilidad del conductor, entre las causas figura el cruce indebido por parte del peatón.

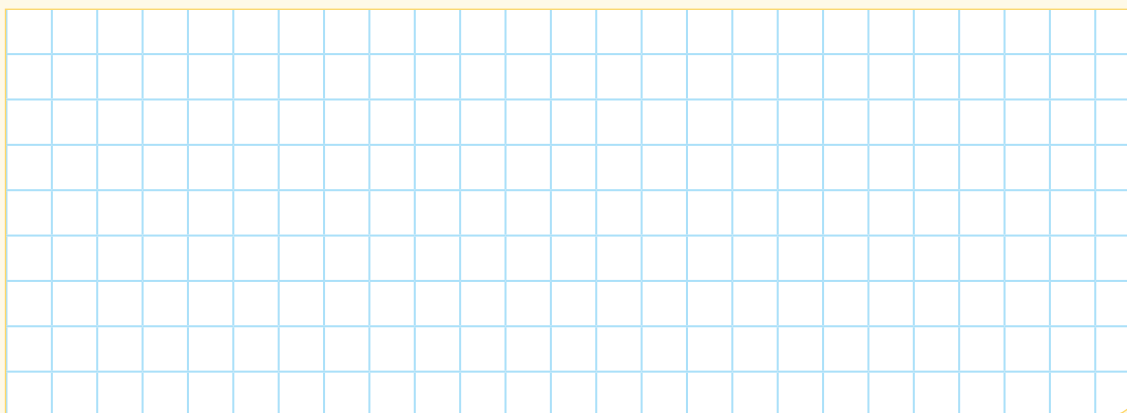
Una solución parcial planteada para mejorar la seguridad de las personas es la colocación de puentes peatonales, especialmente en las vías de tránsito rápido. Por ello, se construyó un puente de 7 m de altura; para subir se han acondicionado rampas cuya inclinación es  $\alpha$ , y se sabe que  $\text{Sen } \alpha = 0,28$ .



Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

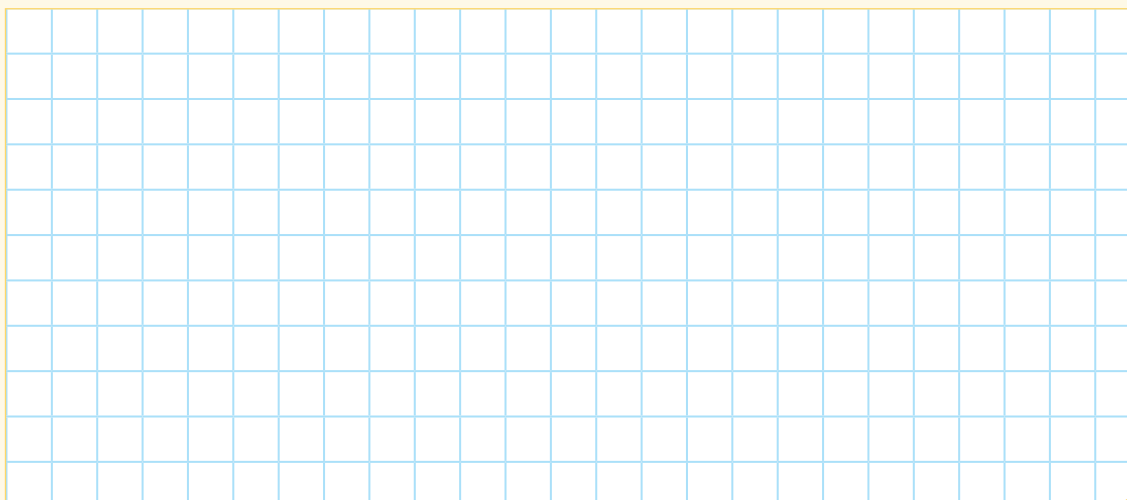
**5.** ¿Cuáles son los ángulos de inclinación de las rampas mostradas en la imagen?

- a)  $60^\circ$                       b)  $16^\circ$                       c)  $30^\circ$                       d)  $74^\circ$

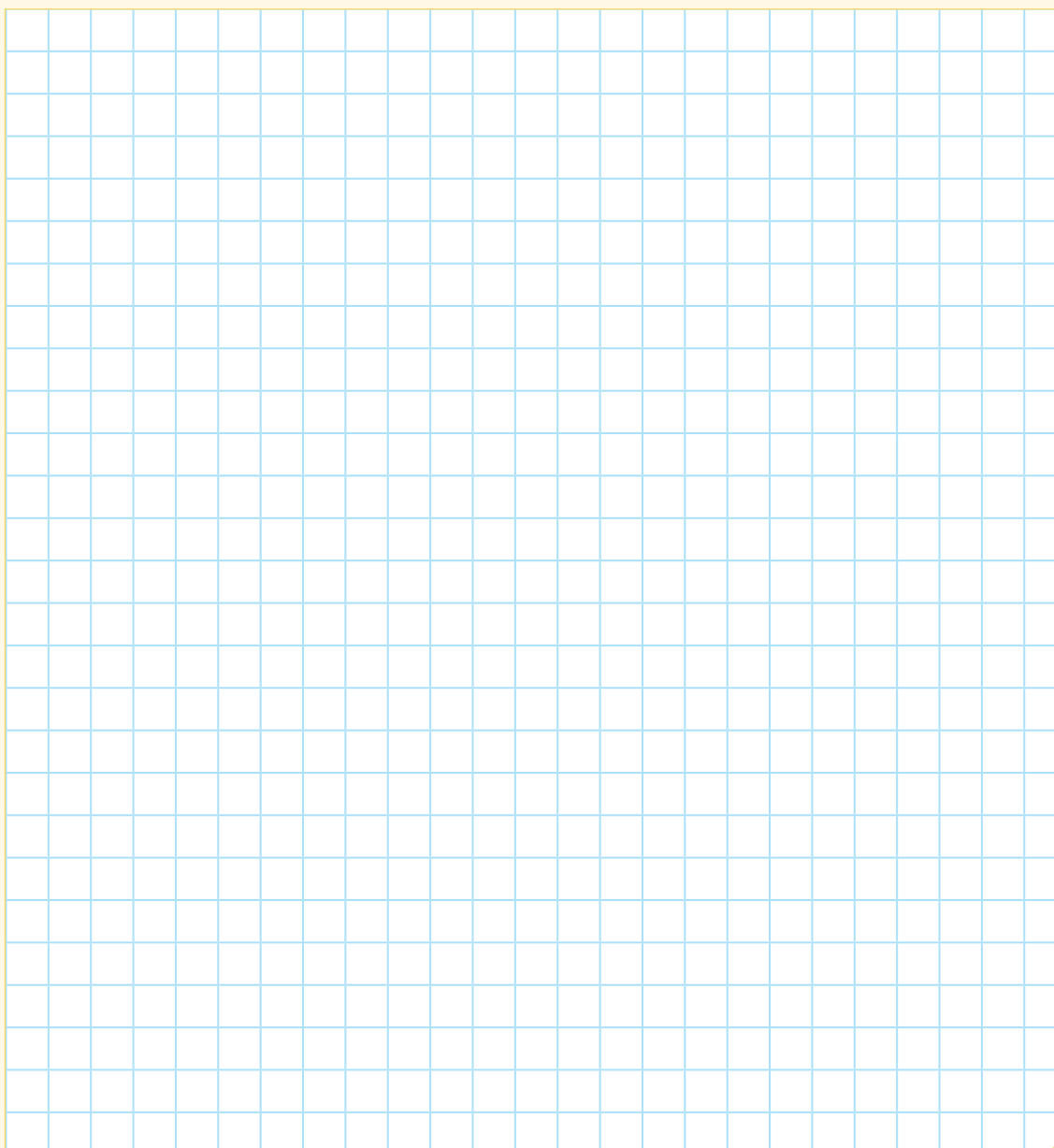
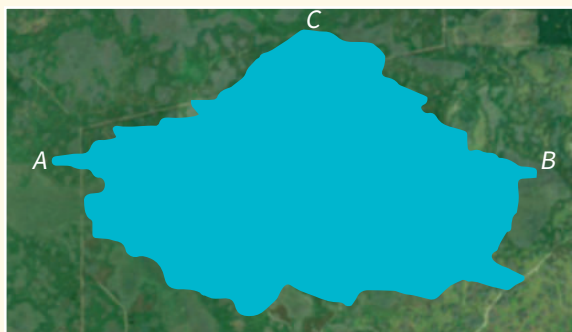


**6.** ¿Cuál es la longitud total de las rampas dadas?

- a) 156 m                      b) 25 m                      c) 24,5 m                      d) 49 m

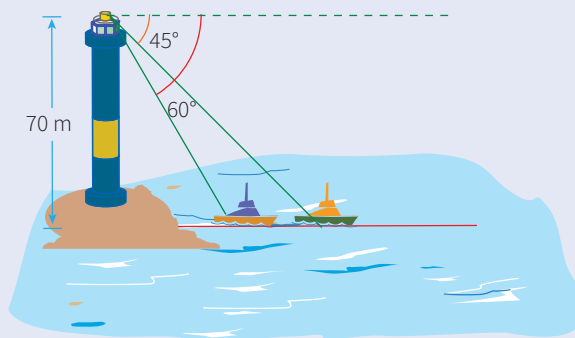


7. Para estimar el ancho de un pantano, los topógrafos Raúl y David se ubican en el punto  $B$ . Desde allí, ambos caminan 130 m al punto  $C$ . Raúl gira  $53^\circ$  y camina 200 m al punto  $A$ . David continúa caminando en línea recta, hasta poder ver a su izquierda, perpendicularmente a su trayectoria, a Raúl, quien se encuentra en el punto  $A$ . Utilizando esta estrategia, los topógrafos podrían determinar, aproximadamente, el ancho del pantano entre los puntos  $A$  y  $B$ . Realiza tu procedimiento.



8. Un faro es una torre de señalización luminosa situada cerca de la costa. Se ubica en lugares de paso de las rutas de navegación de los barcos. En su parte superior, dispone de una lámpara potente, cuya luz se utiliza como guía.

Juan es el encargado del faro Salaverry, en Barranca, el cual tiene una altura de 70 m. Desde el balcón observa dos barcos situados al este del faro con ángulos de depresión de  $60^\circ$  y  $45^\circ$ . Según la información dada, ¿cuál es la distancia que separa a un barco del otro?

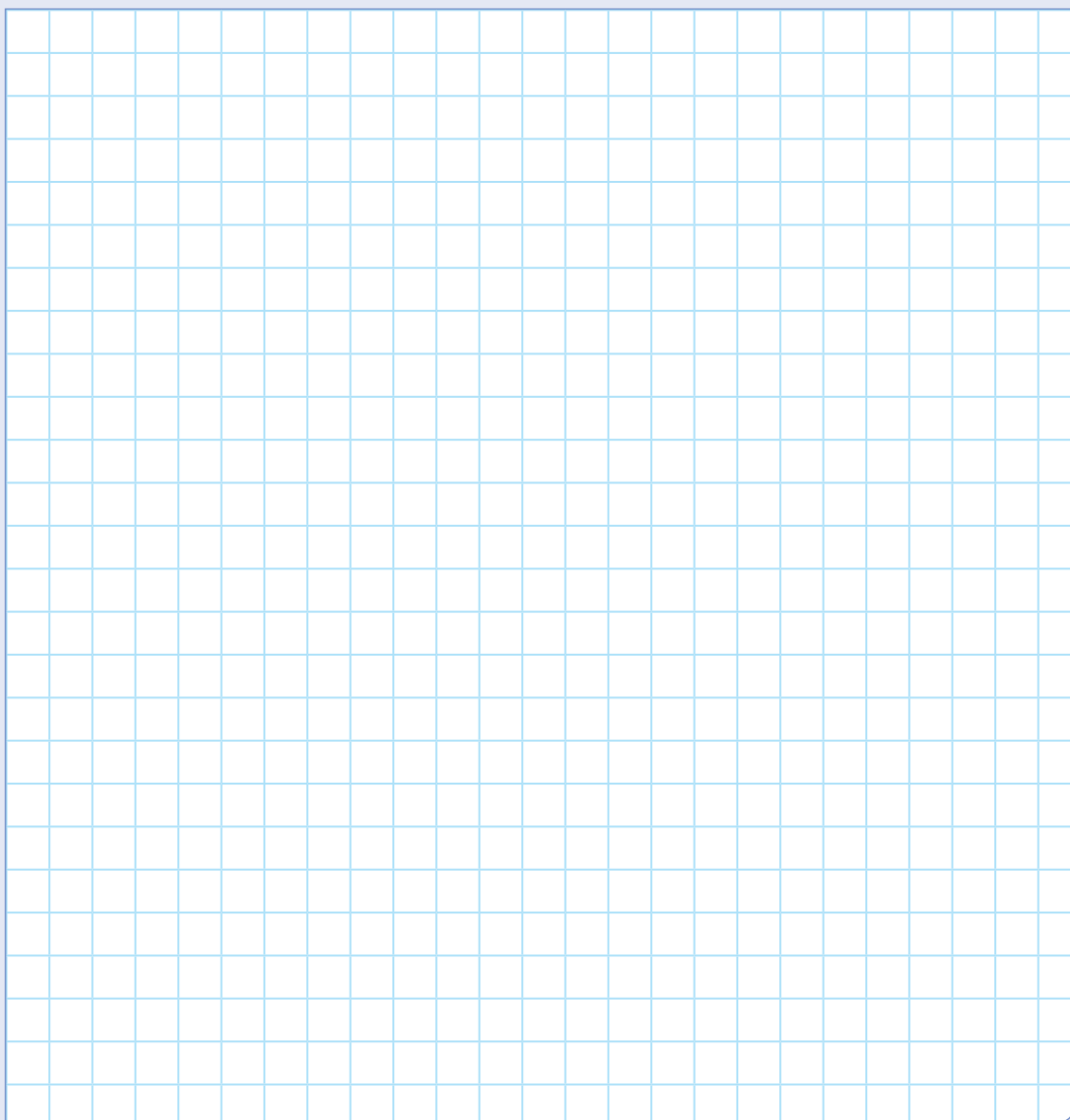


a) 70 m

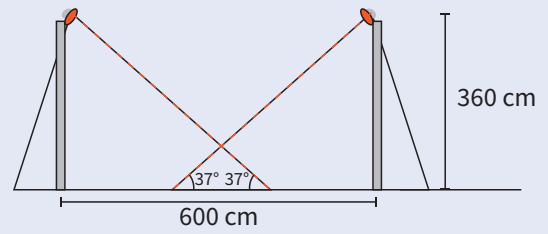
b) 29,59 m

c) 59,29 m

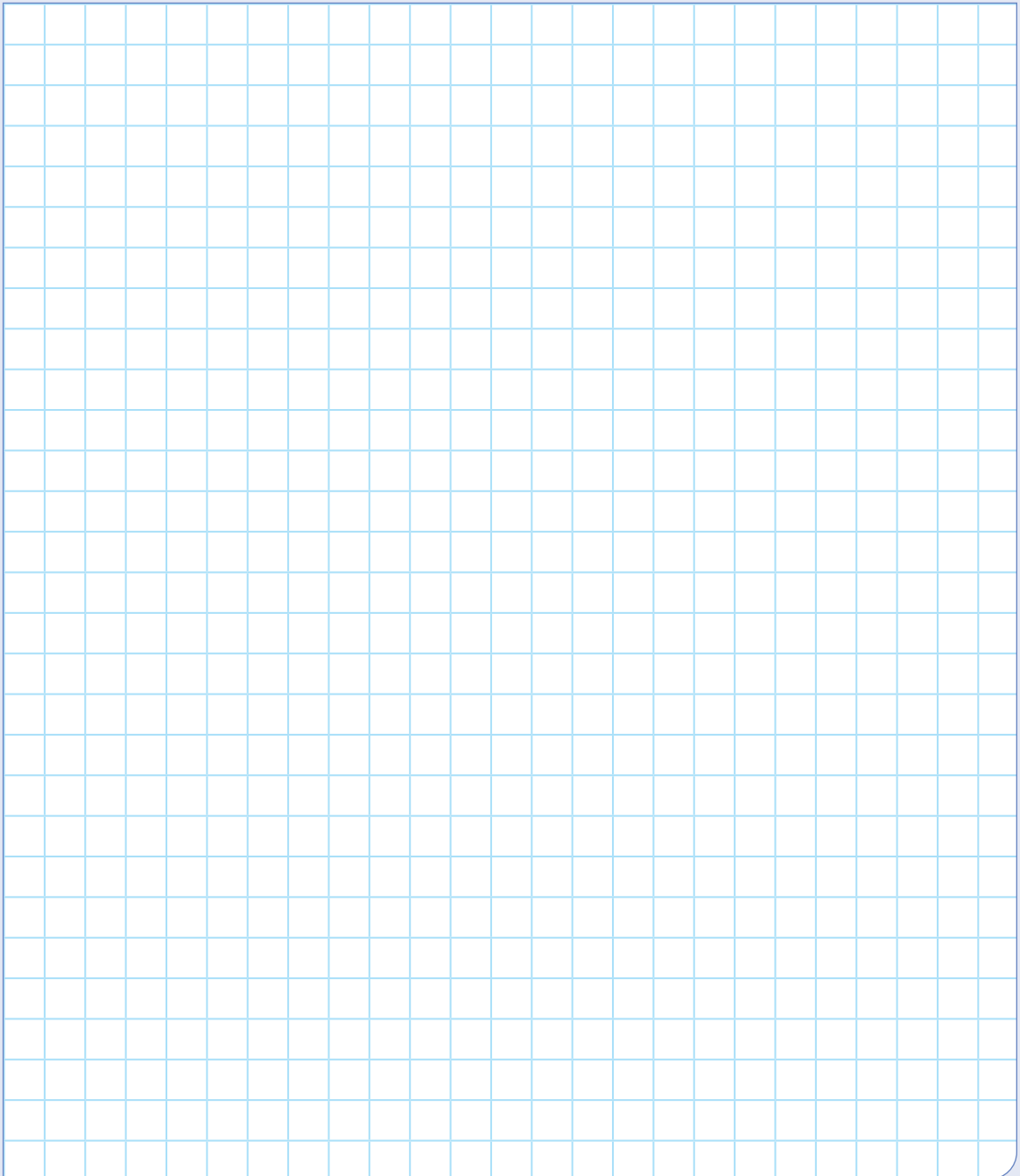
d) 140 m



9. Se observa que dos postes de luz de 360 cm de altura, ubicados a una distancia de 600 cm, iluminan una calle, como lo muestra la figura. Determina la longitud del segmento que queda iluminado por los dos postes.



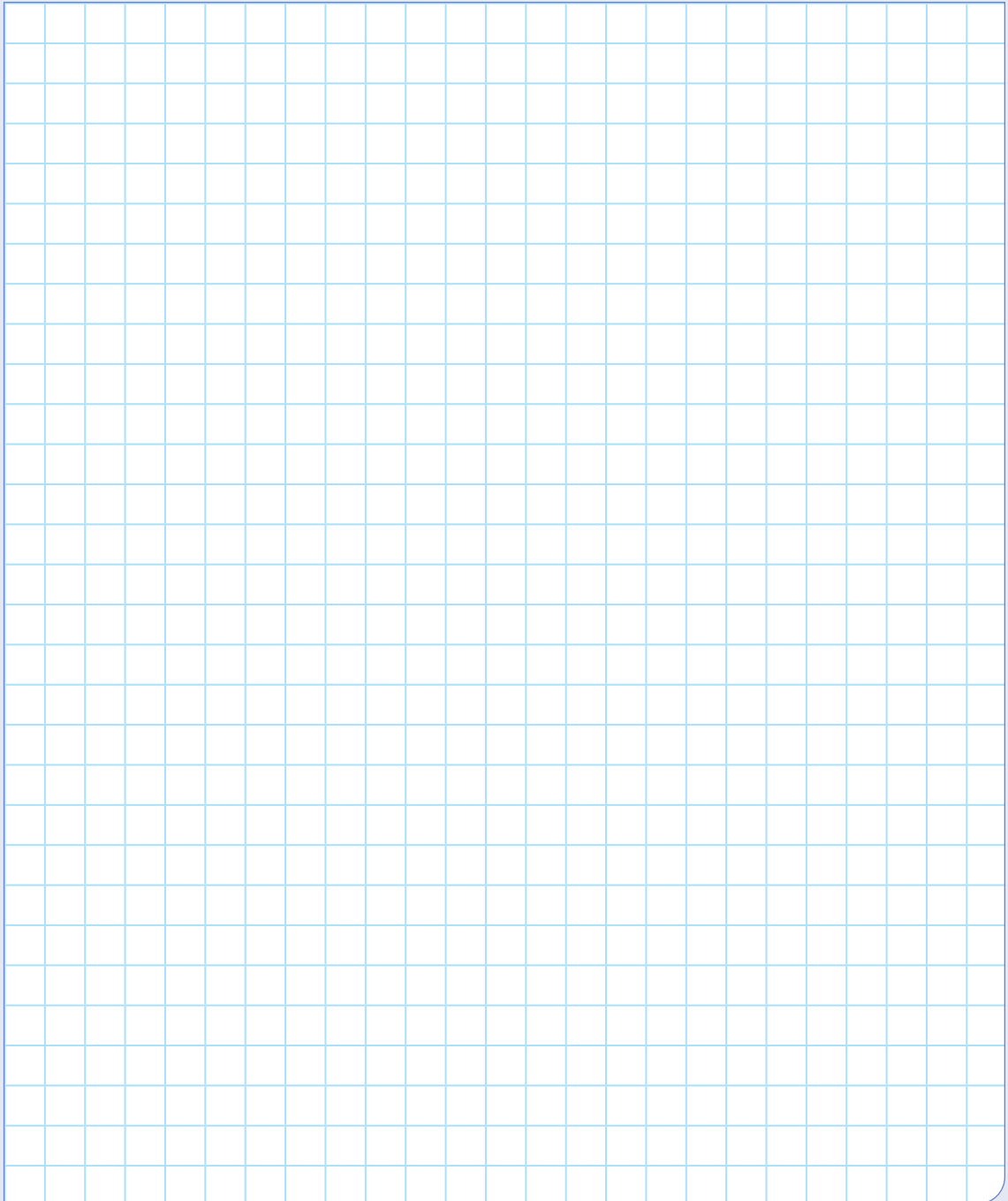
- a) 1,2 m                      b) 2,4 m                      c) 3,6 m                      d) 4,8 m



10. Una asociación que vela por el cuidado ambiental de nuestro litoral contrata una avioneta que sobrevuela las playas más concurridas de Lima para desplegar avisos de difusión.

Dos salvavidas, Carla y Miguel, están ubicados en una misma línea recta en la misma dirección, separados por 153 m de distancia. En un determinado momento, entre ellos ven la avioneta, que sobrevuela a una altura constante, con ángulos de elevación de  $82^\circ$  y  $53^\circ$ , respectivamente.

¿A qué altura, aproximadamente, vuela la avioneta?





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Recopilamos datos de una variable cuantitativa de una muestra pertinente para el objetivo de estudio, adaptando y combinando procedimientos para determinar medidas de tendencia central como la media y medidas de dispersión como el rango, desviación media, desviación estándar y varianza.

### Analizamos los resultados de la prueba de Matemática

En muchos ámbitos del quehacer laboral y de la investigación, es frecuente escuchar frases como “la desviación típica del peso de los estudiantes es muy grande” o “la media de las estaturas presenta poca desviación”. Estas son medidas estadísticas de dispersión, que se utilizan para tomar decisiones y constituyen importantes fuentes para el análisis de datos y variables. A continuación, veamos un caso.

Los puntajes de una prueba de Matemática que rindió un grupo de diez estudiantes de quinto grado de secundaria se muestran en la siguiente tabla:

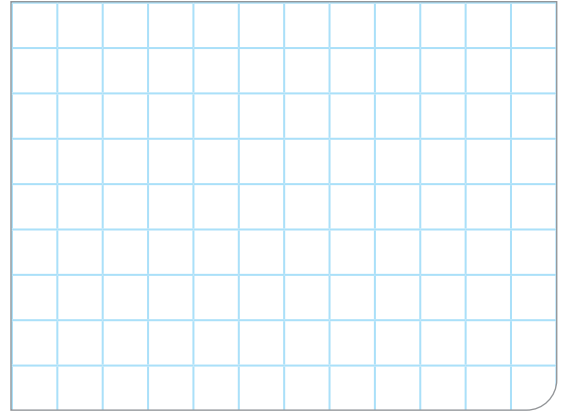
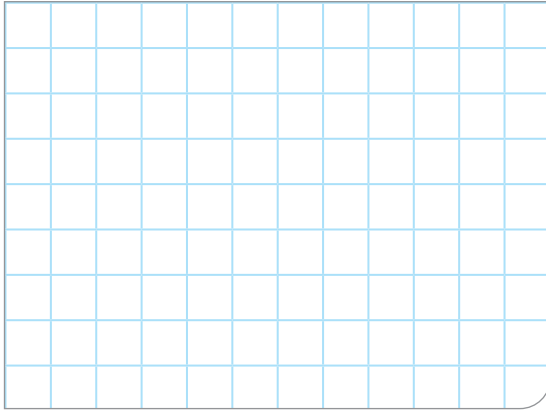
N.º	Puntaje
1	14
2	16
3	14
4	12
5	17
6	10
7	16
8	12
9	17
10	17



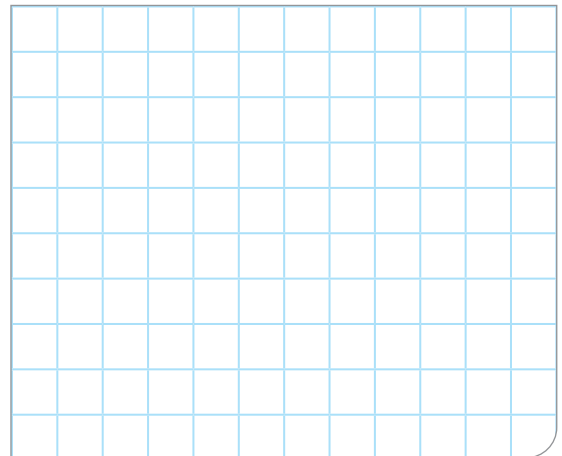
1. El profesor cree que el rango de los puntajes obtenidos en la prueba es muy grande. ¿Cuál es este rango?
2. El profesor del curso ha señalado que, si la desviación media de dicha prueba es mayor que 2, rendirán otro examen. ¿Tomarán otra prueba de Matemática a los estudiantes de quinto? (Se sabe que la media de los datos es 14,5).
3. Al ver la media de la prueba (14,5), el profesor del curso ha señalado que “una varianza de hasta 4,5 indicaría buenos resultados”. ¿Cuál es la varianza de los puntajes del examen de Matemática?
4. Con la finalidad de estar seguro de la distribución de los puntajes, el profesor decide que será la desviación estándar la que defina si se toma o no otra prueba. Por ello, ha señalado que “si el doble de la desviación estándar es mayor que 4,5, tomará otro examen”.

## Comprendemos el problema

1. ¿Cuál es la condición del profesor, con respecto a la desviación media, para que tome otro examen?
3. ¿Cuál es el valor de la varianza que indica buenos resultados en la prueba de Matemática?

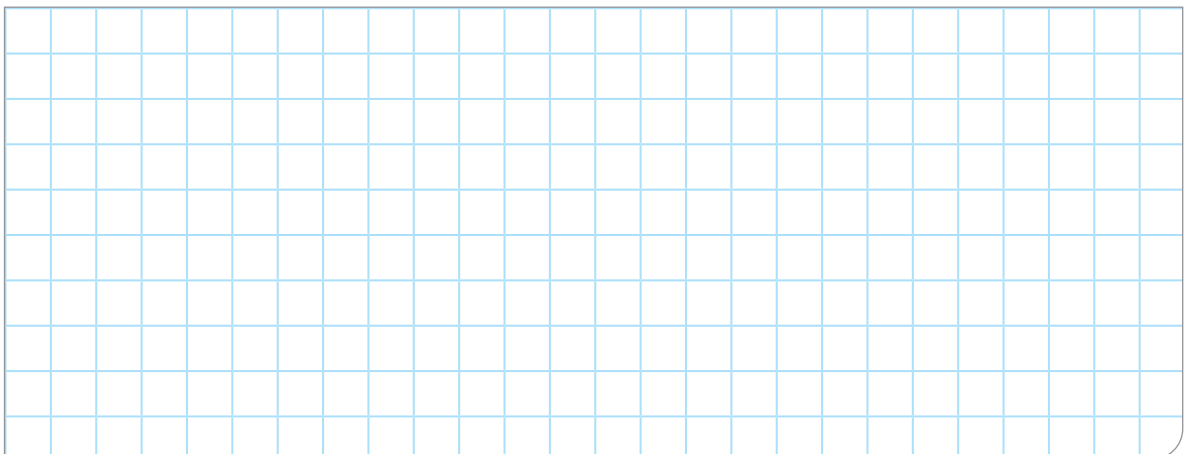


2. ¿Cuál es el valor de la media de los datos correspondientes a las pruebas de los diez estudiantes?
4. ¿Qué condición debería tener la desviación estándar para que el profesor tome otro examen?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento a seguir para responder las preguntas de la situación significativa.





## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Organiza los datos en la tabla de frecuencias, completa la frecuencia absoluta y la frecuencia absoluta acumulada.

Puntajes $X_i$	$f_i$	$F_i$
10	1	1
12		
14		
16		
17		
Total		

2. Determina el rango. En tu opinión, ¿crees que es grande?

3. Calcula la desviación media, luego de completar las columnas correspondientes de la tabla de frecuencias, y responde la segunda pregunta de la situación significativa.

Recuerda que la desviación media (DM), denominada también desviación promedio, mide el promedio de los valores absolutos de las distancias de los datos con respecto a su media. Se calcula con la siguiente fórmula:

$$DM = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n}$$

Donde:

$X_i$ : valor de cada observación

$\bar{x}$ : media aritmética de los valores

$f_i$ : frecuencia absoluta

$n$ : número de observaciones

$|X_i - \bar{x}|$ : valor absoluto de la diferencia  $X_i - \bar{x}$

Puntajes $X_i$	$f_i$	$F_i$	$ X_i - \bar{x} $	$ X_i - \bar{x}  \cdot f_i$
10	1	1		
12				
14				
16				
17				
Total				





## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con lenguaje matemático nuestra comprensión sobre la pertinencia de las medidas de tendencia con respecto a la media, en relación con la desviación estándar, desviación media y varianza, planteando y contrastando conclusiones sobre la tendencia de una población, reconociendo errores si los hubiera, así como proponiendo mejoras.

### Situación significativa A

La compañía farmacéutica "Mediplus" llevó a cabo un estudio clínico con 20 personas para probar la efectividad del medicamento "Radinul". Este fármaco se ha diseñado para reducir los elevados niveles de colesterol. El estudio se realizó en 12 semanas, en las cuales los participantes ingirieron una pastilla diaria de Radinul. La base de datos obtenida se muestra en la tabla, en la cual se aprecian los niveles de colesterol antes y después del tratamiento.

Código	Nivel de colesterol	
	Antes	Después
1	230	173
2	267	173
3	312	168
4	314	168
5	306	169
6	292	169
7	249	162
8	230	162
9	232	165
10	269	165
11	230	168
12	267	169
13	312	168
14	314	169
15	306	176
16	292	176
17	249	168
18	230	168
19	118	153
20	269	153

Se sabe que las medias del nivel de colesterol antes y después del tratamiento son 264,4 y 167,1, respectivamente.

- ¿Cuál es el rango del nivel de colesterol antes del tratamiento con Radinul?
- Con la finalidad de determinar el intervalo que agrupe los datos alrededor de la media antes del tratamiento, los responsables del estudio han decidido utilizar la desviación media (DM). ¿Cuál es el intervalo que agrupa los datos alrededor de la media utilizando la DM?

### Resolución

- Calculamos el rango del nivel de colesterol antes del tratamiento:  
El rango es igual a la diferencia del valor máximo menos el valor mínimo.  
Valor máximo: 314; valor mínimo: 118  
Rango:  $314 - 118 = 196$

b. Calculamos la desviación media:

$$DM = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n}$$

Elaboramos la tabla de frecuencias con los datos correspondientes.

Consideramos el valor de la media del nivel de colesterol antes del tratamiento que se muestra en el enunciado de la situación,  $\bar{x} = \frac{5281}{20} = 264,4$

Nivel de colesterol antes del tratamiento $X_i$	$f_i$	$F_i$	$ X_i - \bar{x}  \cdot f_i$
118	1	1	146,40
230	4	5	137,60
232	1	6	32,40
249	2	8	30,80
267	2	10	5,20
269	2	12	9,20
292	2	14	55,20
306	2	16	83,20
312	2	18	95,20
314	2	20	99,20
Total	20		$\Sigma = 694,40$

Luego de sumar los valores de la última columna (es decir:  $\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{x}| \cdot f_i = 694,40$ ), aplicando la fórmula se tiene:

$$DM = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n} = \frac{694,40}{20} = 34,72$$

El intervalo pedido es:

$$[\text{Media} - DM; \text{Media} + DM] = [264,4 - 34,72; 264,4 + 34,72] = [229,68; 299,12]$$

**1.** Describe el procedimiento realizado para calcular el intervalo que agrupa los datos alrededor de la media antes del tratamiento.

**2.** ¿Cuál es el nivel de colesterol que tiene la mayor cantidad de personas? ¿Se encuentra dentro del intervalo hallado?

**3.** ¿Qué crees que ocurra con los valores de las medidas de dispersión después del tratamiento? Argumenta tu respuesta.

**4.** Plantea dos ventajas del uso de las medidas de dispersión.

### Situación significativa B

Una compañía farmacéutica le había solicitado al equipo de investigadores que le informase sobre la tendencia en los niveles de colesterol antes del tratamiento y la variación del nivel después. ¿Cuál fue la respuesta?

### Resolución

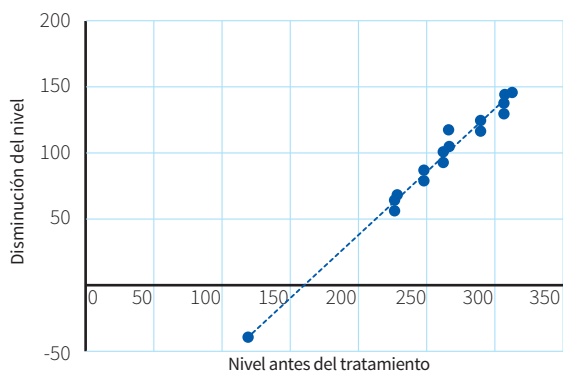
- Hallamos la variación del nivel de colesterol.

Nivel de colesterol antes del tratamiento	118	230	230	230	230	232	249	249	267	267	269	269	292	292	306	306	312	312	314	314
Disminución del nivel por el tratamiento	-35	57	68	62	62	67	87	81	94	98	104	116	123	116	137	130	144	144	146	145

- Hacemos el diagrama de dispersión para establecer la correlación entre las variables: nivel de colesterol antes del tratamiento y la disminución del nivel.

Para corroborar, puedes ayudarte usando la hoja de cálculo de Excel.

Para ver la tendencia, trazamos una recta que se ajuste a los datos:



**Respuesta:** Cuanto más colesterol se tenía antes, este disminuye más. Es decir, el medicamento tiene mayor efecto justamente en los pacientes con colesterol más alto.

1. ¿Cómo se ha hallado la disminución?

2. ¿Cómo es la dispersión de los datos en la recta?

3. ¿Qué información se puede obtener con la recta de tendencia?

### Situación significativa C

La tabla muestra la estatura de los jugadores de la selección peruana de fútbol.

Estatura (cm) [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> [	f <sub>i</sub>
[169; 173[	4
[173; 177[	5
[177; 181[	7
[181; 185[	4
[185; 189]	3
Total	23



© ANDINA/Juan Carlos Guzmán

Calcula la desviación estándar y el coeficiente de variación, luego interpreta los resultados.

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Para calcular la desviación estándar y el coeficiente de variación, agregamos columnas en la tabla de distribución de frecuencias.

Recuerda que el coeficiente de variación (CV) es la medida estadística que indica porcentualmente qué tan separados están los datos en relación con su promedio. Se obtiene al dividir la desviación estándar (s) entre el promedio ( $\bar{x}$ ).

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Estatura (cm) [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> [	f <sub>i</sub>	X <sub>i</sub>	X <sub>i</sub> · f <sub>i</sub>	(X <sub>i</sub> - $\bar{x}$ ) <sup>2</sup>	(X <sub>i</sub> - $\bar{x}$ ) <sup>2</sup> · f <sub>i</sub>
[169; 173[	4	171	684	55,5	223,80
[173; 177[	5	175	875	12,11	60,55
[177; 181[	7	179	1253	0,27	1,89
[181; 185[	4	183	732	20,45	81,72
[185; 189]	3	187	561	72,62	217,77
Total	23		4105		585,74

Para completar la tabla, se calculó la media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i}{n} = \frac{4105}{23} = 178,48$$

La desviación estándar:

$$s = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{n} = \frac{585,74}{23} = 25,47$$

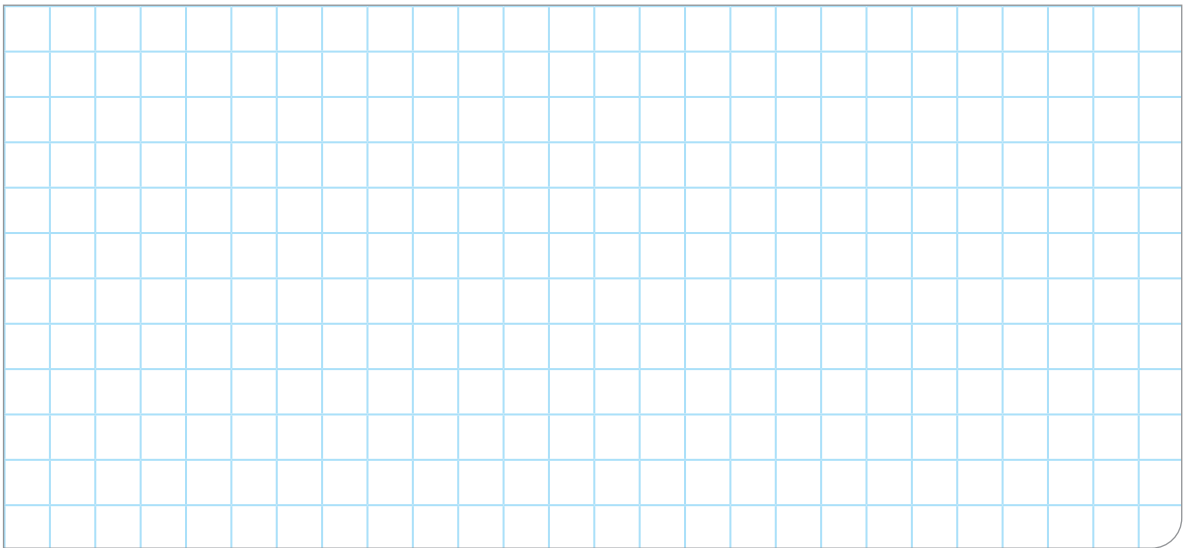
El coeficiente de variación:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{25,47}{178,48} \cdot 100\% = 0,142 \times 100\% = 14,2\%$$

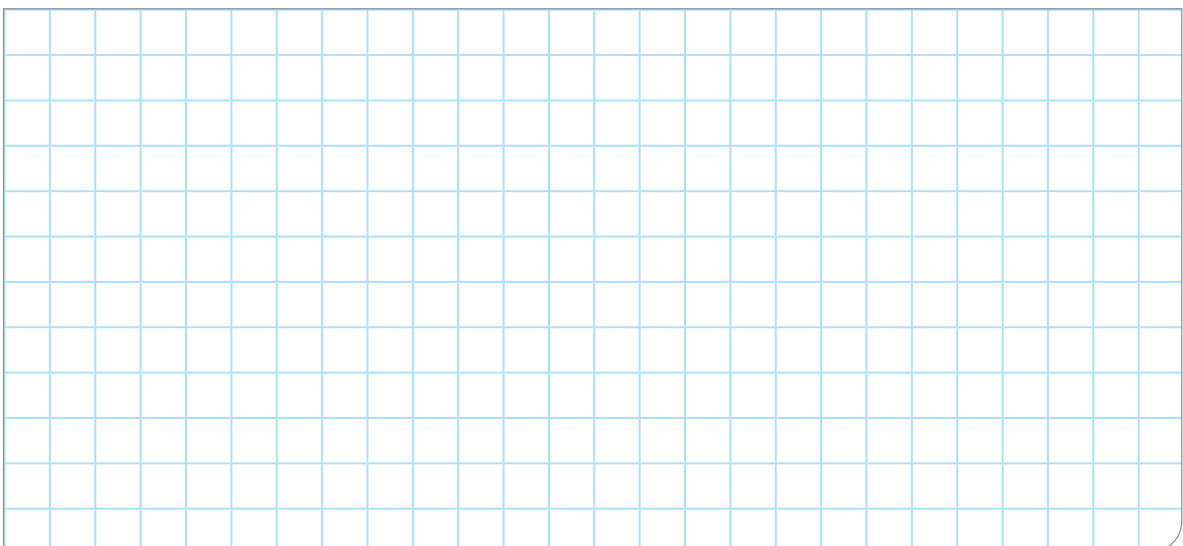
Por lo tanto, la desviación estándar de las edades es 25,47 años, que representa el 14,2 % de desviación respecto a la media.

Si el CV se encuentra entre el 10 % y el 15 %, es decir:  $10\% < CV < 15\%$ , se dice que los datos son regularmente homogéneos.

- 1.** ¿Es posible que la desviación estándar sea mayor que el rango de las estaturas? Explica.



- 2.** Verifica el procedimiento y los resultados de la desviación estándar y del coeficiente de variación. Si son incorrectos, corrígelos e interpreta los nuevos resultados.





## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Recopilamos datos de una variable cuantitativa de una muestra pertinente para el objetivo de estudio, adaptando y combinando procedimientos para determinar medidas de tendencia central como la media y medidas de dispersión como el rango, desviación media, desviación estándar y varianza. Asimismo, expresamos con lenguaje matemático nuestra comprensión sobre la pertinencia de las medidas de tendencia central con respecto a la media, en relación con la desviación estándar, desviación media y varianza, planteando y contrastando conclusiones sobre la tendencia de una población, reconociendo errores si los hubiera, así como proponiendo mejoras.

Un estudio para determinar la relación entre el nivel de ansiedad y la autoestima se llevó a cabo a un grupo de 20 estudiantes de quinto de secundaria de una institución educativa. En la tabla se muestran los puntajes obtenidos en cada variable. También se sabe que las medias de las variables son:

$$\bar{x}_{\text{autoestima}} = 2,83; \bar{x}_{\text{ansiedad}} = 1,70$$

Se recomienda utilizar una hoja de cálculo (Excel) para facilitar las operaciones.

Con la información dada, responde las preguntas 1; 2; 3 y 4.

**1.** ¿Cuál es el rango del nivel de autoestima de los estudiantes de quinto de secundaria?

- a) 2,50      b) 2,05      c) 2,09      d) 2,15

N.º	Nombres	Sexo	Autoestima	Ansiedad
1	Pedro	H	3,08	1,42
2	Noemí	M	2,92	1,96
3	Luis	H	1,75	2,43
4	Daniela	M	3,45	1,13
5	Danny	H	2,78	2,12
6	Angie	M	3,80	1,07
7	Fernando	H	1,84	2,38
8	Víctor	H	1,91	2,26
9	Armando	H	1,98	2,31
10	Celia	M	3,12	1,35
11	Eduardo	H	3,72	1,16
12	Juan	H	3,24	1,28
13	José	H	3,64	1,21
14	María	M	2,25	2,02
15	Larisa	M	3,78	1,15
16	Rocío	M	1,95	2,17
17	Carlos	H	2,09	2,18
18	Roberto	H	2,32	2,09
19	Jesús	H	3,25	1,18
20	Carmen	M	3,70	1,04







8. Los responsables de la encuesta han señalado que, si la desviación media de los niveles de ansiedad es menor o igual que 0,05 ( $DM \leq 0,05$ ), puede considerarse que la autoestima en dicho grupo de estudiantes requiere ser atendida por un psicólogo; mientras que si es superior, bastará con que su tutor converse con ellos.

Nivel de ansiedad $X_i$	$f_i$	$F_i$	$(X_i - \bar{x})^2$	$(X_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
1,04				
1,07				
1,13				
1,15				
1,16				
1,18				
1,21				
1,28				
1,35				
1,42				
1,96				
2,02				
2,09				
2,12				
2,17				
2,18				
2,26				
2,31				
2,38				
2,43				
Total				

Completa la tabla, luego calcula la desviación media y responde:

¿Cuál de las dos decisiones deberá tomarse con los estudiantes encuestados de quinto de secundaria?

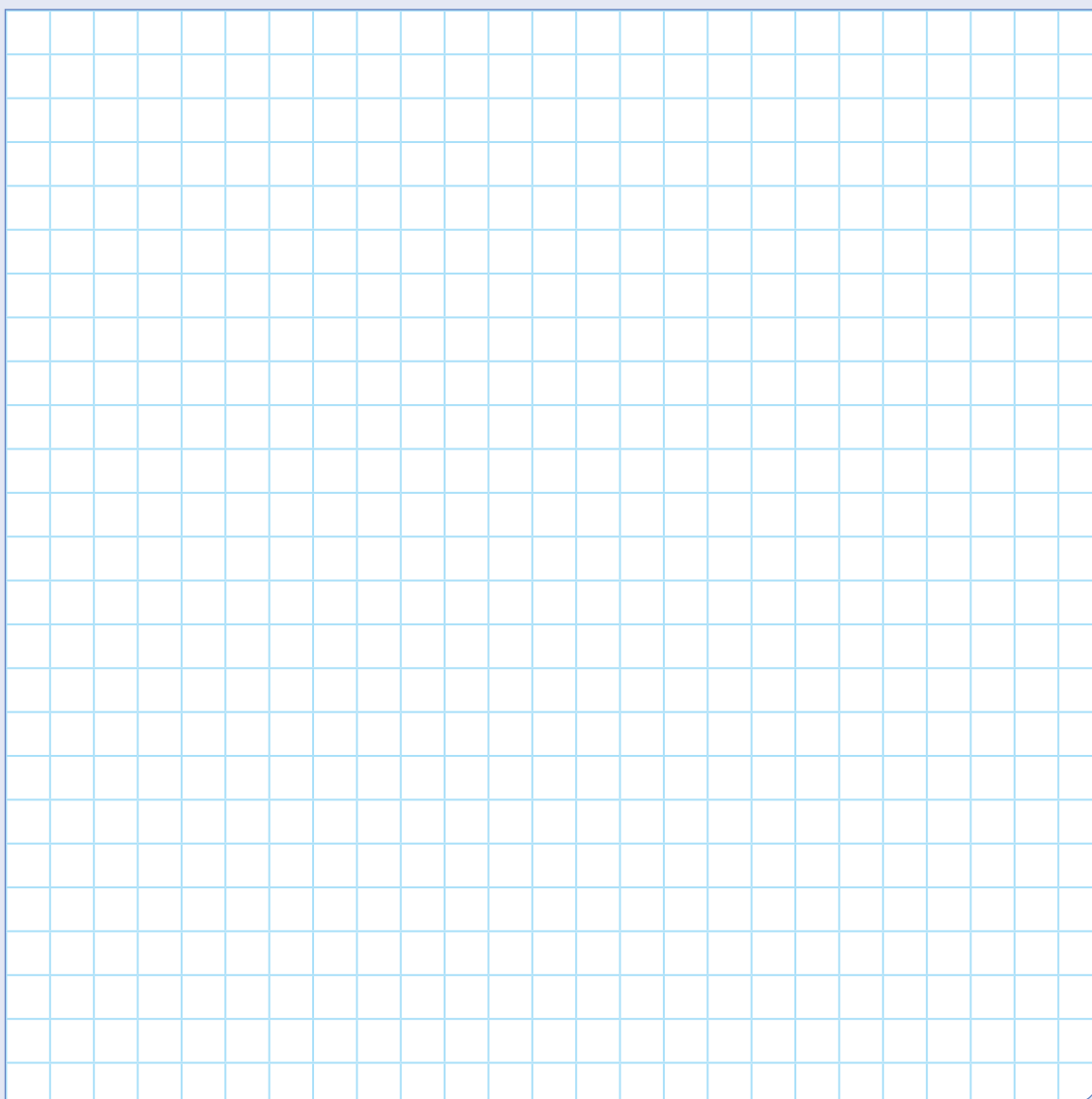
- a) Deberán ser atendidos por un psicólogo.                      c) No se puede determinar la DM de autoestima.  
 b) El tutor deberá conversar con los estudiantes.              d) Debería intervenir el director.


9. Con la finalidad de determinar la dispersión de los niveles de ansiedad, los responsables de la encuesta deciden tomar en cuenta la varianza. ¿Cuál es el valor de la varianza del nivel de ansiedad en los estudiantes de quinto de secundaria? (Considera como dato la respuesta de la pregunta 8).

- a) 1,24                      b) 0,27                      c) 0,26                      d) 0,59


10. Considerando los valores de la tabla que muestra la estatura de los jugadores titulares y suplentes de la lista preliminar de la selección peruana de fútbol convocados por el director técnico para participar en la Copa América Argentina-Colombia 2020, se pide calcular la desviación estándar y el coeficiente de variación. Luego interpreta los resultados.

Estatura (cm) $[L_i; L_{i+1}[$	Jugadores titulares	Jugadores suplentes
[169; 173[	4	4
[173; 177[	5	5
[177; 181[	6	5
[181; 185[	3	4
[185; 189]	2	2
Total	20	20





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos o regularidades y transformamos dichas relaciones a expresiones matemáticas que incluyen sucesiones crecientes o decrecientes, convergentes u oscilantes, expresando dichas representaciones mediante diagramas cartesianos o tabulares.

### Cigarras en Quillabamba

Se ha encontrado que muchas colonias de insectos, luego de tener un incremento poblacional, disminuyen significativamente hasta mínimos que no son considerados perjudiciales para los cultivos.

Hallamos que el crecimiento poblacional de algunos insectos, es decir, la proporción de individuos hembras que se incrementan, puede ser determinado por una expresión algebraica como la siguiente:

$$P = kn(1 - n)$$

Donde:

$P$ : población de insectos hembras para el día siguiente a  $n$

$n$ : número de insectos hembras por miles en el día  $n$

$k$ : coeficiente de reproductividad de la colonia de insectos según su especie y otras condiciones

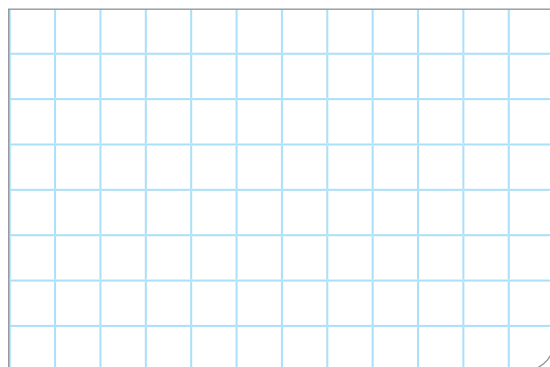
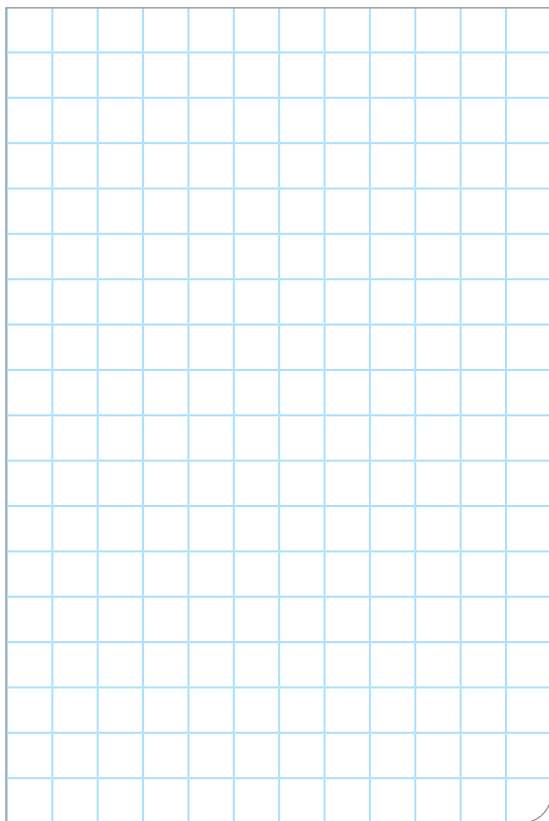


Acerca de una colonia de cigarras en Quillabamba, Cusco, se sabe que su coeficiente de reproductividad es 0,75 y que el número actual de insectos hembras por miles es 0,4.

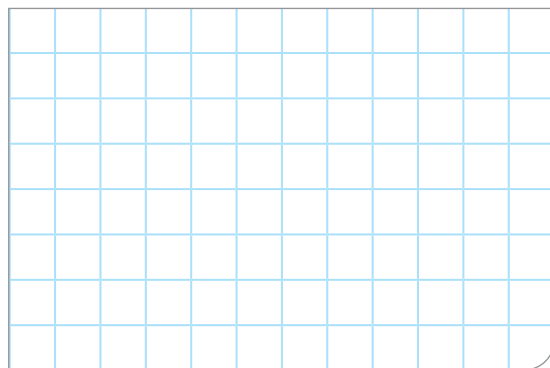
1. Se desea conocer si, dadas esas condiciones, la población de insectos hembras de dicha colonia aumentará o disminuirá.
2. ¿Cuántos miles de insectos hembras habrá dentro de cuatro días?

## Comprendemos el problema

1. ¿Cuál es la expresión algebraica que determina la población de insectos hembras?
2. ¿Qué datos se presentan en la situación significativa?

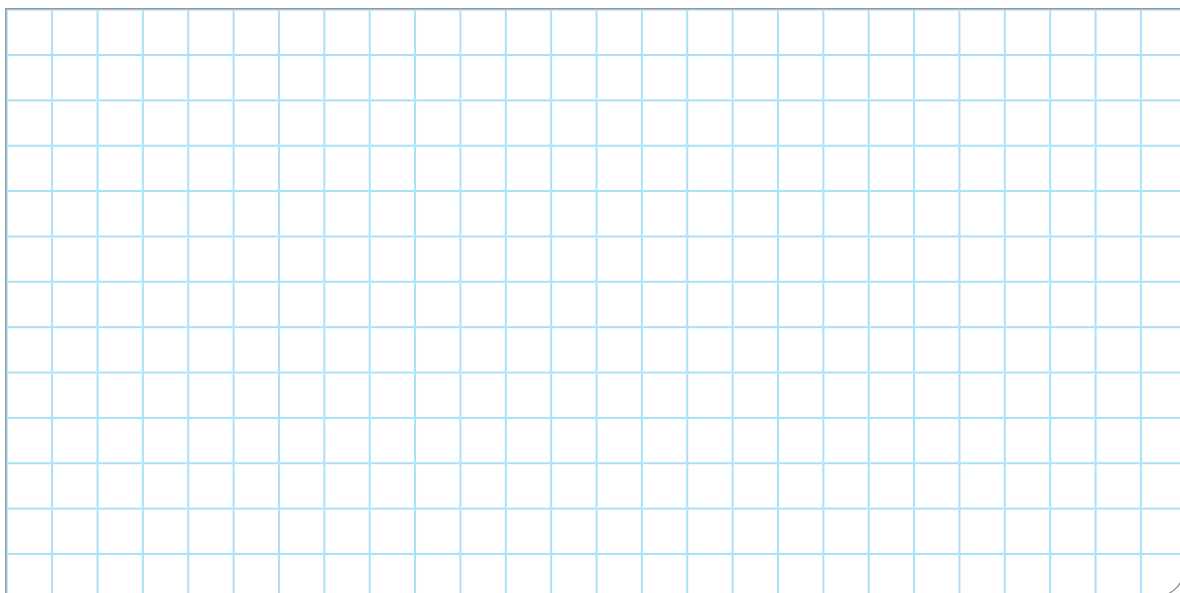


3. ¿Qué piden hallar las preguntas de la situación significativa?



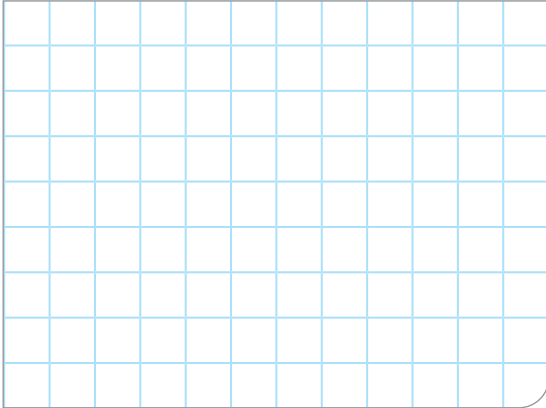
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué procedimiento realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa?

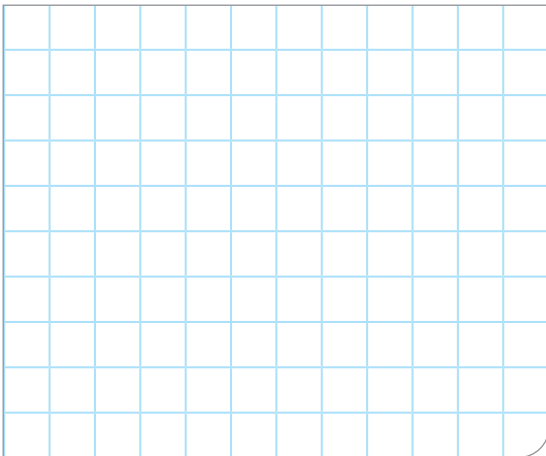


## Ejecutamos la estrategia o plan

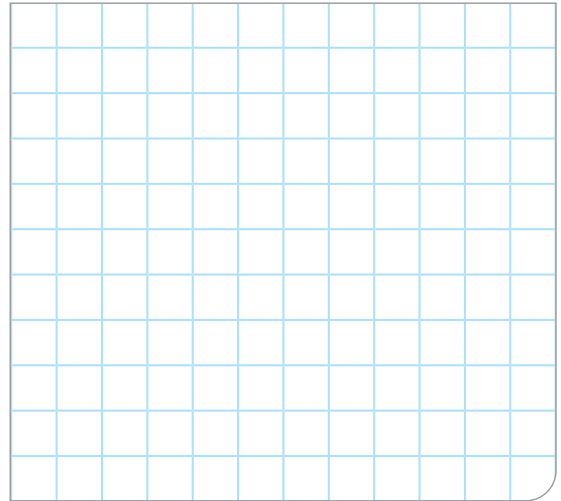
1. Calcula la población de cigarras hembras en miles al día siguiente (segundo día), aplicando la expresión algebraica. Responde la primera pregunta de la situación significativa.



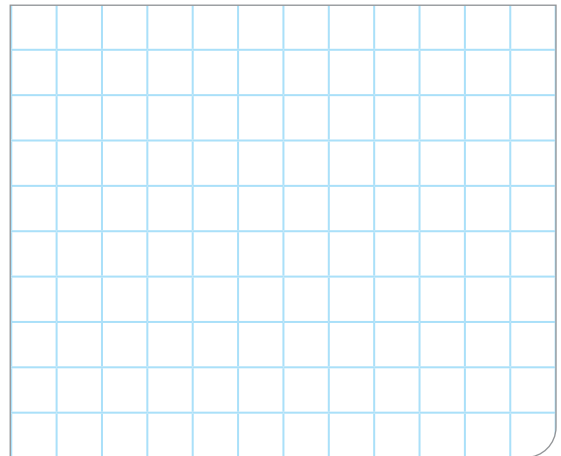
2. Según el resultado de la primera pregunta, ¿cuántos miles de insectos hembras habrá el día 3?



3. Según el resultado de la pregunta anterior, responde la segunda pregunta de la situación significativa.

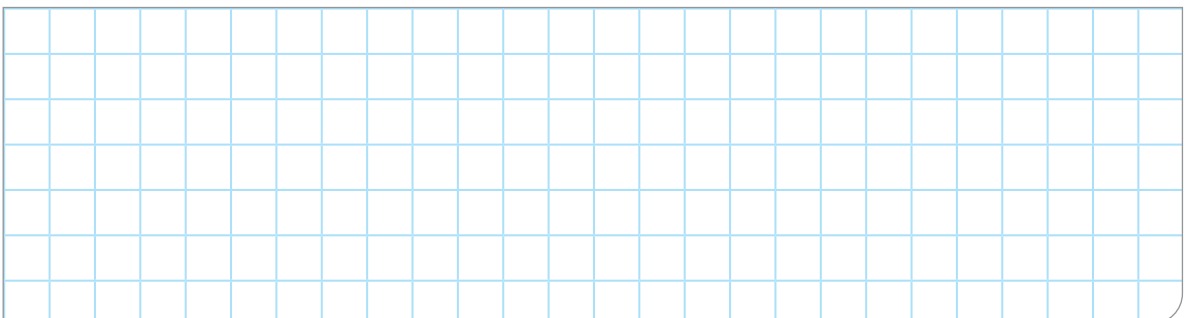


4. Para visualizar la tendencia, organiza los datos en un diagrama cartesiano.



## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Por qué disminuyen los datos organizados en la pregunta 4 de la sección *Ejecutamos la estrategia o plan*? ¿A qué valor tienden a acercarse según aumenta el número de cigarras hembras? Explica tu respuesta.





# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Combinamos y adaptamos estrategias heurísticas y gráficas para hallar términos desconocidos de una sucesión creciente o decreciente o alternada u oscilante, así como planteamos afirmaciones sobre las características de dichas sucesiones, justificando y comprobando la validez de una afirmación.

## Situación significativa A

Una colonia de saltahojas en Piura tiene coeficiente de reproductividad 2,5 y el número actual de insectos hembras por miles es 0,35.

Un investigador agrícola desea conocer si, dadas esas condiciones, el crecimiento de dicha colonia aumentará o disminuirá en los próximos días.



## Resolución

- Sabemos que  
 $k$ : coeficiente de reproductividad,  $k = 2,5$   
 $n$ : número de insectos hembras por miles,  $n = 0,35$
- Para saber el crecimiento o disminución de la población de insectos hembras, utilizamos la fórmula:  $P = k n (1 - n)$ , donde  $P$  es la población de insectos hembras en el día posterior al día en que se tiene  $n$ .
- Luego:  $P_1 = 2,5(0,35) (1 - 0,35) = 0,568 75$   
 $P_2 = 2,5(0,568 75) (1 - 0,568 75) = 0,613 18$   
 $P_3 = 2,5(0,613 18) (1 - 0,613 18) = 0,592 97$   
 y así sucesivamente:

Mostramos los cálculos en una tabla:

Términos	Valores ( $n$ )	Población $Tn = 2,5n(1 - n)$
$P_1$	0,350 00	0,568 75
$P_2$	0,568 75	0,613 18
$P_3$	0,613 18	0,592 97
$P_4$	0,592 97	0,603 39
$P_5$	0,603 39	0,598 28
$P_6$	0,598 28	0,600 85
$P_7$	0,600 85	0,599 57
$P_8$	0,599 57	0,600 21
$P_9$	0,600 21	0,599 89
$P_{10}$	0,599 89	0,600 05
$P_{11}$	0,600 05	0,599 97
$P_{12}$	0,599 97	0,600 01
$P_{13}$	0,600 01	0,599 99
...	...	...

**Respuesta:** Observamos que la tendencia es converger en 0,6.

1. Cuando el valor de  $n$  aumenta, ¿qué ocurre con el valor de  $P$ ?

2. ¿Qué valor tendrá  $n$  cuando el resultado sea 0,6?

3. En el caso del problema de la situación significativa de la sección *Aplicamos nuestros aprendizajes*, ¿cómo era la sucesión, creciente o decreciente? Y en este caso, ¿cómo es?

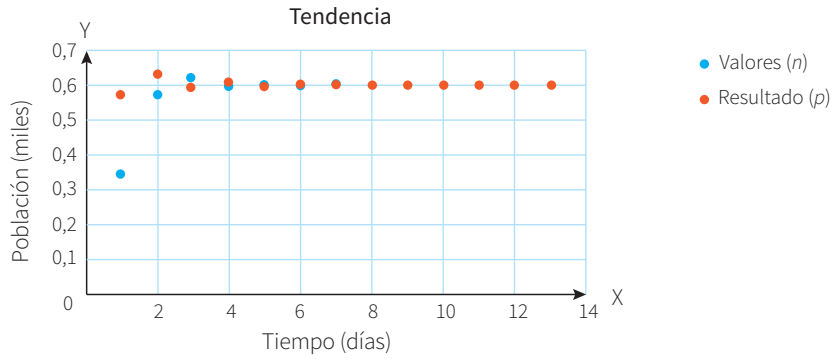


### Situación significativa B

Tomando como referencia la situación significativa A, en la elaboración del informe respecto al saltahojas, ¿cómo sería la gráfica que debe presentar el investigador?

### Resolución

Lo presentamos en un diagrama cartesiano.



1. ¿Qué se mide en el eje Y?

2. ¿Qué verificamos con esta gráfica?

### Situación significativa C

Según el diagrama cartesiano sobre la tendencia, al investigador le preguntaron por el significado del valor límite 0,6. ¿Cuál fue la respuesta que ayudó a los agricultores a tomar una decisión?



## Aprendemos a partir del error

### Resolución

El investigador les recordó que el valor 0,6 es el que alcanzaría como límite después de haberse reproducido el saltahojas.

#### Respuesta:

Esto significa que la colonia de saltahojas empezará a extinguirse cuando llegue a 0,6.

1. Confronta la resolución con el diagrama.

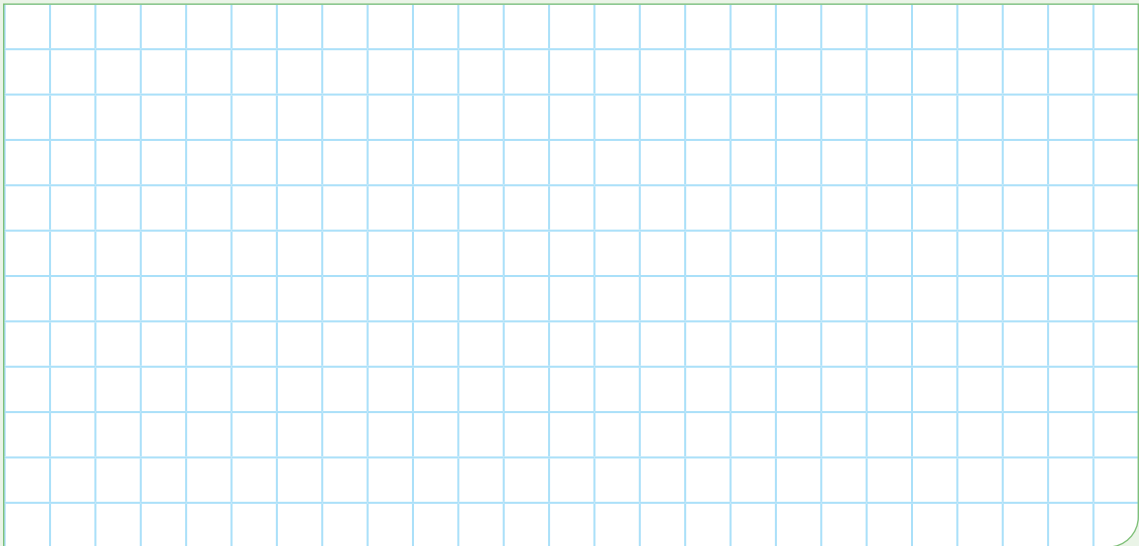
Justifica la respuesta dada. En el caso de que hubiera error, presenta la resolución correcta.



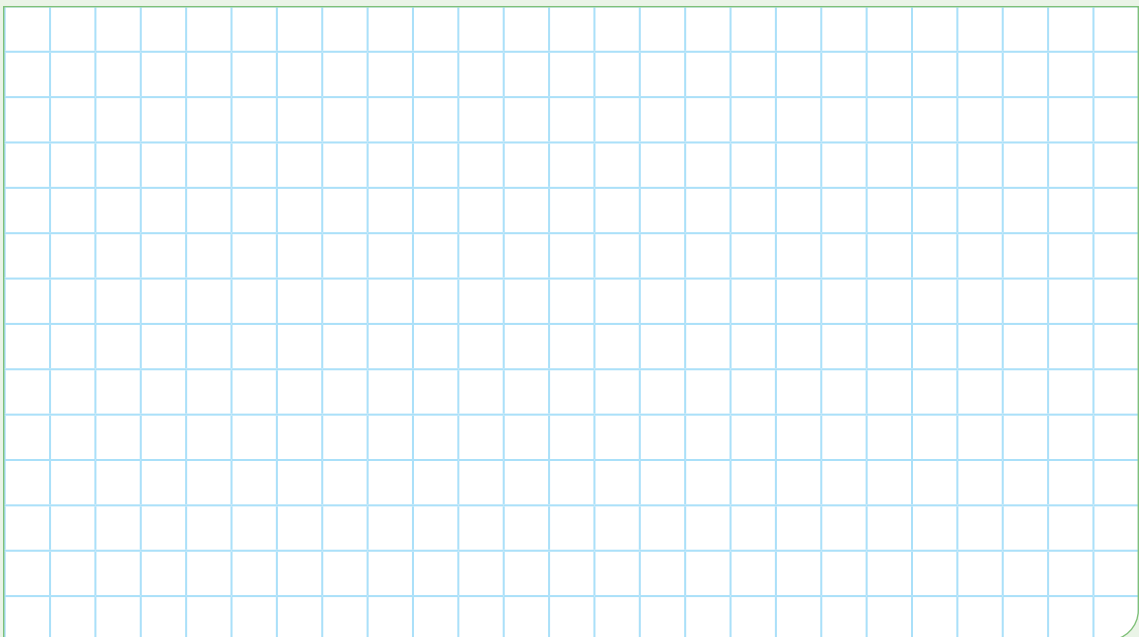
Un investigador médico estaba haciendo un estudio sobre la eficacia de un medicamento para combatir determinada bacteria. Encontró que cuando se aplicaba la medicina, la población de bacterias se reducía según la fórmula  $M = B/(n + 1)$ , donde  $n$  era el tiempo expresado en horas y  $B$ , la cantidad de bacterias en ese periodo.

Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

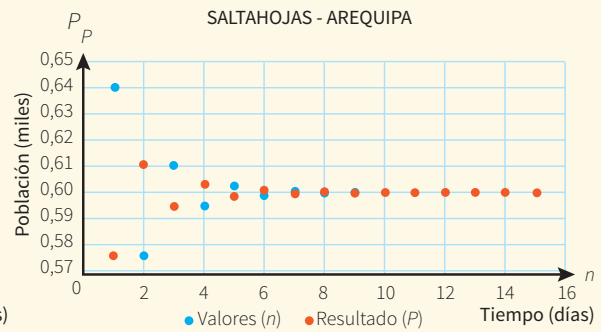
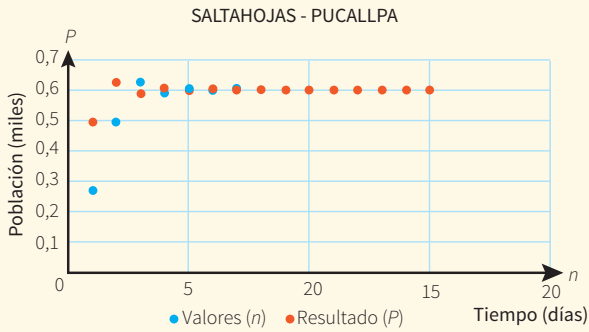
3. ¿Qué tipo de sucesión se identifica cuando los valores se obtienen cada hora?
- a) Oscilante
  - b) Convergente creciente
  - c) Convergente decreciente
  - d) Divergente decreciente



4. Se sabe que cuando hay 500 bacterias, las defensas del organismo se encargan de ellas. Una persona llegó a tener 60 000 bacterias, y en ese momento se le aplicó el medicamento. ¿Cuántos días estuvo en tratamiento para bajar la cantidad de bacterias a ese límite?



En los diagramas, se aprecian los resultados obtenidos en Pucallpa y Arequipa con respecto al saltahojas.

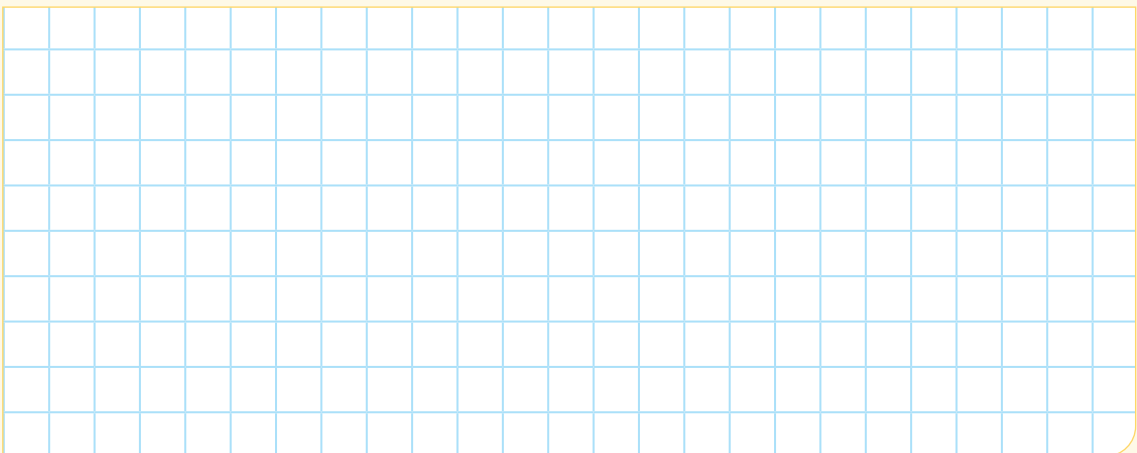


Con la información dada, responde las preguntas 5; 6 y 7.

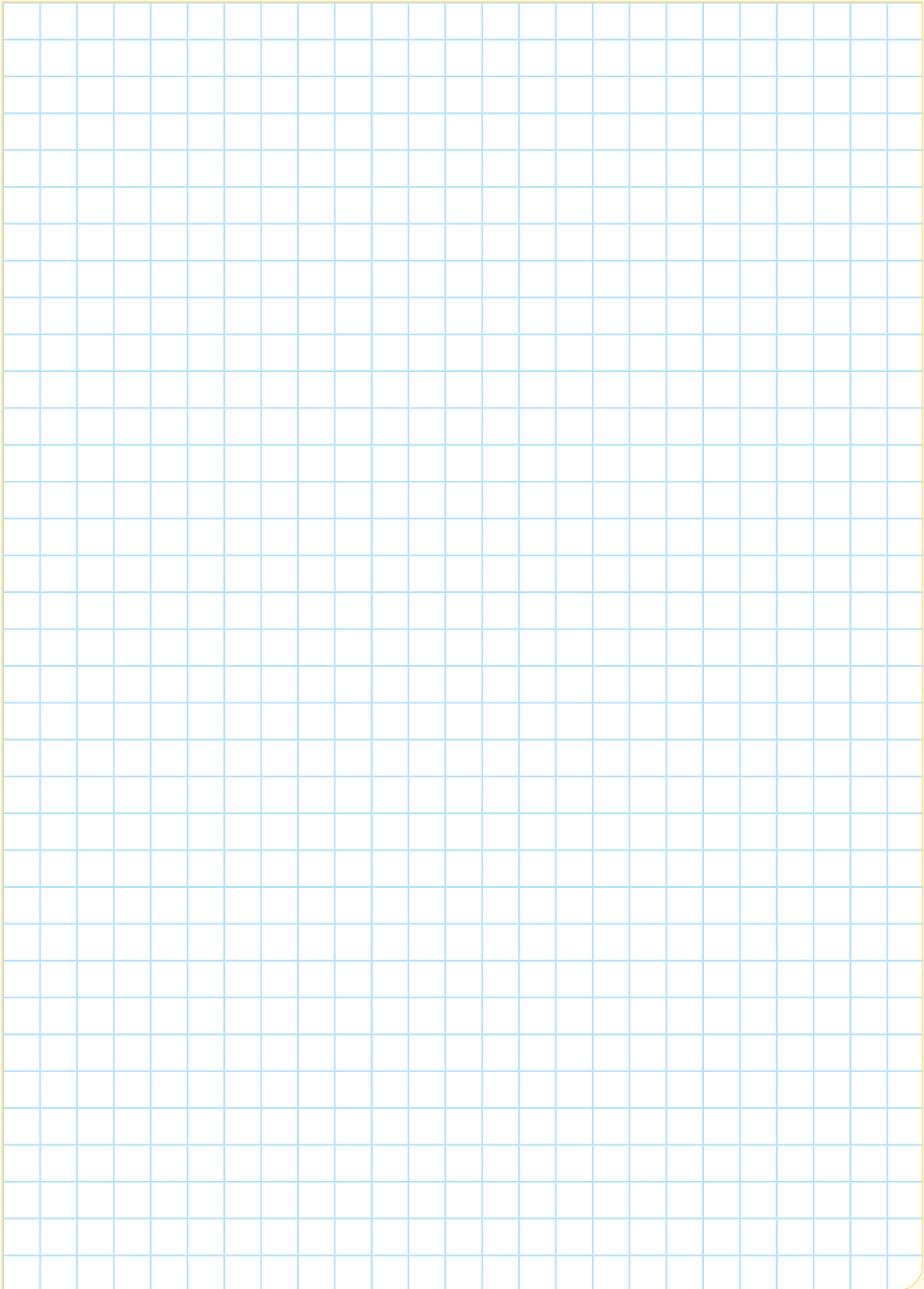
5. Con respecto al saltahojas de Pucallpa, ¿cuál de las afirmaciones es cierta con respecto a  $n$  y  $P$ ?
- En el tercer día, la diferencia es, aproximadamente, de más de 2.
  - En el cuarto día, la diferencia es nula.
  - Entre el primer y segundo día, el resultado aumenta, aproximadamente, 0,5.
  - En el primer día, la diferencia es, aproximadamente, de 0,2.



6. Con respecto al saltahojas de Arequipa, ¿cuál es la cantidad aproximada de insectos hembras en el octavo día?
- 6000
  - 0,600
  - 600
  - 60

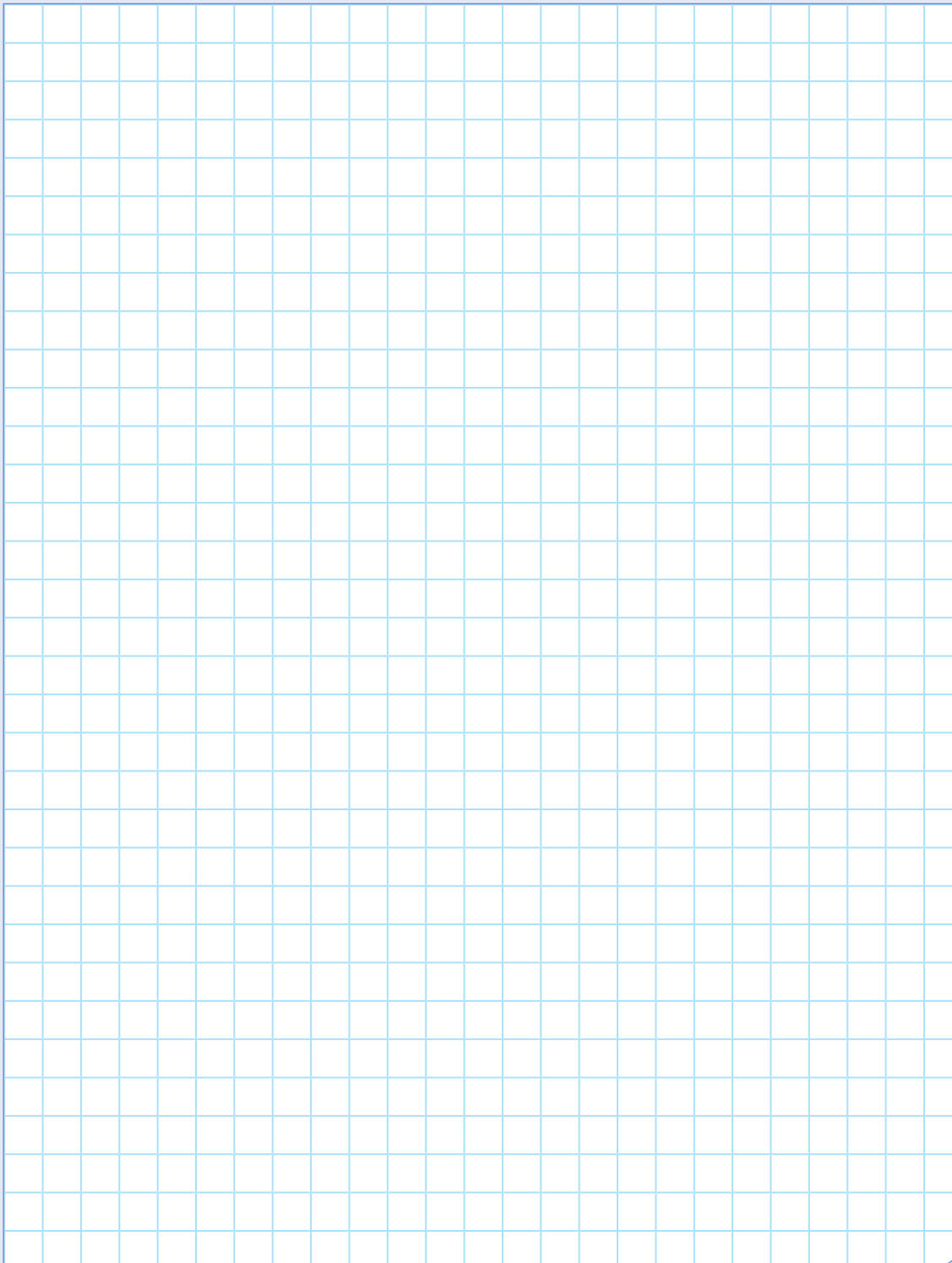


7. A partir de las gráficas, indica el tipo de sucesión que se muestra desde el día 2 al día 5, sabiendo que ambos son convergentes. Explica tu respuesta.





- 10 Los ganaderos van a coordinar acciones para tomar una decisión respecto al problema. En la información que reciben, les muestran un cuadro donde se ve la tendencia en la reproducción de los chinches. Elabora un diagrama cartesiano en el que se aprecie la relación entre los valores  $n$  y  $P$  en función del tiempo.







## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones y lenguaje numérico nuestra comprensión sobre las tasas de interés simple y compuesto, así como términos financieros para interpretar el problema en su contexto. Además, adaptamos estrategias de cálculo para realizar operaciones con tasas de interés simple o compuesto.

### Comprando un departamento

El Estado peruano, con su programa “Mi vivienda”, brinda la oportunidad de adquirir departamentos, condominios y casas propias. Actualmente, en Lima hay un crecimiento tanto en la construcción como en la venta y alquiler de viviendas. El mercado inmobiliario se mueve por dos variables: la estabilidad económica y las tasas de interés hipotecario. En el Perú, la tasa de interés promedio de un crédito hipotecario en soles es de 9 % anual, y en dólares, de 8,5 %. Por este motivo, cada vez más personas tienen acceso a este tipo de crédito, como es el caso de la familia Ramírez Torres, cuyos miembros desean adquirir un departamento, pero solo disponen de \$20 000 y les falta \$40 000. Por ello, acuden a dos entidades crediticias con la intención de solicitar un crédito hipotecario y así comprar su departamento. En estas financieras les proponen las siguientes opciones:

Entidad financiera Credicasa:

- Pago en cuotas mensuales iguales durante cinco años.
- Tasa de interés simple de 8,5 % anual.

Entidad financiera Davivienda:

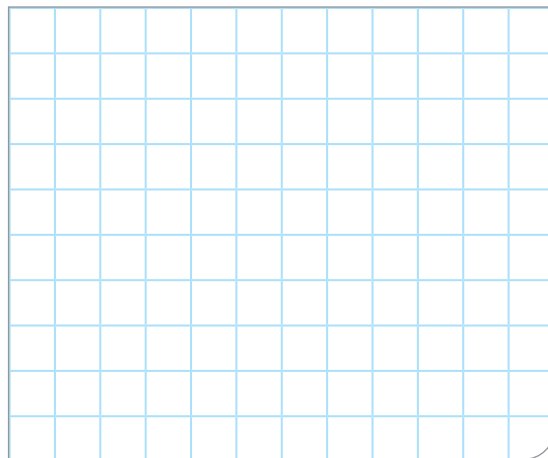
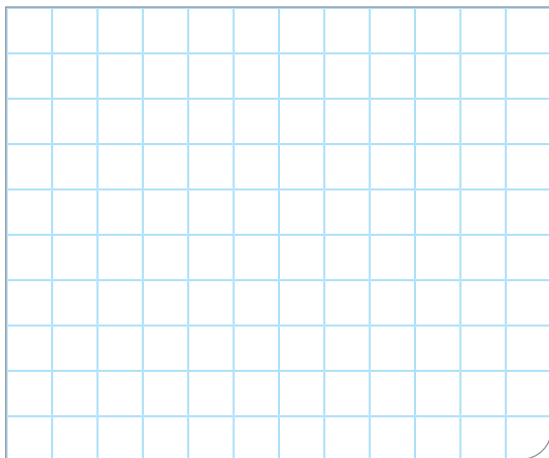
- Pago en cuotas mensuales durante cinco años.
- Tasa de interés compuesto de 7,5 % anual.



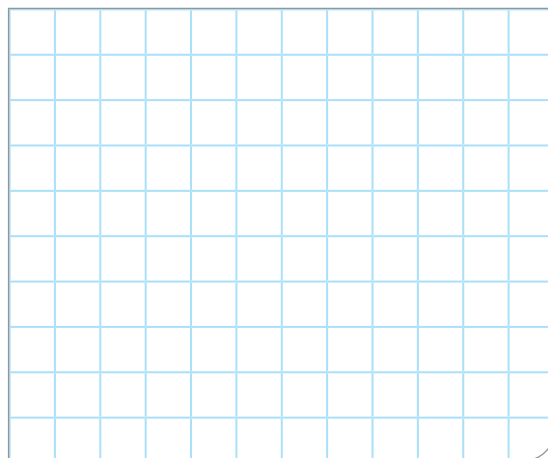
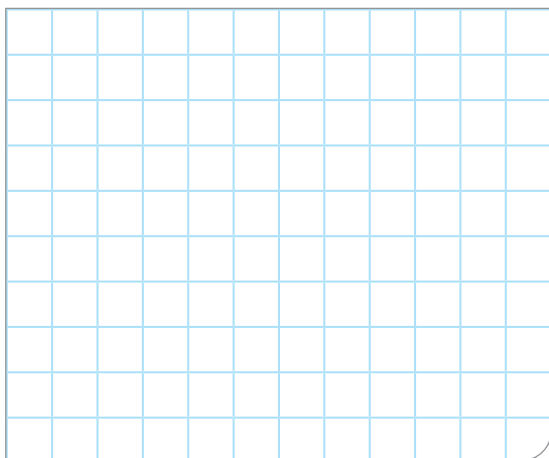
1. ¿Cuál sería el análisis comparativo año a año con la propuesta de cada financiera?
2. ¿Cuál sería la mejor opción para la familia Ramírez Torres? Justifica tu respuesta.

## Comprendemos el problema

1. ¿Cuál es la tasa de interés promedio en el Perú en el mercado inmobiliario?
3. ¿Cuál es la tasa de interés de las financieras CREDICASA y DAVIVIENDA respectivamente?

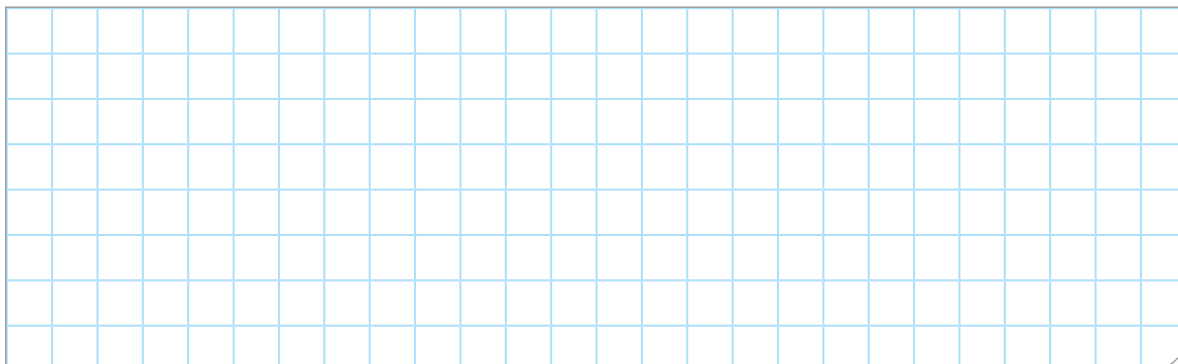


2. ¿Con cuánto de dinero dispone la familia Ramírez Torres para comprar el departamento y cuánto de dinero necesita financiar?
4. ¿Qué nos piden responder las preguntas de la situación significativa?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué procedimiento realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa?







# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos al trabajar con tasas de interés y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen interés simple o compuesto u otros modelos a nuestro alcance; además, planteamos y comparamos afirmaciones sobre la conveniencia o no de determinadas tasas de interés y otras relaciones numéricas que descubrimos.

## Situación significativa A

Ricardo es un profesional con dos hijos, quienes actualmente acaban de ingresar a la universidad. Por ello, se ve en la necesidad de solicitar un préstamo a un banco. Como garantía, tiene que firmar un documento en el cual se detalla la forma de pago y los intereses que se compromete a pagar durante un determinado tiempo.

- El banco le prestará al inicio de este año S/12 500.
- Los pagos se realizarán en cuotas mensuales iguales.
- Al finalizar cada año, se contabilizarán intereses correspondientes al 18 % de los S/12 500 prestados, por un periodo de 5 años.

¿Qué tiempo transcurrió si Ricardo pagó S/14 250?

## Resolución

Se tiene que C: capital, r: tasa, t: tiempo y M: monto

- Del enunciado, se desprende que es un modelo de interés simple.
- Datos:  
 $C = S/12\ 500$   
 $r = 18\% = 0,18$   
 $t = 5$  años  
 Pago realizado = S/14 250
- Calculamos el monto a pagar en 5 años:  
 $M = C(1 + rt) = 12\ 500(1 + 0,18 \times 5)$   
 $M = 23\ 750$  soles
- El pago mensual sería:  $\frac{23\ 750}{60} = 395,83$  soles
- El tiempo transcurrido es:  $14\ 250 \div 395,83 = 36$  meses

**Respuesta:** Han transcurrido 36 meses o 3 años.

1. ¿Qué expresiones te dan a entender que es una operación de interés simple?


2. Describe el procedimiento realizado para responder la pregunta de la situación significativa.


3. ¿Se parece a la situación significativa de la sección *Aplicamos nuestros aprendizajes* con relación a las dos financieras? ¿Por qué?


## Situación significativa B

Un *Smart TV* también se usa para Internet y Pedro decidió comprar uno de 42 pulgadas al crédito, con una cuota inicial de S/699 y un saldo restante financiado en 12 mensualidades de S/196,67 cada una. ¿Cuál es la tasa de interés compuesto anual que se aplica al crédito solicitado? ¿Cuánto le costó realmente el *Smart TV* en cuotas?



## Resolución

Datos:

- Precio al *cash*: S/2699
- Cuota inicial: S/699
- Tiempo: 12 meses = 1 año
- Saldo a pagar: S/2000
- Cuota mensual: S/196,67
- Monto del crédito:  $12 \times 196,67 = \text{S}/2360,04$
- Aplicamos la fórmula del monto:

$$M = C \left( 1 + \frac{r}{100} \right)^t$$

$$2360,04 = 2000 \left( 1 + \frac{r}{100} \right)^1$$

$$2360,04 = 2000 + 20r$$

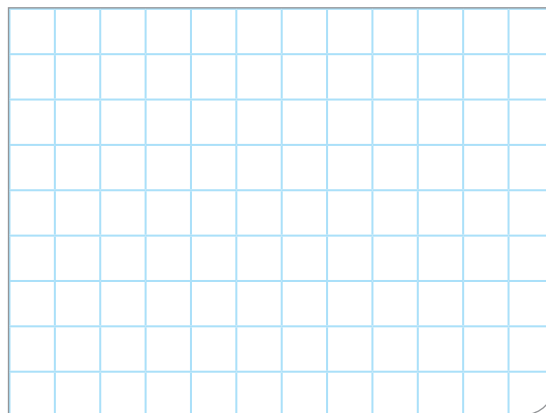
$$360,04 = 20r$$

$$r \approx 18 \%$$

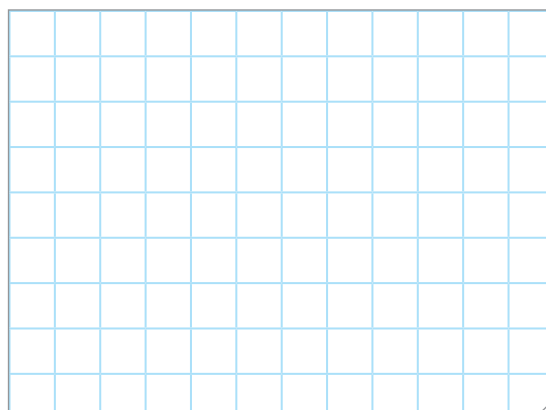
**Respuesta:**

La tasa de interés compuesto es, aproximadamente, 18 % y el costo total fue, aproximadamente, de  $2360,04 + 699 = \text{S}/3059$ .

1. ¿En qué se parece y en qué se diferencia el procedimiento utilizado del que desarrollaste en la situación significativa A?



2. Verifica si la respuesta es la correcta, en la fórmula del monto.



### Situación significativa C

Para pagar la gratificación de Fiestas Patrias de sus trabajadores, el administrador de la carpintería “Maestro” ha decidido depositar S/3600 durante 6 meses al 12 % capitalizable anualmente. ¿A cuánto asciende la gratificación de cada uno de sus 4 trabajadores?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Es una operación de interés compuesto, donde:

$$C = S/3600$$

$$t = 6 \text{ meses}$$

$$r = 12 \% \text{ anual} \equiv 1 \% \text{ mensual} = 0,01$$

$$M = ?$$

$$n = 4 \text{ trabajadores}$$

- Calculamos el monto que se obtendrá:

$$M = C (1 + r)^t$$

$$M = 3600 (1 + 0,01)^6$$

$$M = 3821,47 \text{ soles.}$$

- A cada trabajador le corresponde:

$$\frac{3821,47}{4} = 955,37 \text{ soles.}$$

#### Respuesta:

La gratificación de cada trabajador asciende a S/955,37.

1. ¿Qué tipo de interés se da en esta situación significativa? ¿Cómo te das cuenta?

2. ¿Qué capitalización se ha utilizado en la resolución planteada? ¿Es correcta?

3. Verifica que el procedimiento y la respuesta sean correctos. Si no lo son, corrígelos.



## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones y lenguaje numérico nuestra comprensión sobre las tasas de interés simple y compuesto, así como términos financieros para interpretar el problema en su contexto. Además, adaptamos estrategias de cálculo para realizar operaciones con tasas de interés simple o compuesto. Asimismo, establecemos relaciones entre datos al trabajar con tasas de interés y transformamos en expresiones numéricas que incluyen interés simple o compuesto.

Miguel ha recibido una bonificación de S/8000 por sus 10 años de trabajo en una empresa. Decide ahorrar este dinero en un banco durante un año. Tiene tres opciones: el Banco del Sur, a una tasa del 15 % anual capitalizable semestralmente; el Banco del Norte, a una tasa del 14 % anual capitalizable mensualmente, y el Banco del Centro, a una tasa de interés compuesto del 15,08 %. Sabe que para decidir puede efectuar cálculos usando la fórmula de interés compuesto o la tasa anual equivalente (TAE). Ayúdate con una calculadora.

$$TAE = 100 \cdot \left[ \left( 1 + \frac{r}{k \cdot 100} \right)^{k \cdot t} - 1 \right]$$

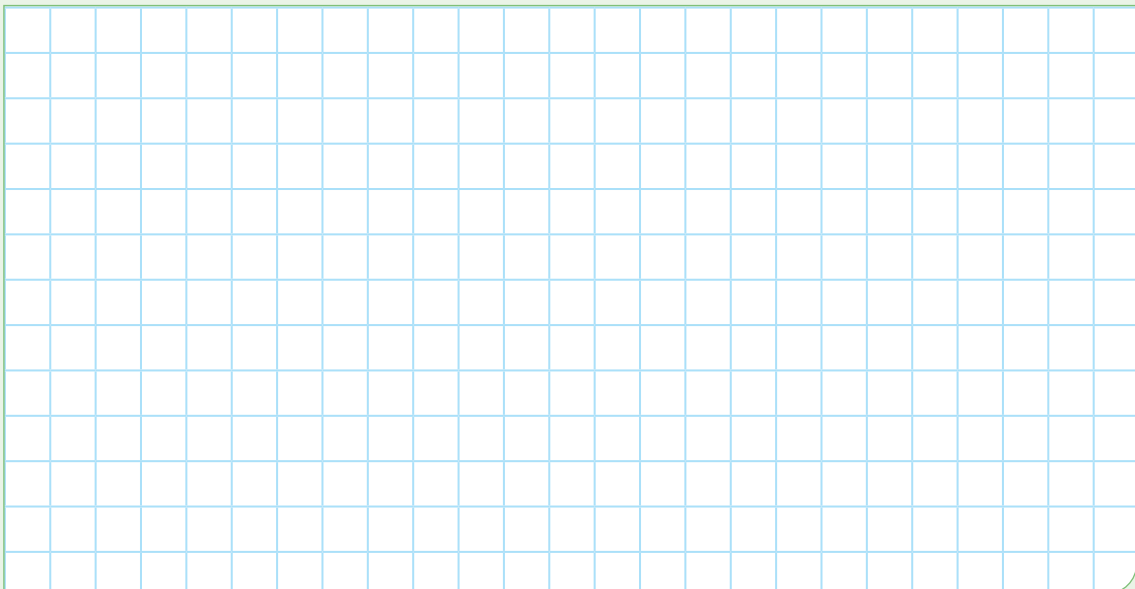
Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

1. El banco que proporciona el mayor monto es:

- a) El Banco del Centro
- b) El Banco del Sur
- c) El Banco del Norte
- d) No se puede determinar



©Denise Santos







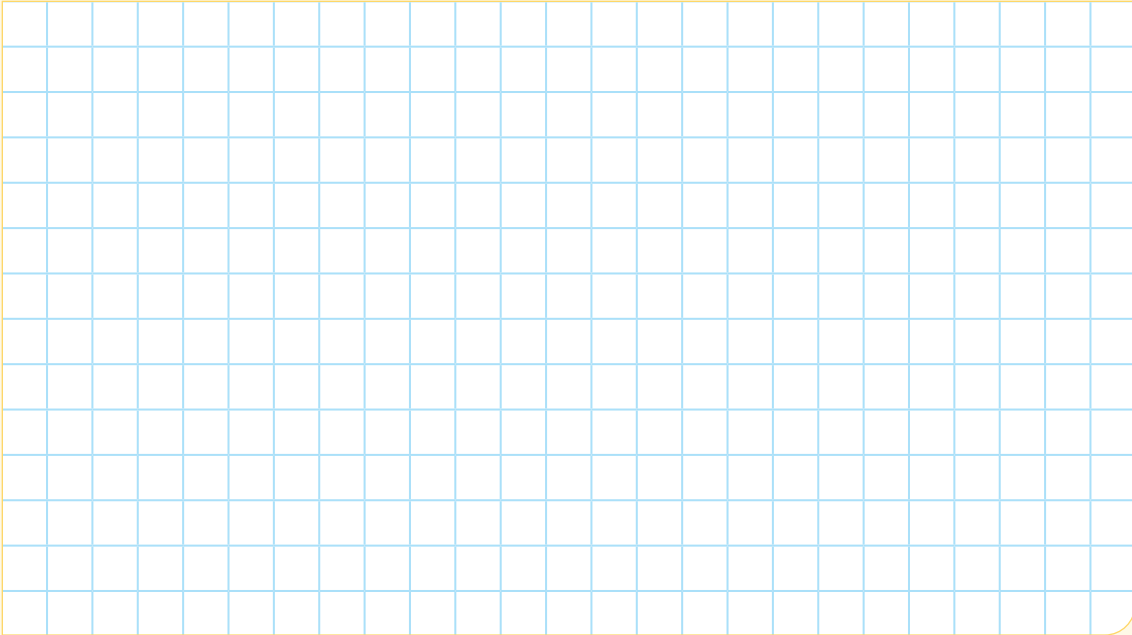
5. La empresa "Multimax", a fin de renovar sus maquinarias, requiere de S/60 000 para finales del segundo año. ¿Cuánto es el capital inicial que se debe depositar hoy para obtener ese monto en el tiempo previsto si se sabe que la tasa de interés generada por el depósito es del 8 % anual capitalizable semestralmente?

a) S/51 288,25

b) S/51 440,32

c) S/55 473,37

d) S/57 692,31



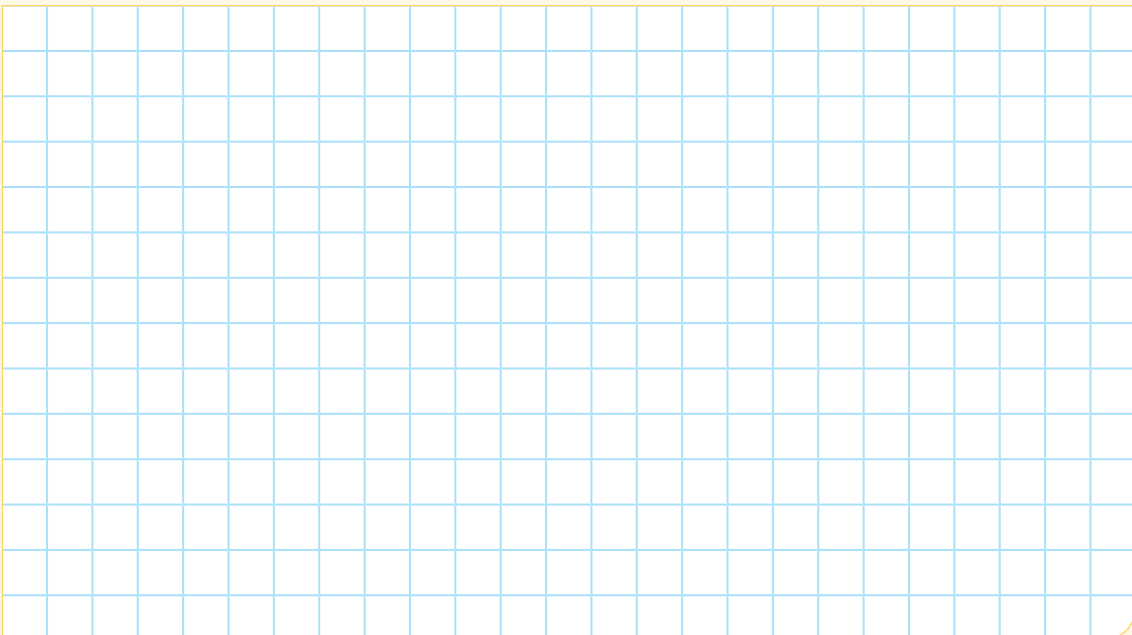
6. Daniela se dedica a la producción y venta de joyas en oro y plata. En un tiempo determinado, invirtió S/150 000 y, en 4 años, ha reunido S/230 000. ¿Cuál es la tasa de interés compuesto anual que se aplicó al dinero que invirtió?

a) 12 %

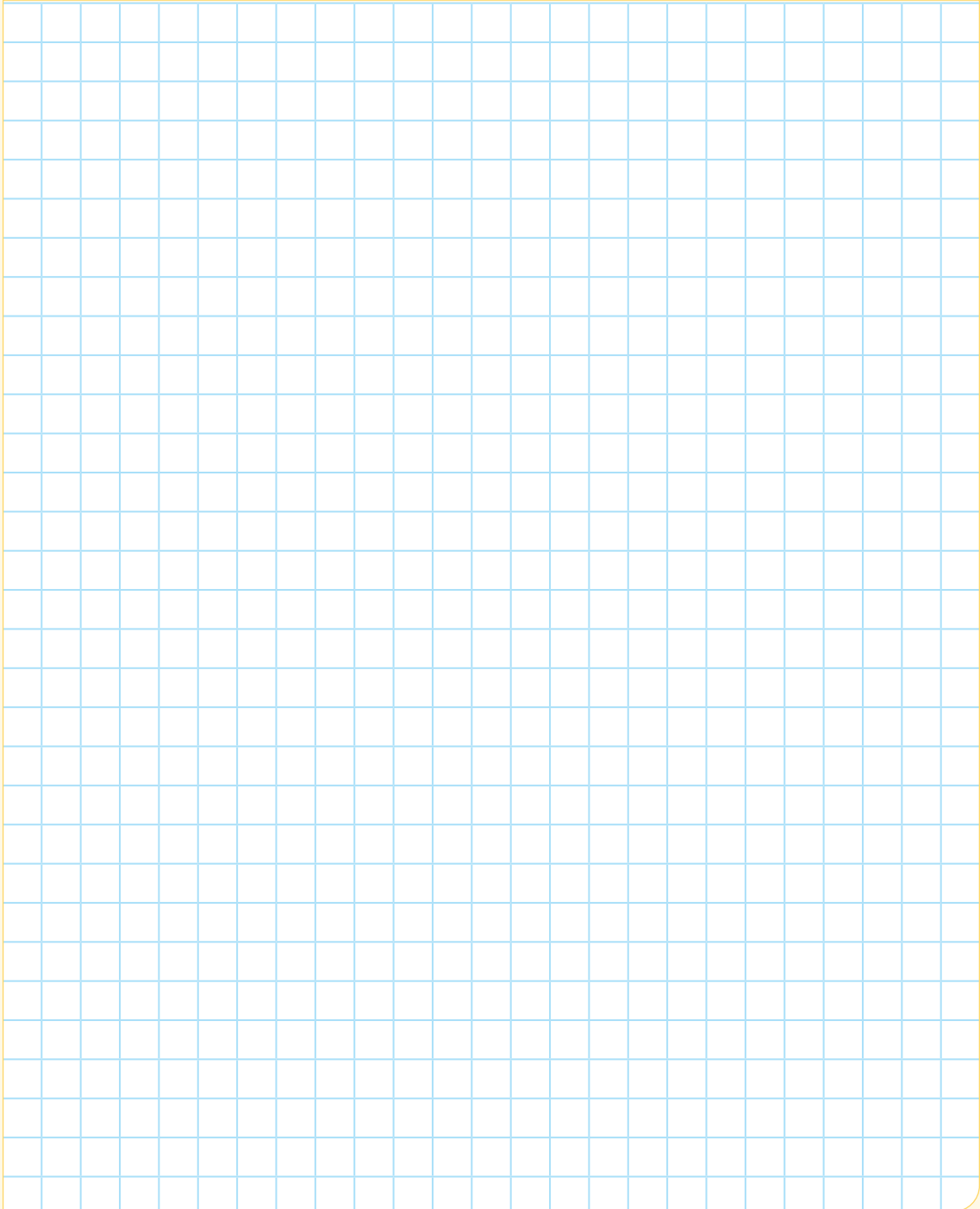
b) 11,28 %

c) 10,55 %

d) 53,33 %



7. Gilda acude a un prestamista con el fin de solicitar S/5000 para los gastos escolares de sus tres hijos. Debe cancelar el préstamo dentro de tres meses, con un interés simple mensual del 20 %. Ella firma un contrato en el cual una cláusula establece que, en caso de mora, le cobrarán el 1 % de interés simple diario sobre la cantidad que debía devolver, por el tiempo que exceda al plazo fijado. Si Gilda paga el total del préstamo 5 días después de los tres meses, ¿cuál será el monto de la mora y cuál será el monto total que pagará?



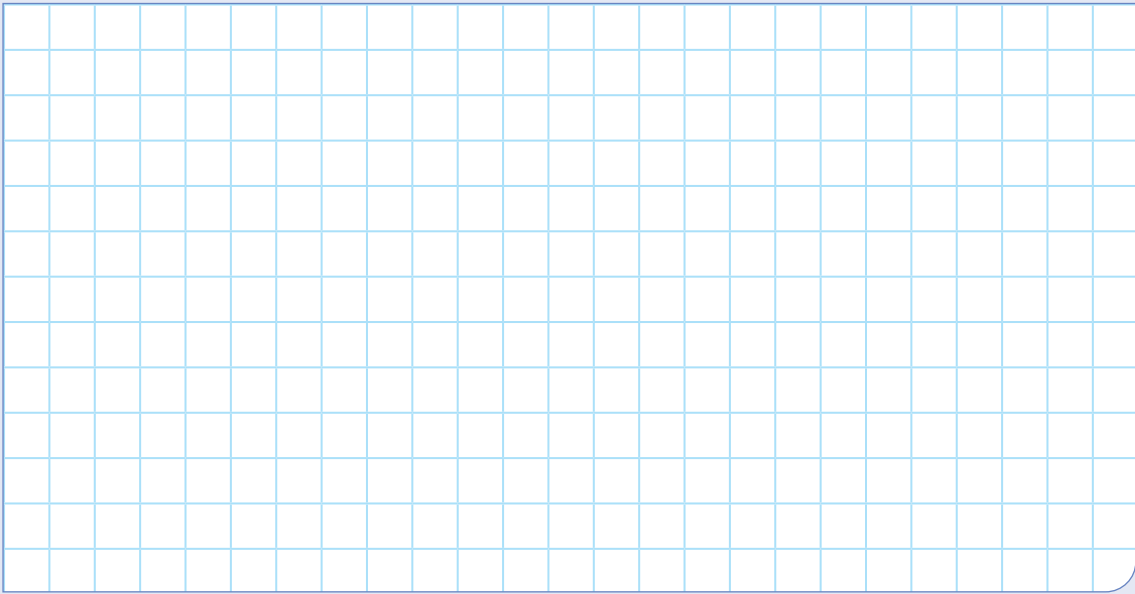
8. El profesor Hugo plantea a su estudiante Fernando la siguiente situación: Si se coloca un capital al 3,5 % mensual por un tiempo, genera un monto de S/2000; pero si se lo coloca al 18,5 % mensual por el mismo tiempo, produce S/6000. ¿Cuál es el tiempo al que se debe colocar el capital y a cuánto asciende este capital?

a) 25 meses; S/1066,67

c) 2 años; S/1869,16

b) 2,5 meses; S/1839,08

d) 16 meses; S/1989,46



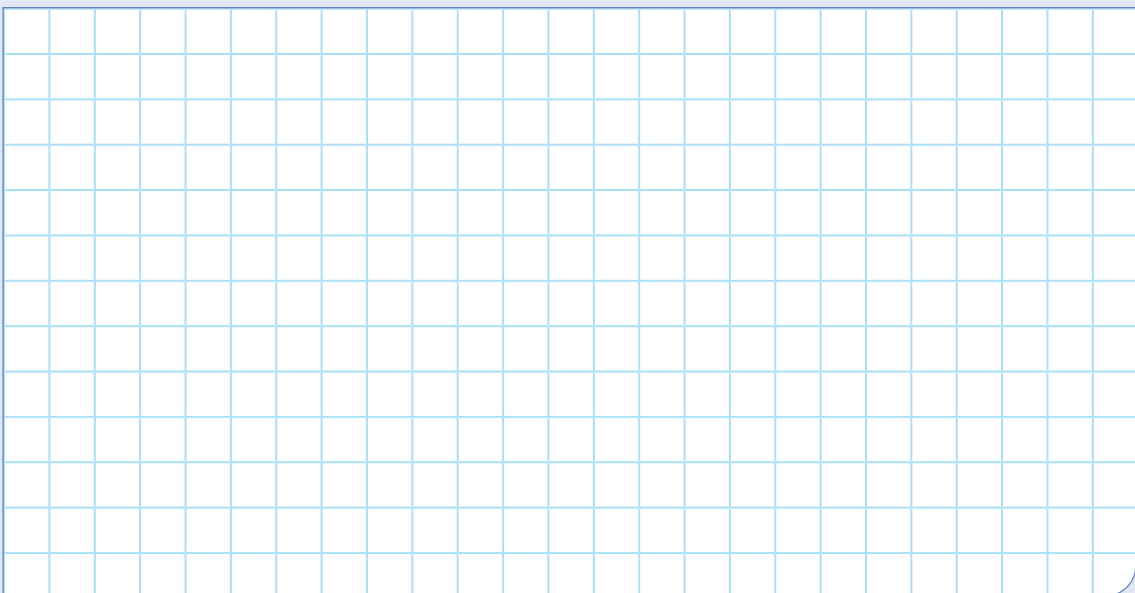
9. Ricardo recibe una bonificación en la empresa donde labora y la deposita en una entidad financiera, donde, por equivocación, le consideran una tasa de interés trimestral en lugar de mensual. Por este motivo, en un año deja de percibir S/240. ¿Cuánto recibiría Ricardo al cabo de tres años si la tasa de interés fuera la correcta?

a) S/3000

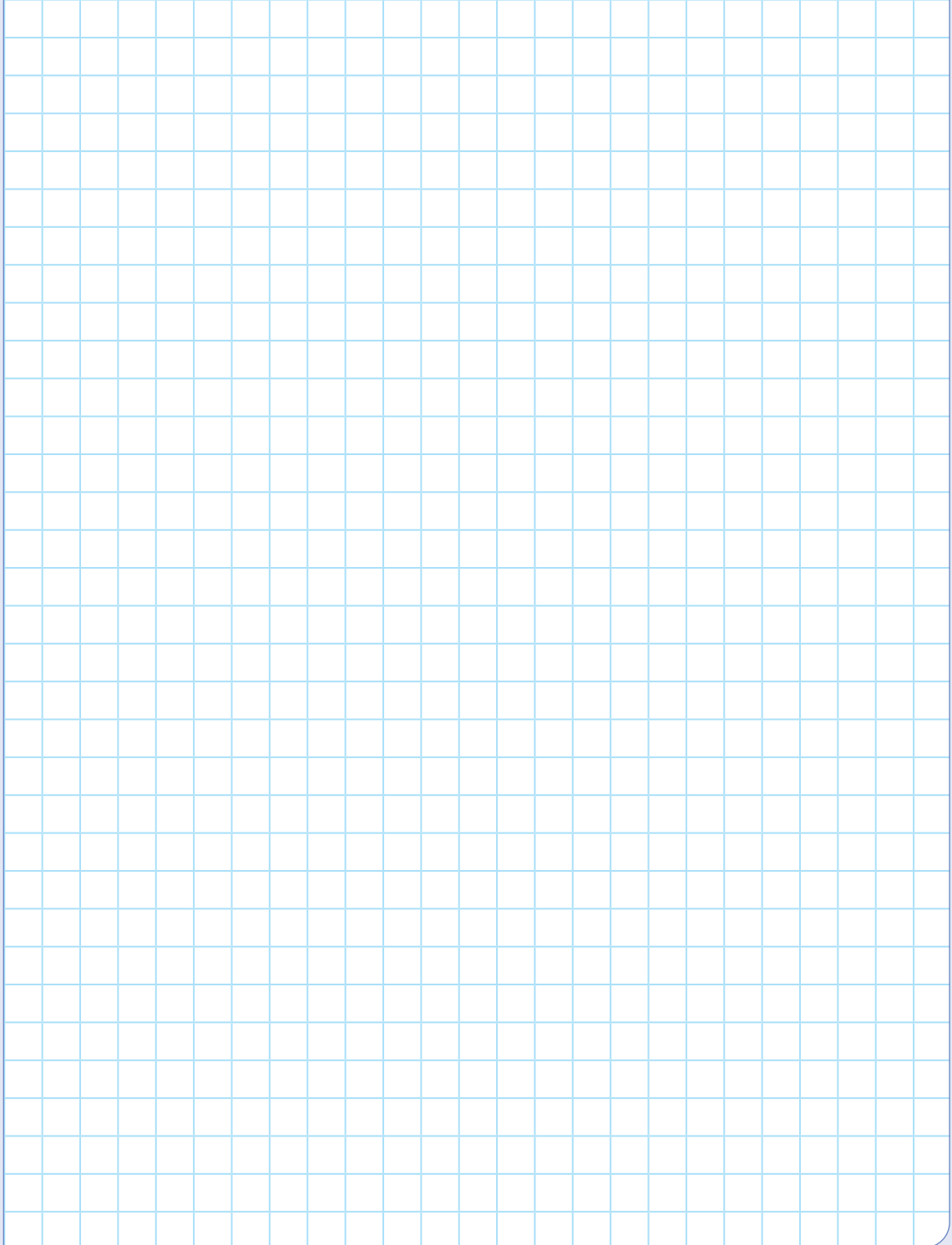
b) S/360

c) S/1080

d) S/540



- 10 Gerson reflexiona sobre la importancia del ahorro y decide abrir una cuenta con S/3500. Para ello, se le presentan tres opciones: Caxabank (3,08 % de tasa anual, capitalizable mensualmente), Bankia (3,09 % de rendimiento anual) y Kabank (3,05 % anual, capitalizable diariamente). ¿Cuál es la mejor opción? Justifica tu respuesta.





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con dibujos y lenguaje geométrico la comprensión sobre la gráfica de la ecuación de la parábola y de la circunferencia, y describimos los movimientos de un objeto real o imaginario utilizando la ecuación de la parábola y la circunferencia. Asimismo, combinamos estrategias, recursos o procedimientos para determinar la ecuación de la parábola y la circunferencia.

### El puente más largo del Perú

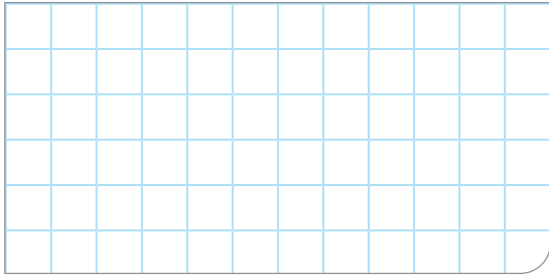
Los puentes son algunas de las construcciones que han favorecido el transporte del ser humano sobre lugares muy complicados. En la imagen mostrada, se encuentra el puente Continental de Puerto Maldonado, en el cual los pilares que lo sostienen están sobre el río. Se observa que los dos cables que van entre los pilares tienen una forma particular.



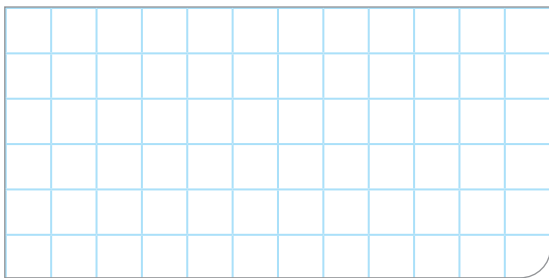
1. Si la altura de los pilares es de 30 m y la distancia entre ellos es de 80 m, ¿a qué altura se encontrará el cable a 20 m del pilar? (Considera como referencia el nivel del agua).

## Comprendemos el problema

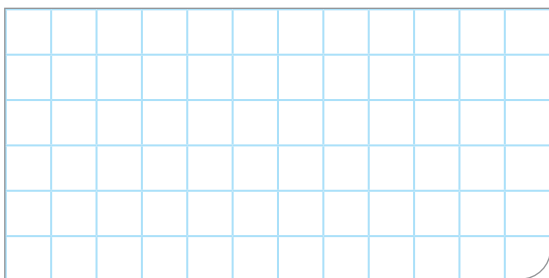
1. ¿Qué forma describen los cables que están entre los pilares?



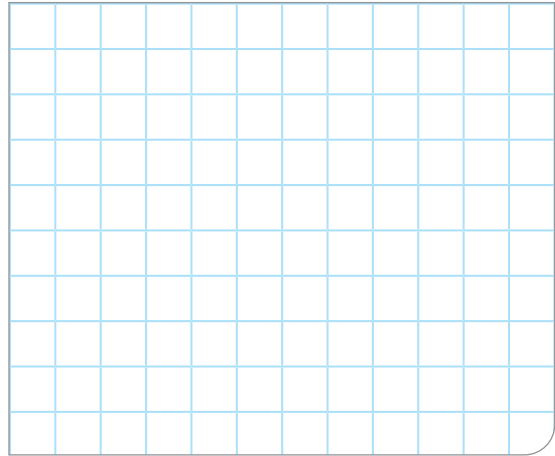
2. Representa mediante un gráfico la forma de los cables que están entre los pilares.



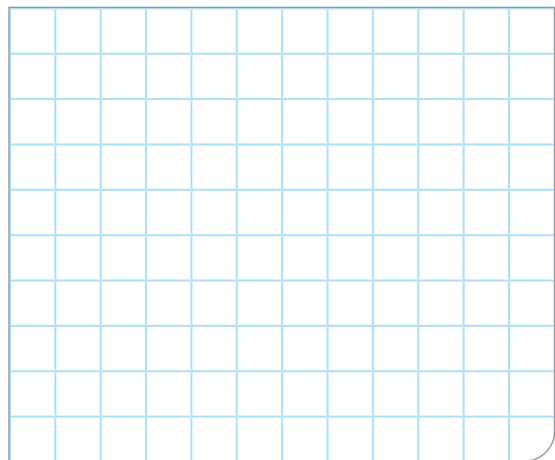
3. ¿En qué otros casos de la vida cotidiana se aprecia la forma descrita por los cables?



4. ¿Qué elementos matemáticos conoces en la figura formada por los cables?

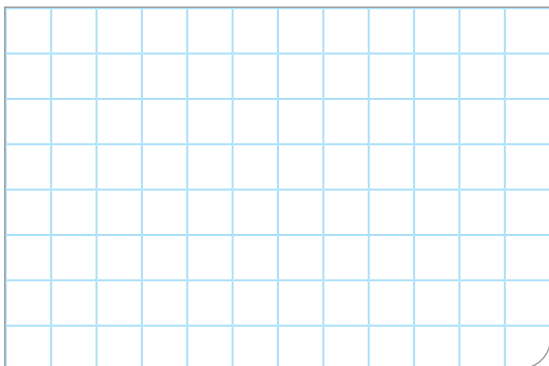


5. ¿Qué datos te proporciona la situación significativa? ¿Y qué debes hallar según la pregunta planteada?

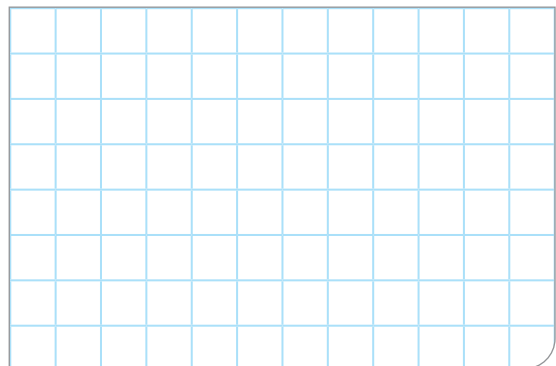


## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué conocimiento matemático es importante para responder la pregunta de la situación significativa?

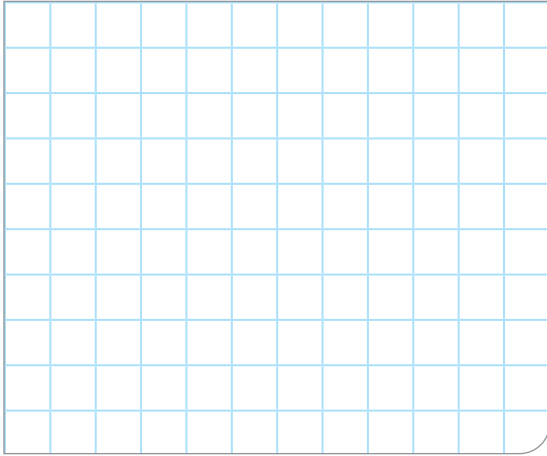


2. Describe un procedimiento que seguirías para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

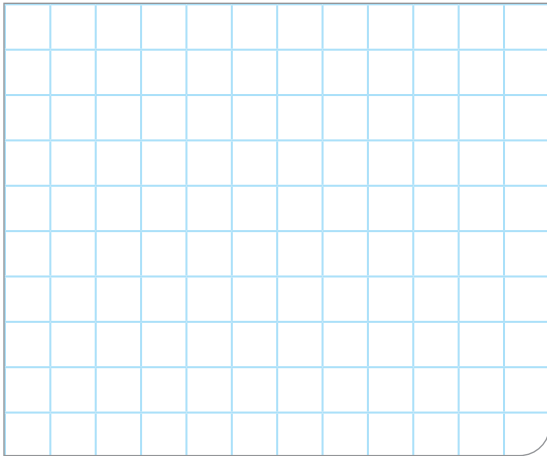


## Ejecutamos la estrategia o plan

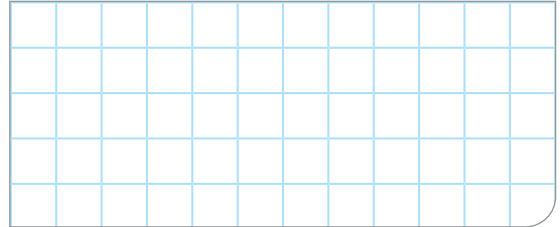
1. Representa mediante un gráfico el puente que se observa en la situación significativa.



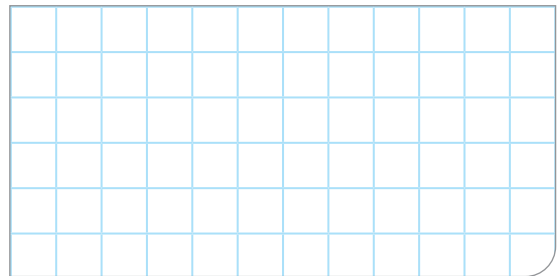
2. Observa la parte más baja del cable. ¿Qué elemento de la parábola le corresponde y cuál sería su valor?



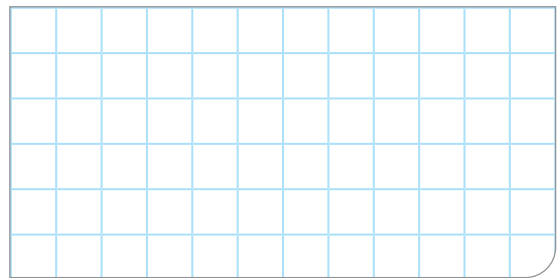
3. A partir de la respuesta anterior, escribe la ecuación de la parábola.



4. Reemplaza los datos presentados en la situación inicial y escribe la ecuación de la parábola que permitiría dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

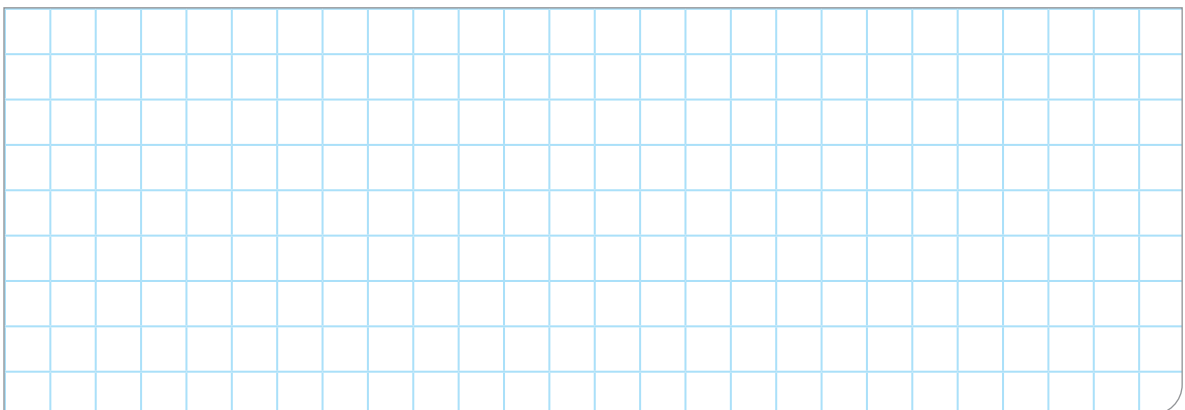


5. Responde la pregunta de la situación significativa.



## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué datos te podrían dar para deducir directamente la ecuación de la parábola?





## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Empleamos diversas estrategias para determinar la ecuación de la parábola y la circunferencia. Asimismo, comprobamos la validez de una afirmación mediante contraejemplos y conocimientos geométricos.

### Situación significativa A

Un fabricante de camisas puede producir una camisa en particular con un costo de S/10 por unidad. Se estima que si el precio de venta de la camisa es  $x$  soles, el número de camisas que se vende por semana es  $120 - x$ . Determina cuál debe ser el precio de venta, con el objetivo de que las utilidades semanales del fabricante alcancen un nivel máximo.

### Resolución

- Sea  $I$  soles el ingreso semanal. Dado que el ingreso es el producto del precio de venta de cada camisa por el número de camisas vendidas, entonces:

$$I = x(120 - x)$$

- Sea  $C$  soles el costo total de camisas que se venden por semana. Como el costo total es el producto de cada camisa por el número de camisas vendidas, entonces:

$$C = 10(120 - x)$$

- Las utilidades se obtienen si el costo total se resta del ingreso total, esto es, si  $U$  soles es la utilidad semanal del fabricante, entonces:

$$U(x) = I - C = x(120 - x) - 10(120 - x) = -x^2 + 130x - 1200$$

- La función  $U$  es cuadrática con  $a = -1$ ,  $b = 130$  y como  $a < 0$ ,  $U$  tiene un valor máximo en el punto  $x = \frac{-b}{2a}$ . Así pues,  $x = \frac{-130}{2(-1)} = 65$  soles es el precio de venta con el cual las utilidades del fabricante alcanzan su nivel máximo.

1. Describe el procedimiento aplicado en la resolución.

2. ¿Cuál sería la utilidad máxima?



### Situación significativa B

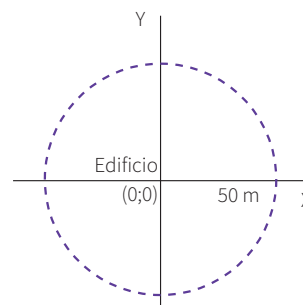
¿Cuál es la ecuación del lugar geométrico descrito por la trayectoria de un helicóptero que se mantiene sobrevolando un edificio a una distancia horizontal de 50 m de este, realizando un simulacro de vigilancia?



### Resolución

Observando desde un punto arriba del edificio, el helicóptero no varía su distancia respecto a aquel. Esta distancia viene a ser el radio, que mide 50 m, con el edificio como centro. La ecuación de la trayectoria del helicóptero con centro en el edificio corresponde a la de una circunferencia:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

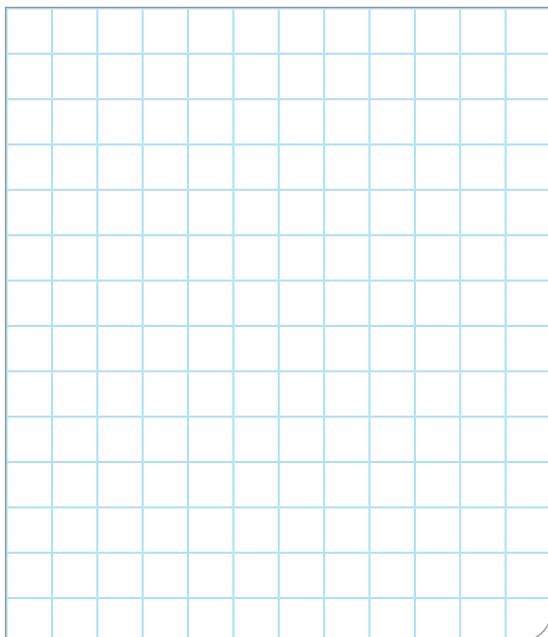


Reemplazamos:  $h = 0$ ;  $k = 0$ ;  $r = 50$

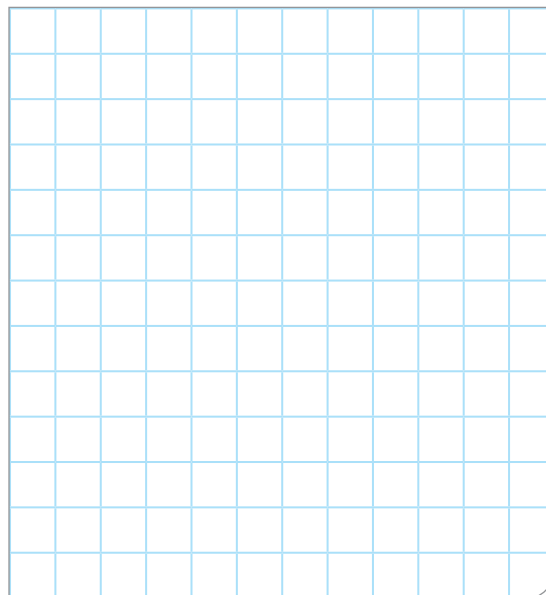
Entonces:  $x^2 + y^2 = 50^2$

$$x^2 + y^2 = 2500$$

1. ¿En qué punto del edificio se supone que está el centro de la circunferencia que describe el helicóptero?



2. Si el edificio tuviera 12 m de frente por cada calle y el centro de la nueva trayectoria circunferencial estuviese en un punto de la esquina, ¿cuál sería la ecuación?



### Situación significativa C

El Instituto Geofísico del Perú detectó un sismo con origen en la ciudad de Tumbes a 8 km al este y 5 km al sur del centro de la ciudad, con un radio de 6 km. ¿Cuál es la ecuación general de la circunferencia del área afectada?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Sabemos que la ecuación de la circunferencia es de la forma  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ .

- Puesto que tenemos como datos que:

$r = 6$  km;  $h = 8$  km y  $k = 5$  km, entonces reemplazamos y se tiene:

$$(x - 8)^2 + (y - 5)^2 = 6^2$$

- Efectuamos las operaciones:

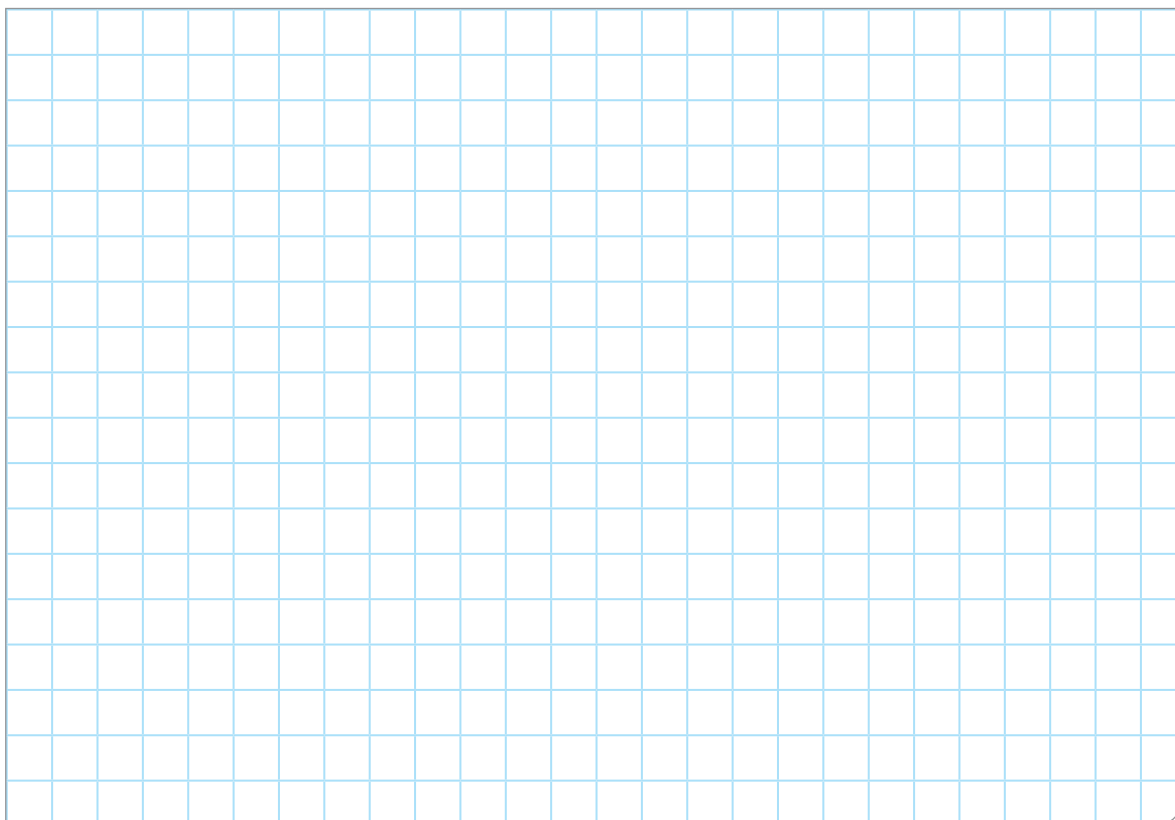
$$x^2 - 16x + 64 + y^2 - 10y + 25 = 36$$

- Simplificamos e igualamos a cero:

$$x^2 + y^2 - 16x - 10y + 53 = 0$$

Esta es la ecuación general buscada.

1. Revisa el procedimiento y las operaciones. Si todo está correcto, indica otra estrategia para responder la pregunta de la situación inicial. Si hubiese error, resuelve correctamente.





## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con dibujos y lenguaje geométrico la comprensión sobre la gráfica de la ecuación de la parábola y de la circunferencia, y describimos los movimientos de un objeto real o imaginario utilizando la ecuación de la parábola y la circunferencia. También combinamos estrategias, recursos o procedimientos para determinar la ecuación de la parábola y la circunferencia. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre la base de experiencias directas o simulaciones.

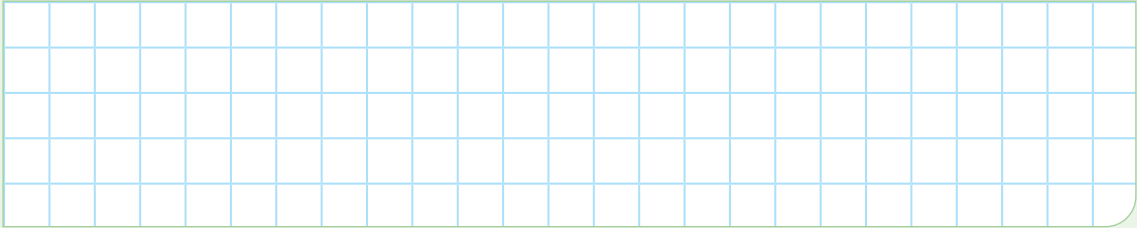
1. Una antena parabólica tiene un diámetro de 12 m y su profundidad es de 2 m, como se muestra en la imagen.

¿A qué distancia del fondo del plato se ubica el colector de señales de la antena?

- a) 2,5 m                      c) 6,5 m  
b) 4,5 m                      d) 8,5 m



©Shutterstock



2. Un túnel con arco parabólico tiene una altura máxima en su centro de 8 m y su anchura al nivel del suelo también es 8 m. ¿Cuál es la coordenada del foco de la parábola tomando como origen de coordenadas el centro de la pista?

- a)  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$                       c)  $\left(0; \frac{13}{2}\right)$   
b)  $\left(0; \frac{7}{2}\right)$                       d)  $\left(0; \frac{15}{2}\right)$



Fuente: <https://www.fly2life.com>



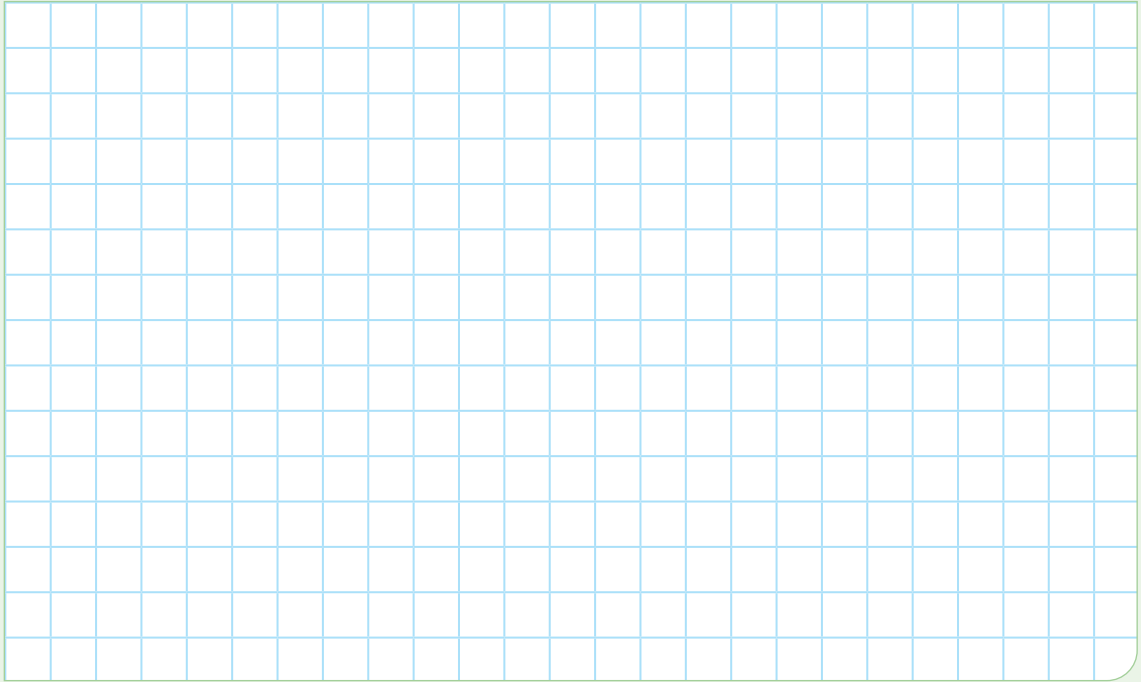
3. De la pregunta 2, ¿a qué distancia del centro del túnel la altura es 4 m?

a) 1,41 m

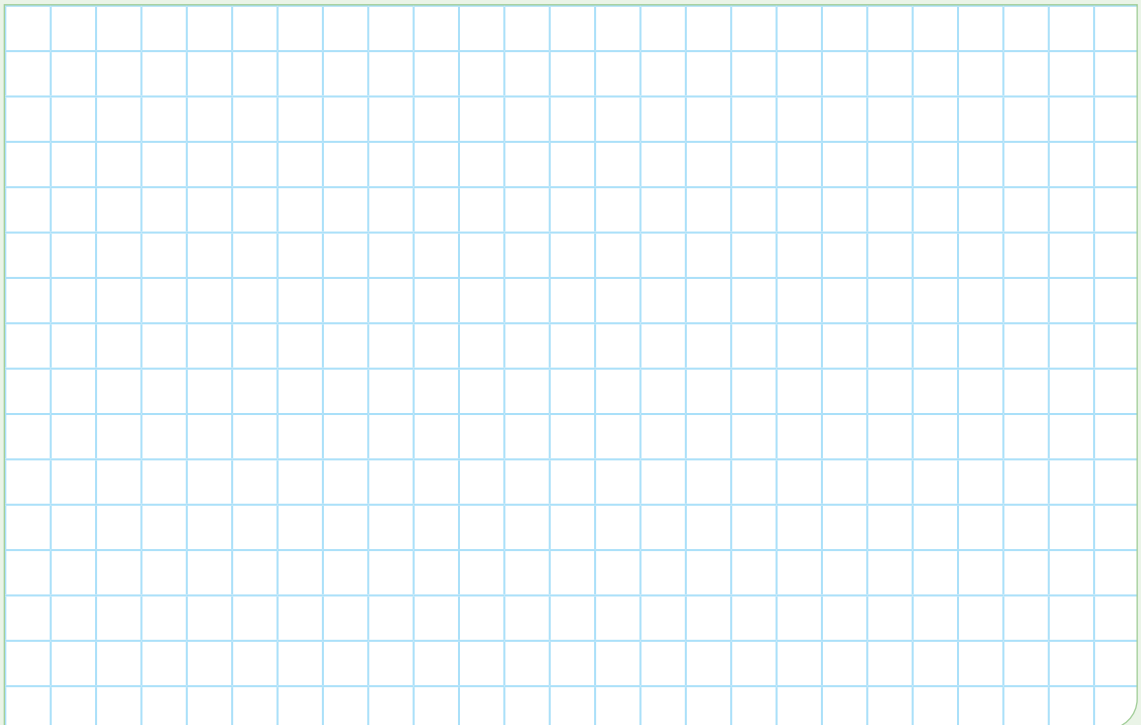
b) 2 m

c) 2,82 m

d) 4 m



4. Un horno solar tiene la forma de un paraboloides circular cuyo diámetro es de 120 cm y la profundidad de su plato es de 50 cm. ¿A qué distancia del fondo del plato parabólico se encuentra el centro del soporte para calentar la comida?



5. Se tiene un modelo a escala de un puente que estará sobre un río. El puente tiene un cable de sostén en forma parabólica. En esta maqueta, la longitud entre los pilares es de 60 cm, la longitud del punto más alto de los pilares hacia el asfalto es de 20 cm y la distancia que hay entre la carretera y el punto más bajo del cable es de 5 cm. La ecuación que representa la parábola, tomando como vértice el centro de la carretera entre los dos pilares, es:

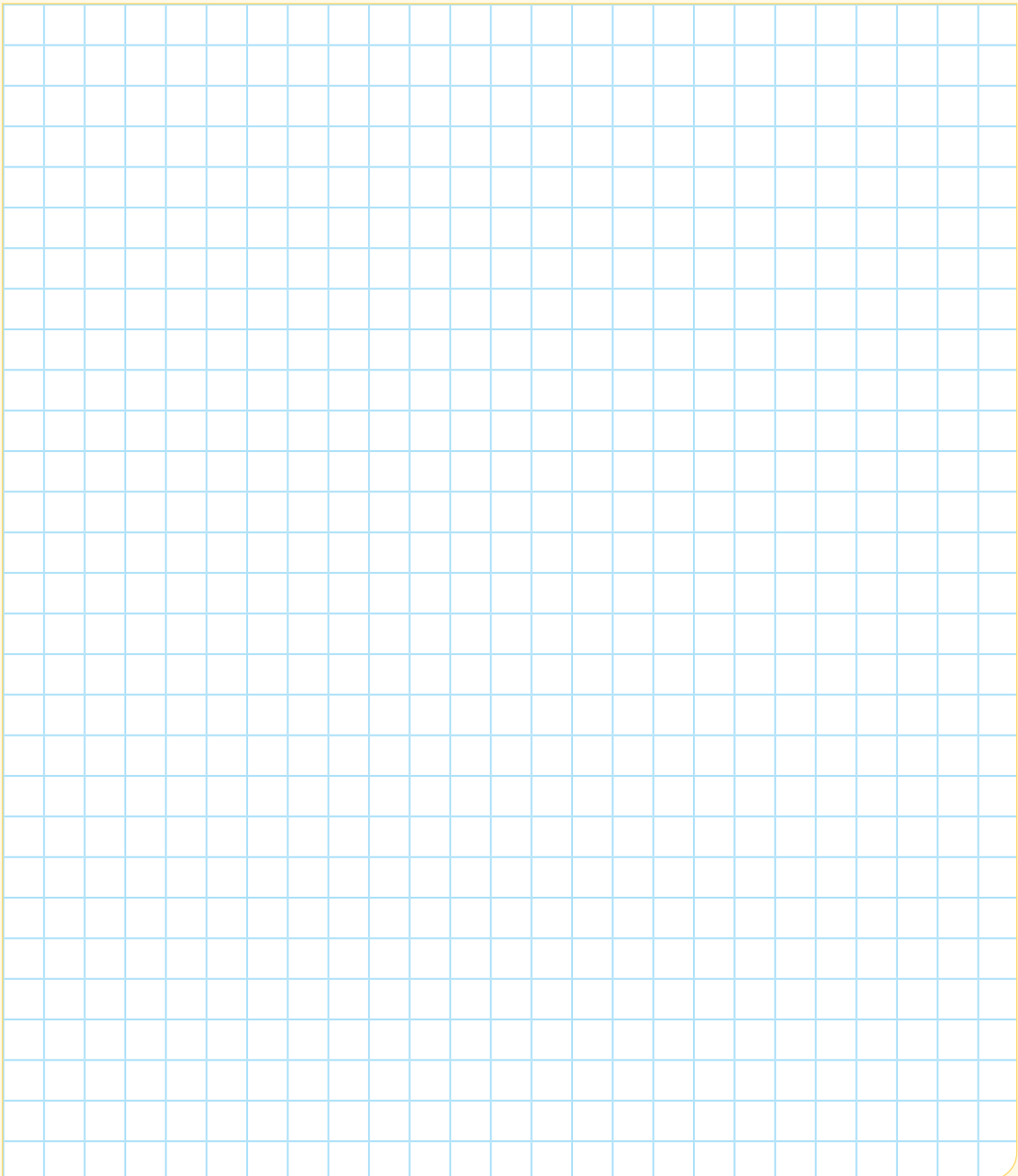


a)  $x^2 = 15(y - 5)$

b)  $x^2 = 60(y - 5)$

c)  $y^2 = 15(x - 5)$

d)  $y^2 = 60(x - 5)$



6. El túnel de una carretera tiene la forma de un arco parabólico de 6 m de ancho y 6 m de altura. Para poder pasar por el túnel, la altura máxima que puede tener un vehículo de transporte de 3 m de ancho debe ser menor que la siguiente medida:

- a) 2,5 m
- b) 3 m
- c) 3,5 m
- d) 4,5 m

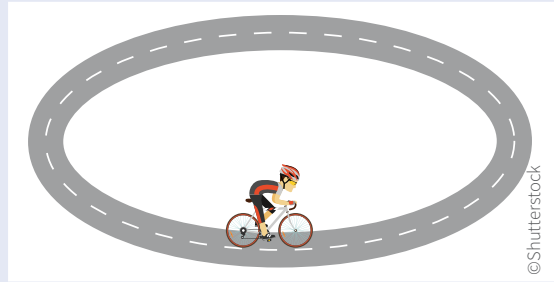


A large grid of graph paper for working out the solution to question 6. The grid consists of 20 columns and 20 rows.

7. Halla la ecuación general de la circunferencia que se ha generado al tirar a un lago una piedra que ha producido ondas de un alcance de 4 m. Toma en cuenta el centro donde cayó la piedra.

A large grid of graph paper for working out the solution to question 7. The grid consists of 20 columns and 20 rows.

8. Un ciclista se encuentra en una pista circular, en cuyo punto de partida coloca un banderín cada vez que da una vuelta. Si la distancia más lejana al punto de partida se encuentra a 64 m, ¿cuál es la ecuación de la circunferencia considerando que el origen de coordenadas es el punto de partida?

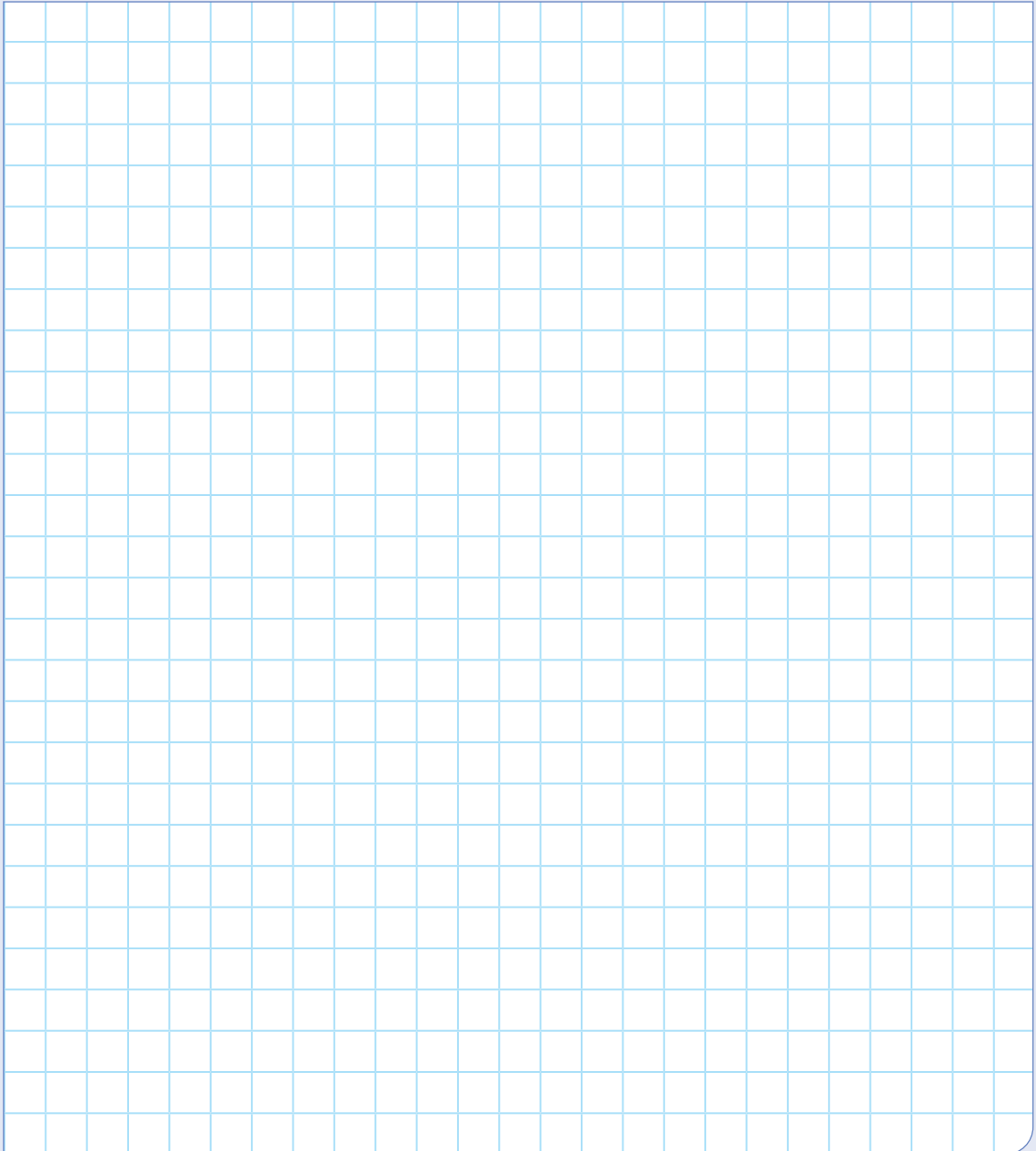


a)  $x^2 - 64x + y^2 = 0$

b)  $x^2 + y^2 - 364y = 0$

c)  $x^2 - 32x + y^2 = 0$

d)  $x^2 - 32x + y^2 - 1024 = 0$



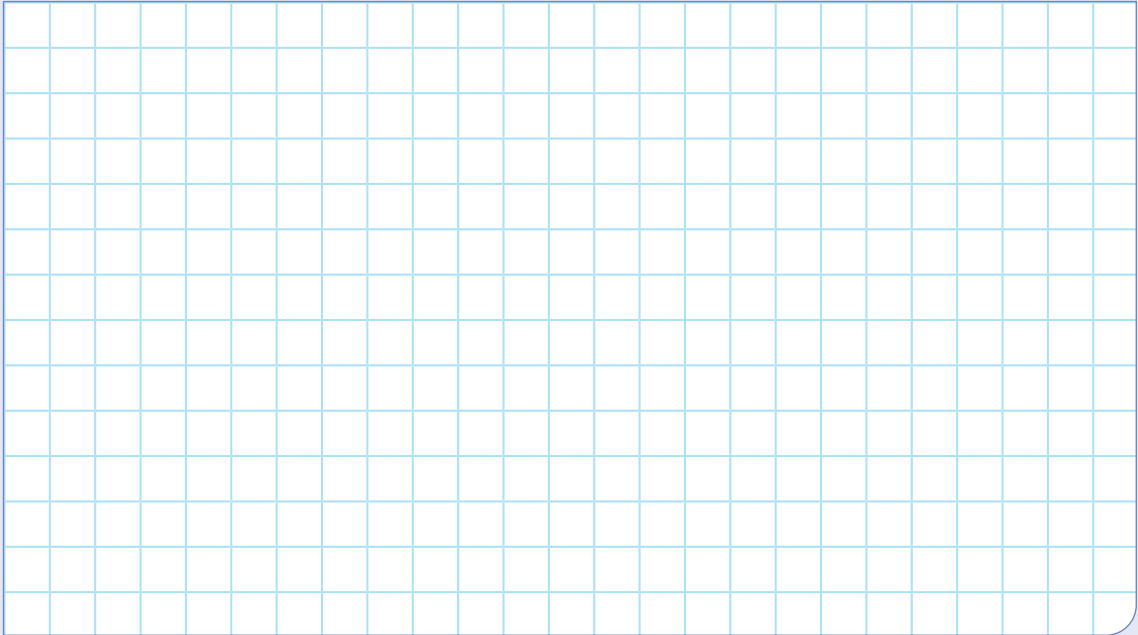
9. Se informó que se produjo un sismo de 4,2 grados en la escala de Richter, con epicentro en el mar a 20 km al oeste del puerto del Callao y 16 km al sur, el cual se sintió a 10 km a la redonda. Halla la ecuación de la circunferencia respecto al mencionado puerto.

a)  $(x - 20)^2 + (y - 16)^2 = 100$

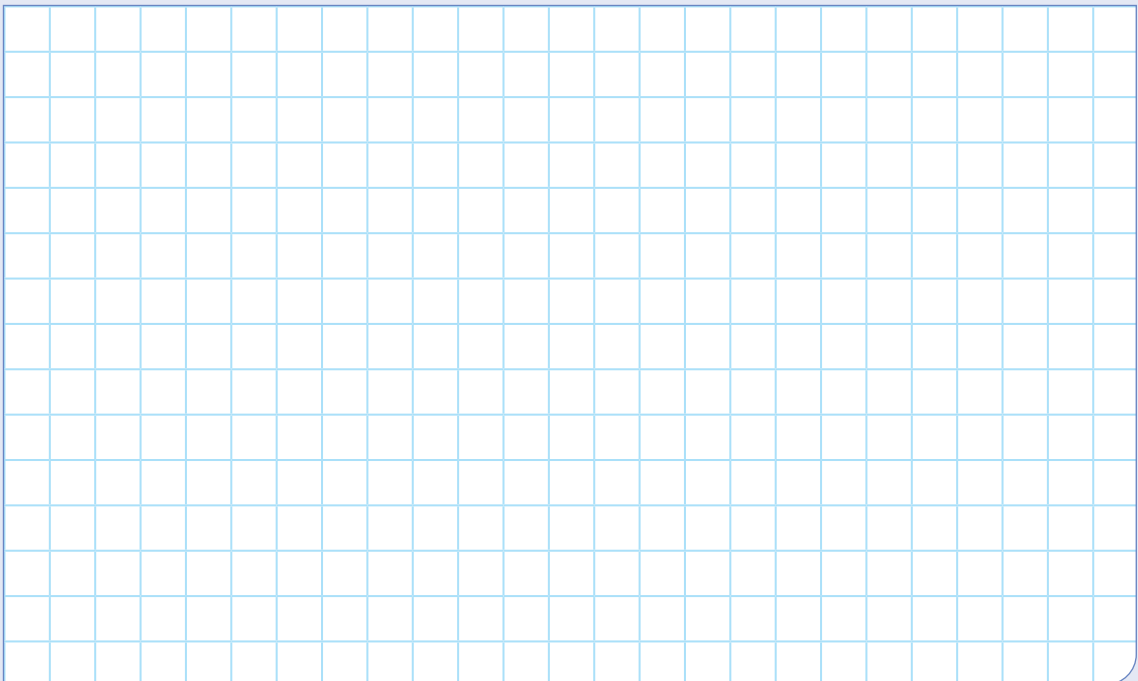
c)  $(x + 20)^2 + (y + 16)^2 = 100$

b)  $(x - 16)^2 + (y - 20)^2 = 10$

d)  $(x + 16)^2 + (y + 20)^2 = 10$



10. En el mismo caso de la pregunta 9, un barco se encontraba a 5 km al oeste y 3 km al sur del puerto del Callao. ¿Se sintió el sismo en el barco? Explica.







## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Determinamos las condiciones y restricciones de una situación aleatoria, analizamos la ocurrencia de sucesos compuestos y la representamos con el valor de su probabilidad condicional; además, adaptamos y combinamos procedimientos para determinarlos y utilizarlos en otros contextos de estudio.

### Las probabilidades en la investigación médica

Un informe médico sobre la anemia indica que, de los 200 adolescentes de una población, el 20 % señala que no conoce su situación respecto al padecimiento de esta enfermedad. Del resto, solo el 40 % dice estar en tratamiento riguroso. Maricielo, estudiante de medicina que está abordando este tema como parte de su trabajo de investigación, toma esta información como referencia para calcular la probabilidad de que, al escoger un adolescente al azar, este no se encuentre en tratamiento a pesar de que conoce su enfermedad.

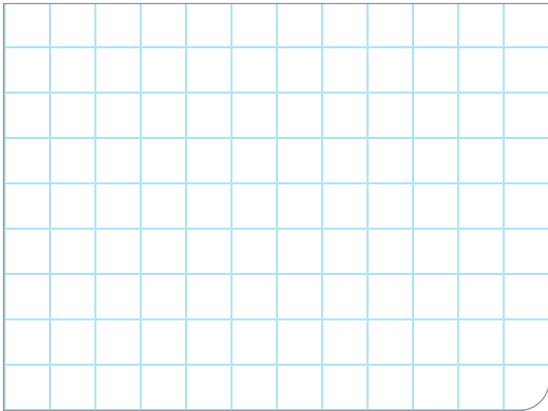


©ANDINA / Melina Wejía

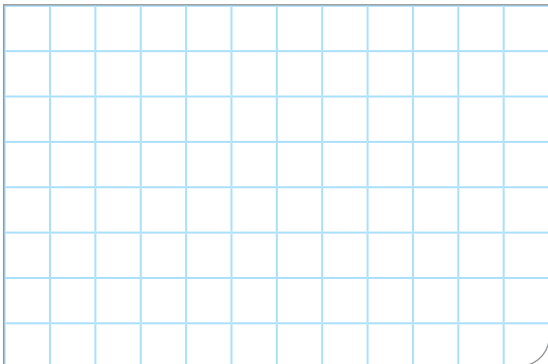
1. ¿Cuál será el valor de la probabilidad obtenida por Maricielo? Interpreta este valor.
2. ¿Cuál será el valor de la probabilidad, tal que al escoger un adolescente al azar, este no conozca su situación con respecto al padecimiento de la anemia?

## Comprendemos el problema

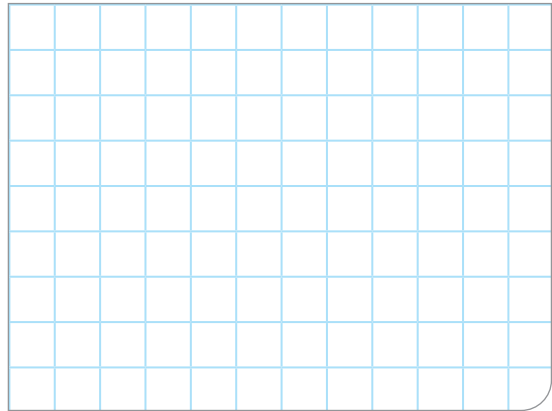
1. ¿De qué trata la situación significativa?



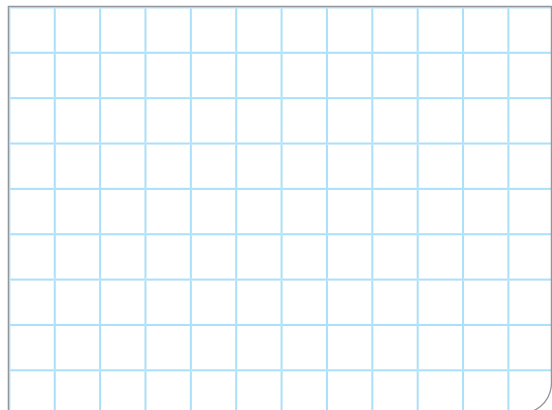
2. ¿Cuál es la población del estudio que realiza Mari-cielo y qué porcentaje no conoce el padecimiento de la anemia?



3. ¿Qué porcentaje de adolescentes conoce su situación respecto al padecimiento de la anemia?



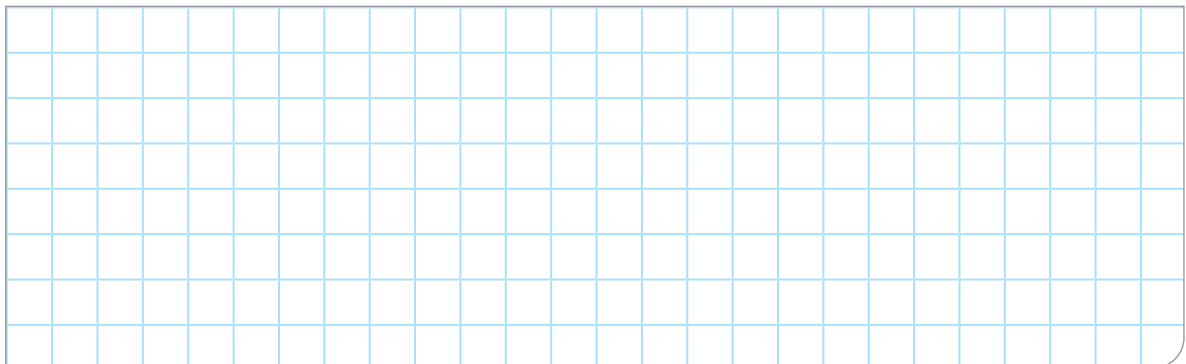
4. ¿Qué te piden calcular las preguntas de la situación significativa?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

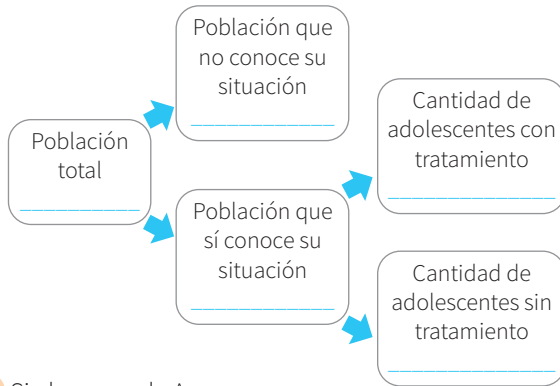
1. ¿Qué estrategias te servirán para responder las preguntas de la situación significativa? Justifica tu respuesta.

- a) Diagrama de árbol y usar una fórmula
- b) Diagrama de tiras y diagrama tabular
- c) Diagrama cartesiano y ensayo y error



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Empleando la primera estrategia, completa la información correspondiente en el siguiente diagrama:



2. Si el suceso de A es:  
 $A = \{\text{población que sí conoce la enfermedad}\}$ , halla el cardinal de A.  
 $n(A) =$  \_\_\_\_\_
3. Si el suceso de B es:  
 $B = \{\text{población que no está en tratamiento}\}$ , halla el cardinal de B.  
 $n(B) =$  \_\_\_\_\_
4. Determinamos la intersección de ambos sucesos:  
 $A \cap B = \{\text{población que sí conoce la enfermedad y no está en tratamiento}\}$   
 $n(A \cap B) =$  \_\_\_\_\_
5. Calcula la probabilidad de la intersección entre A y B.  
 $P(A \cap B) =$  \_\_\_\_\_
6. Calcula la probabilidad de A.  
 $P(A) =$  \_\_\_\_\_

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Cuál es la probabilidad de que, al escoger un adolescente al azar, se encuentre con tratamiento, dado que conoce su enfermedad?


2. ¿Cuántos adolescentes deben recibir el tratamiento con la ingesta de sulfato ferroso?


7. Aplica la segunda estrategia que seleccionaste para calcular la probabilidad de que, al escoger un adolescente al azar, este no se encuentre en tratamiento a pesar de que conoce su enfermedad. Responde la primera pregunta.

Por las características de los sucesos, se aplica la probabilidad condicional.

### Probabilidad condicional

Sea A un suceso cualquiera de un espacio muestral. La probabilidad de que se realice el suceso B habiéndose realizado el suceso A es una probabilidad condicional, se simboliza con  $P(B/A)$  y se calcula así:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}; \text{ con } P(A) > 0$$


8. ¿Cuál es la interpretación del resultado?


9. Según la información de la pregunta 1, responde la segunda pregunta de la situación significativa.


3. ¿Consideras importante valernos del conocimiento probabilístico para proyectar un tratamiento a cualquier tipo de enfermedad? Explica por qué.

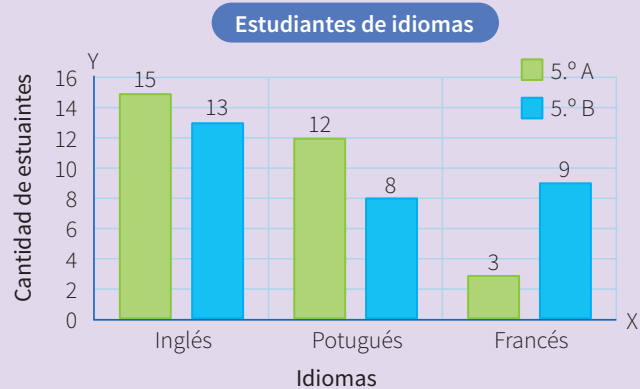



# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Leemos, interpretamos y explicamos tablas y gráficos, así como diversos textos que contengan valores sobre las medidas probabilísticas. Asimismo, planteamos afirmaciones o conclusiones sobre las características de una situación aleatoria o probabilidad condicional, eventos dependientes e independientes; además, analizamos los datos de una probabilidad, la justificamos con conocimientos y corregimos errores si es que los hubiera.

## Situación significativa A

El gráfico representa las preferencias de estudiar un idioma extranjero de los estudiantes del 5.º A y del 5.º B. El director de la institución educativa escoge a un estudiante al azar para que participe en un concurso y resulta ser del 5.º A. ¿Cuál es la probabilidad de que prefiera estudiar portugués?



## Resolución

Determinamos los sucesos y sus respectivos cardinales:

$A = \{\text{Estudiantes del 5.º A}\}$ , entonces:  $n(A) = 15 + 12 + 3 = 30$

$B = \{\text{Estudiantes que prefieren estudiar portugués}\}$ , entonces:  $n(B) = 20$

Determinamos la intersección de ambos sucesos y su cardinal:

$A \cap B = \{\text{Estudiantes del 5.º A que prefieren estudiar portugués}\}$ , entonces:  $n(A \cap B) = 12$

Hallamos el cardinal del espacio muestral:

$n(\Omega) = 15 + 13 + 12 + 8 + 3 + 9 = 60$

Hallamos la probabilidad de que el estudiante escogido al azar prefiera estudiar portugués:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{12}{60}}{\frac{30}{60}} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

## Respuesta

La probabilidad de que el estudiante escogido al azar del 5.º A prefiera estudiar portugués es de  $\frac{2}{5}$

- Describe el procedimiento realizado para resolver y dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.


- ¿Por qué el espacio muestral considera a la totalidad de estudiantes y no solamente a los del 5.º A? Justifica tu respuesta.


- Si el estudiante escogido al azar hubiera sido del 5.º B, ¿cuál es la probabilidad de que prefiera estudiar francés?




### Situación significativa C

A fin de determinar un experimento aleatorio, se lanza un dado y, acto seguido, se lanzan dos monedas, una después de la otra. Para ello, se dan las siguientes condiciones:

- Si en el dado sale número impar, se lanza una moneda.
- Si sale número par, se lanzan dos monedas.

¿Cuál es el espacio muestral?



### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Para construir el espacio muestral, utilizamos como ayuda la siguiente tabla de posibilidades:

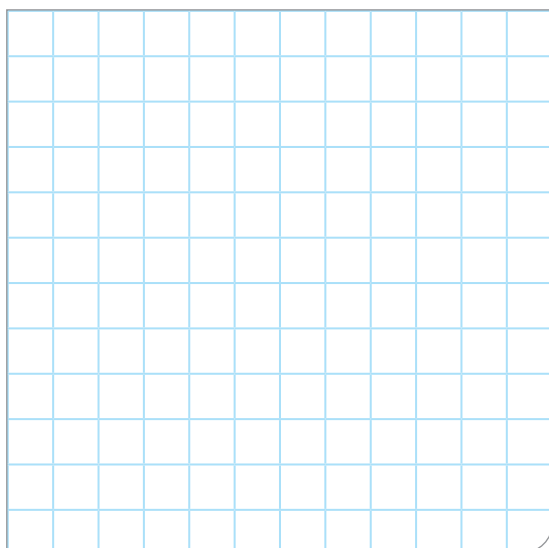
Lados del dado	1	2	3	4	5	6
Primera moneda	C S	C S	C S	C S	C S	C S
Segunda moneda	No se lanza	C S	No se lanza	C S	No se lanza	C S

#### Respuesta:

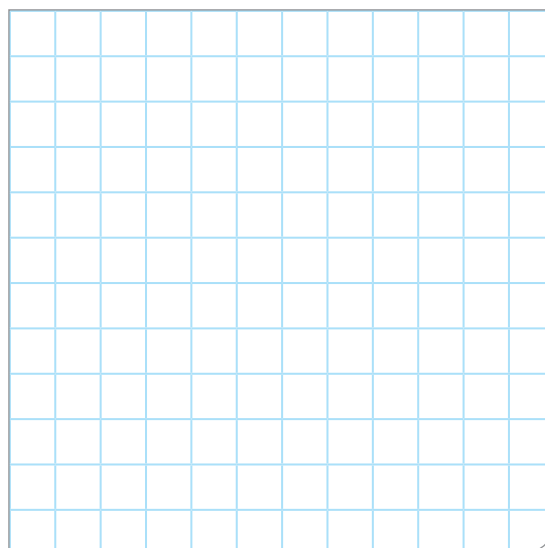
Luego, el espacio muestral solicitado es:

$$\Omega = \{(1,C); (1,S); (2,C,C); (2,S,S); (3,C); (3,S); (4,C,C); (4,S,S); (5,C); (5,S); (6,C,C); (6,S,S)\}$$

1. ¿Es correcto el procedimiento en la resolución? De no ser así, corrige y responde la pregunta de la situación significativa.



2. Dado el experimento aleatorio, ¿cuál es la probabilidad de que salgan dos caras?

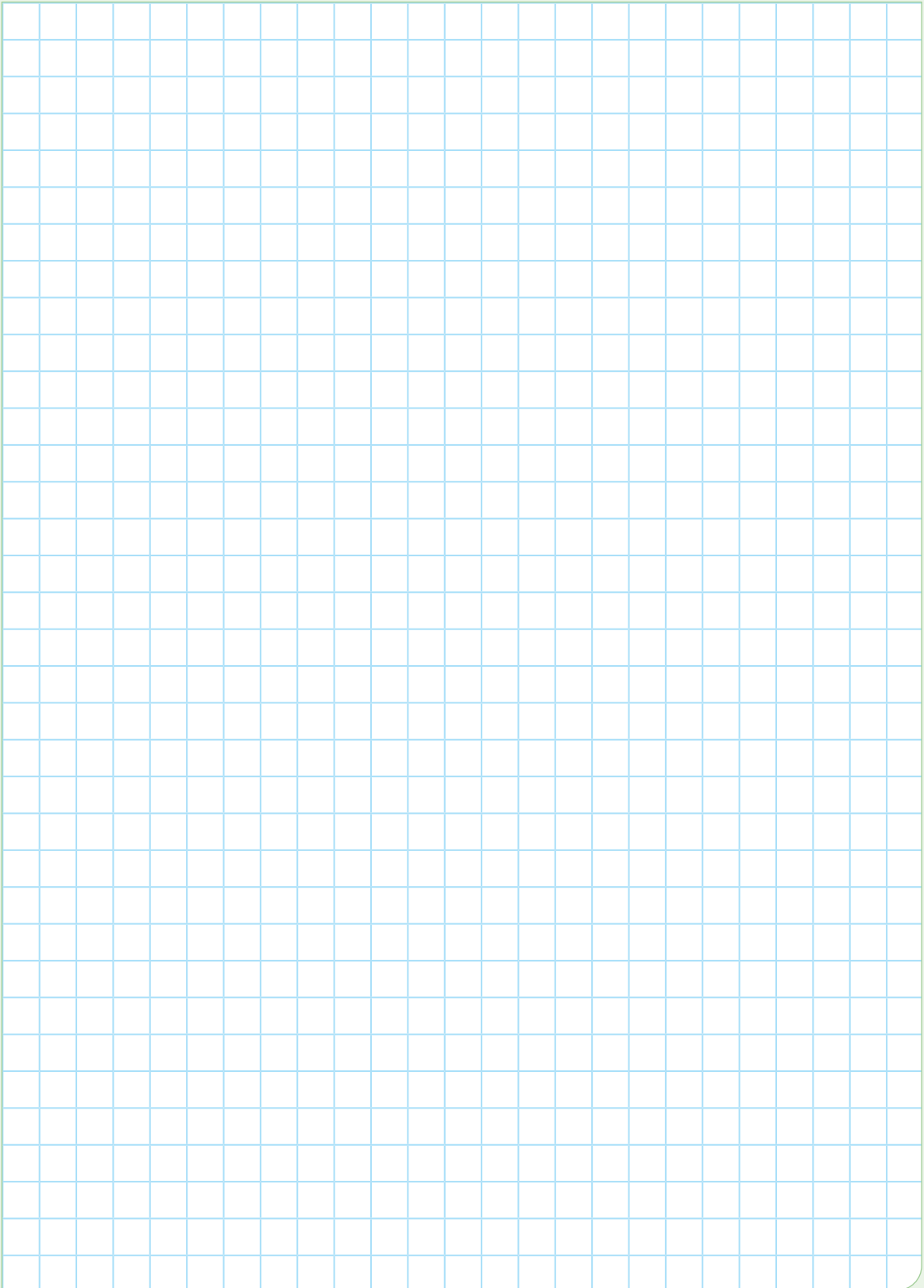








4. ¿Y cuál es la probabilidad de que ese turista hable alguno de los dos idiomas?



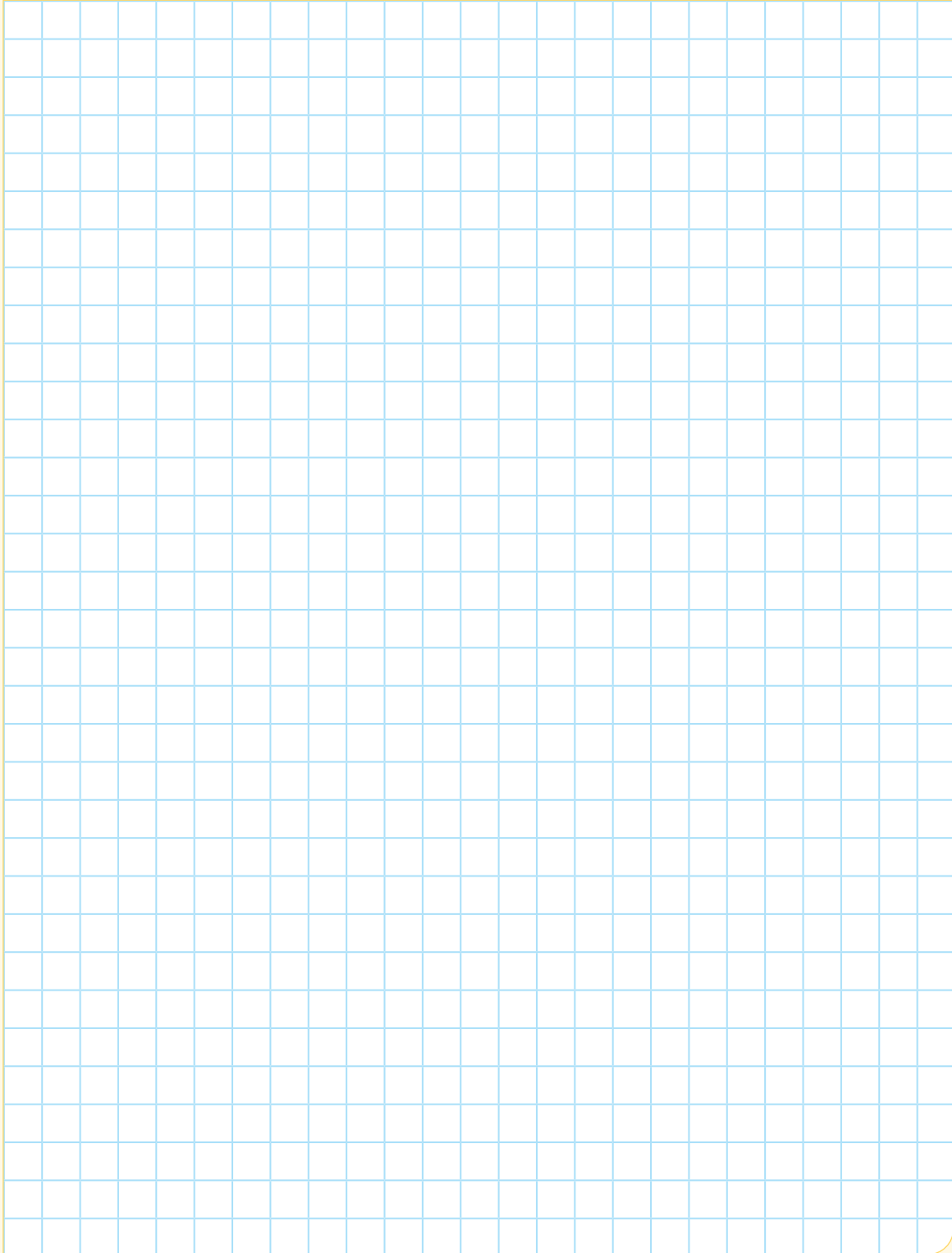
5. En una caja de 100 artículos hay 10 con defectos. Se toman al azar tres artículos, uno tras otro. Halla la probabilidad de que los tres no sean defectuosos. ( $P$ : Probabilidad).

a) 0,73

b) 0,53

c) 0,40

d) 0,28



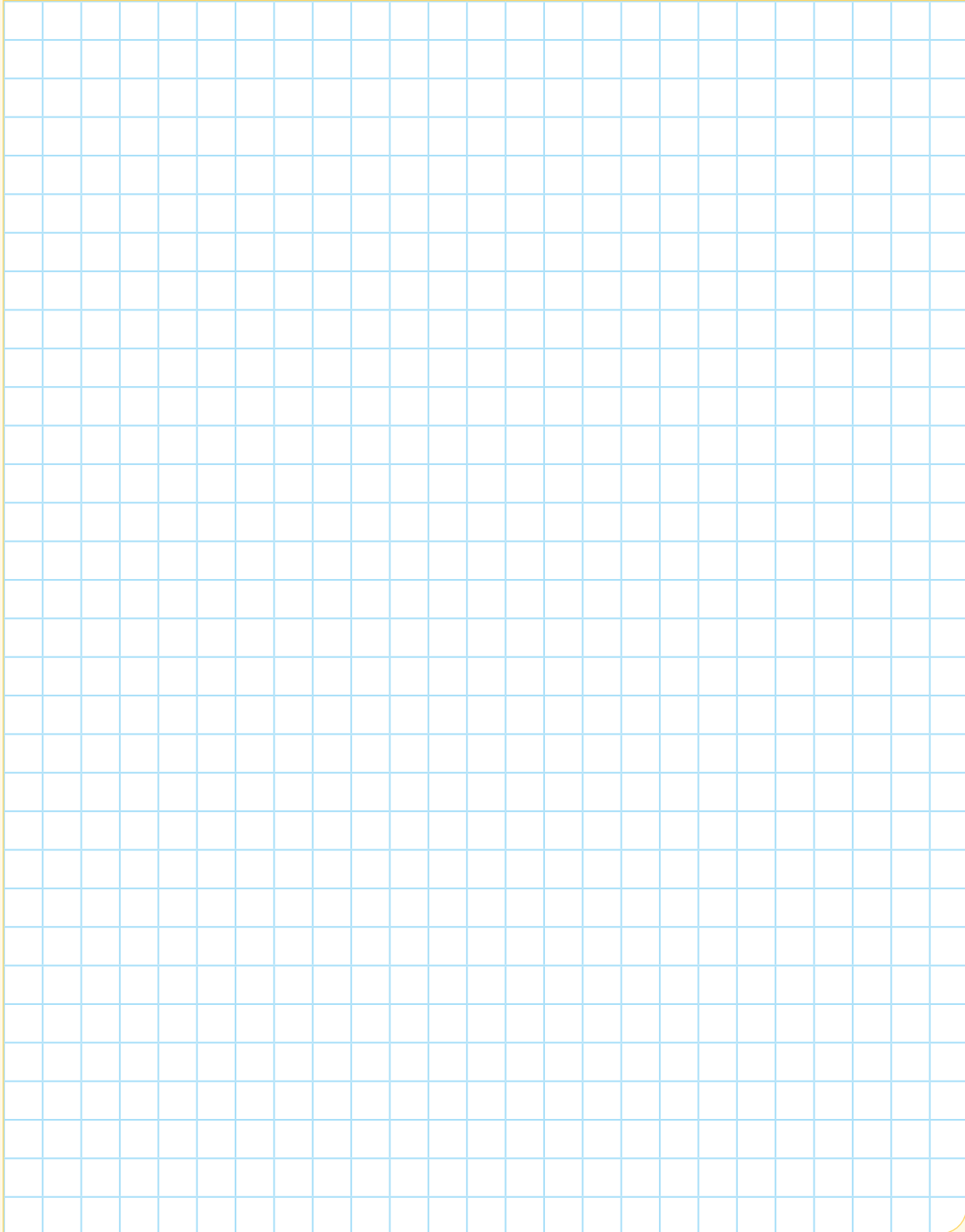
6. El profesor Antonio tiene dos urnas, en la primera hay 3 bolas azules y 6 rojas; en la segunda, 4 bolas azules, 3 rojas y 2 blancas. Si un estudiante extrae una bola al azar, determina la probabilidad de que la bola extraída sea azul.

a)  $\frac{5}{18}$

b)  $\frac{7}{18}$

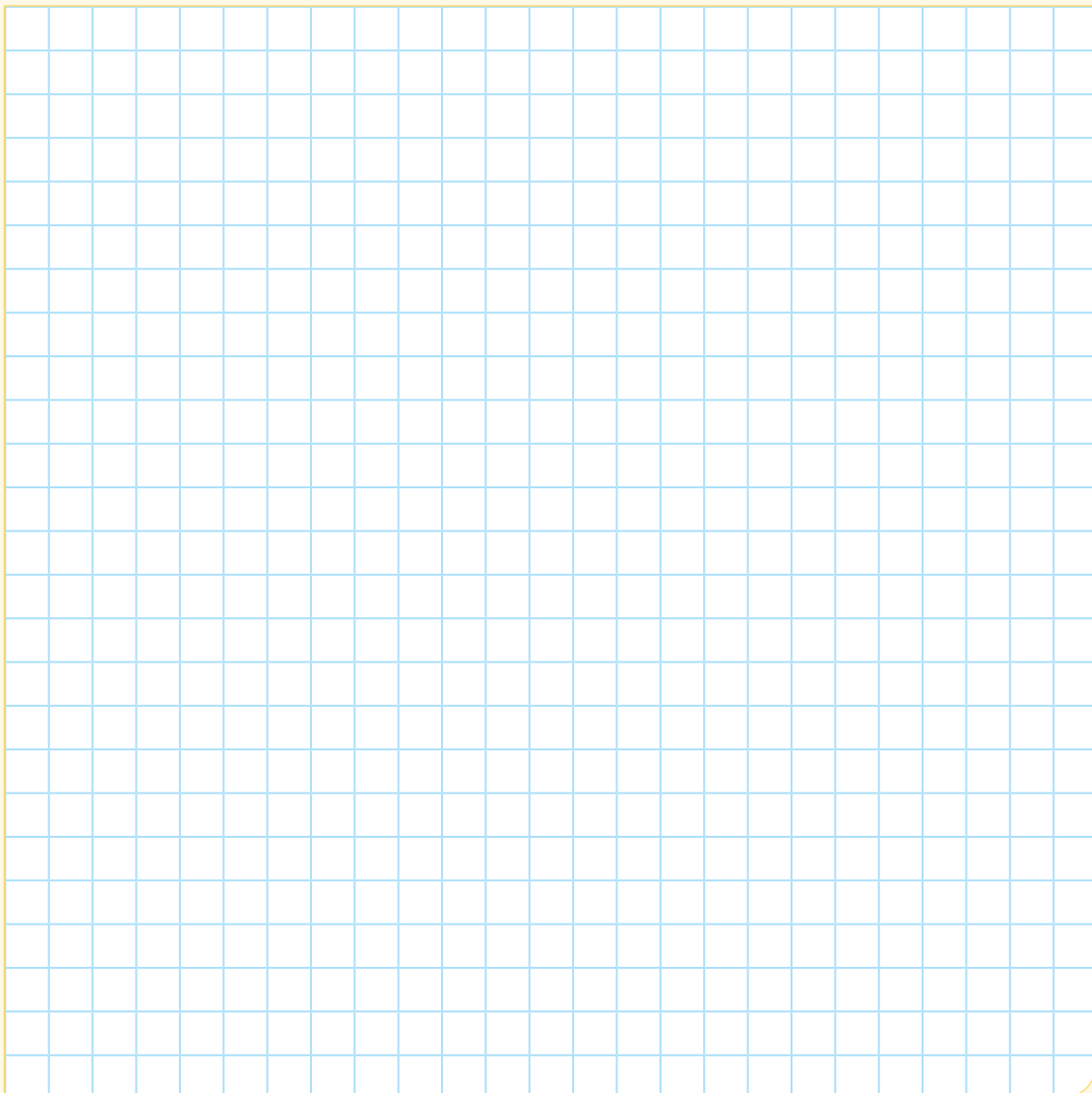
c)  $\frac{5}{9}$

d)  $\frac{7}{9}$



7. Se tienen 20 botellas de gaseosa para la venta y se sabe que existen 10 botellas que traen la palabra "PREMIO" en su tapa.

¿Cuál es la probabilidad de que la tercera botella que se venda sea la primera que tenga la palabra "PREMIO" en su tapa?



8. Se encuesta a un grupo de 120 personas, en la que se les pregunta si les gusta leer y ver televisión. Los resultados son los siguientes:

- A 32 personas les gusta leer y ver televisión.
- A 92 personas les gusta leer.
- A 47 personas les gusta ver televisión.

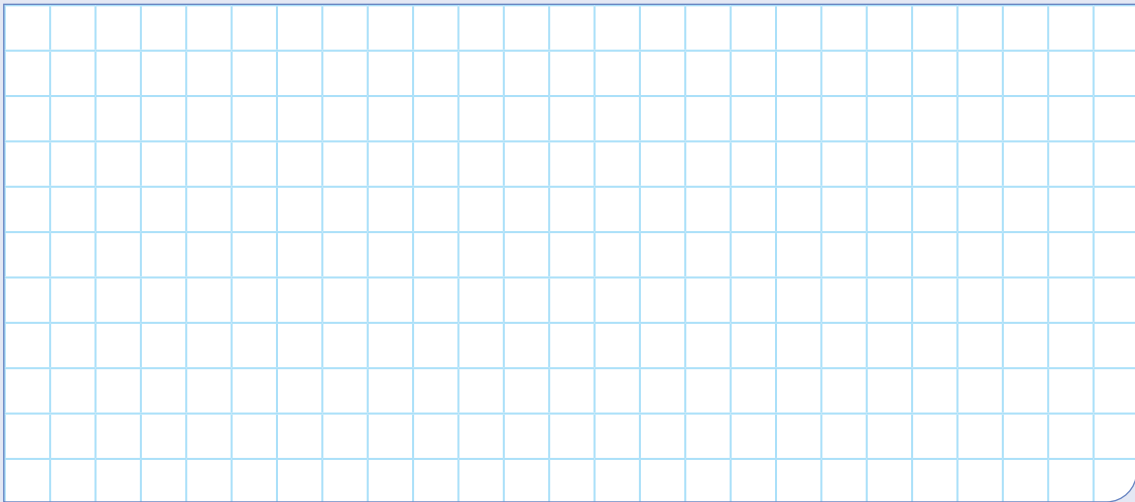
Si elegimos al azar a una de esas personas, ¿cuál es la probabilidad de que le guste leer, sabiendo que le gusta ver televisión?

a) 0,73

b) 0,63

c) 0,55

d) 0,68



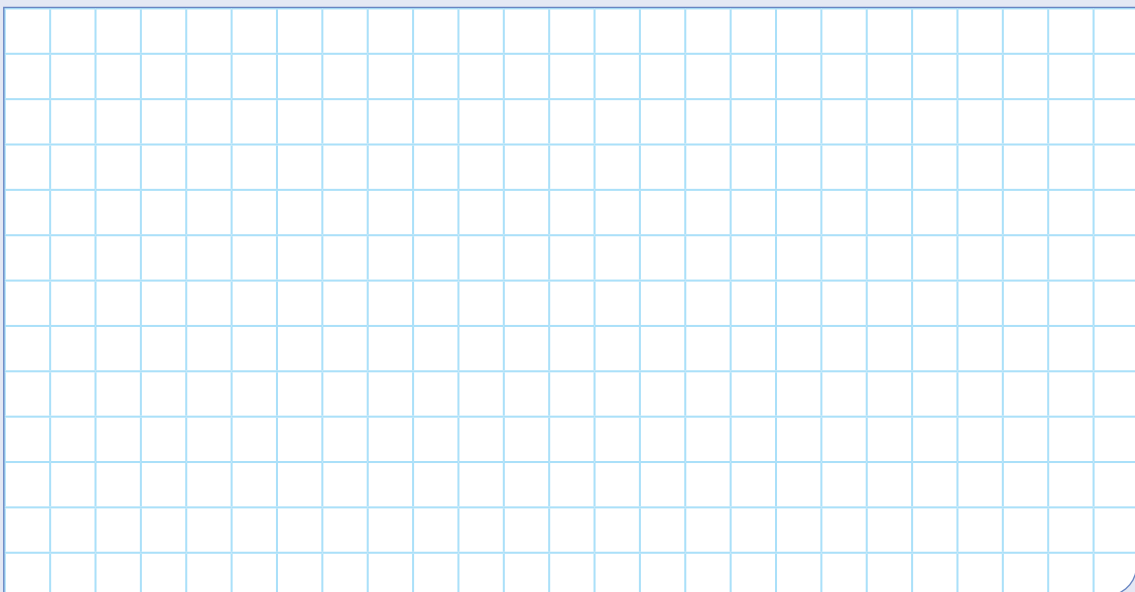
9. En una ciudad, el 40 % de la población tiene cabellos castaños; el 25 %, ojos castaños, y el 15 %, cabellos y ojos castaños. Se escoge una persona al azar. Si tiene los cabellos castaños, ¿cuál es la probabilidad de que tenga también ojos castaños?

a) 0,225

b) 0,375

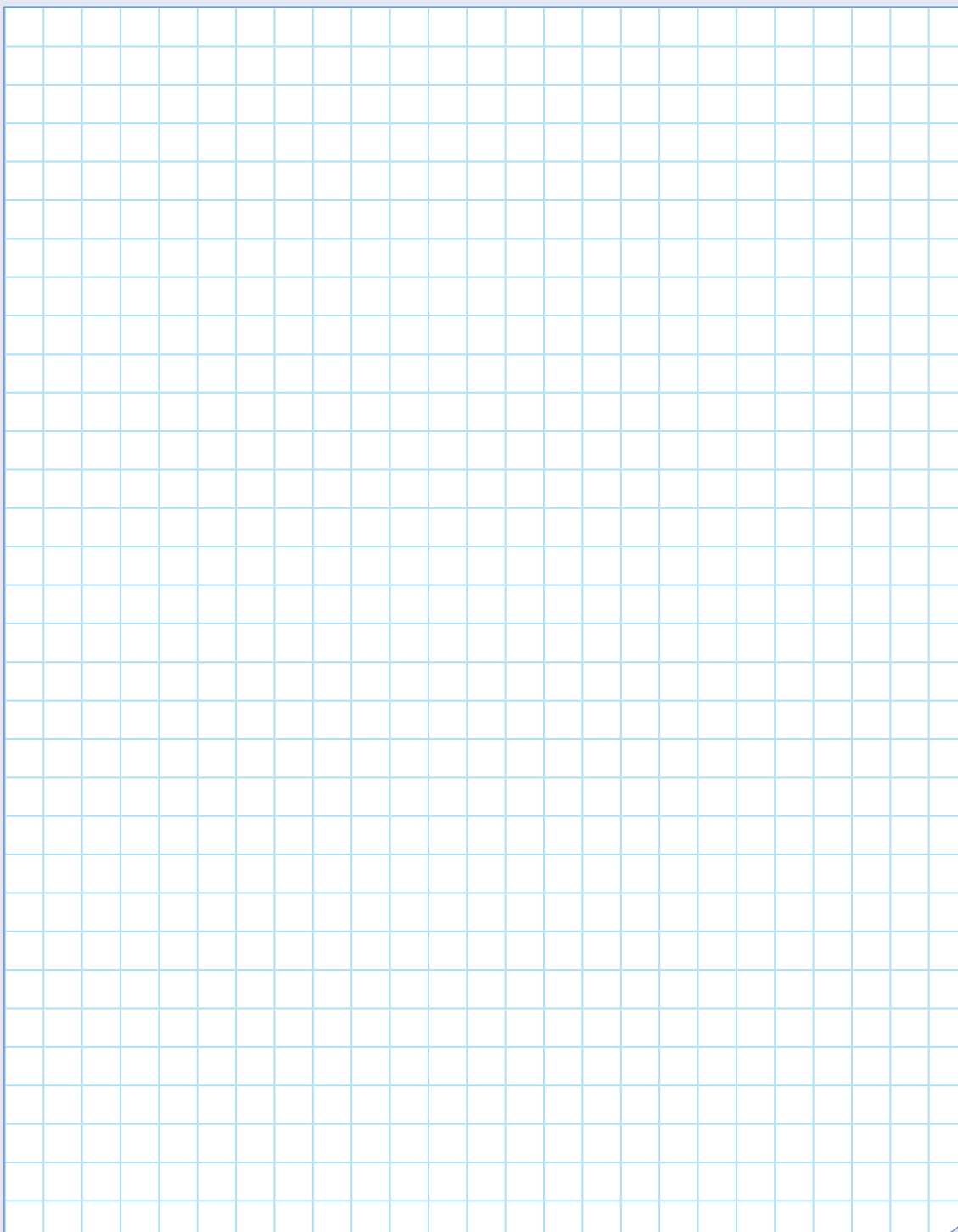
c) 0,450

d) 0,265



10. Una urna  $A$  contiene 7 bolas numeradas del 1 al 7. En otra urna  $B$ , hay 5 bolas numeradas del 1 al 5. Lanzamos una moneda equilibrada, de forma que, si sale cara, extraemos una bola de la urna  $A$ ; en cambio, si sale sello, la extraemos de la urna  $B$ .

Sabiendo que salió una bola con número par, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la urna  $A$ ?





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre los valores desconocidos y las transformamos a expresiones algebraicas o gráficas que incluyan ecuaciones cuadráticas. Asimismo, seleccionamos recursos y procedimientos adecuados para hallar términos desconocidos.

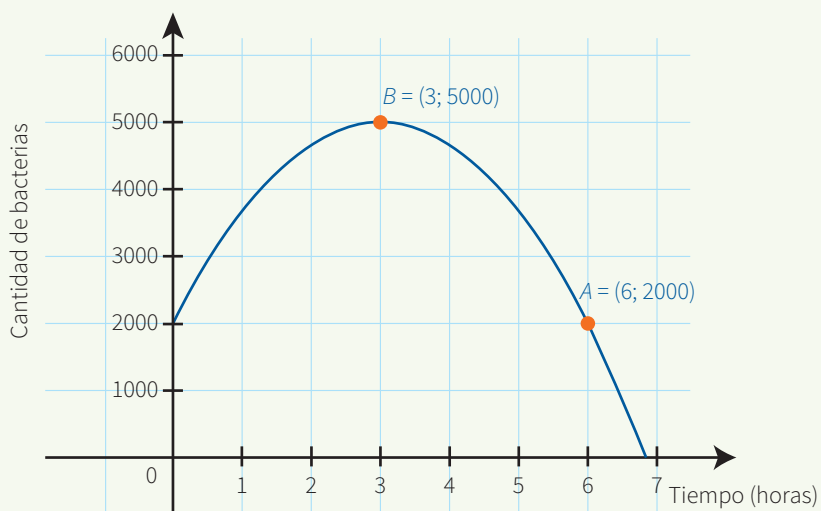
### Colonia de bacterias

Las bacterias son microorganismos unicelulares microscópicos capaces de producir fermentaciones y enfermedades. Hay bacterias beneficiosas, como las que facilitan la digestión; pero hay otras que provocan la tuberculosis, el cólera, entre otras numerosas enfermedades.

Las bacterias se reproducen con mucha rapidez si el medio es apropiado; pero cuando es inadecuado, la población decrece rápidamente.

La gráfica representa la forma como varía una colonia de bacterias en un ambiente con recursos limitados.

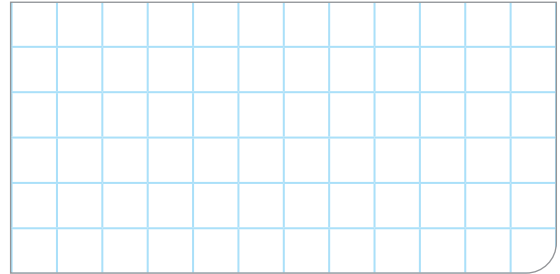
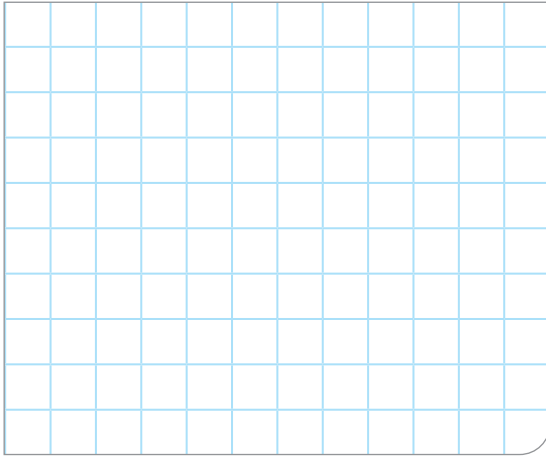
En el eje vertical se aprecia la cantidad de bacterias; mientras que en el eje horizontal está el tiempo transcurrido en horas.



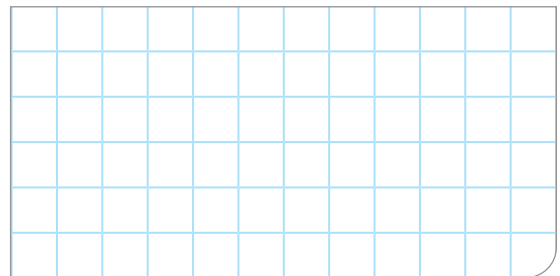
1. ¿Después de cuántas horas la colonia de bacterias comienza a disminuir?
2. Escribe la función cuadrática de la forma  $y = a(x - h)^2 + k$  que representa la gráfica.

## Comprendemos el problema

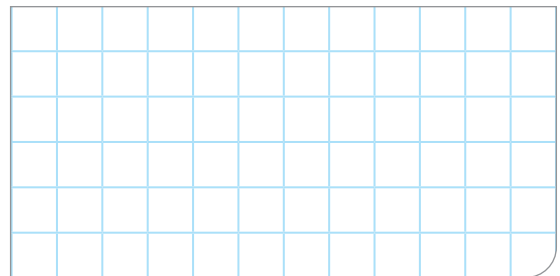
1. ¿Qué curva es la que corresponde a la gráfica de la situación significativa y cuál será su vértice?
3. ¿En cuántas horas se encontrará la mayor cantidad de bacterias según el gráfico?



2. ¿Cuáles son las variables dependiente e independiente? Justifica tu respuesta.
4. ¿Cuántas bacterias hay en seis horas?

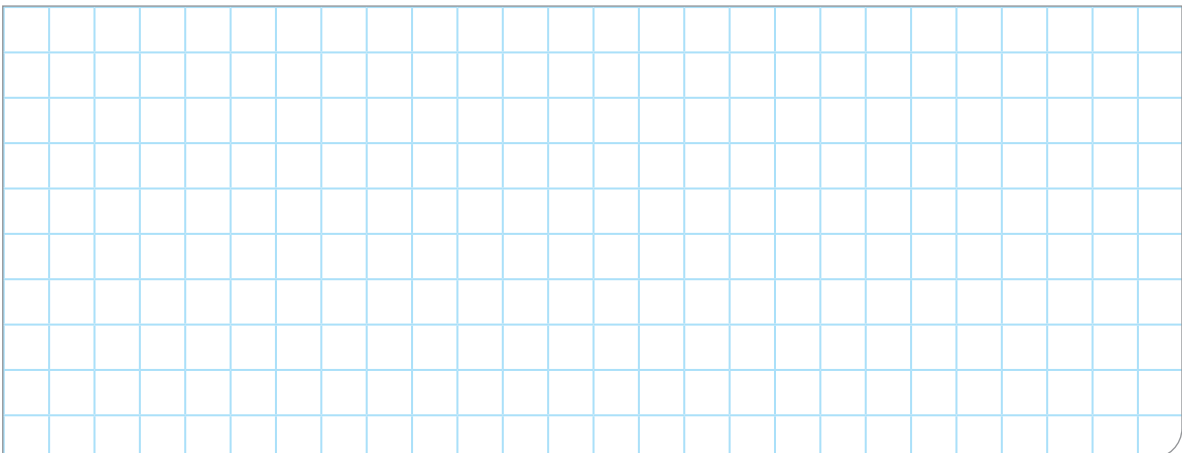


5. ¿Qué piden hallar las preguntas de la situación significativa?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que debes seguir para responder las preguntas de la situación significativa.





## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Observa bien la curva. ¿Es creciente o decreciente? Justifica tu respuesta.

2. Según el gráfico, ¿después de qué tiempo la colonia de bacterias deja de seguir creciendo? Responde la primera pregunta de la situación significativa.

3. ¿Cuál serán las coordenadas del vértice, en función de  $h$  y  $k$  de la ecuación de la parábola  $y = a(x - h)^2 + k$ ?

4. ¿Cuál es el vértice en la gráfica de la situación significativa?

5. Reemplaza en la función:  $y = a(x - h)^2 + k$  los valores encontrados en la pregunta anterior.

6. Reemplaza el valor del par ordenado  $A(x; y)$  en el resultado de la pregunta 3 de *Ejecutamos la estrategia o plan* y calcula el valor de “ $a$ ”.

7. Reemplaza el valor de  $a$ ,  $h$  y  $k$  en la función cuadrática:  $y = a(x - h)^2 + k$ . Luego, responde la segunda pregunta de la situación significativa.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe con tus palabras el procedimiento realizado en la sección *Ejecutamos la estrategia o plan*.



### Situación significativa B

Carlos calculó que la velocidad de escape de los gases en el motor de un cohete satisface la ecuación  $x^2 - 6x + 45 = 0$ . Si la ecuación tiene soluciones reales, la cámara de combustión no sufre daños; pero si las soluciones son complejas, la cámara corre el riesgo de dañarse. ¿Puede funcionar el motor del cohete sin dañarse con esta velocidad de escape de los gases?

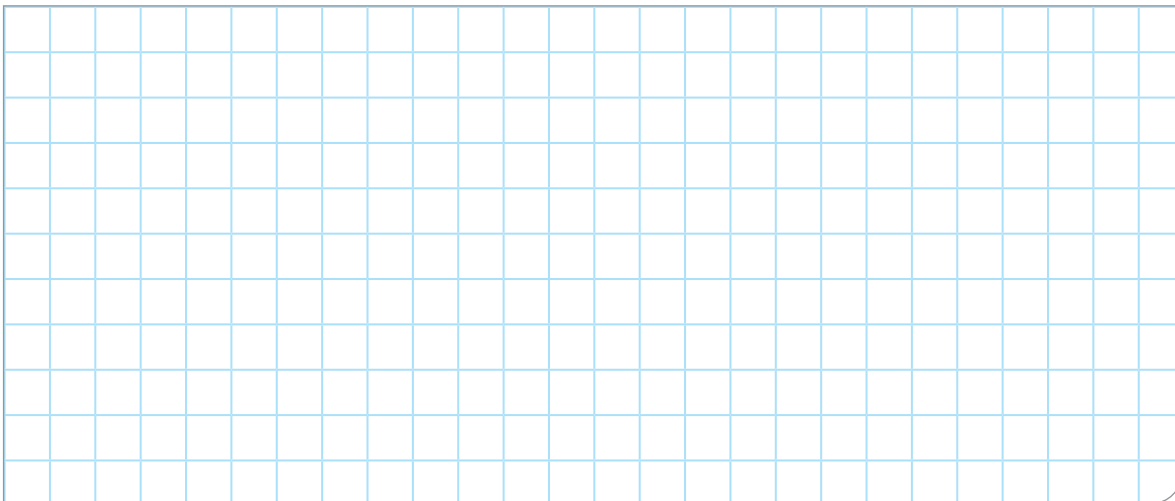
### Resolución

- Sea la velocidad de escape de los gases:  $x^2 - 6x + 45 = 0$
- Calculamos y analizamos el discriminante de esta ecuación, para  $a = 1$ ;  $b = -6$  y  $c = 45$

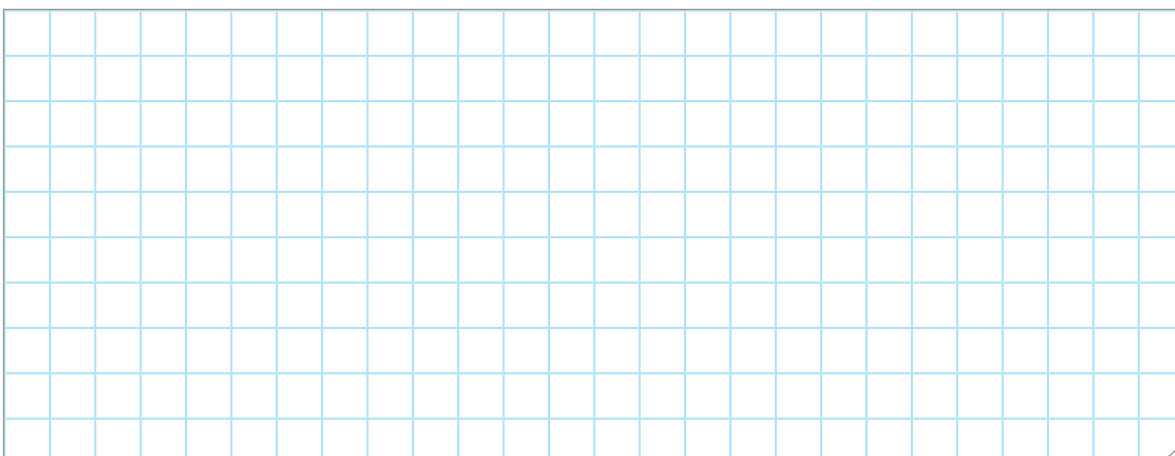
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(1)(45) = -144$$

- Al aplicar la fórmula de resolver ecuaciones de segundo grado, tendríamos que sacar la raíz cuadrada de  $-144$ , una raíz par de número negativo nos conduce a valores del conjunto de números complejos.
- Aplicando el criterio dado, podemos afirmar que la cámara corre el riesgo de dañarse.

1. Con respecto al valor del discriminante, ¿qué conclusiones se pueden deducir?



2. ¿Qué sucede si el discriminante es cero,  $\Delta = 0$ ? ¿Qué podemos decir de sus soluciones?







3. Las dimensiones de un jardín rectangular son 12 m por 8 m; además, se observa que se encuentra rodeado por una franja pavimentada de ancho uniforme y cuya área es equivalente a la del jardín. ¿Cuál es el ancho de la franja pavimentada?

a) 3 m

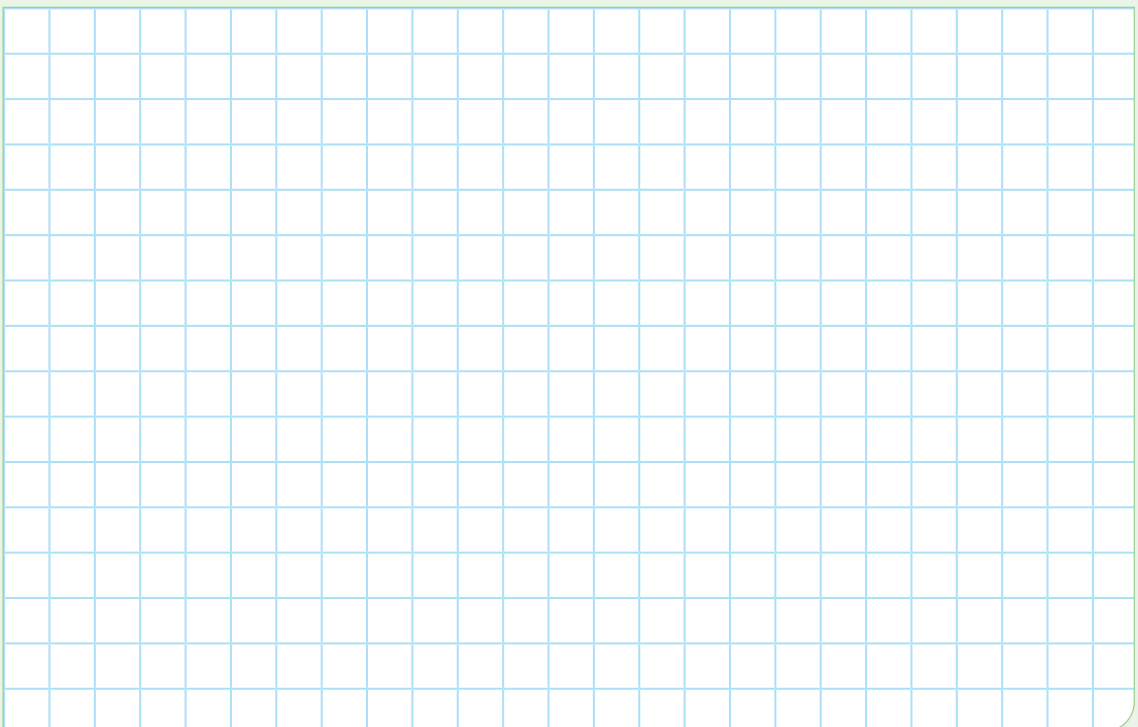
b) 1,5 m

c) 1 m

d) 2 m



4. La base de una cartulina rectangular mide 8 cm más que su altura. Si le recortáramos 3 cm a su altura, el área de la nueva cartulina sería de  $126 \text{ cm}^2$ . Calcula las dimensiones de la cartulina inicial.



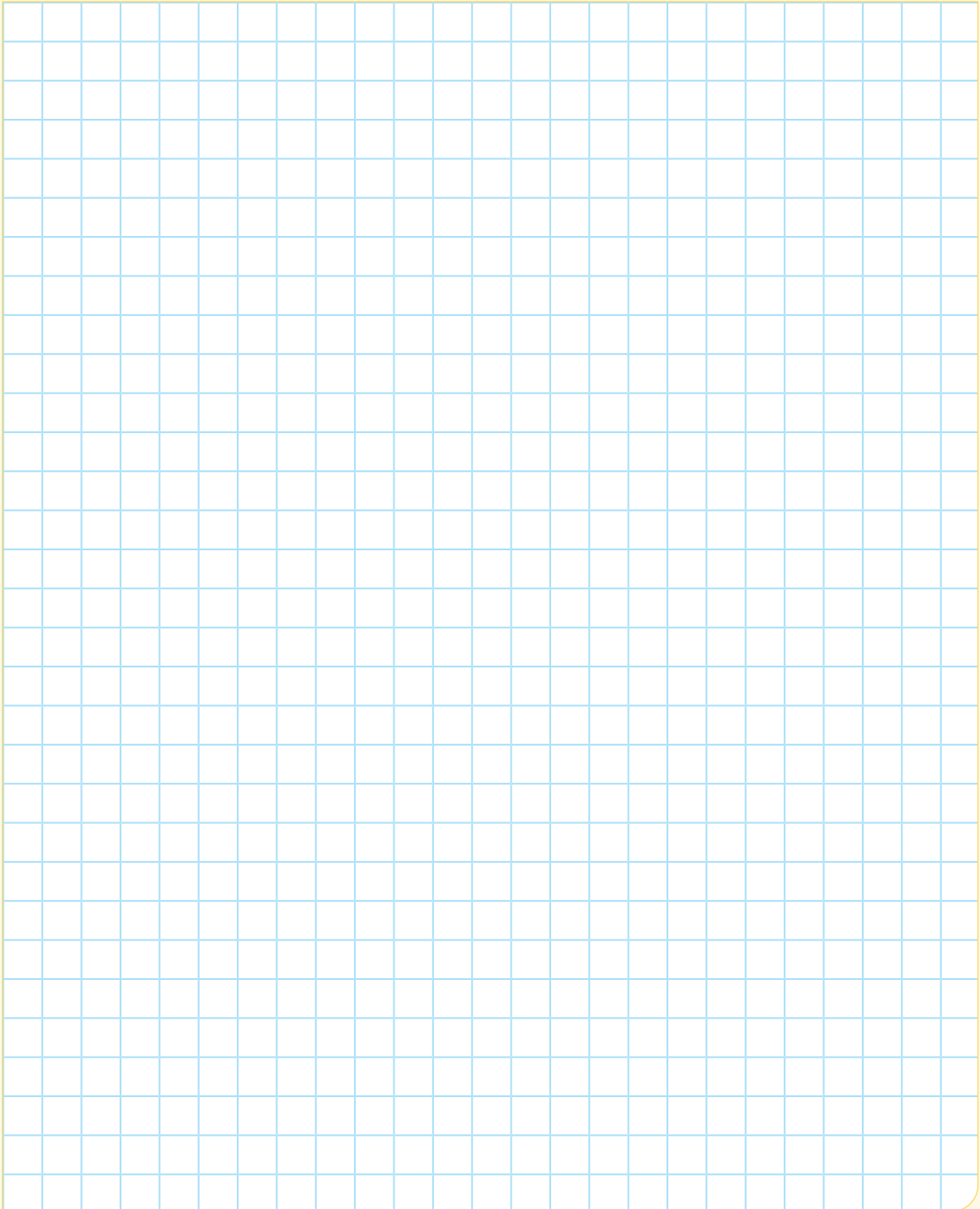
5. Jairo encuentra el voltaje de un circuito eléctrico utilizando para ello la siguiente ecuación:

$$x^2 - 2x + 10 = 0$$

Sabe que, si la ecuación tiene soluciones reales, el voltaje del circuito es directo; pero si las soluciones son números complejos, es alterno.

¿Qué clase de voltaje tiene el circuito diseñado por Jairo?

- a) No tiene voltaje      b) Voltaje complejo      c) Voltaje directo      d) Voltaje alterno



6. Un proyectil, que lanzamos verticalmente desde el nivel del suelo con una velocidad inicial de 200 m/s, se mueve según la trayectoria modelada por la siguiente ecuación  $h(t) = 200t - 5t^2$ , donde  $h$  es la altura a la que se encuentra en cada instante ( $t$ ).

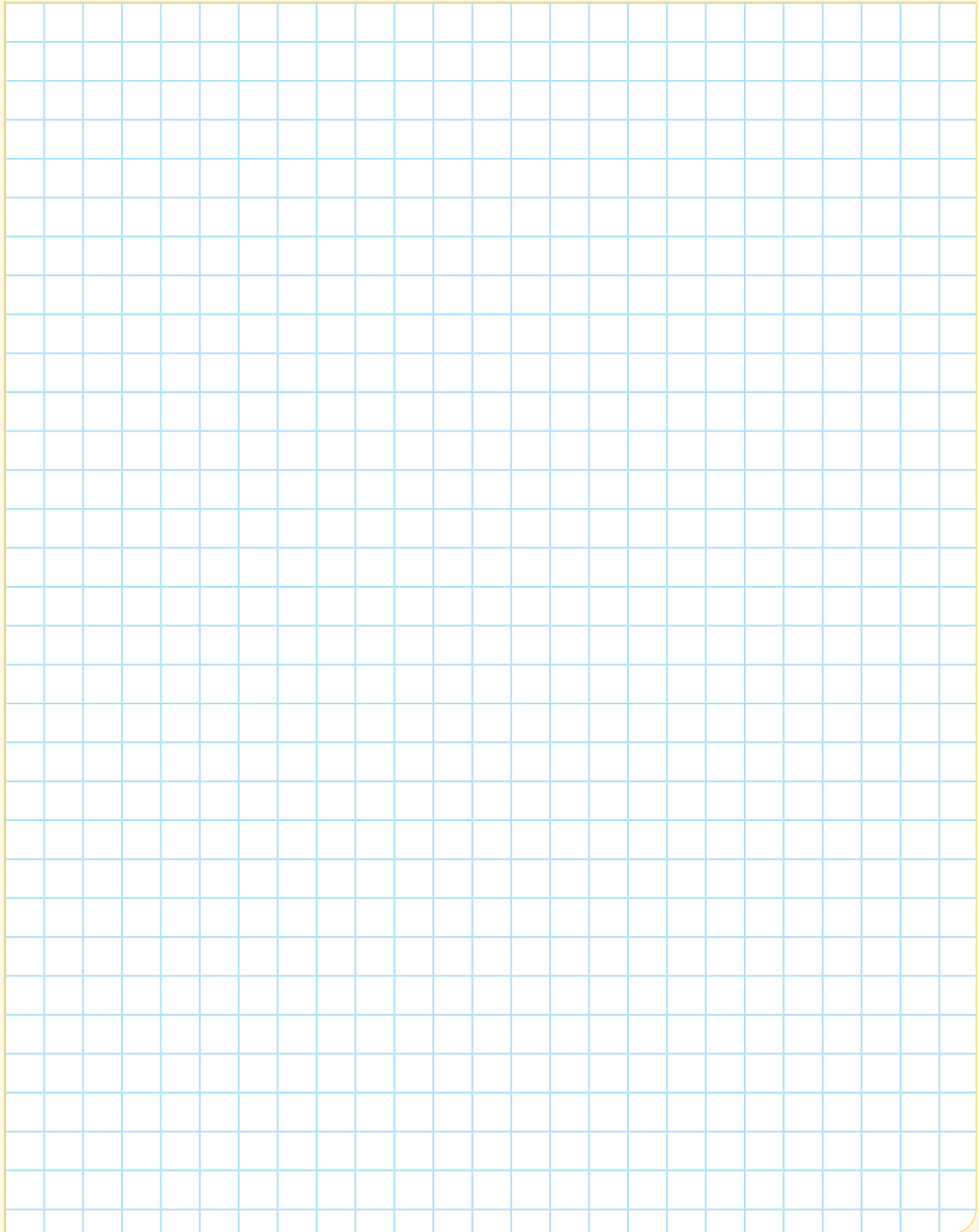
¿Cuál es el tiempo de vuelo del proyectil?

a) 30 s

b) 40 s

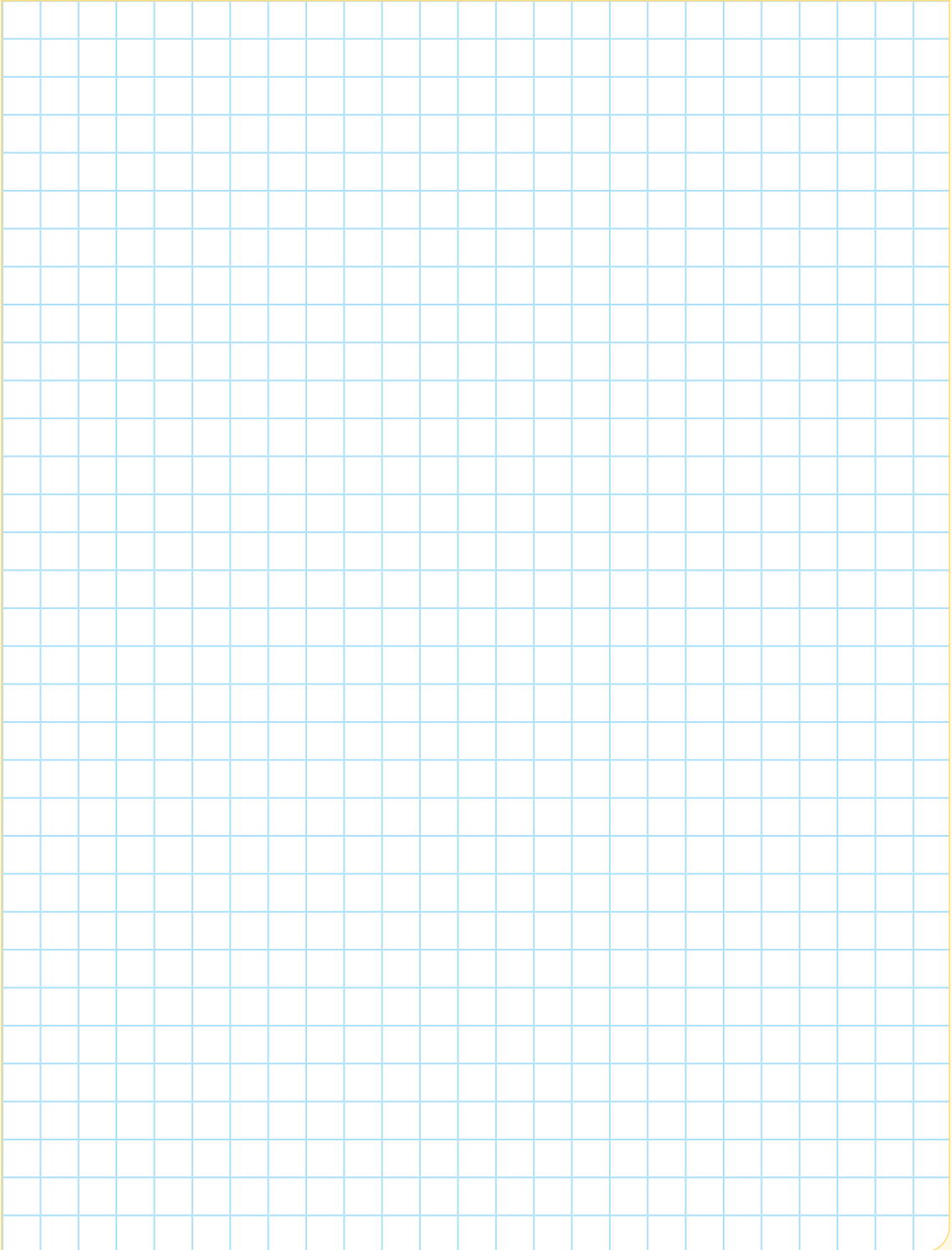
c) 20 s

d) 50 s





7. El profesor de Matemática pide a sus estudiantes que resuelvan la ecuación  $3x^2 + 7x - 6 = 0$ . Uno de ellos obtuvo como solución  $x_1 = -3$  y  $x_2 = \frac{2}{3}$ ; en cambio, otro de los estudiantes dijo  $x_1 = 3$  y  $x_2 = -\frac{2}{3}$ . ¿Cuál de los resultados es correcto? ¿Por qué?



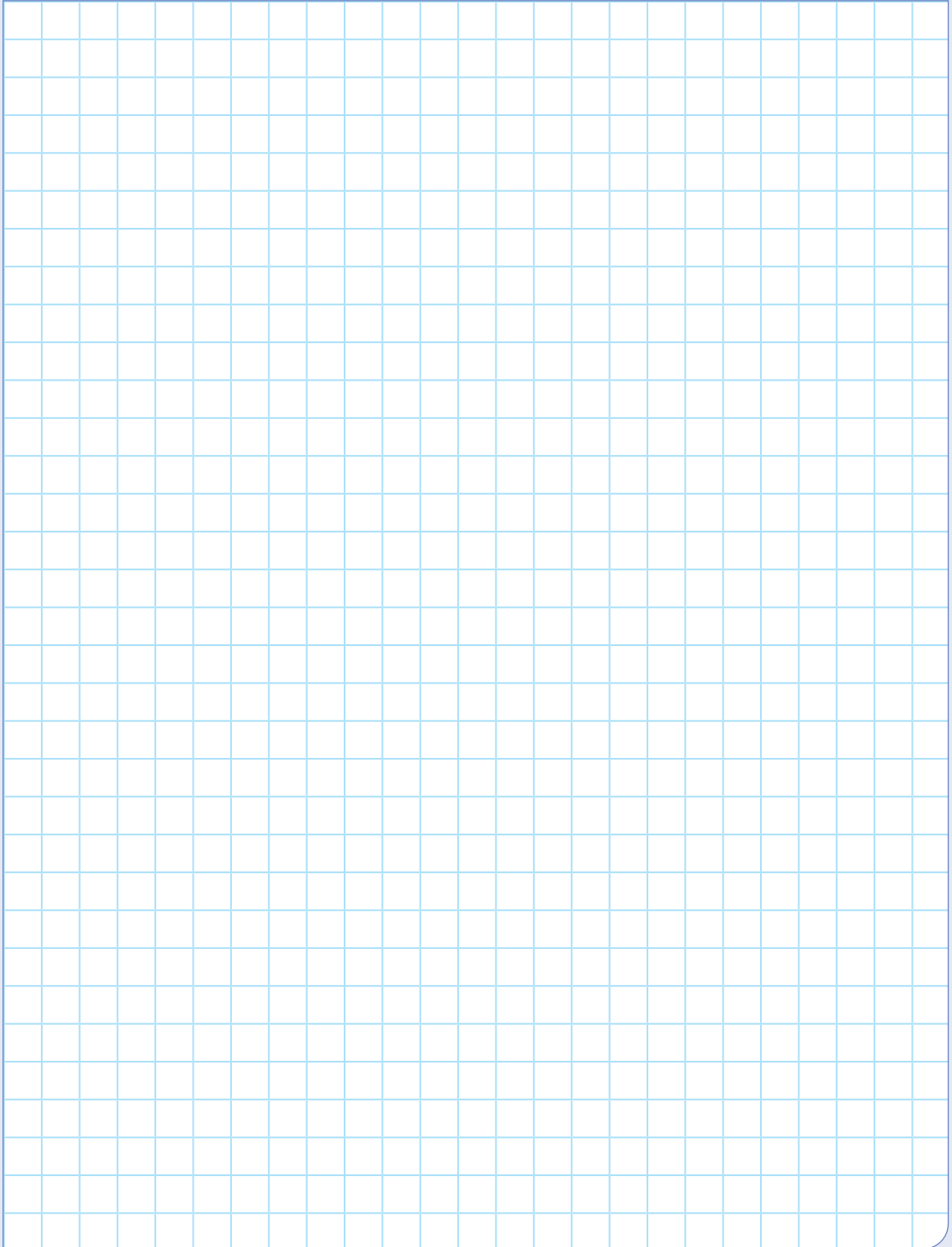
8. Juan Carlos debe preparar su terreno cuadrangular para sembrar hortalizas y cercarlo con alambre. El costo por preparar el terreno es de 10 soles por metro cuadrado y la cerca tiene un costo de 5 soles el metro lineal. Determina el perímetro del terreno si el costo por prepararlo y cercarlo asciende a 1200 soles.

a) 40 m

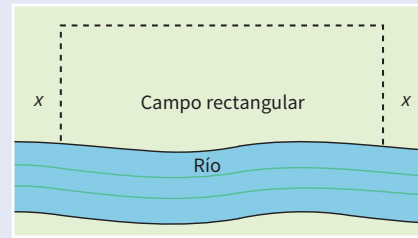
b) 48 m

c) 60 m

d) 52 m



9. Un granjero cercará un campo rectangular, como se muestra en la figura, pero no será necesario cercar a lo largo del río. Si se sabe que el perímetro que se cercará es de 3400 m, expresa el área  $A$  del campo en función del ancho  $x$  de este.

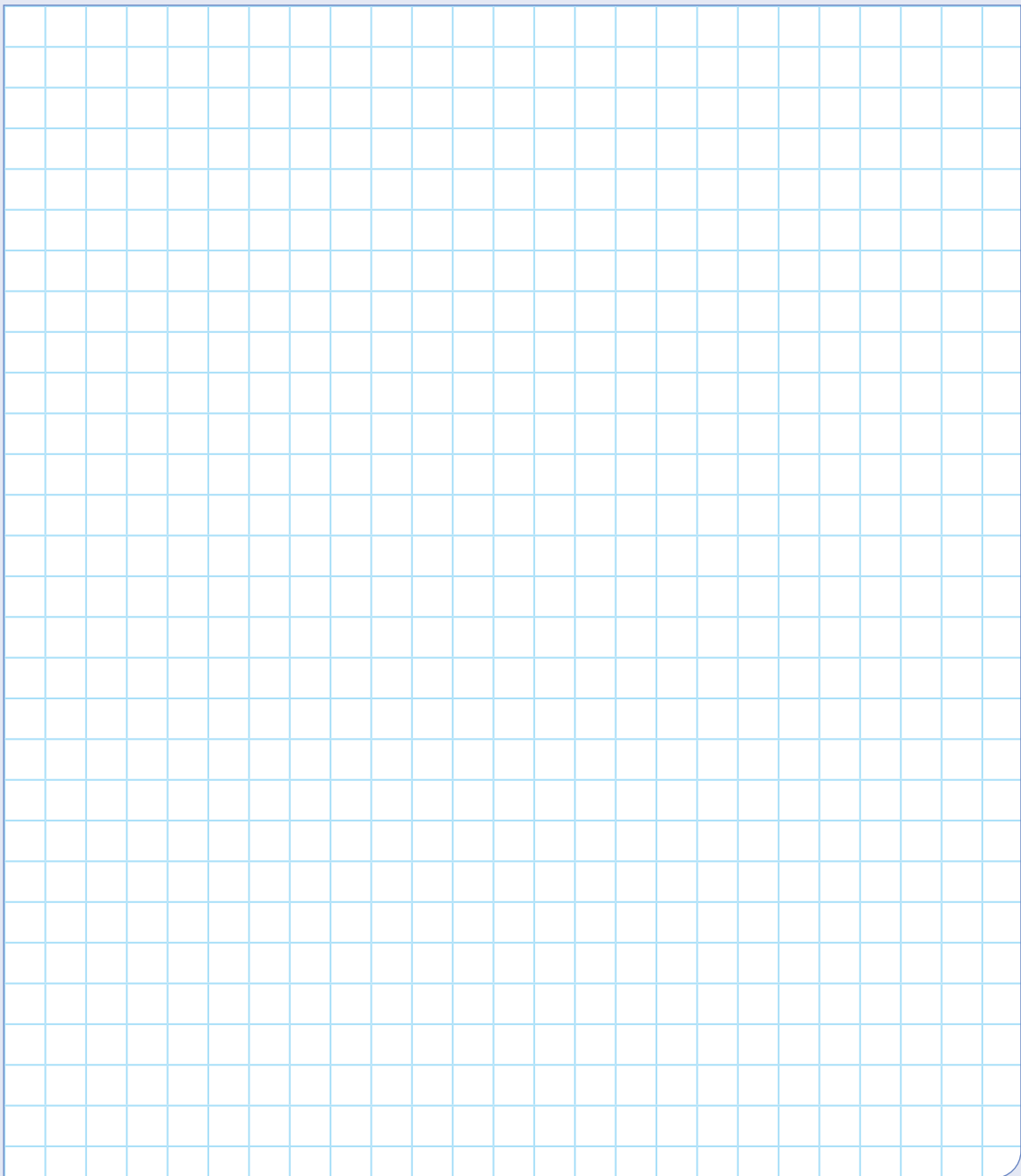


a)  $A(x) = 3400x - 2x^2$

b)  $A(x) = 2x^2 + 3400$

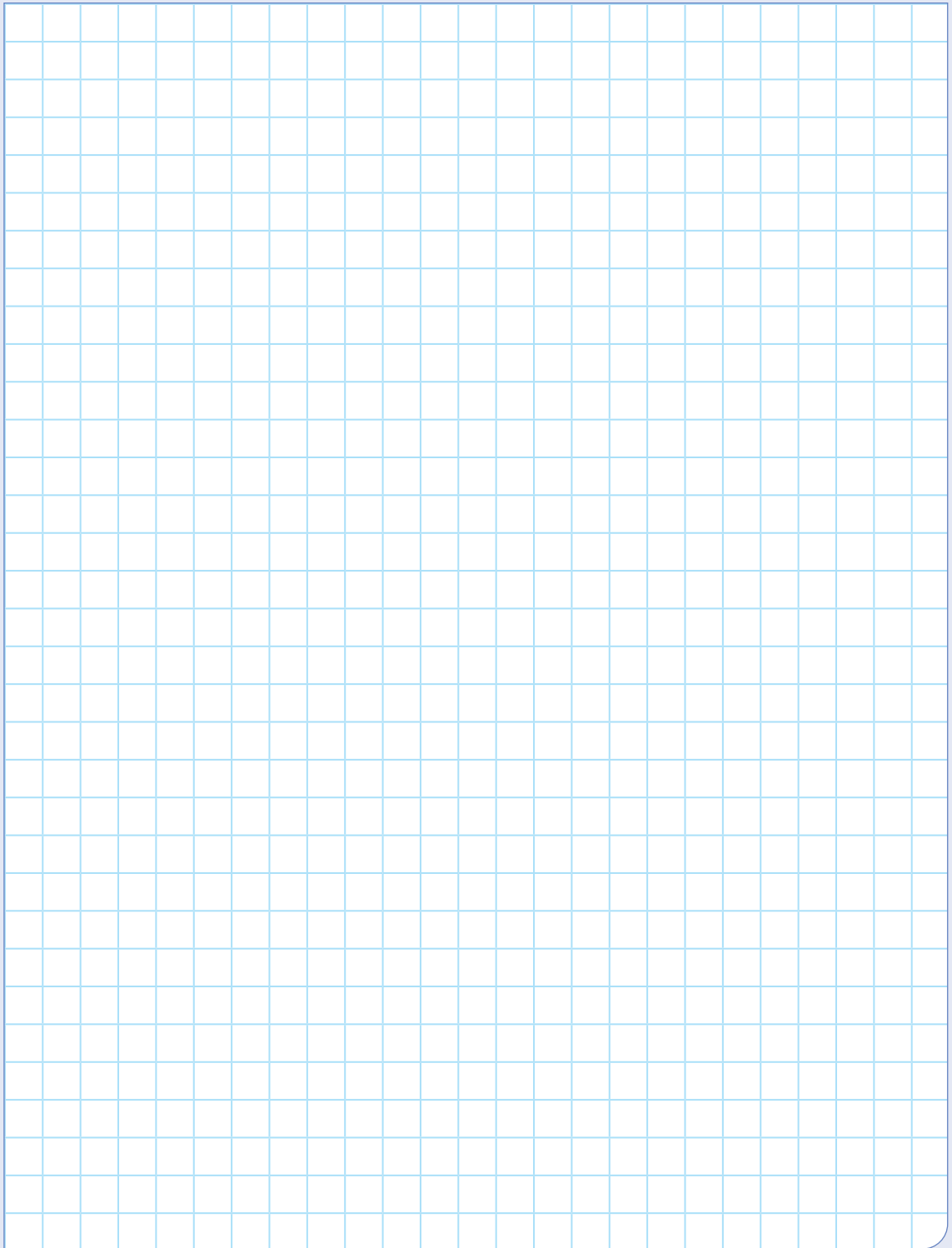
c)  $A(x) = 3400x^2$

d)  $A(x) = x^2 + 3400$



**10** Determina el valor que debe tener  $K$  en la siguiente ecuación:

$(K + 2)x^2 + (5K + 2)x + 3K + 1 = 0$ , para que la suma de sus raíces sea 6.





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Evaluamos si la expresión numérica planteada reprodujo las condiciones de la situación, la modificamos y ajustamos para solucionar problemas; además, seleccionamos y combinamos estrategias de cálculo para realizar operaciones con números racionales.

### Dólar, moneda extranjera que circula en el Perú

El dólar, la moneda estadounidense que circula en el sistema financiero mundial, es aceptada en muchos países. En el Perú, el dólar se cambia según la ley de oferta y demanda. Esto hace que su precio varíe diariamente, incluso dentro del día puede tener fluctuaciones en su valor con respecto al sol. Así como el código internacional del sol es PEN, el código internacional del dólar es USD.

En la casa de cambios "Tu Billete" se tiene la siguiente información:



© Carlos Boza

Tipo de cambio

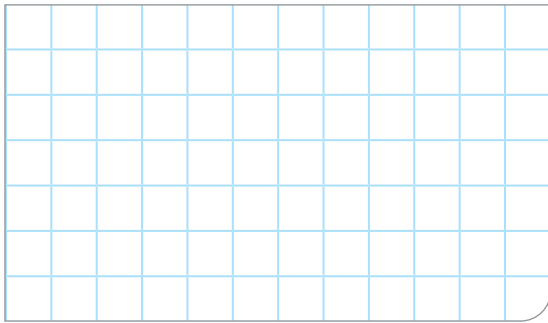
	Dólares	Euros
Compra	S/3,22	S/3,35
Venta	S/3,38	S/4,12

Ricardo desea comprar dólares para pagar una deuda de \$500.

1. ¿Cuánto dinero requiere tener Ricardo en soles, como mínimo, para poder comprar los dólares que necesita y pagar su deuda?
2. Ricardo tiene 1500 soles, ¿cuántos dólares podrá comprar con dicho dinero? ¿Cuántos dólares seguirá debiendo aún?
3. Con la finalidad de poder terminar de pagar su deuda en dólares, Ricardo decide cambiar sus 40 euros a soles y luego cambiar estos a dólares en la casa de cambio "Tu Billete". ¿Le alcanzarán estos 40 euros para pagar su deuda?

## Comprendemos el problema


1. ¿Cuántos soles tiene Ricardo para pagar su deuda?



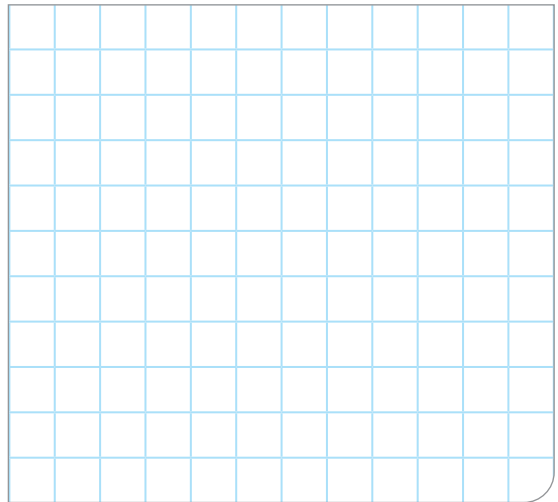
2. ¿Cuántos dólares debe Ricardo?



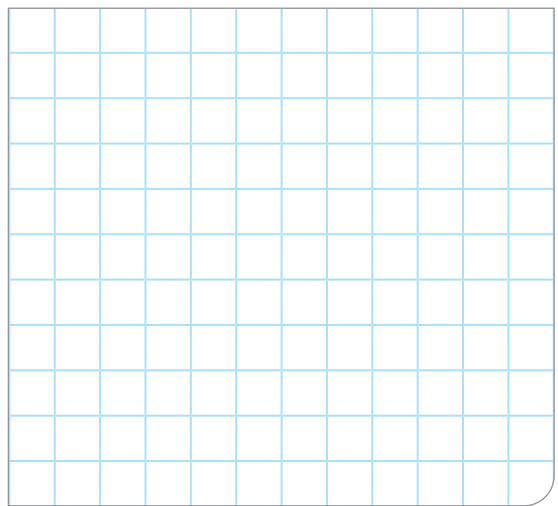
3. ¿Qué tipo de cambio usará Ricardo para comprar dólares?



4. ¿Qué tipo de cambio usará Ricardo para comprar euros?

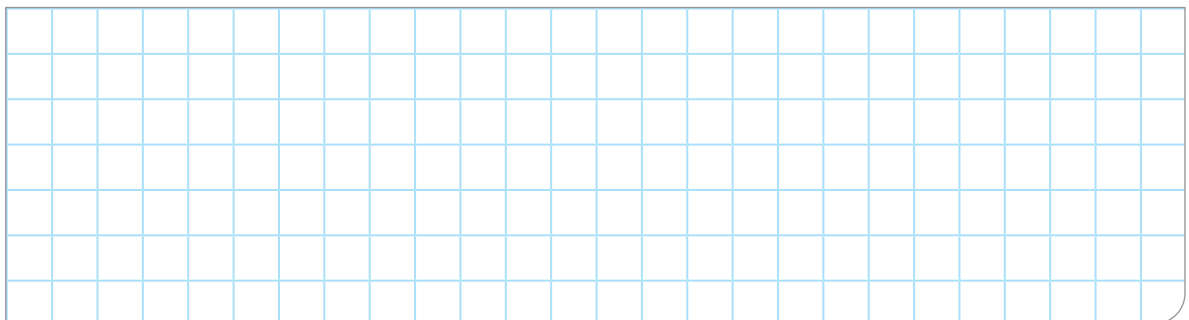


5. ¿Qué te piden determinar las preguntas de la situación significativa?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarás para responder las preguntas de la situación significativa.



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Calcula la cantidad de la deuda en soles y responde la primera pregunta de la situación significativa.

2. ¿Cuánto dinero en soles le falta a Ricardo para pagar su deuda?

3. Calcula la cantidad de dólares que inicialmente compra Ricardo y cuántos dólares debe aún. Responde la segunda pregunta de la situación significativa.

4. ¿Cuánto dinero en soles recibirá Ricardo por sus 40 euros?

5. Según la respuesta a la pregunta anterior, ¿cuántos dólares podrá comprar con dicho dinero?

6. Según la respuesta a la pregunta anterior, responde la tercera pregunta de la situación significativa.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Por qué en la primera actividad de *Ejecutamos la estrategia o plan* se utilizó ese tipo de cambio?

2. ¿Podrías establecer un tipo de cambio entre dólares y euros? ¿Cuál sería?



# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones y lenguaje numérico nuestra comprensión sobre las operaciones con números racionales usando redondeos o aproximaciones. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre relaciones numéricas que descubrimos.

## Situación significativa A

El reloj que se muestra está programado para dar la temperatura ambiental cada dos horas. Luis ha estado anotando las temperaturas desde la madrugada, registrándolas en la siguiente tabla:

Hora	4 a. m.	6 a. m.	8 a. m.	10 a. m.
Temperatura (°C)	15,4	18,5	26,6	32



- ¿Cuál es el promedio de la temperatura entre las 8 y las 10 a. m.?
- ¿Entre qué horas se produjo el mayor aumento de temperatura?
- Se sabe que al mediodía la temperatura es el doble de la que se registra a las 6 a. m. ¿Cuál es la temperatura al mediodía?

## Resolución

- Como disponemos solo de dos datos en ese intervalo, entonces el promedio de estas temperaturas es:

$$\frac{26,6 + 32}{2} = 29,3 \text{ °C}$$

- Elaboramos una tabla para apreciar los aumentos de temperatura:

Hora	4	6	8	10
Temperatura (°C)	15,4	18,5	26,6	32
Incremento	...	3,1	8,1	5,4

Y ahora, por simple inspección, observamos que el mayor aumento se produjo entre las 6 y 8 a. m.

- Calculamos la temperatura al mediodía; sería:  $2 \times 18,5 = 37 \text{ °C}$

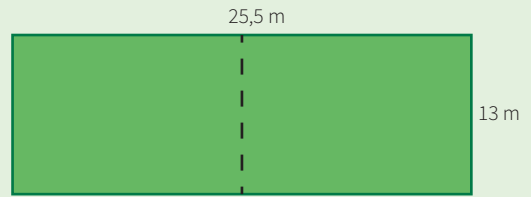
- ¿Habrá otros valores de temperatura entre las 8 y 10 a. m.? ¿Qué pasaría con el promedio? Propón dos medidas más en el intervalo y observa qué pasa con el promedio.


- Por lo general, ¿qué esperamos que ocurra con la temperatura entre las 6 a. m. y el mediodía? Para esta situación significativa, propón algunas temperaturas poco probables en el intervalo de 6 a 10 a. m.




### Situación significativa B

Daniel Ramírez dejó como herencia un terreno de forma rectangular cuyas medidas se muestran en la figura. Su voluntad fue que sea dividido entre sus dos hijos, de manera que cada uno tuviese la mitad. ¿Cuál es el área de terreno que le corresponde a cada hijo si se divide como se muestra en la figura?



### Resolución

- Datos

Dimensiones del terreno:

Largo:  $l = 25,5 \text{ m}$

Ancho:  $h = 13 \text{ m}$

Área:  $A = 25,5 \times 13 = 331,5 \text{ m}^2$

- Al dividir como se indica, las áreas resultantes serían:

Largo:  $l_1 = 12,75 \text{ m}$

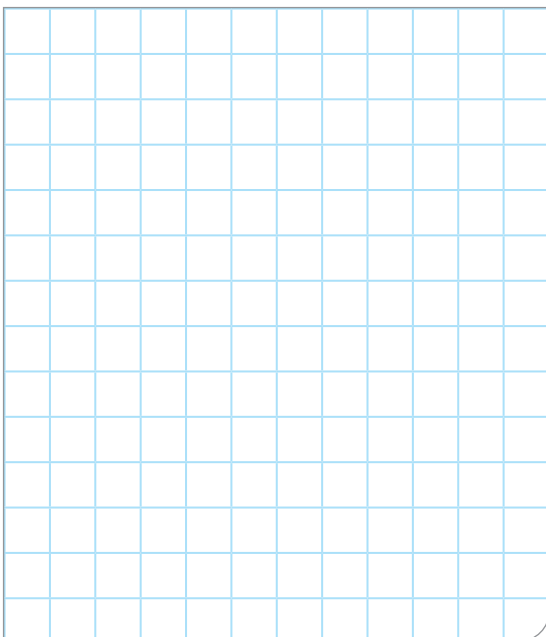
Ancho:  $h_1 = 13 \text{ m}$

Área:  $A_1 = l_1 \times h_1 = 165,75 \text{ m}^2$

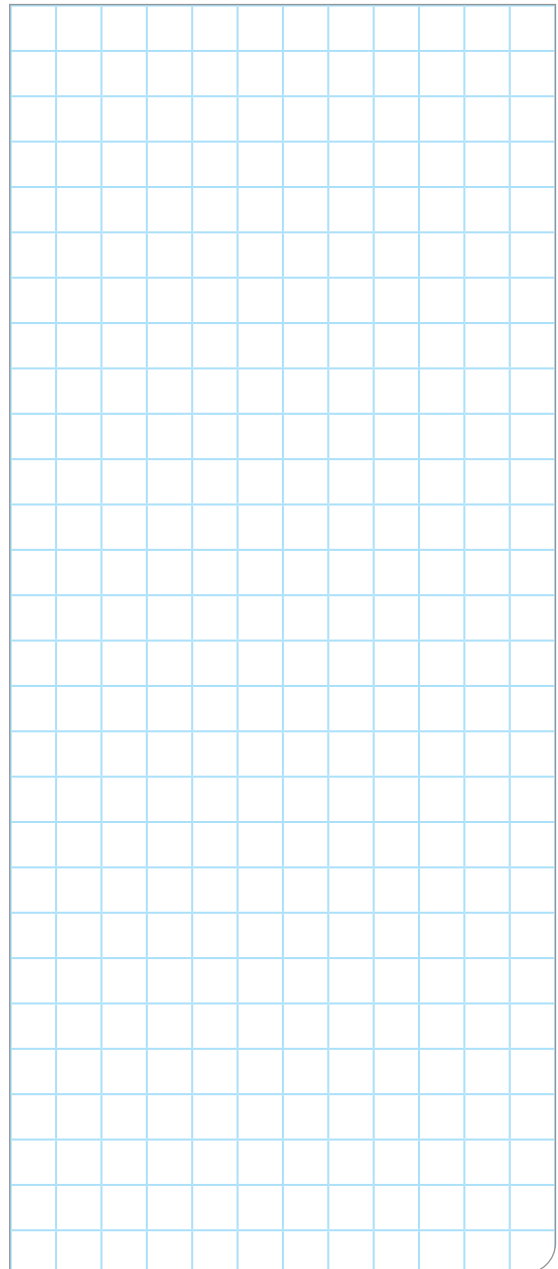
### Respuesta:

A cada hijo le corresponde  $165,75 \text{ m}^2$  del terreno.

- ¿De qué otra forma sencilla se puede dividir el terreno en dos partes iguales? ¿Cuáles serían sus dimensiones?



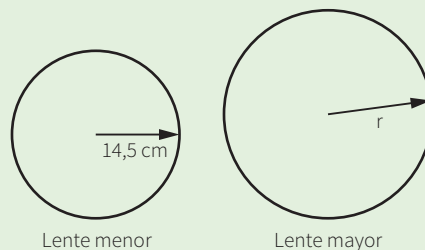
- Representa gráficamente otras formas de resolver la situación significativa sin afectar la herencia.



### Situación significativa C

A continuación, se muestra el lente menor de un telescopio astronómico, cuyo radio es de 14,5 cm. Se sabe que el lente mayor de dicho telescopio tiene el doble de superficie que el lente menor.

¿Cuánto mide el radio del lente mayor del telescopio astronómico?



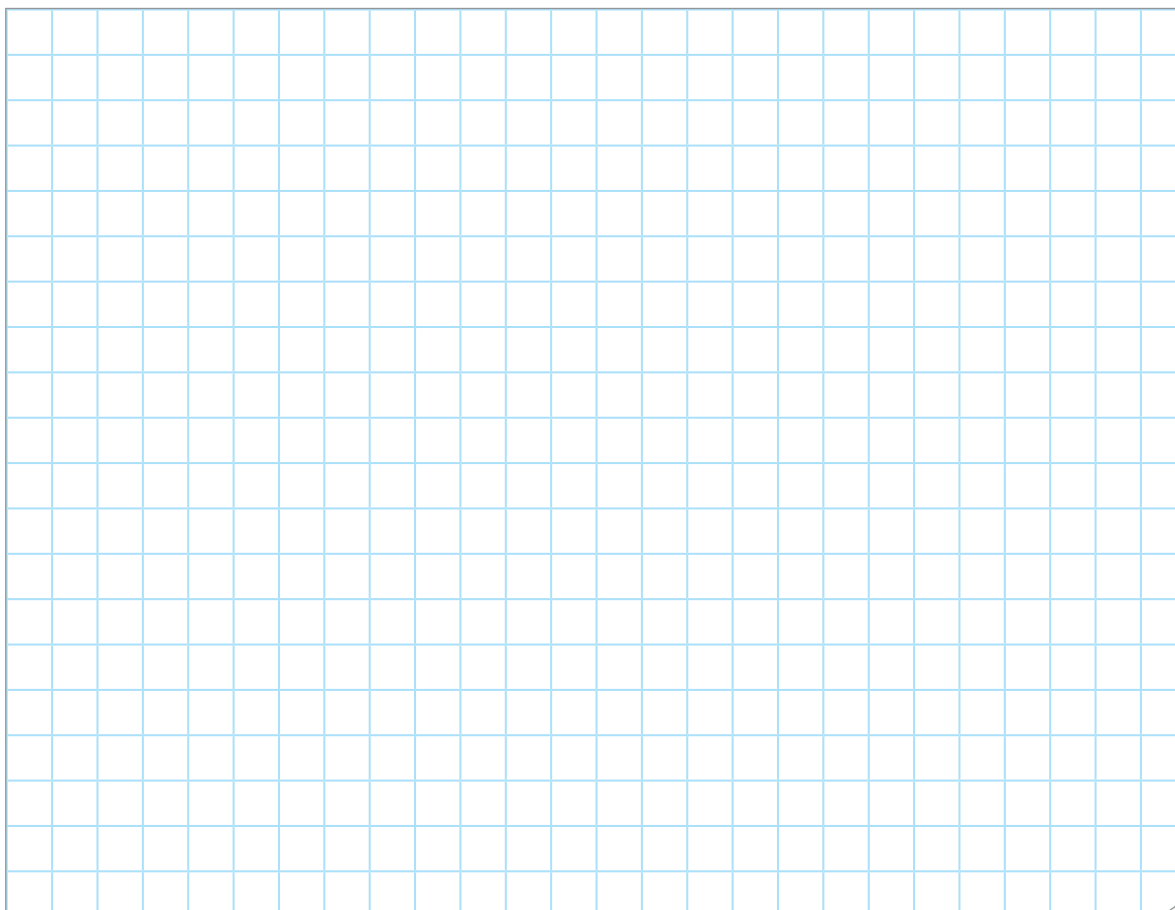
### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Radio del lente menor: 14,5 cm
- También sabemos que el área del lente mayor es el doble del área del lente menor.
- Entonces, el radio del lente mayor será el doble del radio menor, es decir:

$$\text{Radio del lente mayor: } 2 \times 14,5 = 29 \text{ cm}$$

1. Con el radio hallado, calcula el área del lente mayor; además, calcula el área del lente menor. ¿Es lo esperado? ¿Tienes alguna sugerencia? Determina en qué proceso se cometió el error y, luego, corrígelo.





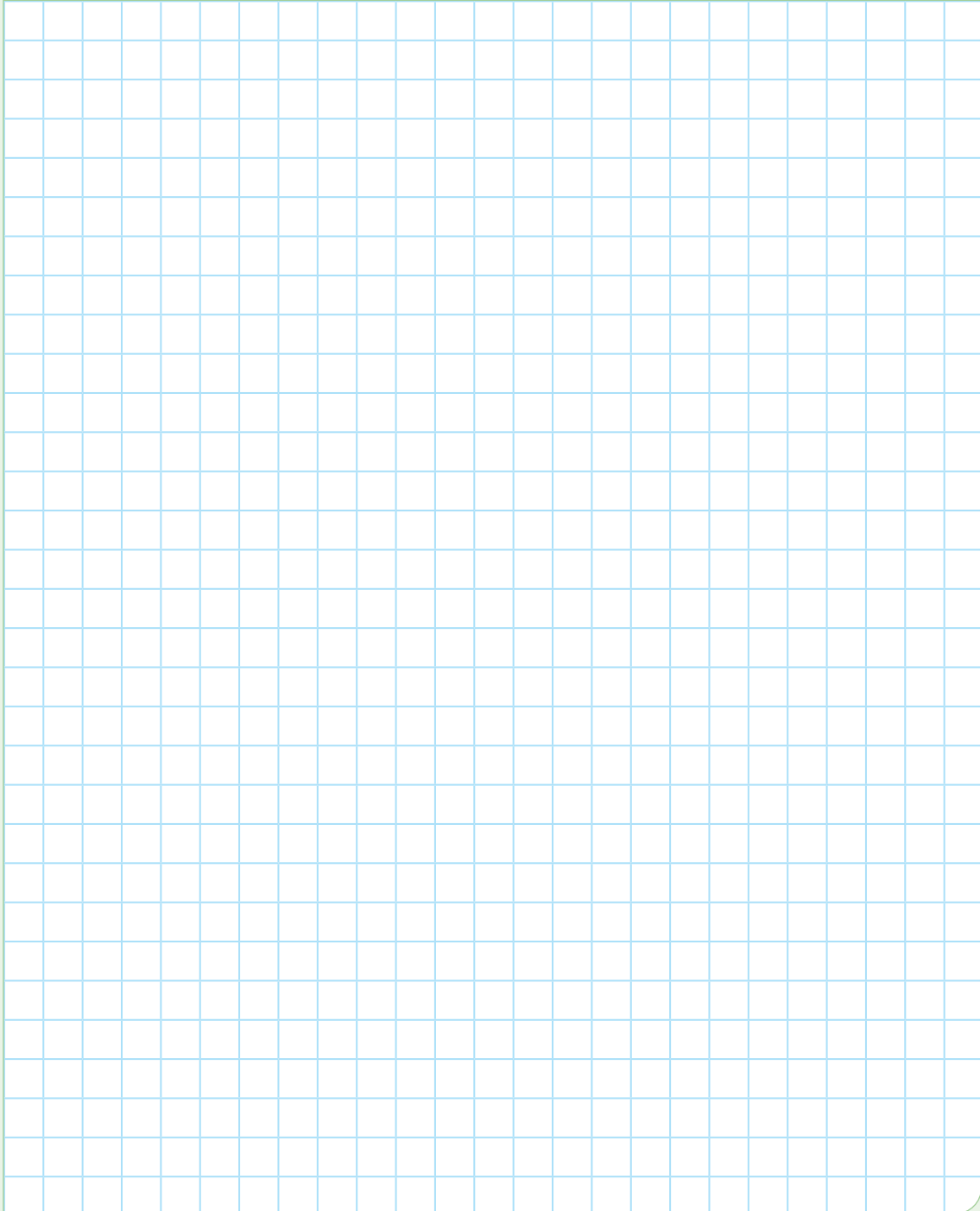
3. El tiempo de funcionamiento de un foco de la marca “Luz Vital” es de 1600 horas, con un intervalo de confianza de  $\pm 4,25$  horas. ¿Cuál de los siguientes intervalos representa de manera correcta el intervalo de confianza para el tiempo de funcionamiento del foco “Luz Vital” según los datos?

a) [1542,5; 1642,5] horas

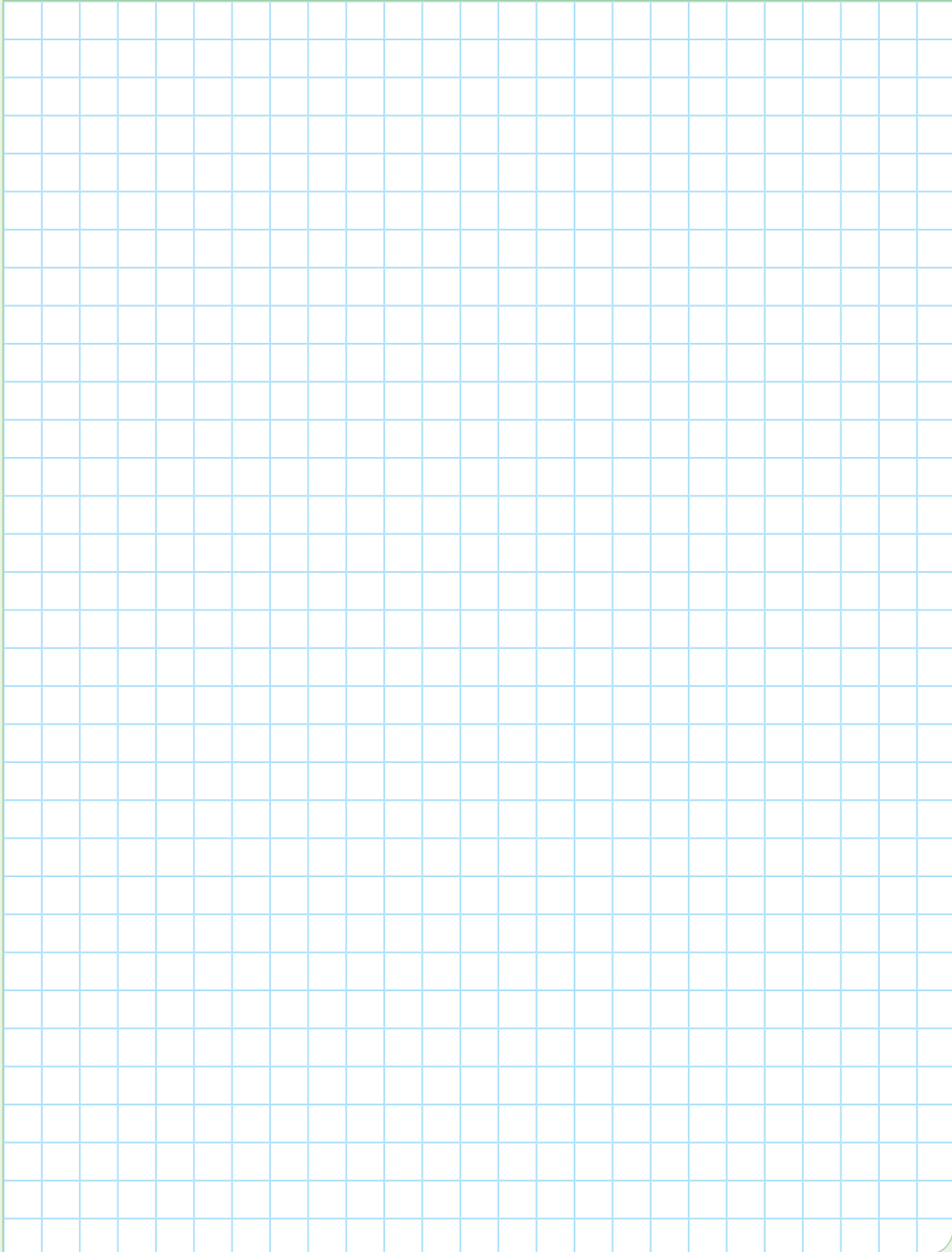
c) [-1595,75; -1604,25] horas

b) [1595,75; 1604,25] horas

d) [1425; - 1625] horas



4. Los dueños de un restaurante cultivan sus propios tomates, hierbas aromáticas, acelgas y otros vegetales que utilizan en la preparación de sus comidas. Para el riego de sus plantas, han construido un reservorio, cuya capacidad es de  $6,25 \text{ m}^3$ . Si al cabo de unos días han utilizado los  $\frac{2}{3}$  de esta cantidad, ¿cuántos metros cúbicos de agua todavía quedan en el reservorio y a cuántos litros equivale? (Considera  $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$ ).



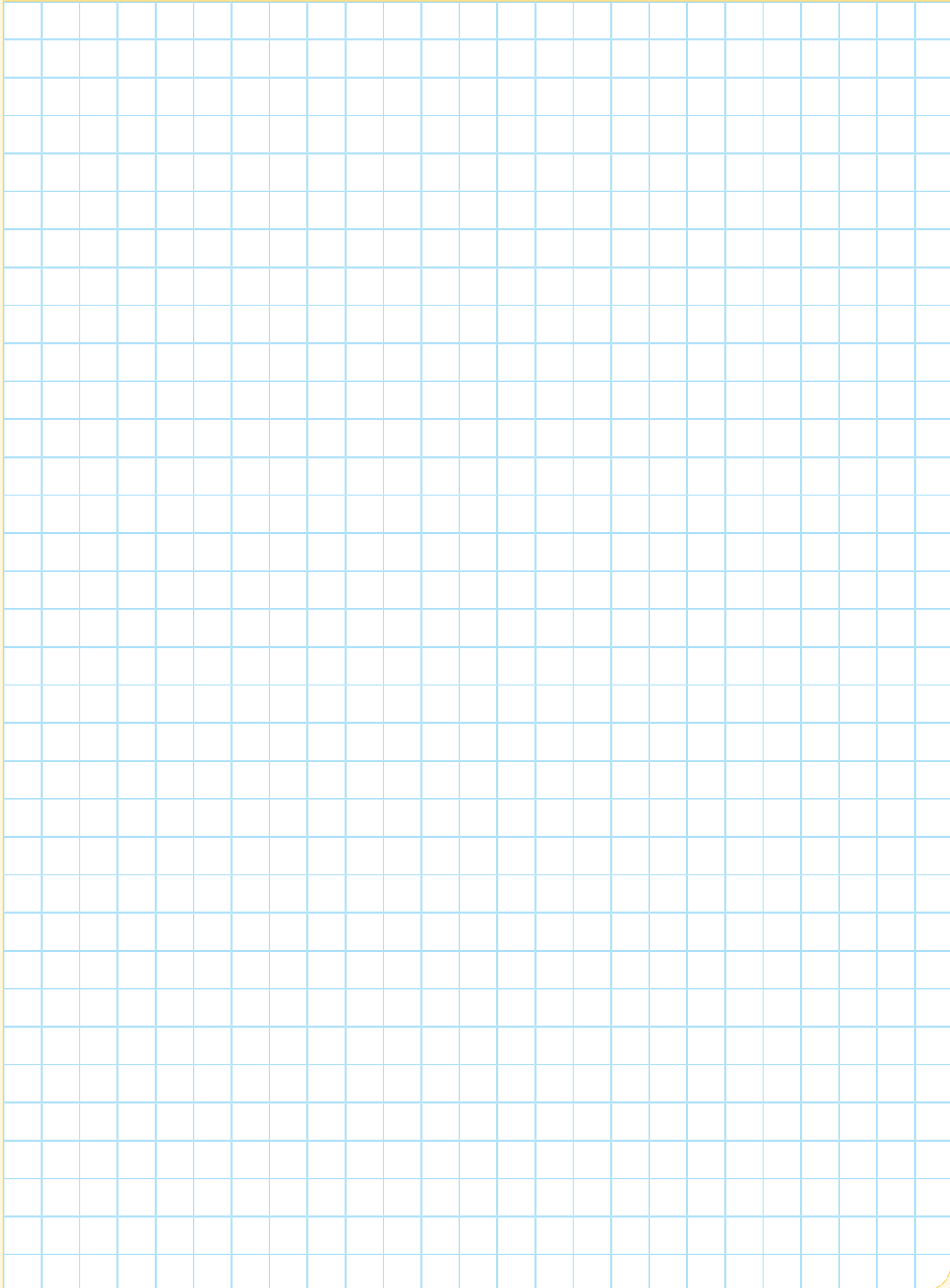
5. Marcos gana S/18,50 por hora y se le descuenta S/1,20 por minuto de tardanza. Si un día trabajó 5 horas, pero llegó tarde 13 minutos, ¿cuánto ganó ese día?

a) S/76,30

b) S/92,30

c) S/92,50

d) S/76,90



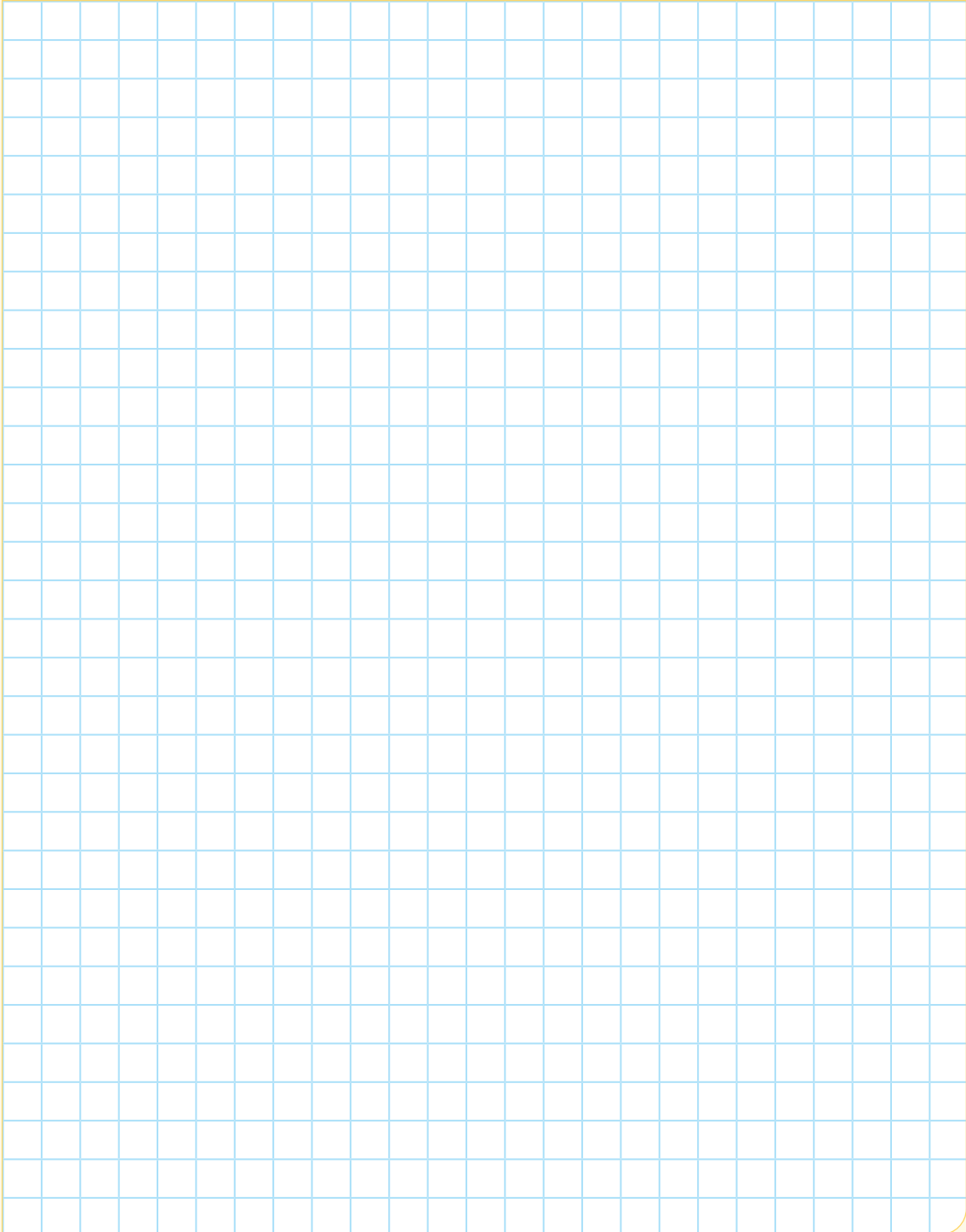
6. La medida estándar para el diámetro de los neumáticos nuevos de un automóvil es 13 pulgadas. Por ello, antes de salir al mercado pasan por un control de medidas cuya tolerancia es de 2 % por encima y debajo de la medida estándar. ¿Cuál es el intervalo de tolerancia para las medidas del diámetro de los neumáticos nuevos? Da tu respuesta redondeando a los centésimos.

a) [11 ; 15]

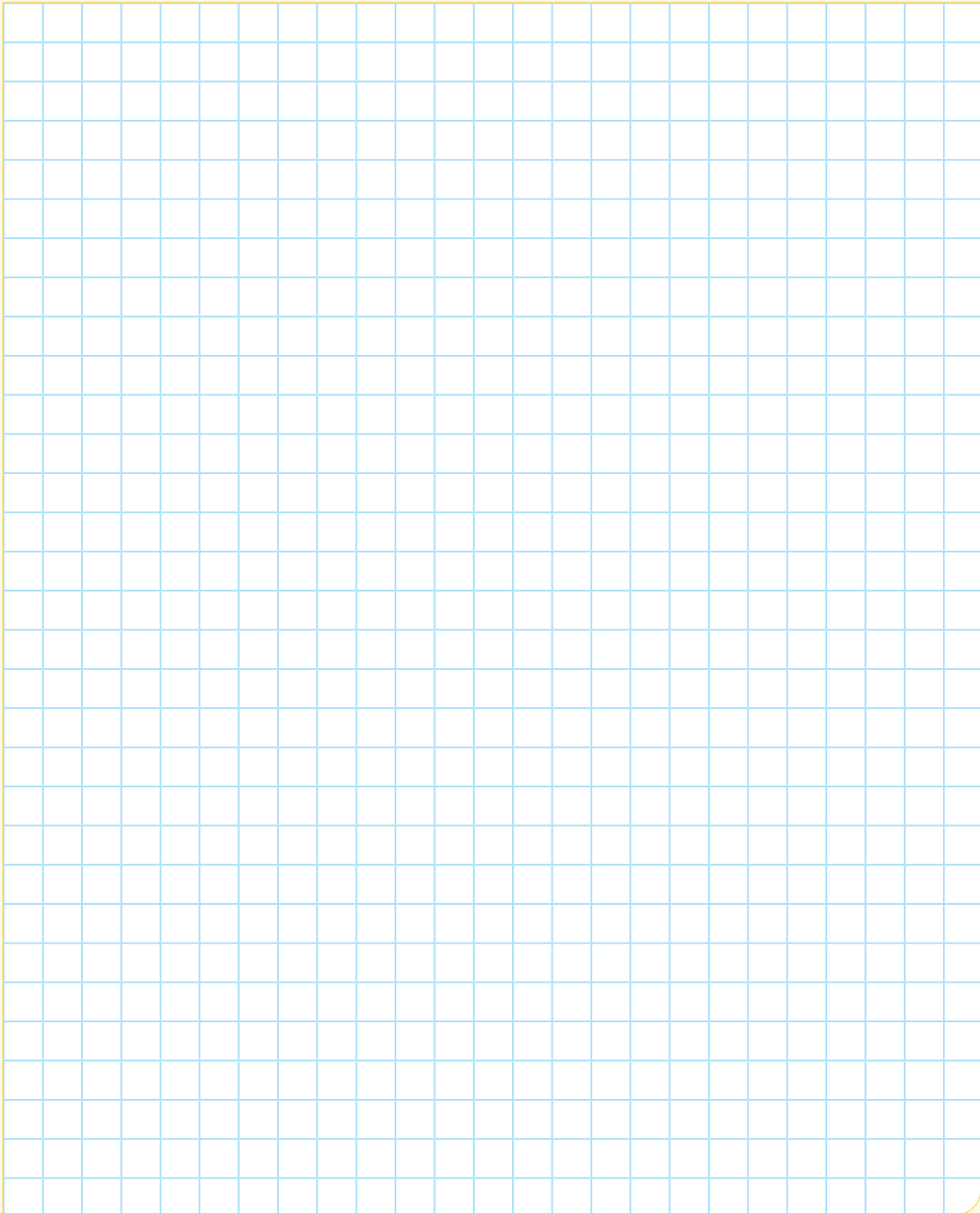
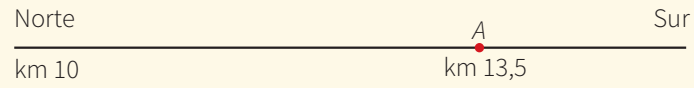
b) [12,97 ; 13,03]

c) [12,74 ; 13,26]

d) [11,02 ; 13,02]



7. En la siguiente gráfica, se muestra una autopista que va de norte a sur, en la cual hay un puente peatonal A. Se construyó otro puente B, tal que el puente A está a 600 m al norte del puente B. ¿A la altura de qué kilómetro se encuentra el puente peatonal B?





8. Se sabe que los metales y otros materiales se dilatan con el calor.

Una varilla de hierro de 43 cm de longitud ha sido calentada desde 45 °C hasta 90 °C. ¿Cuál es su longitud final?

Se sabe que la expresión que permite calcular la longitud final debido a la dilatación es:

$$L_f = L_i(1 + \alpha \Delta t)$$

Donde:

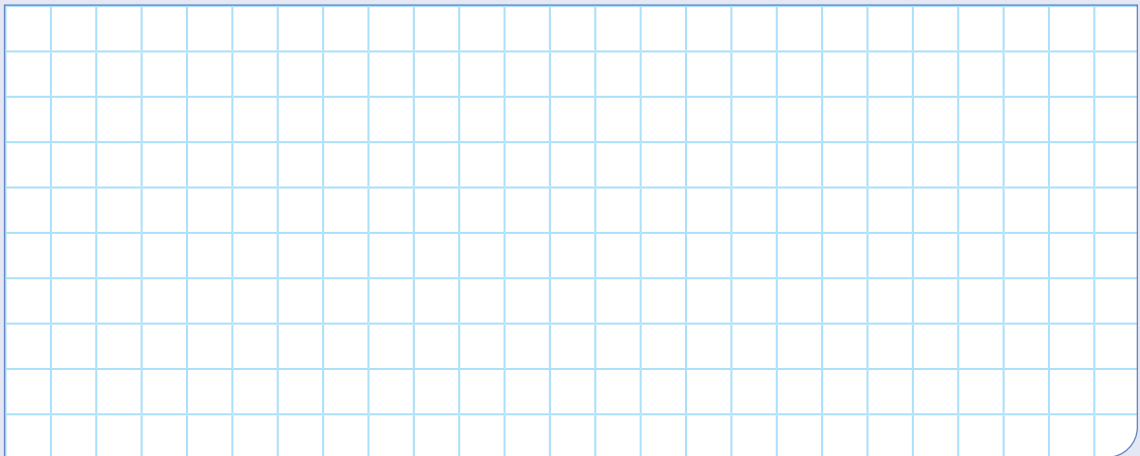
$L_f$ : longitud final

$L_i$ : longitud inicial

$\alpha$ : coeficiente de dilatación del hierro ( $\alpha = 1,2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ )

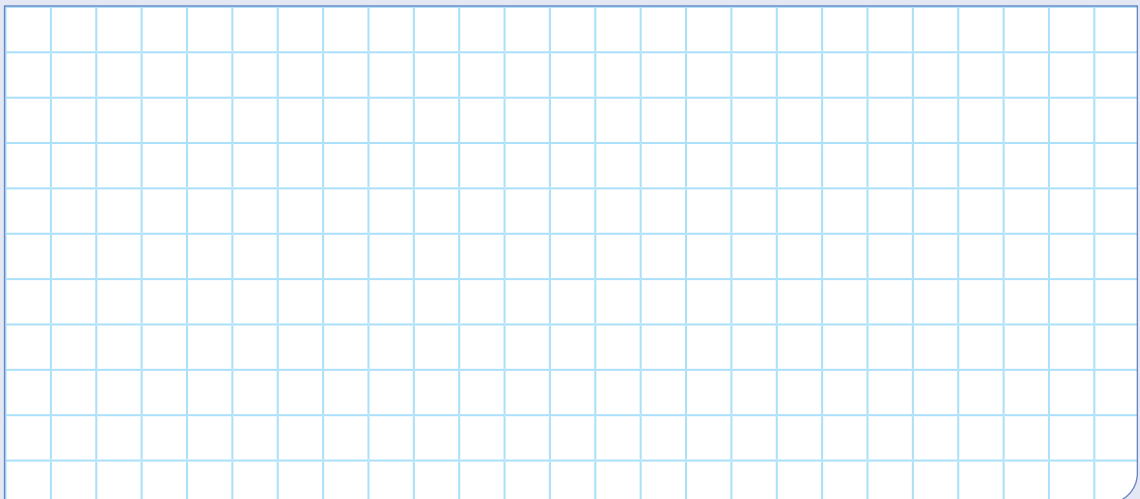
$\Delta t$ : temperatura final – temperatura inicial

- a) 43,200 22 cm                      b) 43,023 22 cm                      c) 44,200 22 cm                      d) 44,023 22 cm

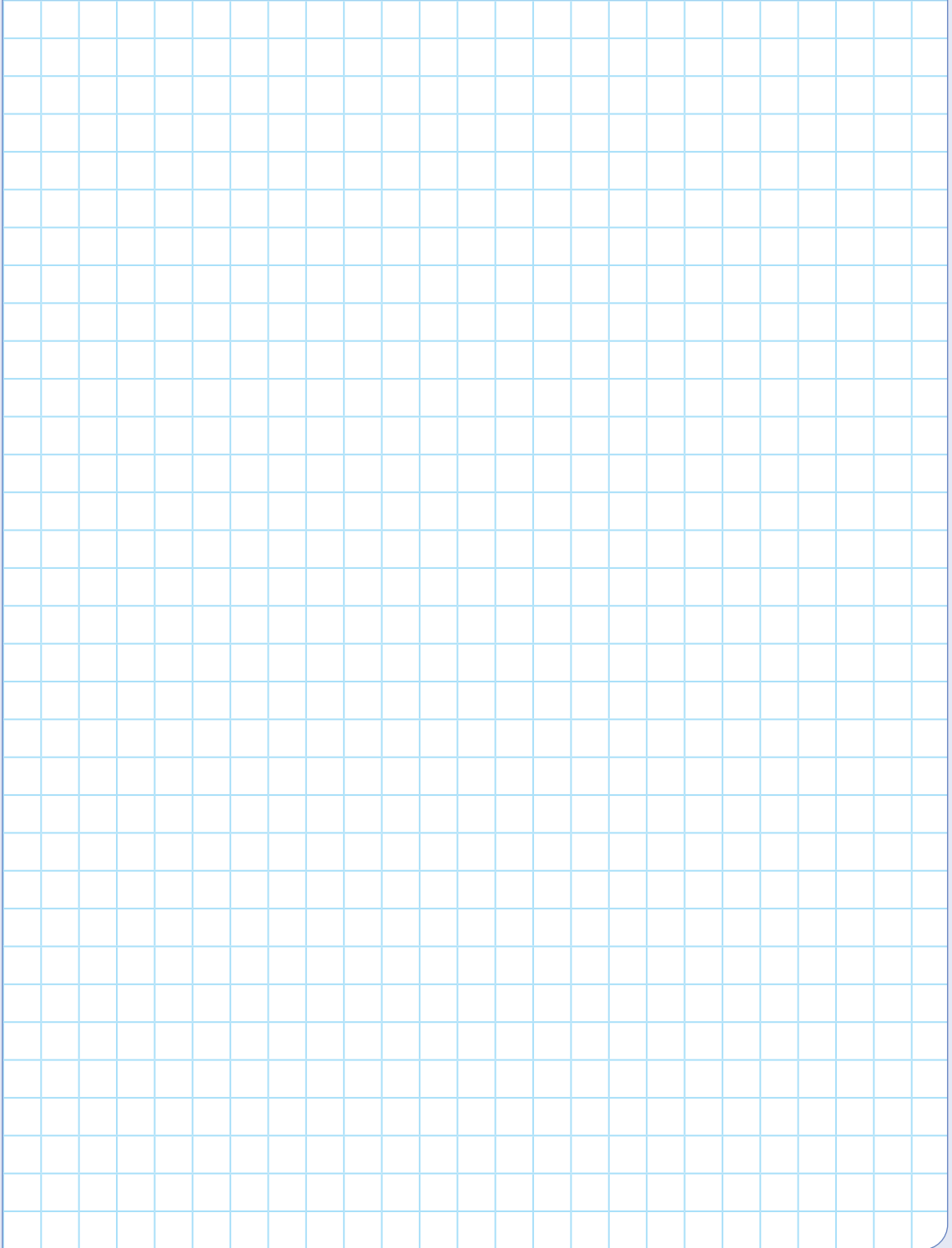


9. Con los datos del problema anterior, ¿cuál es la longitud final de la varilla de hierro si la temperatura disminuye desde 40 °C hasta 0 °C?

- a) 43,020 64 cm                      b) 42,480 36 cm                      c) 42,979 36 cm                      d) 42,999 36 cm



10. En una competencia de rapidez, el atleta que va primero ha recorrido 560 m desde el inicio. En ese instante, el último se encuentra a  $\frac{2}{5}$  de distancia más atrás y el penúltimo está 40 metros por delante del último. Elabora una gráfica en la que señales la distancia que hay entre estos tres atletas.





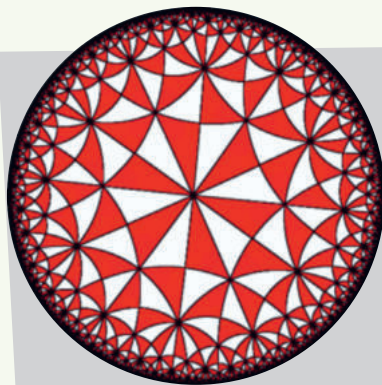
## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con dibujos y lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las transformaciones geométricas, y describimos las posibles secuencias de transformaciones sucesivas que dieron origen a una forma bidimensional. Asimismo, combinamos estrategias para determinar las transformaciones geométricas y la composición de ellas empleando coordenadas cartesianas.

### Diseños ornamentales

El Círculo Límite III es un grabado en madera realizado por el artista holandés Maurits Cornelis Escher, en el cual se aprecian peces en cadenas y de distintos tamaños. Esta obra es parte de una serie de cuatro xilografías que representan las ideas de la geometría hiperbólica. Escher se inspiró en la llamada *teselación hiperbólica*, conformada por triángulos de Coexter.

Grabado de Coexter



Grabado de Escher

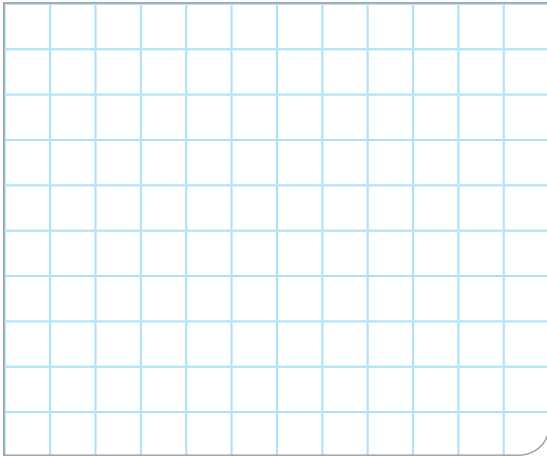


©<https://bit.ly/2GirZXI>

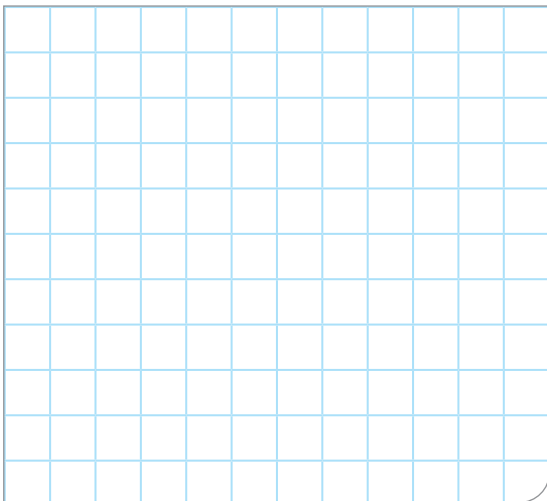
1. Con respecto a la teselación de Coexter, en la parte central, ¿qué transformación geométrica existe entre los triángulos rojos más grandes?
2. Con respecto a la teselación de Coexter, sobre cada línea recta, ¿qué transformación geométrica hay entre un triángulo rojo y un triángulo blanco contiguo?
3. Con respecto al tallado de Escher, desde el centro, ¿qué transformación geométrica se observa entre los peces amarillos más grandes?
4. Con respecto al grabado en madera de Escher, observando a los peces de un solo color, ¿crees que existirá alguna transformación geométrica que los defina?, ¿cuál o cuáles serán?

## Comprendemos el problema

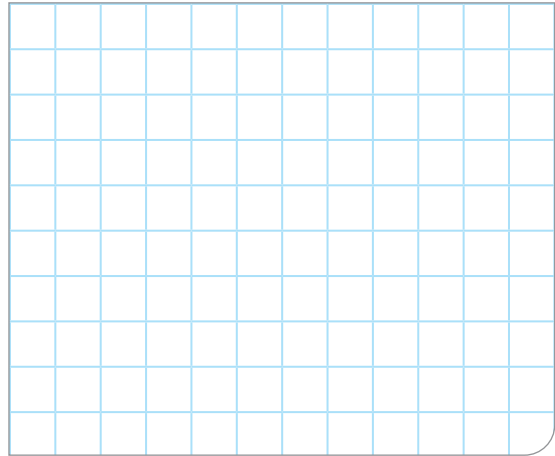
1. ¿Qué figura predomina en el grabado de Escher? ¿Y qué formas geométricas se pueden relacionar en cada figura?



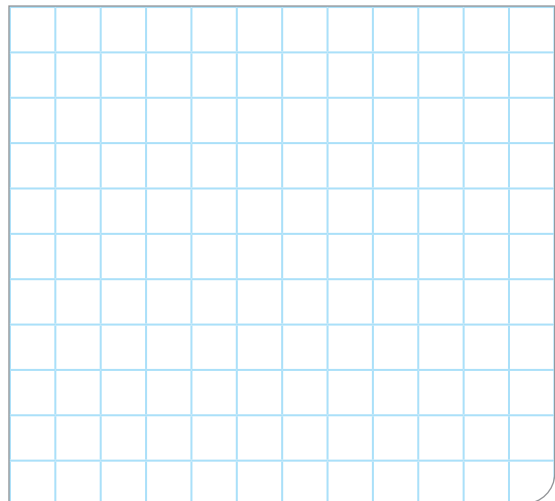
2. Observa el grabado de Escher y ubica dos figuras de un mismo color, ¿qué puedes decir respecto a su posición?



3. ¿Qué figura predomina en el grabado de Coexter? ¿Y qué puedes decir de dos figuras contiguas?

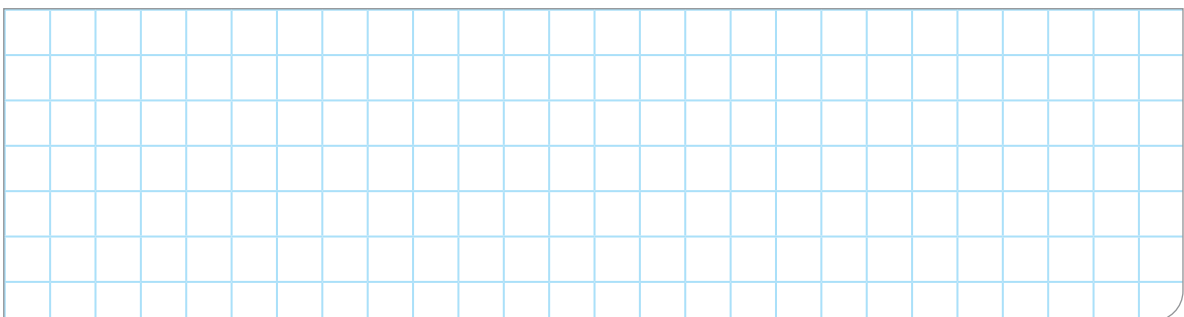


4. ¿Qué conocimientos necesitas para responder las preguntas de la situación significativa?



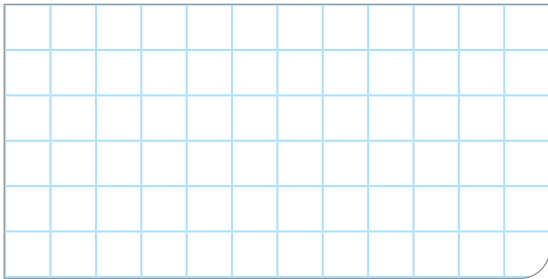
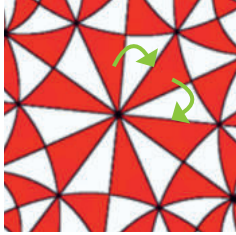
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

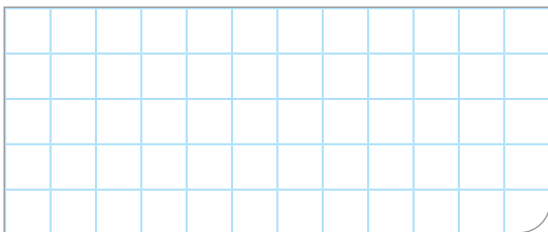
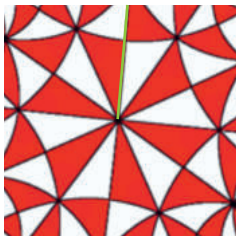


## Ejecutamos la estrategia o plan

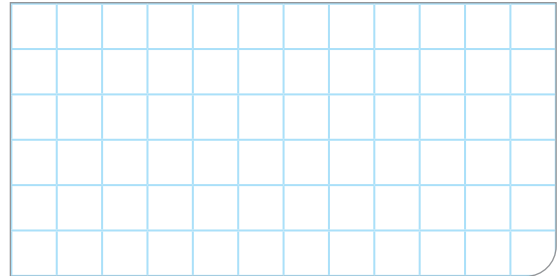
1. Determina la transformación que experimentan los triángulos grandes (color rojo) de Coexter.



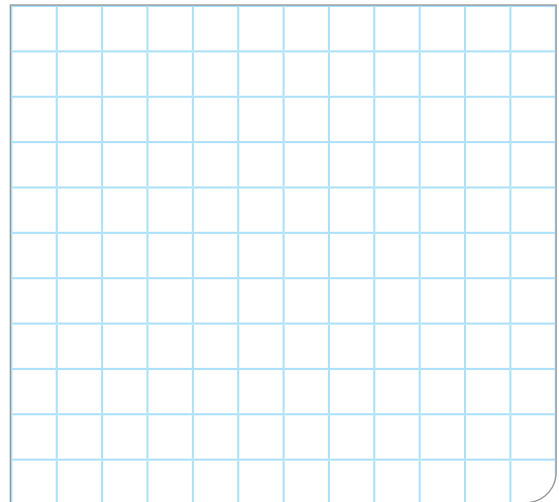
2. Elige dos triángulos grandes: rojo y blanco, que sean contiguos. Halla la transformación geométrica que experimenta el triángulo.



3. En el grabado de Escher, determina, con respecto al centro, la transformación que hay entre los dos peces amarillos.

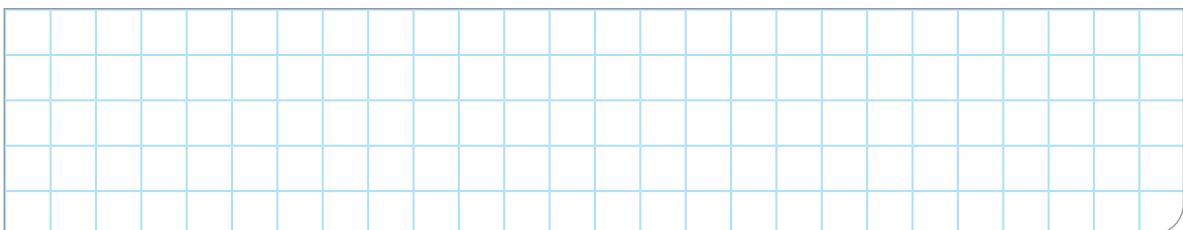


4. Ahora observa todos los peces de un solo color en el grabado de Escher. ¿Qué transformaciones se evidencian?



## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué otra transformación geométrica se puede observar en los grabados de Escher y Coexter? ¿Por qué?





# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Combinamos estrategias para determinar las transformaciones geométricas y la composición de ellas empleando coordenadas cartesianas. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades entre los objetos y las formas geométricas, sobre la base de la experiencia directa o simulaciones, y corregimos errores si los hubiera.

## Situación significativa A

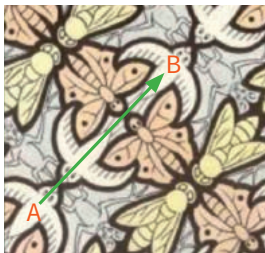
En el siguiente teselado,  
¿qué transformaciones geométricas se pueden observar?



©<https://www.pinterest.com/pin/124130533454293057/>

## Resolución

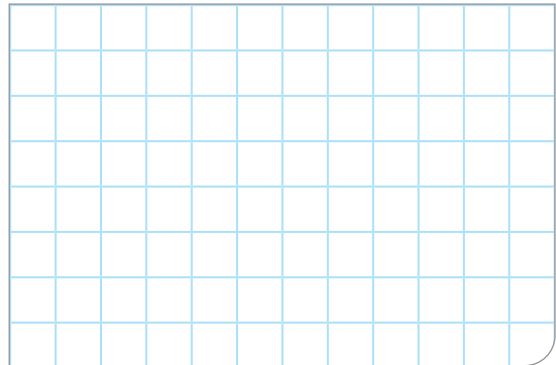
- El ave (A) de la zona inferior se traslada a la parte central alta representada por el ave (B), y se observa una traslación. Por ejemplo:



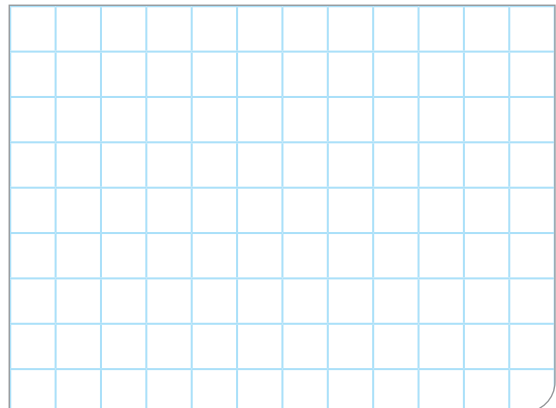
- Lo mismo ocurre con la mosca, la mariposa y el murciélago. Trazamos un eje para cada figura, este representará el eje de simetría axial. También hay simetría central. Por ejemplo:



1. ¿Qué tienen en común la traslación y la rotación? ¿En qué se diferencian?

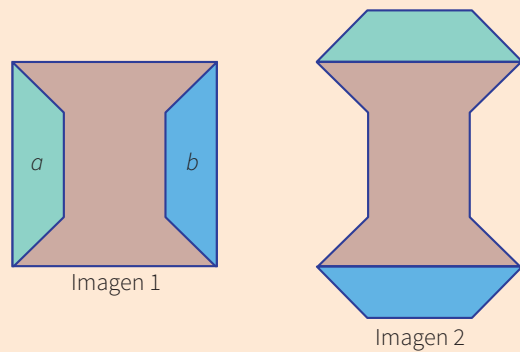


2. ¿A qué transformación geométrica es equivalente la simetría central?



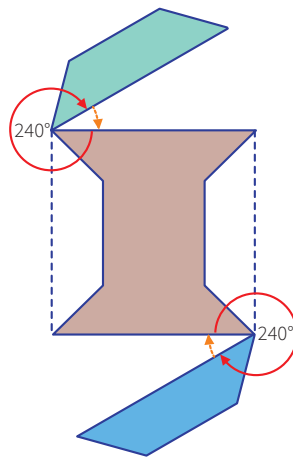
### Situación significativa B

¿Qué transformación geométrica en el plano se aplica a las figuras  $a$  y  $b$  para obtener la imagen 2?

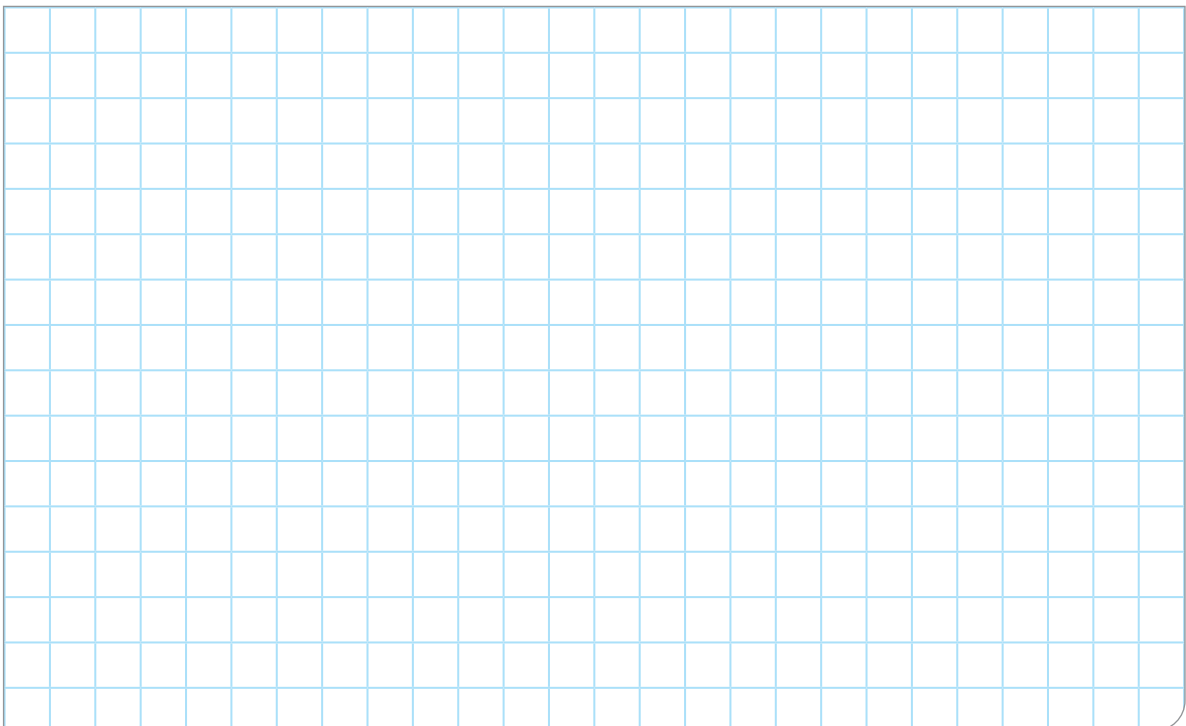


### Resolución

- La figura  $a$  realiza una rotación en sentido horario de  $270^\circ$ , con centro en el extremo inferior derecho de la figura.
- La figura  $b$  realiza una rotación en sentido horario de  $270^\circ$ , con centro en el extremo superior izquierdo de la figura.

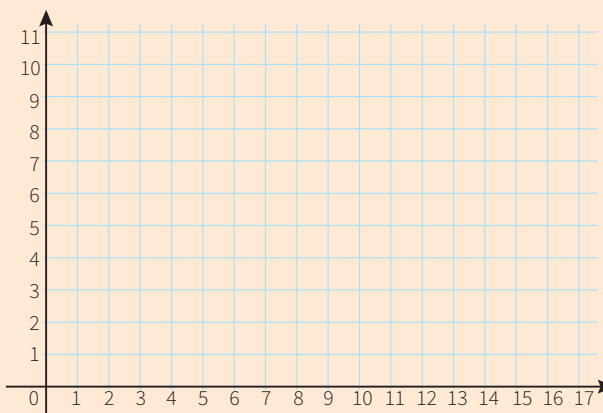


1. ¿Cuántos ejes de simetría se pueden trazar en la imagen 2?



### Situación significativa C

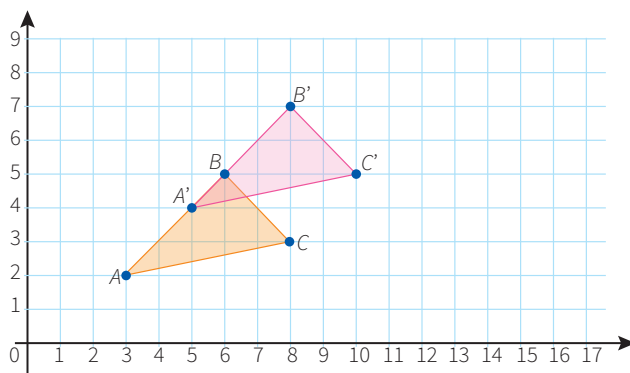
Grafica la homotecia de un triángulo de centro en el origen de coordenadas y de vértices en los puntos  $A(3;2)$ ,  $B(6;5)$  y  $C(8;3)$ , cuya razón es igual a 2.



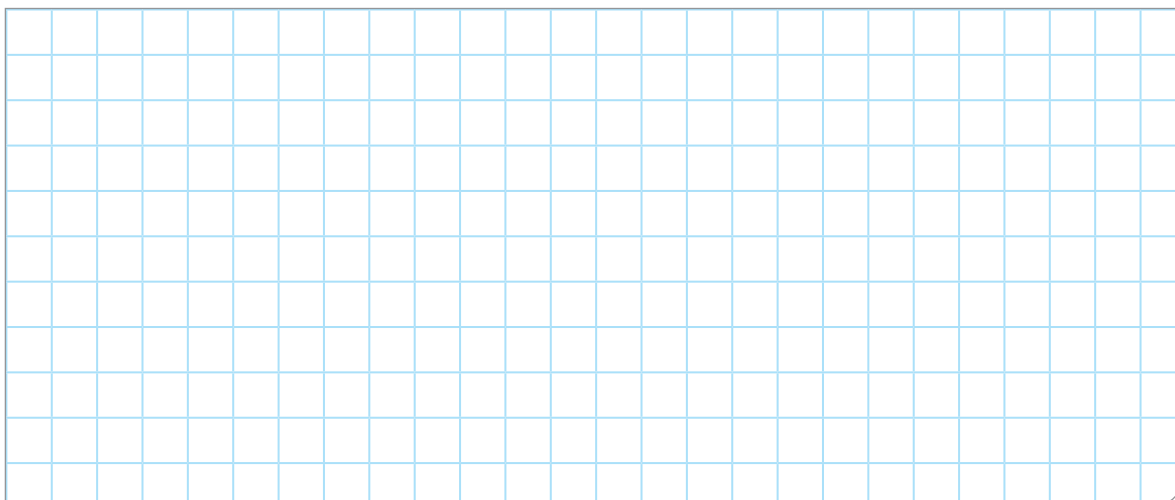
### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Primero ubicamos los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  para formar el triángulo  $ABC$ . Luego, como la razón es 2, desde  $A$  avanzamos dos puntos horizontalmente, y subimos dos para determinar el punto  $A'$ . Lo mismo hacemos con  $B$  y  $C$ , con lo cual obtenemos los puntos  $B'$  y  $C'$ , formando el triángulo  $A'B'C'$ , tal como se muestra en la gráfica.



1. Verifica si el procedimiento que se realizó para la transformación geométrica es correcto. De no ser así, corrígelo.



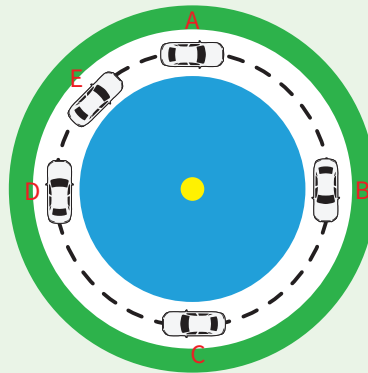




## Evaluamos nuestros aprendizajes

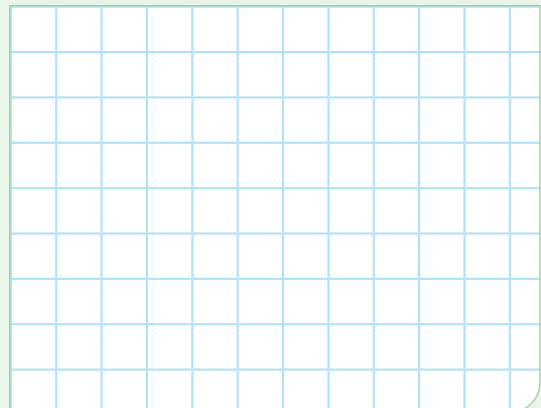
**Propósito:** Expresamos con dibujos y lenguaje geométrico la comprensión sobre las transformaciones geométricas, y describimos las posibles secuencias de transformaciones sucesivas que dieron origen a una forma bidimensional. También combinamos estrategias para determinar las transformaciones geométricas y la composición de ellas empleando coordenadas cartesianas. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades entre los objetos y las formas geométricas, sobre la base de la experiencia directa o simulaciones.

En la siguiente figura, se muestra una pista circular y la imagen de un automóvil en diferentes puntos de la pista.



Con la información dada, responde las preguntas 1 y 2.

1. Cuando el auto se encuentra entre los puntos *B* y *D*, es incorrecto decir que hay:
  - a) Una rotación respecto al centro
  - b) Una simetría central
  - c) Una homotecia  $k = -1$
  - d) Una simetría axial
2. En los puntos *A* y *E* de la figura anterior, con respecto al centro, existe:
  - a) Una rotación
  - b) Una traslación
  - c) Una simetría axial
  - d) Una simetría central

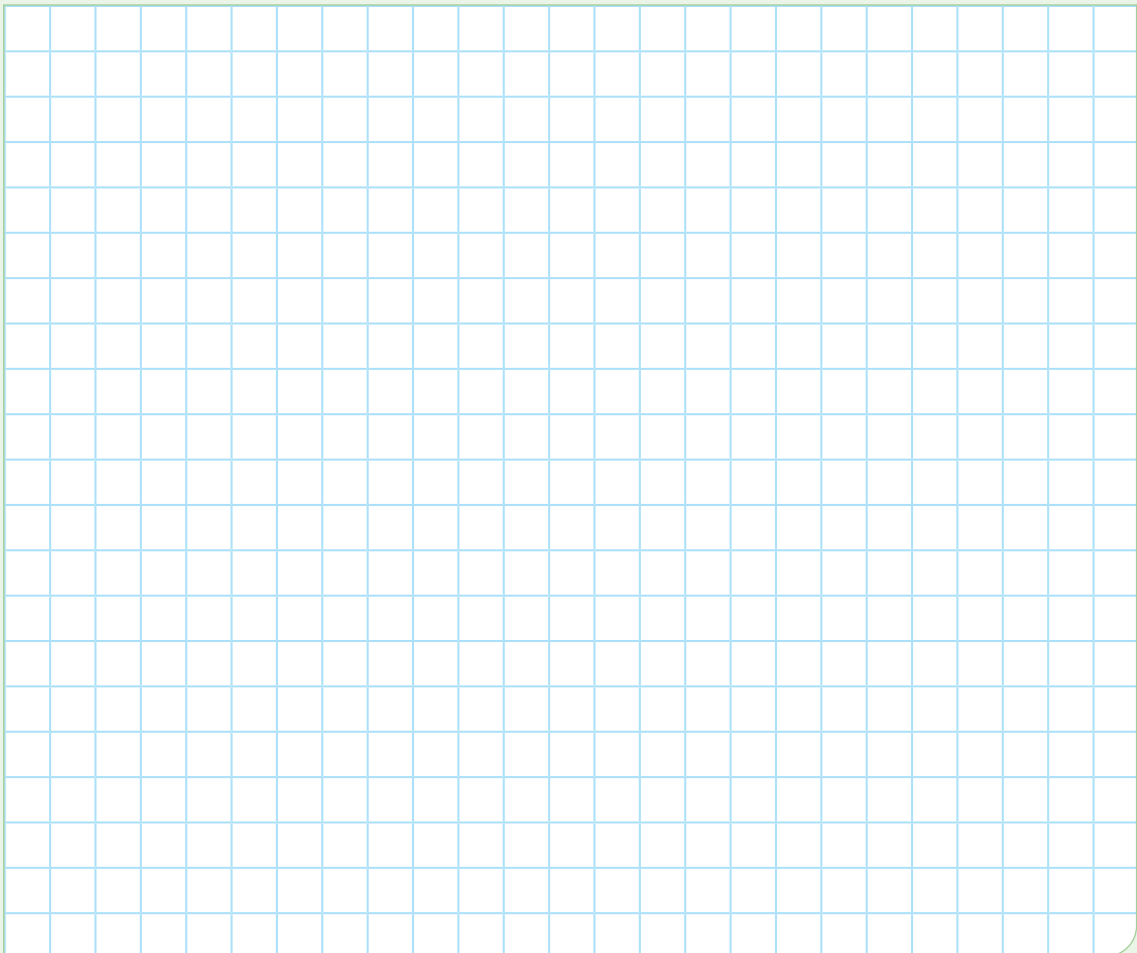


3. La profesora pone en la pizarra un triángulo en diversas posiciones y los estudiantes indican qué transformación geométrica está ocurriendo.

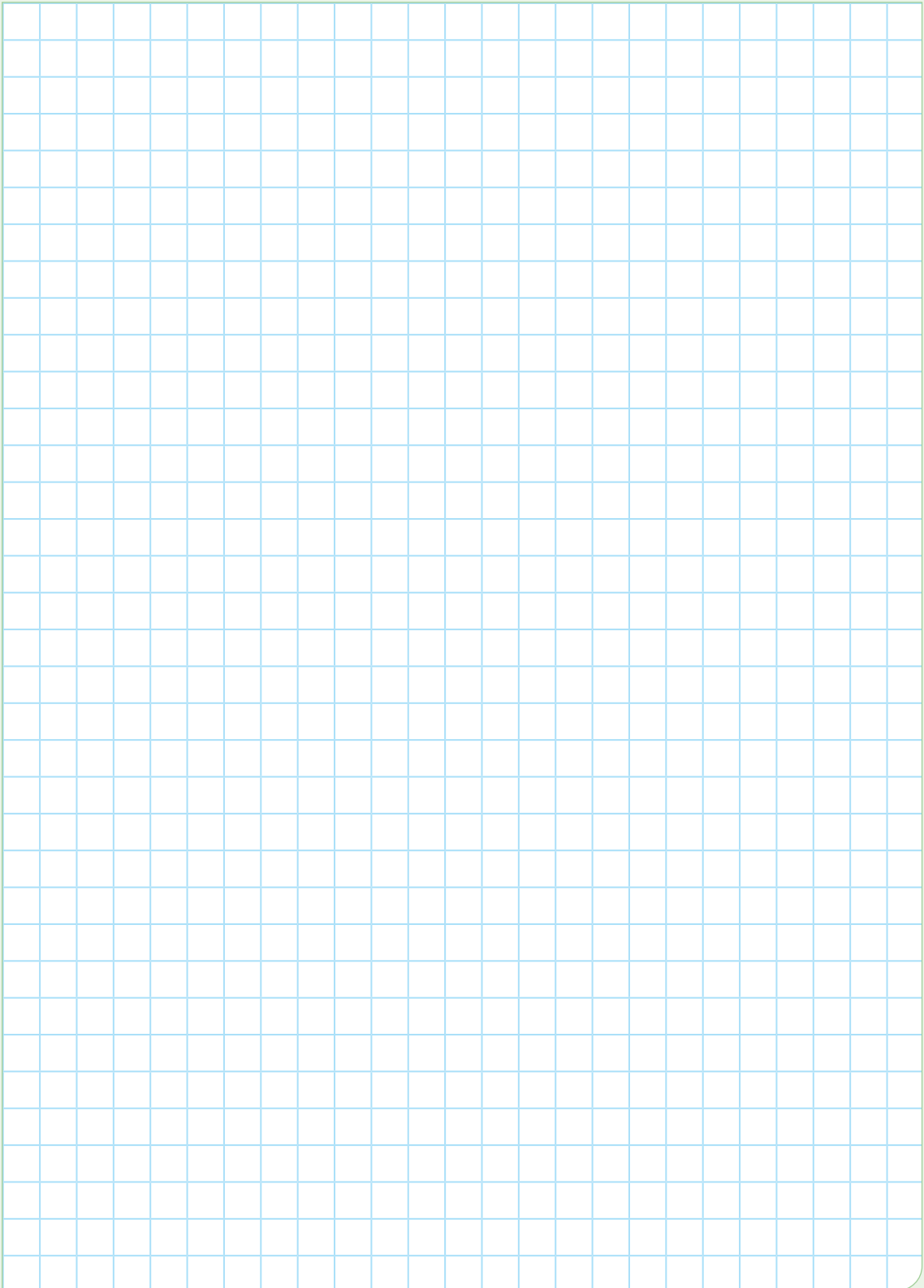
Para dar su respuesta, consideran este orden: lo que ocurre en el paso 1, en el paso 2 y en el paso 3.



- a) Traslación, simetría axial, rotación.
- b) Simetría central, rotación, homotecia.
- c) Rotación, traslación, simetría axial.
- d) Rotación, simetría axial, simetría central.



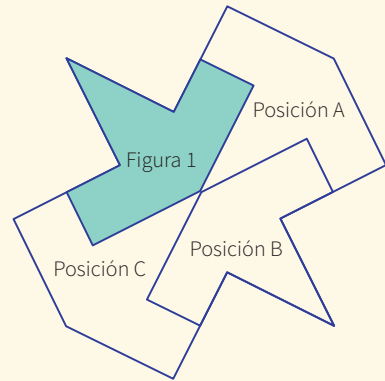
4. Dibuja dos figuras geométricas semejantes y representa el centro de la homotecia de dichas figuras.



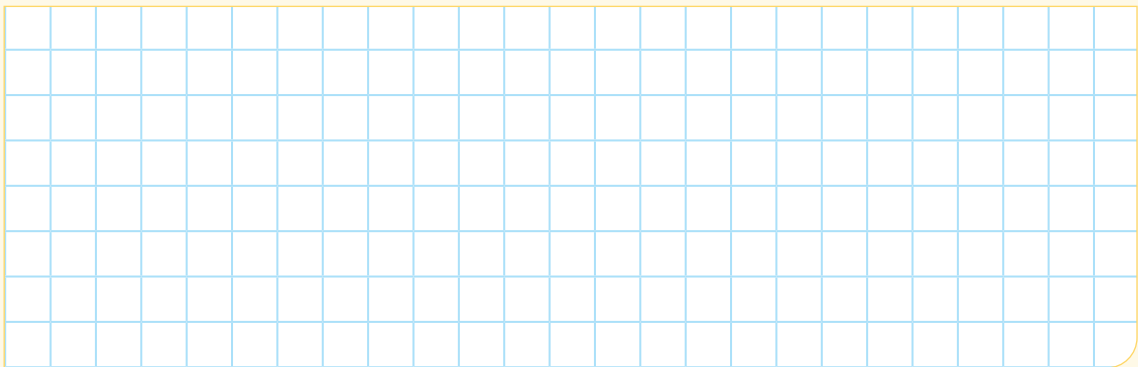


6. Muchos de los mosaicos nazaríes guardan relación con los polígonos regulares, como los formados por los azulejos en forma de avión que, en realidad, son cuadrados deformados. Determina si es verdadero o falso cada uno de los siguientes enunciados:

- I. La figura 1 gira  $90^\circ$  en sentido antihorario y realiza una traslación para estar en la posición A.
- II. La figura de la posición B es la traslación de la figura 1.
- III. La figura de la posición C es la reflexión central de la figura 1.
- IV. La figura de la posición B es la reflexión axial de la figura 1.

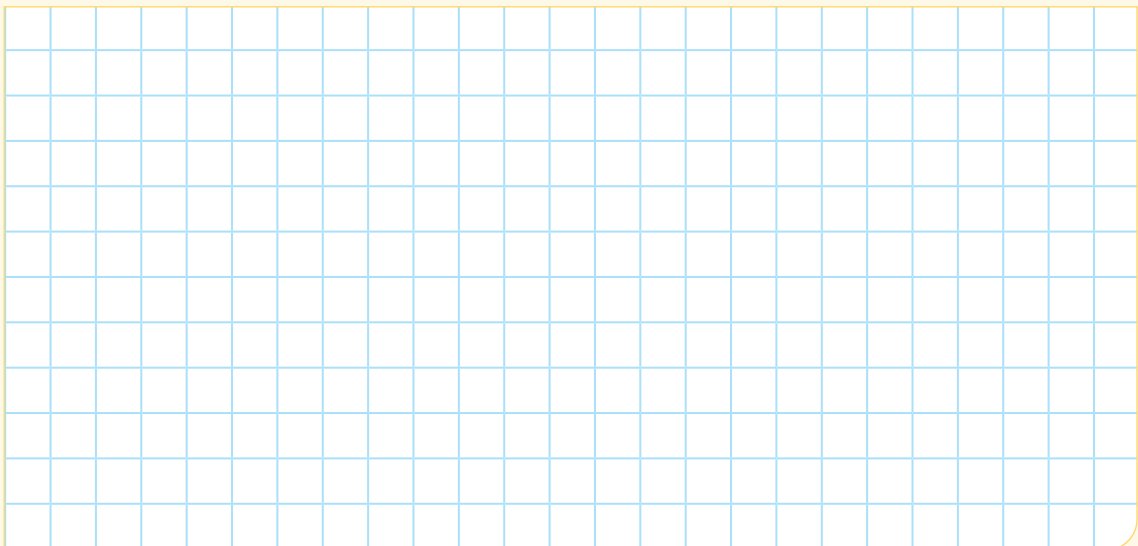
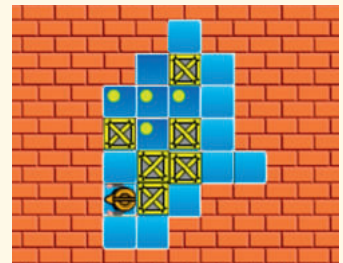


- a) VFFV                      b) FFVV                      c) VFFF                      d) FVFF



7. *Sokoban* significa "almacenero" en japonés. El almacenero debe empujar las cajas hasta el lugar indicado (círculos de color verde) dentro de un reducido almacén, con el número mínimo de empujes y de pasos. Las cajas se pueden empujar solamente y no tirar de ellas. El almacenero debe ubicarse donde pueda empujar la caja y solo empujar una caja a la vez.

Describe las transformaciones geométricas que realiza el almacenero para empujar las cajas con el número mínimo de movimientos.



8. Del gráfico que se muestra, se tienen las siguientes afirmaciones:

M: Entre las figuras I y III hay simetría central.

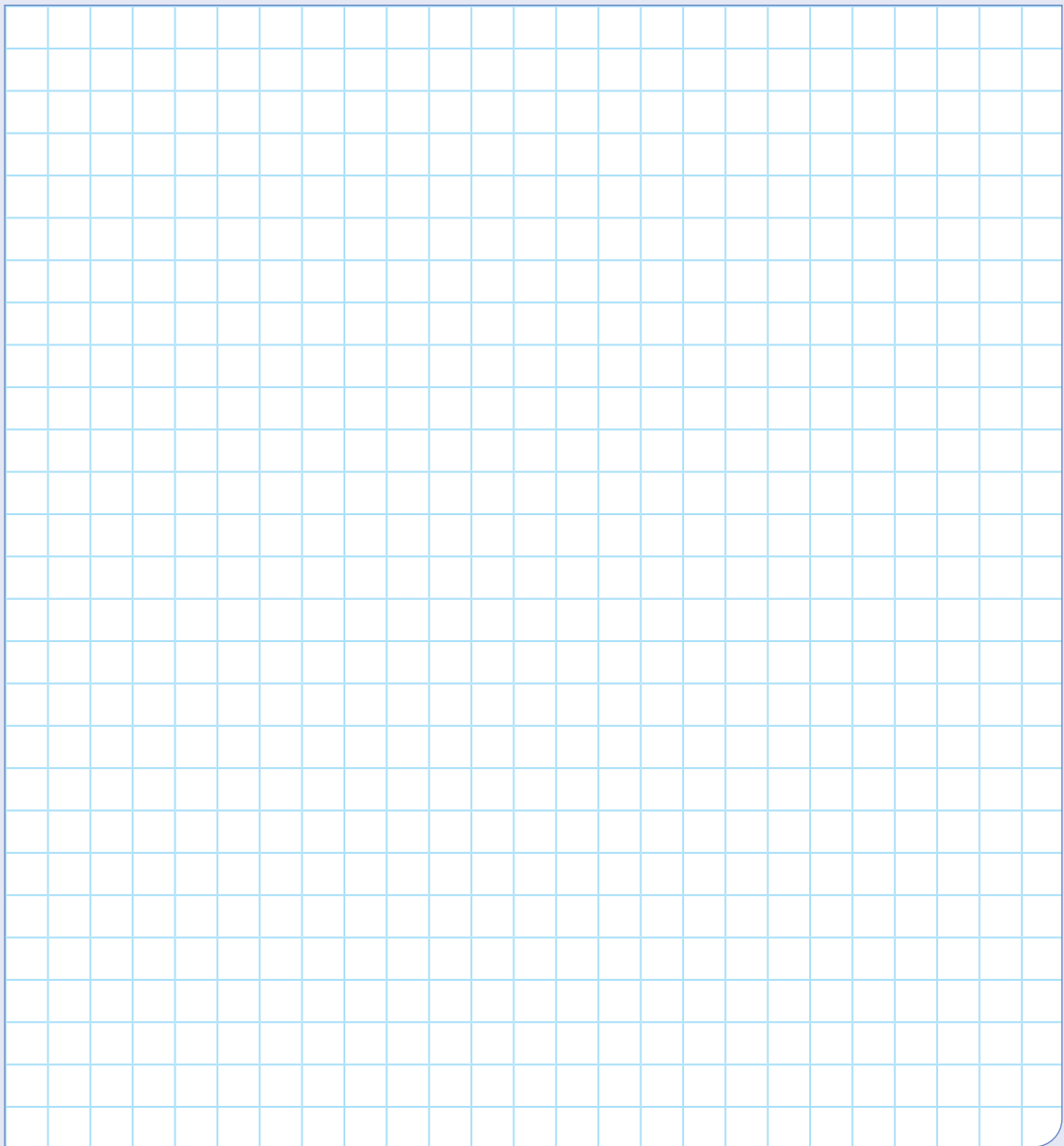
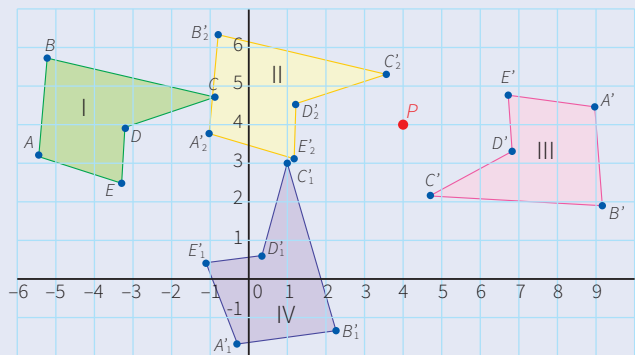
N: Entre las figuras I y II hay traslación.

O: Entre las figuras II y III hay simetría central con centro en P.

P: Entre las figuras I y IV hay simetría axial.

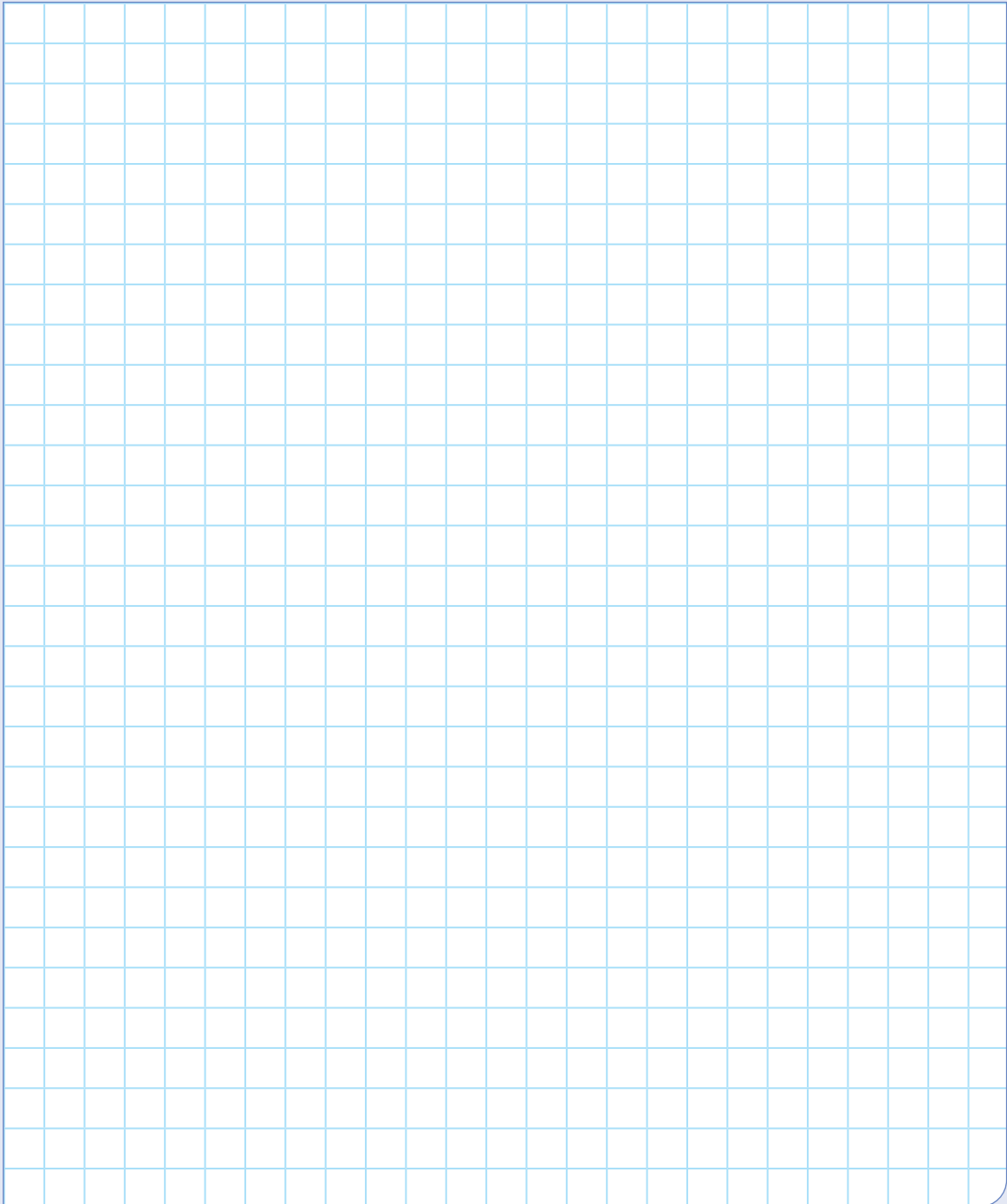
Son falsas:

- a) Solo N    b) N y P    c) M y O    d) O y P

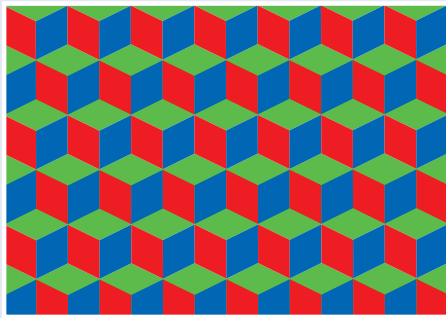


9. Se tiene una alfombra rectangular y se aplica homotecia con centro en una de las esquinas. La razón de la homotecia es  $k = \frac{1}{6}$ . Se puede decir que:

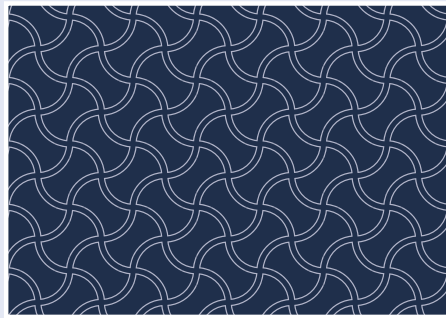
- a) El área disminuye a  $\frac{1}{3}$  del original.
- b) El área disminuye a  $\frac{1}{18}$  del original.
- c) El área disminuye a  $\frac{1}{36}$  del original.
- d) El área disminuye a  $\frac{1}{72}$  del original.



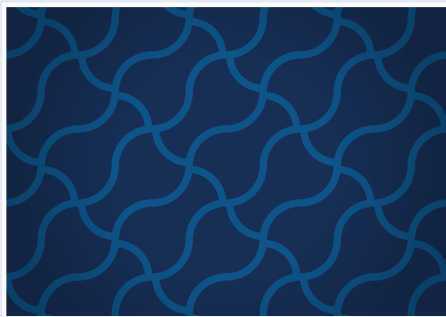
10. ¿En cuál de los siguientes teselados existe una simetría central entre sus figuras de colores diferentes?



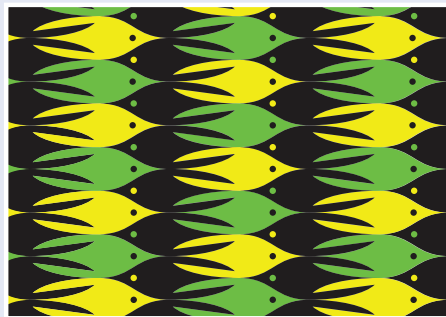
I



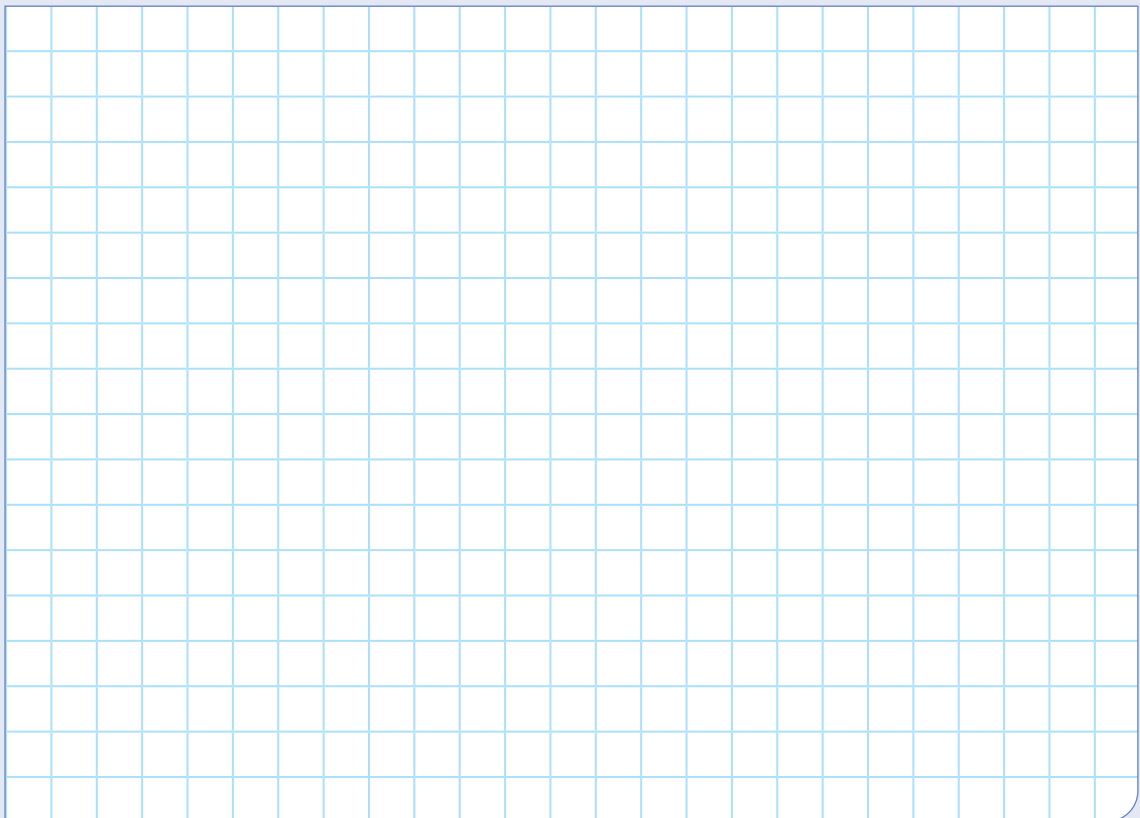
II



III



IV





# Enfoques transversales

## Enfoque Ambiental



Busca formar personas conscientes del cuidado del ambiente, que promuevan el desarrollo de estilos de vida saludables y sostenibles.

## Enfoque Inclusivo o de Atención a la Diversidad



Busca reconocer y valorar a todas las personas por igual, con el fin de erradicar la exclusión, discriminación y desigualdad de oportunidades.

## Enfoque de Derechos



Fomenta el reconocimiento de los derechos y deberes; asimismo, promueve el diálogo, la participación y la democracia.

## Enfoque Igualdad de Género



Busca brindar las mismas oportunidades a hombres y mujeres, eliminando situaciones que generan desigualdades entre ellos.

Son los valores y actitudes que tenemos al relacionarnos con otras personas y con nuestro entorno, con el fin de generar una sociedad más justa, inclusiva y equitativa para todos.

## Enfoque Intercultural



Promueve el intercambio de ideas y experiencias entre las distintas formas de ver el mundo.

## Enfoque Búsqueda de la Excelencia



Incentiva a los estudiantes a dar lo mejor de sí mismos para alcanzar sus metas y contribuir con su comunidad.

## Enfoque Orientación al Bien Común



Busca que el conocimiento, los valores y la educación sean bienes que todos compartimos, promoviendo relaciones solidarias en comunidad.

# CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

## I La democracia y el sistema interamericano

### Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

### Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base del estado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

### Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

### Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

### Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

### Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia. Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

## II La democracia y los derechos humanos

### Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

### Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

### Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

### Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones laborales básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

## III Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

### Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

### Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

### Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

### Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

### Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

### Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

## IV Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

### Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional

democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

### Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

### Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

### Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática.

Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

### Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

### Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

## V La democracia y las misiones de observación electoral

### Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

### Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

### Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

## VI Promoción de la cultura democrática

### Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

### Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

### Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.

## EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

### 1. Democracia y Estado de Derecho

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

### 2. Equidad y Justicia Social

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las personas que conformamos esta socie-

dad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

### 3. Competitividad del País

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

### 4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado

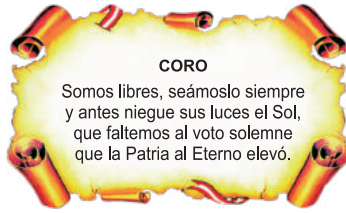
Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

# SÍMBOLOS DE LA PATRIA



Bandera Nacional



Himno Nacional



Escudo Nacional

## DECLARACIÓN UNIVERSAL DE LOS DERECHOS HUMANOS

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

### Artículo 1

Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

### Artículo 2

Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

### Artículo 3

Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

### Artículo 4

Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

### Artículo 5

Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

### Artículo 6

Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

### Artículo 7

Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

### Artículo 8

Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

### Artículo 9

Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

### Artículo 10

Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

### Artículo 11

1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

### Artículo 12

Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

### Artículo 13

1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

### Artículo 14

1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

### Artículo 15

1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

### Artículo 16

1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

### Artículo 17

1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

### Artículo 18

Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

### Artículo 19

Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

### Artículo 20

1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

### Artículo 21

1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

### Artículo 22

Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

### Artículo 23

1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

### Artículo 24

Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

### Artículo 25

1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

### Artículo 26

1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

### Artículo 27

1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

### Artículo 28

Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

### Artículo 29

1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

### Artículo 30

Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.