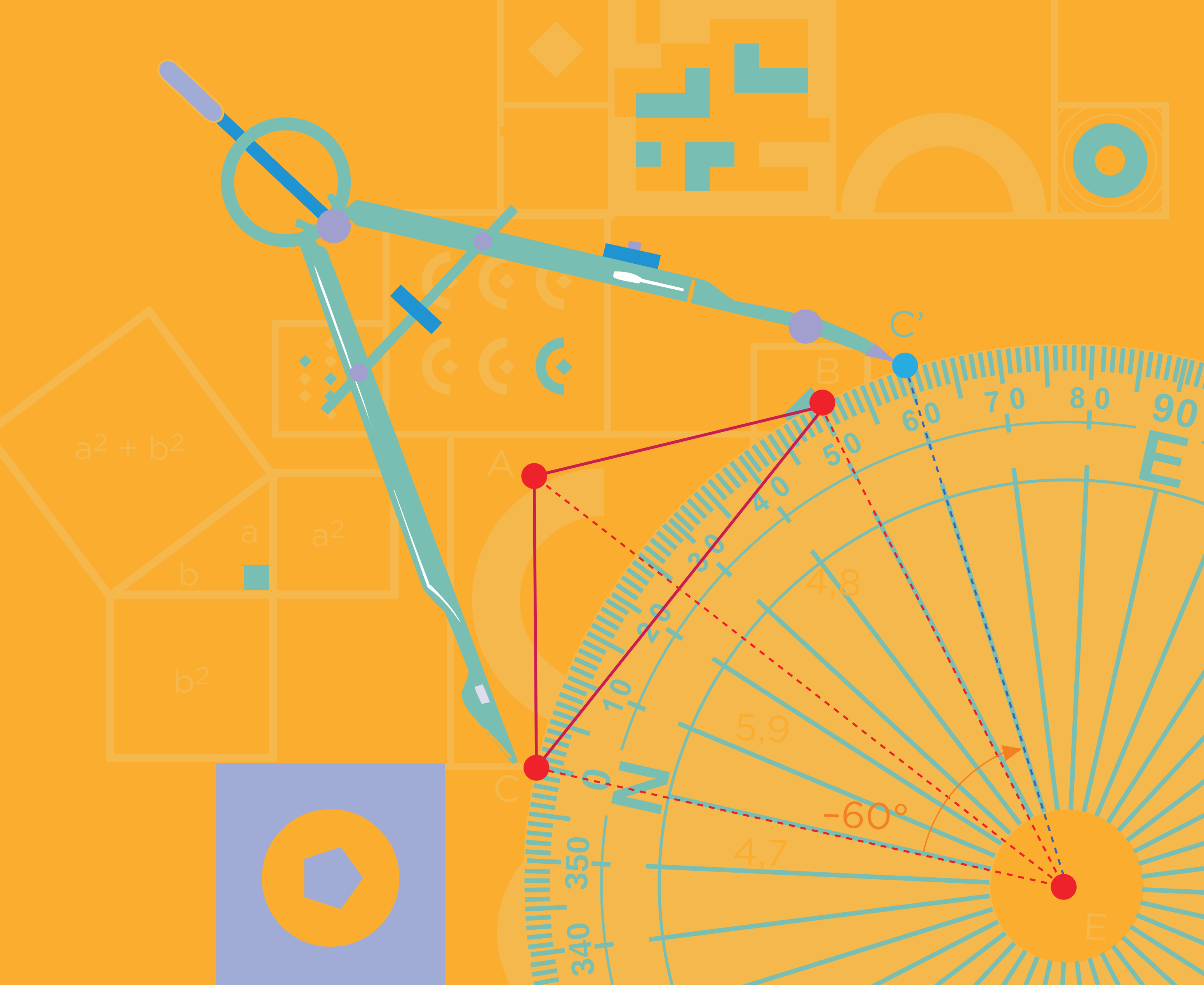
SECUNDARIA

Fichas de Matemática 2



REPÚBLICA DEL PERÚ
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

La ciudadana y el ciudadano que queremos

Perfil de egreso

Se **reconoce** como persona valiosa y se identifica con su cultura en diferentes contextos.

Desarrolla procesos autónomos de aprendizaje.

Gestiona proyectos de manera ética.

Propicia la vida en democracia comprendiendo los procesos históricos y sociales.

Interpreta la realidad y toma decisiones con conocimientos matemáticos.

Indaga y comprende el mundo natural y artificial utilizando conocimientos científicos en diálogo con saberes locales.

Se **comunica** en su lengua materna, en castellano como segunda lengua y en inglés como lengua extranjera.

Comprende y aprecia la dimensión espiritual y religiosa.

Aprovecha responsablemente las tecnologías.

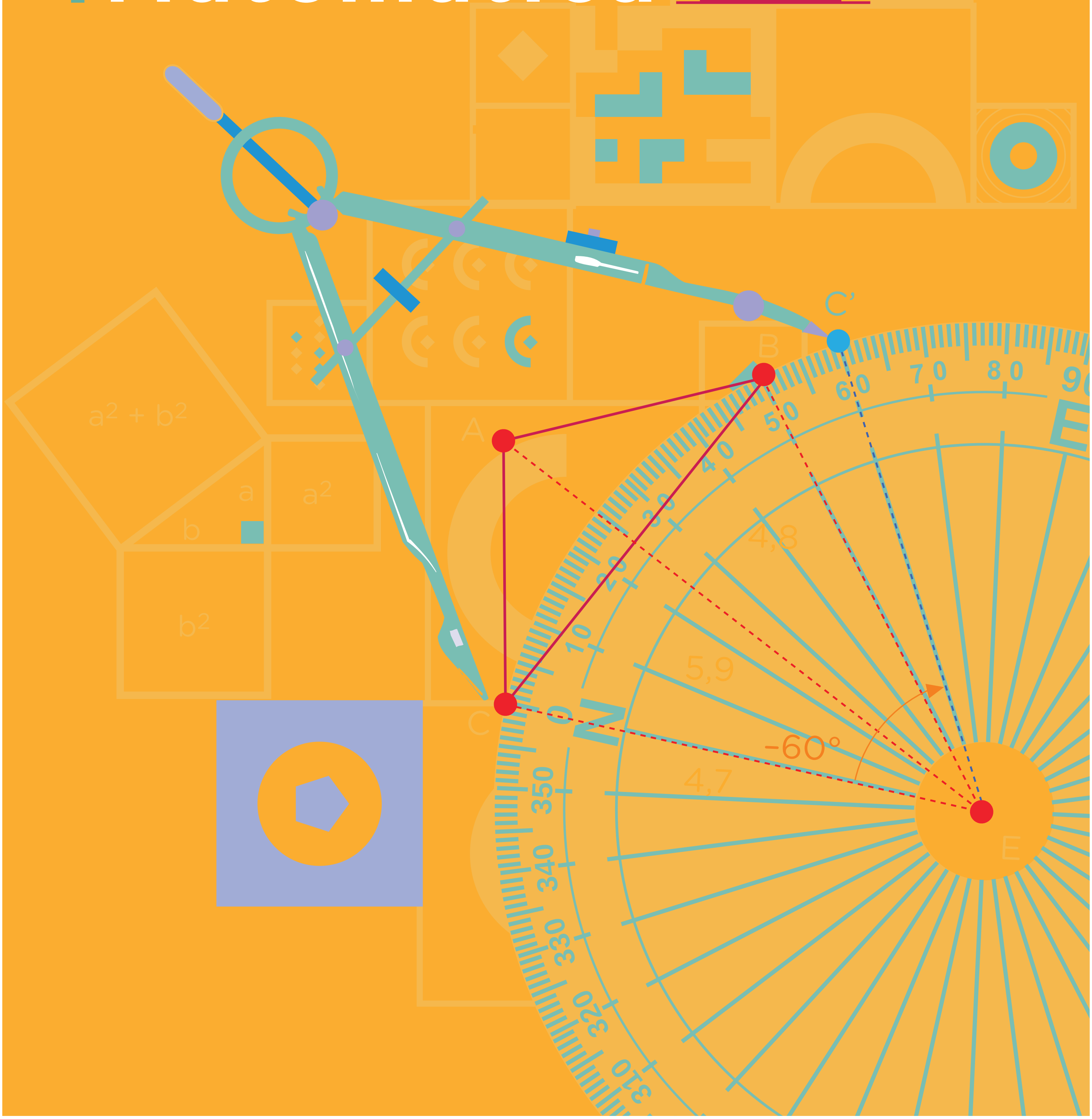
Aprecia manifestaciones artístico-culturales y crea proyectos de arte.

Practica una vida activa y saludable.

Currículo Nacional

SECUNDARIA

Fichas de Matemática 2



REPÚBLICA DEL PERÚ

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Fichas de Matemática 2

Este material educativo, *Fichas de Matemática 2* para estudiantes de segundo grado de Educación Secundaria, ha sido elaborado por la Dirección de Educación Secundaria para promover el desarrollo de las competencias "Resuelve problemas de cantidad", "Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio", "Resuelve problemas de forma, movimiento y localización" y "Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre" propuestas en el Currículo Nacional de Educación Básica.

Edición
© Ministerio de Educación
Calle Del Comercio N.° 193, San Borja
Lima 15021, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Propuesta de contenidos
Larisa Mansilla Fernández
Olber Muñoz Solís
Juan Carlos Chávez Espino
Hugo Luis Támara Salazar
Hubner Luque Cristóbal Jave
Enrique García Manyari

Revisión pedagógica
Olber Muñoz Solís
Larisa Mansilla Fernández
Juan Carlos Chávez Espino
José Luis Maurtua Aguilar

Revisión académica
Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo

Diseño y diagramación
Carlos Héctor Boza Loayza

Corrección de estilo
Martha Silvia Petzoldt Diaz

Primera edición: setiembre de 2017
Segunda edición: junio de 2019
Primera reimpresión: julio de 2020
Segunda reimpresión: diciembre de 2020
Tercera reimpresión: agosto de 2021
Tercera edición: noviembre de 2022

Tiraje
495 343 ejemplares

Impresión
Se terminó de imprimir en diciembre de 2022,
en los talleres gráficos de Pacífico Editores S.A.C.,
sito en Jr. Castrovirreyna 224 - Interior 1.er piso,
Urb. Azcona, Breña, Lima - Perú

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este material educativo por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Debido a la naturaleza dinámica de internet, las direcciones y los contenidos de los sitios web a los que se hace referencia en este material educativo pueden tener modificaciones o desaparecer.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.° 2022-11355

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

Certificado PEFC
Este libro procede de bosques gestionados de forma sostenible y fuentes controladas
PEFC
PEFC/861465
www.pefc.es

Estimada/o estudiante:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el material educativo **Fichas de Matemática 2**, que estamos seguros te ayudarán a descubrir la presencia de la matemática en la vida cotidiana y a utilizarla de manera adecuada y creativa en la resolución de problemas vinculados a la realidad.

En su estructura, te proponemos algunos ejemplos de estrategias heurísticas para que las puedas emplear en cada una de las fichas, las mismas que se encuentran organizadas en tres secciones: *Aplicamos nuestros aprendizajes*, *Comprobamos nuestros aprendizajes* y *Evaluamos nuestros aprendizaje*s.

En la primera sección, *Aplicamos nuestros aprendizajes*, te presentamos una situación relacionada con la vida cotidiana, que será abordada a través de interrogantes que pretenden movilizar tus capacidades y conocimientos, lo cual te ayudará a comprender el problema, diseñar o seleccionar una estrategia o plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre lo desarrollado.

En la segunda sección, *Comprobamos nuestros aprendizajes*, te planteamos tres situaciones de contexto, en cuyo desarrollo podrás explicar el proceso de resolución, identificando estrategias y describiendo procedimientos utilizados. Este análisis te permitirá plantear otros caminos de resolución, así como identificar errores y realizar tu propia corrección.

En la tercera sección, *Evaluamos nuestros aprendizajes*, te presentamos situaciones de diverso grado de complejidad en contextos variados y apoyados en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, te darás cuenta de tus progresos.

Finalmente, puedes desglosar las fichas para desarrollarlas y organizarlas en tu portafolio, de manera que, tu docente te brinde retroalimentación u orientación para que puedas seguir mejorando.

Esperamos que con esta experiencia sientas que hacer matemática es un reto posible de alcanzar. **Disfrútalo**.

©Shutterstock

CONTENIDO

Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

1. Estrategias de comprensión

Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuáles son las condiciones del texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a resolver el problema.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números, diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde. Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que se realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraseos por cada problema presentado.

Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

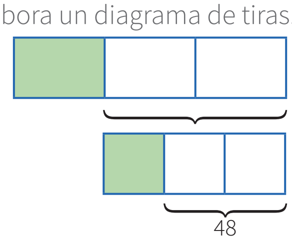
Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y 1/3 del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	x	18
Felipe	x	8	$x+5$	
TOTAL		8		

Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

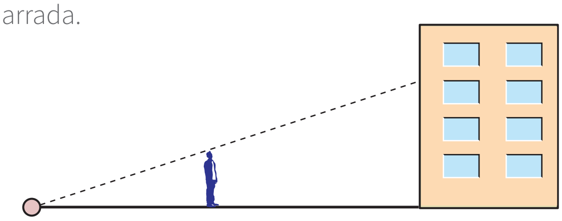
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

Resolución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



Diagramas de flujo

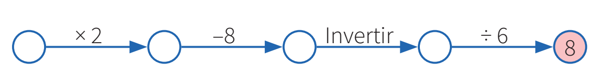
Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

Resolución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



Diagramas conjuntistas

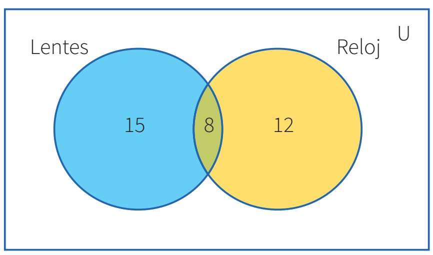
Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

Resolución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.
Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



Diagramas cartesianos

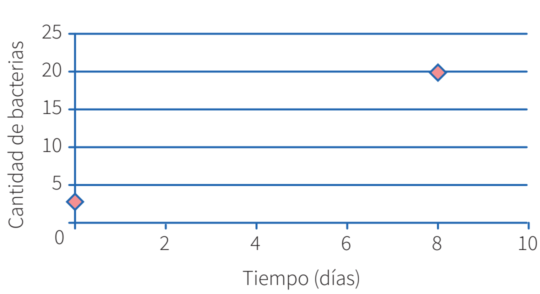
Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

Ejemplo:

El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

Resolución:

Cantidad:
Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.
Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

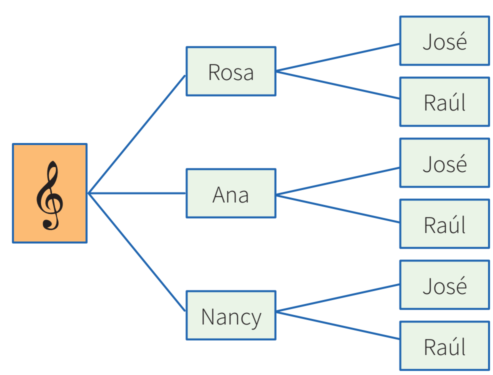
Resolución:

Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto.

Diagrama de árbol

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

Ejemplo: Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



3. Otras estrategias

Busca patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

Ejemplo:

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.

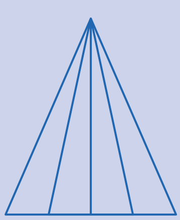
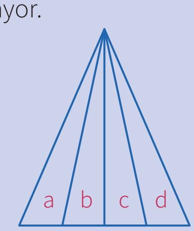
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

Haz una lista sistemática

En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

Ejemplo:

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura? 	Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor. 

Resolución:

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:

  Triángulos con una letra: a-b-c-d

  Triángulos con dos letras: ab-bc-cd

  Triángulos con tres letras: abc-bcd

  Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos: 4 + 3 + 2 + 1 = 10 triángulos.

Generaliza

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

Ejemplo:

Halla el valor de $(234\,756\,474)^2 - (234\,756\,473)^2$.

Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

  $(n + 1)^2 - n^2$, cuando n vale 234 756 473
- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

  $$(n + 1 + n)\ (n + 1 - n) = (n + 1) + n$$
- Luego, podemos afirmar que, para cualquier n entero positivo, se cumple:

  $$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$
- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

  Entonces:

  $$(234\,756\,474)^2 - (234\,756\,473)^2 = 469\,512\,947$$

Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale S/100 y elijo primero el descuento, termino pagando S/106. Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.

- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

Ejemplo:

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

Solución:

- "3 cm debajo de su mitad" se interpreta como $\div 2, -3$.
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:

  $x \to (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \to 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos: $x = 90$

Plantea una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

Ejemplo:

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

Solución:

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.
- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

  Tiene que verificarse; por tanto:

  $L - (1/4)Lx = 2\,[L - (1/3)Lx]$; simplificando:

  $1 - (1/4)\,x = 2 - (2/3)x$; de donde $x = 2{,}4$ horas
- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

Establece submetas

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 33 millones de habitantes y la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?

©Shutterstock

Solución:

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 66 millones. Si bien aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?

©Shutterstock

Solución:

- Primero se observa que $50 \times 50 = 2500$, número que no llega; y que $60 \times 60 = 3600$, el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- 55×56 no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar $53 \times 54 = 2862$, el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con $56 \times 57 = 3192$, se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

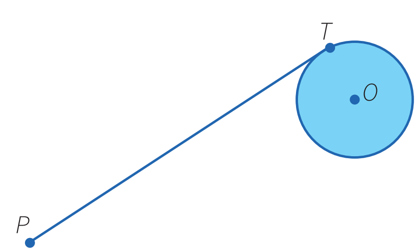
Supón el problema resuelto

Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto T es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos O con T, tendremos que OT es perpendicular a PT.
- Además, como tenemos tres puntos involucrados, P, T y O, es posible hacer un triángulo uniendo el punto P con el punto O. Se observa que el triángulo es rectángulo.

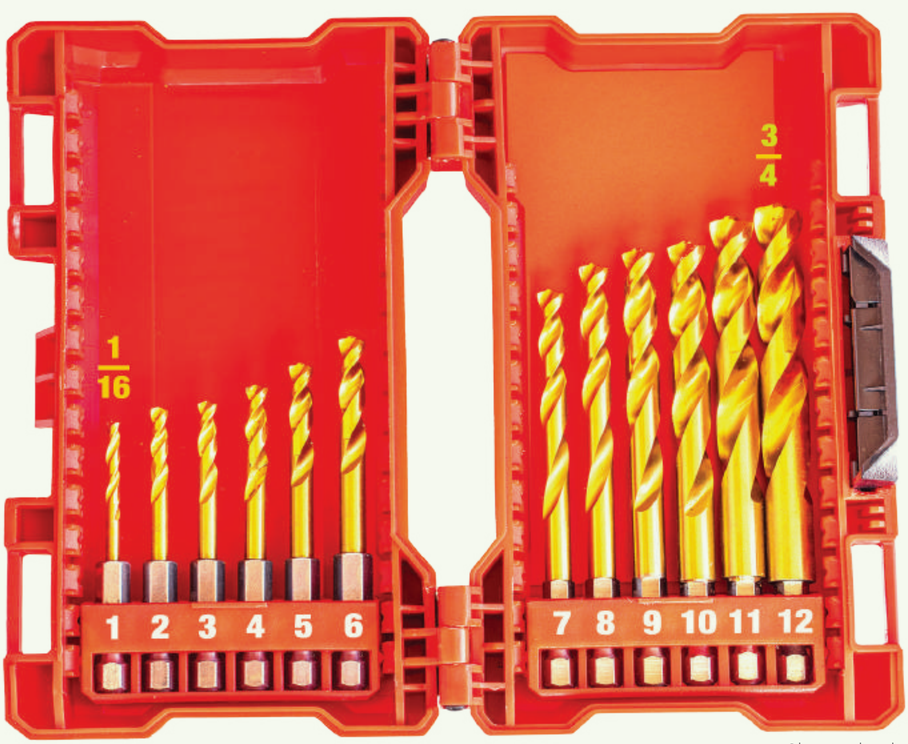
Ficha 1

Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos con lenguaje numérico al ordenar y comparar números racionales en su forma fraccionaria; empleamos estrategias y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y simplificar procesos usando propiedades de los números y las operaciones.

Comparamos el diámetro en las brocas

En la imagen, se muestra un estuche de brocas de acero que sirven para orificios circulares. Las brocas están numeradas de menor a mayor tamaño y su diámetro está dado en pulgadas. La pulgada es una unidad del sistema inglés de uso común en ferretería y construcción; no forma parte del Sistema Internacional.



©Shuttershock

Los siguientes diámetros (en pulgadas) están en desorden: $\frac{9}{16}$ de pulgada, $\frac{3}{16}$ de pulgada, $\frac{7}{16}$ de pulgada, $\frac{5}{16}$ de pulgada, $\frac{11}{16}$ de pulgada, $\frac{1}{4}$ de pulgada, $\frac{3}{8}$ de pulgada, $\frac{1}{2}$ pulgada, $\frac{5}{8}$ de pulgada y $\frac{1}{8}$ de pulgada. Relaciona cada uno de los diámetros dados con el número de orden de las brocas que se presenta en el estuche.

Comprendemos el problema

1. ¿Qué observas en la imagen presentada en la situación?

2. ¿Cómo están numeradas las brocas en el estuche?

3. ¿En qué unidad se expresa el diámetro de las brocas?

4. ¿Las fracciones que representan el diámetro de las brocas son homogéneas o heterogéneas?

5. ¿Qué te pide hallar la pregunta de la situación?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que utilizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación.

2. ¿Qué gráfica podemos utilizar para ordenar las fracciones de menor a mayor? Justifica tu respuesta.

   a) Gráfica cartesiana

   b) Recta numérica

   c) Diagrama tabular

Ejecutamos la estrategia o plan

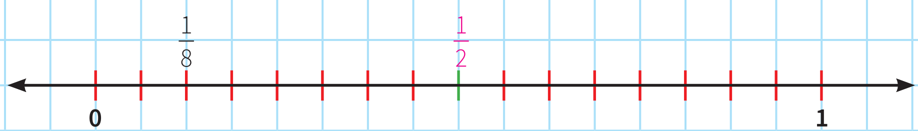
1. Ordena las fracciones que representan el diámetro de las brocas. Para ello, primero multiplica por un mismo factor al numerador y al denominador, para lograr que todas las fracciones tengan denominador igual a 16.

$\frac{1 \times 4}{4 \times 4} = \_\_\_$; $\frac{3 \times 2}{8 \times 2} = \_\_\_$; $\frac{1 \times}{8 \times} = \_\_\_$;

$\frac{5 \times}{8 \times} = \_\_\_$;

2. Para ordenar las fracciones, emplea la recta numérica cuya unidad tenga 16 divisiones y ubica las fracciones:

3. Ubica en la misma recta todas las fracciones que representan el diámetro de las brocas.



4. Organiza los valores del diámetro de las brocas en la siguiente tabla:

N.º	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Diámetro en pulgadas												

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Por qué se encuentra un común denominador para las fracciones del problema?

2. ¿Por qué $\frac{9}{16}$ es mayor que $\frac{3}{16}$? Justifica tu respuesta.

3. Al comparar dos fracciones con denominadores iguales, ¿la fracción con el numerador mayor es la fracción mayor? Justifica tu respuesta y escribe un ejemplo.

4. ¿Se puede comparar directamente fracciones que tienen diferente denominador? Justifica tu respuesta.

Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias, representamos con gráficos y lenguaje numérico al ordenar y comparar números fraccionarios. Asimismo, justificamos con ejemplos las propiedades de los números racionales y corregimos los errores si los hubiera.

Situación A

Una institución educativa cuenta con una delegación que la representará en diversas disciplinas en los Juegos Interescolares de Secundaria. De esta delegación, pertenece $\frac{1}{6}$ al primer grado, $\frac{1}{4}$ a segundo grado, $\frac{3}{18}$ a tercer grado, $\frac{1}{3}$ a cuarto grado y $\frac{1}{12}$ a quinto grado.

©Denise Santos

¿A qué grado pertenece la mayor parte de los estudiantes de esta delegación?

Resolución

Ordenamos las fracciones, con el fin de determinar a qué grado pertenece la mayor parte de estudiantes. Para ello, encontramos el común denominador para las fracciones, aquí resulta 12.

Luego multiplicamos al numerador y denominador de la fracción por un mismo factor para formar su fracción equivalente de denominador 12.

Grado	Delegación que participará	Fracción equivalente
Primero	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{12}$
Segundo	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{12}$
Tercero	$\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$	$\frac{2}{12}$
Cuarto	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{12}$
Quinto	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

Entre las fracciones que tienen el mismo denominador, es mayor la que tiene mayor numerador.

$$\frac{4}{12} > \frac{3}{12} > \frac{2}{12} > \frac{1}{12}$$

Respuesta: La mayor parte de los estudiantes pertenece al cuarto grado.

1. Describe el procedimiento que se utilizó para dar respuesta a la pregunta de la situación.

2. ¿Por qué es necesario escribir la fracción $\frac{3}{18}$ en forma equivalente a $\frac{1}{6}$?

3. ¿Por qué es necesario transformar las fracciones heterogéneas en homogéneas?

4. Comprueba con un ejemplo la afirmación “entre fracciones que tienen el mismo denominador, es mayor la que tiene mayor numerador". Explica con una representación gráfica.

Situación B

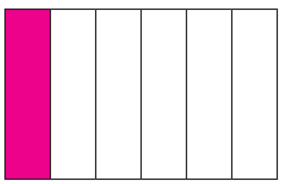
Tres amigos se asocian para montar un negocio de comidas. Alberto aporta $\frac{1}{6}$ del capital; Bertha, $\frac{2}{5}$ del mismo capital, y César, el resto del capital. ¿Qué fracción del capital aportó César más que Bertha?

Resolución

Representamos los datos mediante gráficos:

Aporte de Alberto:

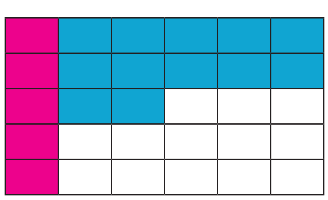
$\frac{1}{6}$ del capital



Aporte de Bertha:

$\frac{2}{5}$ del capital

Luego, si juntamos los gráficos (aportes), se tiene que ambos han aportado: $\frac{1}{6} + \frac{2}{5} = \frac{5 + 12}{30} = \frac{17}{30}$



Entonces César aportó lo que faltaría para completar el capital, es decir, $\frac{13}{30}$.

El aporte de Bertha es $\frac{2}{5}$, lo que equivale a $\frac{12}{30}$.

Finalmente, la diferencia entre el aporte de César y Bertha es $\frac{13}{30} - \frac{12}{30} = \frac{1}{30}$.

Respuesta: César aportó $\frac{1}{30}$ del capital más que Bertha.

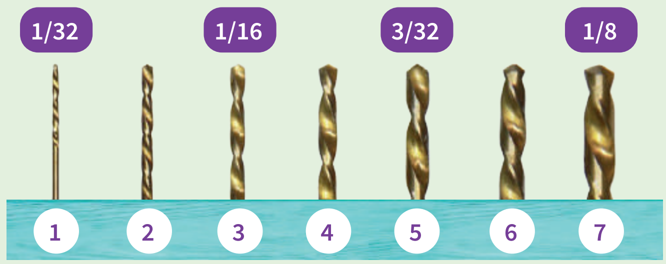
1. ¿Qué estrategia se utilizó para dar respuesta a la pregunta de la situación?

2. Describe el procedimiento seguido para dar respuesta a la pregunta de la situación.

3. Usa otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación.

Situación C

En la siguiente figura, se muestra un estuche de brocas ordenadas de menor a mayor grosor. El diámetro de las brocas, en pulgadas, se presentan en la parte superior de cada una ellas; excepto de la segunda, cuarta y sexta. Determina el diámetro de la segunda, cuarta y sexta brocas si son exactamente el promedio de los diámetros de las brocas vecinas.



Aprendemos a partir del error

Resolución

- Para determinar el diámetro de la broca 2, debemos hallar un número racional comprendido entre 1/32 y 1/16. Para ello, sumamos estas fracciones y el resultado lo dividimos entre 2:

$$\frac{\frac{1}{32}+\frac{1}{16}}{2}=\frac{\frac{1+2}{32}}{2}=\frac{\frac{3}{\cancel{32}}}{\cancel{2}}=\frac{3}{16}$$

- Para la broca 4, hallamos el promedio de los diámetros de las brocas 3 y 5:

$$\frac{\frac{1}{16}+\frac{1}{32}}{2}=\frac{\frac{2+3}{32}}{2}=\frac{\frac{5}{\cancel{32}}}{\cancel{2}}=\frac{5}{16}$$

- Para la broca 6, hallamos el promedio de los diámetros de las brocas 5 y 7:

$$\frac{\frac{3}{32}+\frac{1}{8}}{2}=\frac{\frac{3+4}{32}}{2}=\frac{\frac{7}{\cancel{32}}}{\cancel{2}}=\frac{7}{16}$$

Respuesta: Las medidas de las brocas 2, 4 y 6 son 3/16, 5/16 y 7/16 pulgadas, respectivamente.

1. Ubica en la recta numérica las fracciones que representan al diámetro de las brocas 1, 2 y 3. Verifica si el valor de la broca 2 cumple la condición de la situación.

2. ¿Son correctos los valores hallados para las brocas 2, 4 y 6? ¿Por qué?

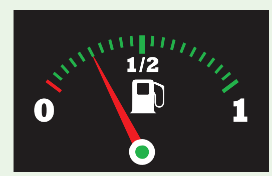
3. Si no son correctos, identifica el error. Luego explica y completa la tabla con las medidas correctas.

N.º	Medida en pulgadas	Fracción equivalente
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias; representamos con gráficos y lenguaje numérico al ordenar y comparar números fraccionarios, y empleamos estrategias y procedimientos diversos para realizar operaciones con expresiones fraccionarias y simplificar procesos usando propiedades de los números y las operaciones. Asimismo, justificamos con ejemplos las propiedades de los números racionales y corregimos los errores si los hubiera.

1. Jaime viajó con su familia de Lima a Huaraz. Para comenzar el viaje, llenaron totalmente el tanque de gasolina. En un tramo del viaje, la gasolina que aún quedaba en el tanque estaba representada en la escala del panel de control del auto, como se observa en la imagen. ¿Qué parte del tanque todavía tiene gasolina? ¿Cuántas partes faltaría echar para llenar el tanque?



a) $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$ b) $\frac{3}{14}$; $\frac{11}{14}$ c) $\frac{7}{14}$; $\frac{5}{14}$ d) $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$

2. Se pesa una bolsa de cebollas en dos balanzas defectuosas. Una de ellas registra $\frac{1}{4}$ kg. Mientras, la otra registra $\frac{1}{2}$ kg. Si la cantidad de kilogramos real de la bolsa con cebollas se encuentra entre estos valores, ¿cuál de las siguientes medidas podría corresponder a la cantidad de kilogramos real?

a) $\frac{3}{4}$ kg b) $\frac{3}{8}$ kg c) $\frac{2}{3}$ kg d) $\frac{1}{8}$ kg

3. Laura compró $2\frac{3}{4}$ kilogramos de arroz y los colocó en bolsas de $\frac{1}{4}$ kg. ¿Cuántas bolsas obtuvo con esa cantidad de arroz?

a) $2\frac{1}{2}$ bolsas b) 3 bolsas c) 4 bolsas d) 11 bolsas

4. Un agricultor planta $\frac{1}{4}$ de su terreno con zanahorias, $\frac{2}{5}$ lo cultiva con lechugas y el resto, con tomates. ¿En qué parte del terreno plantó tomates?

a) $\frac{7}{20}$ b) $\frac{3}{9}$ c) $\frac{6}{9}$ d) $\frac{13}{20}$

5. Sobre una plancha de metal se han perforado dos orificios con diámetros de $\frac{3}{4}$ de pulgada y 1 pulgada, respectivamente. Si el orificio menor es muy estrecho y el mayor, muy holgado, ¿qué medida podría tener el diámetro del orificio que se ajusta mejor a los requerimientos?

a) $\frac{5}{8}$ de pulgada b) $\frac{11}{16}$ de pulgada c) $\frac{7}{8}$ de pulgada d) $\frac{9}{8}$ de pulgada

6. En la ferretería venden tres tamaños de llaves de boca, como se muestra en la imagen.

Para desarmar una máquina se probó con una llave de $1\frac{1}{4}$ de pulgada, pero resultó muy grande. Cuando se probó con una de $\frac{3}{4}$ de pulgada, esta resultó muy pequeña. Entonces, ¿de qué medidas pudiera ser la llave de boca que se necesita?

a) 2 pulgadas b) 1 pulgada c) $\frac{1}{4}$ de pulgada d) $\frac{1}{2}$ pulgada

7. A una reunión asisten igual cantidad de hombres que de mujeres. De todas las mujeres presentes, las 2/5 partes usan lentes, y de estas, la mitad tiene cabello largo. Si son 4 las mujeres que usan lentes y tienen cabello largo, ¿cuántos hombres hay en la reunión?

8. Observa la siguiente infografía:

Fuente: *https://goo.gl/9BTCHo*

¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la composición del costo de producción del café es correcta?

a) $\frac{1}{5}$ del costo corresponde a la mano de obra.

b) $\frac{3}{5}$ del costo corresponde a los fertilizantes.

c) $\frac{3}{5}$ del costo corresponde a otros gastos.

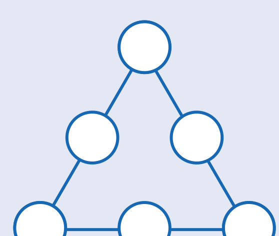
d) $\frac{1}{5}$ del costo corresponde a los fertilizantes.

9. El tapete que se muestra en la imagen ha sido confeccionado con tapetes pequeños de forma cuadrada de $\frac{3}{5}$ m de longitud. ¿Cuál es el área que cubre este tapete?


©Shutterstock

a) $\frac{108}{25}$ m^2 b) $\frac{9}{25}$ m^2 c) $\frac{36}{25}$ m^2 d) $\frac{21}{25}$ m^2

10. En cada círculo coloca una de las siguientes fracciones: $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$, 1, de tal modo que la suma de las fracciones en cada lado del triángulo sea $\frac{5}{3}$.



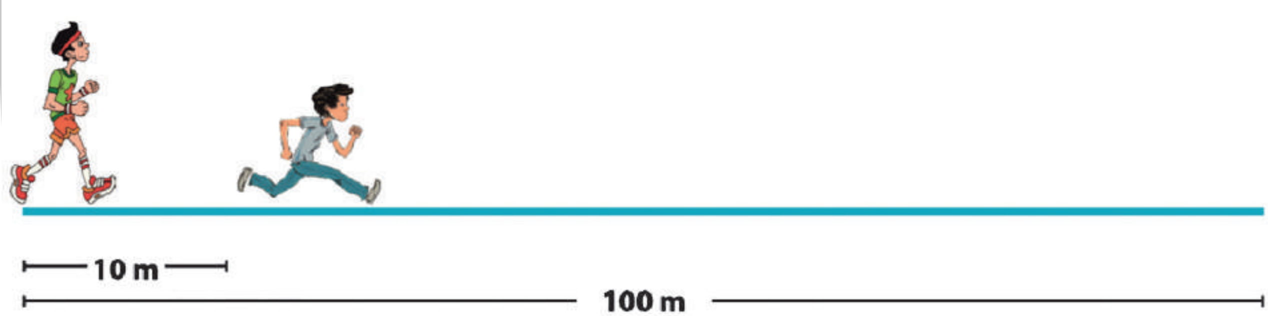
Ficha 2

Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas o gráficas que incluyen la regla de formación de la función lineal. También empleamos estrategias heurísticas y el procedimiento para resolver un problema, y evaluamos el conjunto de valores de una función lineal.

Carrera entre amigos

Mauricio le propone a su amigo Héctor hacer una carrera de 100 metros en la pista atlética de su colegio. Como Mauricio es atleta, le da a su amigo una ventaja de 10 metros. Se sabe que Héctor recorre 4 metros por cada segundo y Mauricio, 6 metros en el mismo tiempo; además, estas velocidades son constantes en todo el recorrido.



A partir de lo indicado, responde:

1. ¿En cuánto tiempo alcanzará Mauricio a su amigo Héctor?
2. ¿Cuál es la expresión matemática que representa la distancia que recorre cada uno de ellos en un determinado tiempo?
3. ¿En cuánto tiempo llegará cada uno a la meta?

Comprendemos el problema

1. ¿Quiénes participan en la carrera?

2. ¿Ambos parten al mismo tiempo? Explica.

3. ¿Ambos parten del mismo punto de inicio? Explica.

4. ¿Cuántos metros recorre Héctor en un segundo? ¿Cuántos metros recorre Mauricio en un segundo?

5. ¿Qué distancia separa a ambos al inicio de la carrera?

6. ¿Crees que Mauricio alcanzará a Héctor? Explica.

7. ¿Crees que Héctor ganará la carrera? Explica.

8. ¿Qué piden hallar las preguntas de la situación?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe cómo organizarías los datos de la situación.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Completa la tabla con la información que nos presenta la situación.

Tiempo transcurrido: t (s)	Distancia recorrida desde la partida por Mauricio: D (m)	Distancia recorrida desde la partida por Héctor: d (m)
0	0	10
1	6	14
2		

2. De acuerdo con los datos de la tabla, ¿en cuánto tiempo alcanzará Mauricio a su amigo Héctor?

3. Escribe la expresión matemática que represente la distancia recorrida desde la partida por Mauricio en un tiempo determinado.

4. Escribe la expresión matemática que represente la distancia recorrida desde la partida por Héctor en un tiempo determinado.

5. Utiliza las expresiones matemáticas de las actividades 3 y 4 de *Ejecutamos la estrategia o plan* y responde la tercera pregunta de la situación.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Elabora un diagrama cartesiano que representa los datos de la tabla.

2. Describe la diferencia entre la expresión matemática que representa la distancia recorrida por Mauricio y Héctor.

Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos nuestra comprensión de la relación de correspondencia de una función lineal, mediante lenguaje matemático, gráficas, tablas y símbolos, y evaluamos el conjunto de valores de una función lineal. Asimismo, justificamos con ejemplos nuestros conocimientos matemáticos sobre las propiedades de una función lineal.

Situación A

Un automóvil tiene 8 años de antigüedad y su valor actual es de S/20 000, pero hace 4 años su valor era de S/45 000. Si el valor del auto varía de forma lineal con el tiempo, determina:

a. ¿Cuál es el modelo matemático que expresa el valor del automóvil con respecto al tiempo transcurrido?

b. ¿Cuál fue el precio inicial del automóvil?

c. ¿Cuál será su valor cuando tenga diez años de antigüedad?

Resolución

a. Para hallar el modelo matemático:

Llenamos la tabla tomando los datos del problema.

+ 4

+ 1

Tiempo (años)	0				4				8
Valor (S/)					45 000				20 000

–6250

–25 000

Teniendo en cuenta que el valor del auto varía linealmente con relación al tiempo transcurrido. Completamos la tabla:

Tiempo (años)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Valor (S/)	70 000	63 750	57 500	51 250	45 000	38 750	32 500	26 250	20 000

Luego hallamos el modelo matemático para el valor del auto:

- Recordamos que una función lineal tiene la siguiente expresión: $f(x) = ax + b$; $a \neq 0$
- Para encontrar el modelo de devaluación del valor del auto, tendríamos:

$$v(t) = at + b$$

Donde:

$v(t)$: valor del auto en función del tiempo

a: pendiente de la función lineal

t: tiempo

b: valor inicial del auto

- Para hallar la pendiente (a) se toma dos valores cualesquiera de la tabla, por ejemplo:

  Cuando t = 0 $v(t) = 70000$

  Cuando t = 1 $v(t) = 63750$

  Luego calculamos: diferencia de los valores de la variable v(t)/ diferencia de los valores de la variable t, es decir:

$$a = \frac{70\,000 - 63\,750}{0 - 1} = \frac{6250}{-1} = -6250, \text{ entonces } a = -6250$$

- Reemplazando todos esos datos en el modelo de devaluación del auto, tendríamos:

$$v(t) = -6250 \cdot t + 70\,000$$

∴ El modelo matemático es:

$$v(t) = -6250 \cdot t + 70\,000$$

b. Para hallar el valor inicial del automóvil, el tiempo es 0 años, pues es un auto nuevo.

Del modelo matemático: $v(t) = -6250 \cdot t + 70\,000 \Longrightarrow v(0) = -6250 \cdot 0 + 70\,000 \Longrightarrow v(0) = 70\,000$

Por lo tanto, su valor inicial fue de 70 000 soles.

c. Hallamos su valor después de diez años.

Si reemplazamos en el modelo matemático el valor de $t = 10$, entonces $v(10) = -6250(10) + 70\,000$

Su valor será de 7500 soles.

Respuesta:

a. El modelo matemático es $v(t) = -6250 \cdot t + 70\,000$

b. Su costo inicial fue de 70 000 soles.

c. El valor después de 10 años será de 7500 soles.

1. Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a las preguntas de la situación.

2. ¿Cuánto valdría el auto dentro de 14 años? Explica si el valor calculado tiene sentido en la práctica.

Situación B

El gimnasio Super Fit cobra un derecho de inscripción de 260 soles y una mensualidad de 120 soles, mientras que el gimnasio Gym Extreme cobra 140 soles por derecho de inscripción y 160 soles de mensualidad. Ambos gimnasios se ubican en la misma avenida, tienen instalaciones similares y las mismas máquinas. Transcurriendo los meses a partir de la matrícula, ¿en cuánto tiempo el pago de los dos gimnasios resulta igual?

Resolución

- Determinamos la función que representa el pago para el gimnasio Super Fit en t meses:

$$P(t) = 260 + 120\,t$$

- Determinamos la función que representa el pago para el gimnasio Gym Extreme en t meses:

$$P(t) = 140 + 160\,t$$

Igualamos ambas funciones para averiguar en cuántos meses se paga lo mismo en los dos gimnasios:

$$260 + 120\,t = 140 + 160\,t$$

Luego: $t = 3$ meses

Respuesta:

En tres meses, en los dos gimnasios se paga lo mismo.

1. Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a la pregunta de la situación.

2. Utiliza otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación.

3. Grafica las funciones dadas en el mismo plano cartesiano, ¿cuál es el punto de intersección de ambas gráficas? ¿Qué significa este valor?

Situación C

Para ingresar a una feria gastronómica, se paga S/15,00. Dentro de la feria, cualquier plato de comida cuesta S/8,00.

a. ¿Cuál es el modelo matemático para representar el gasto total en la visita a la feria gastronómica?

b. Si se sabe que Lila acudió a la feria y consumió 7 platos, ¿cuánto gastó?

Aprendemos a partir del error

Resolución

Seguimos los siguientes pasos:

a. Para hallar el modelo matemático, completamos la siguiente tabla:

Cantidad de platos	1	2	3	4
Gasto total (S/)	8	16	24	48

Entonces, se deduce que el gasto en total avanza de 8 en 8.

Considerando que x representa la cantidad de platos, el modelo será:

$$y = 8x$$

b. Para hallar el gasto generado por Lila, usamos el modelo:

$$y = 8x$$

$$y = 8(7)$$

$$y = 56$$

Respuesta:

a. El modelo será: $y = 8x$

b. Lila gastó S/56,00.

1. ¿Son correctas las respuestas a las dos preguntas de la situación? De no ser así, corrígelas.

2. ¿Qué estrategia se aplicó para resolver el problema?

Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas o gráficas (modelos) que incluyen la regla de formación de la función lineal. También representamos nuestra comprensión de la relación de correspondencia de una función lineal, mediante lenguaje matemático, gráficas, tablas y símbolos, y evaluamos el conjunto de valores de una función lineal; además, empleamos estrategias heurísticas y el procedimiento para resolver un problema y evaluamos el conjunto de valores de una función lineal. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos las propiedades de una función lineal.

1. Jorge trabaja en telefonía móvil. Por día recibe 15 soles y, adicionalmente, 2 soles por cada chip de celular que vende. ¿Cuál es el modelo matemático que representa dicha situación? ¿Cuántos chips de celular vendió un día si recibió la suma de 43 soles? (Sea *x* el número de chips vendidos por José).

a) $f(x) = 15x + 2$; 8 chips
b) $f(x) = 15 + 2x$; 14 chips
c) $f(x) = 15 + 2x$; 29 chips
d) $f(x) = 2x$; 21 chips

2. El precio de una radio es de S/200 al contado, pero si se cancela en cuotas, deberá pagarse un interés mensual fijo de S/11. ¿Cuál es la expresión matemática que representa la relación del precio de la radio con el número de cuotas? ¿Cuánto debe pagarse en 12 cuotas? (Sea c el el número de cuotas a pagar).

a) $f(c) = 11c$; 132 soles
b) $f(c) = 200 + 11c$; 200 soles
c) $f(c) = 200 + 11c$; 332 soles
d) $f(c) = 200 + 11c$; 211 soles

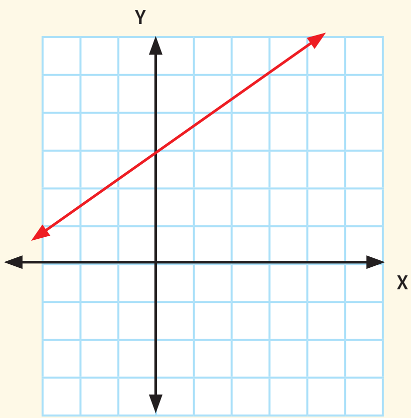
3. En la bodega de Lucho, se exhibe un letrero que dice: “Oferta: bolsa de arroz de 750 g a S/2,40”. ¿Cuánto será el costo de 3 kg de arroz?

a) S/9,60
b) S/8,50
c) S/7,60
d) S/4,80

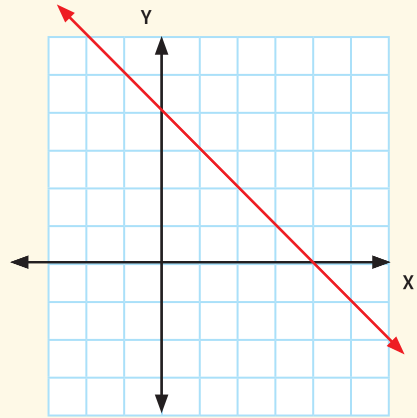
4. A los lados de un cuadrado de 3 centímetros de longitud, se aumentan *x* centímetros a cada lado. ¿Cuál es la función que relaciona el perímetro con el aumento efectuado al lado del cuadrado original?

5. Si en los lados cada cuadrícula representa una unidad, indica cuál de los siguientes gráficos representa la función $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$.

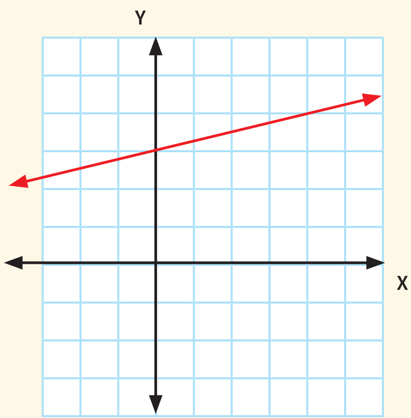
a)



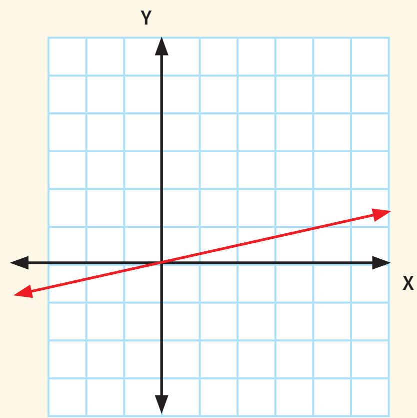
b)



c)



d)



6. La entrada para un parque de diversiones cuesta S/50 por adulto y S/25 por niño. Durante un día ingresaron 300 personas y pagaron en total S/12 250. ¿Cuántos niños y adultos ingresaron al parque?

a) 190 adultos y 110 niños

b) 110 adultos y 190 niños

c) 50 adultos y 25 niños

d) 245 adultos y 490 niños

7. En un torneo deportivo, 38 personas están jugando 13 partidos de tenis de mesa en el mismo instante. Mientras algunos partidos son individuales, es decir, dos personas participan en él, otros son dobles, donde cuatro personas juegan. ¿Cuántos partidos individuales y dobles se están jugando?

8. Una empresa fabricante de computadoras, por concepto de luz, agua y renta del local, paga una cantidad mensual fija de S/2500. Por otro lado, cada computadora que produce le cuesta S/900 en materia prima y S/350 en mano de obra. Si la empresa vende cada computadora a S/1500, ¿cuál será la utilidad que resulta de vender 300 computadoras al final del mes?

a) S/75 200 b) S/72 500 c) S/67 500 d) S/65 200

9 Un técnico en computación pone un negocio de mantenimiento y asesoría en cómputo. Después de algunos meses, modela el costo mensual de su negocio con la siguiente ecuación: $y = 20x + 460$, donde x es el número de clientes. Asimismo, concluye que sus ingresos mensuales son representados con la siguiente ecuación: $y = 65x - 1700$. ¿Cuántos clientes necesita para no ganar ni perder dinero y cuánto ganaría si tuviera 74 clientes?

a) 48 clientes; 1170 soles b) 28 clientes; 1170 soles c) 26 clientes; 1170 soles d) 84 clientes; 1170 soles

10. Una empresa vende un producto en S/65 la unidad. Los costos por unidad son de S/20 por materiales y S/27,50 por trabajo. Los costos fijos anuales son de S/100 000. ¿Cuál es la función de la utilidad de la empresa y cuánta utilidad obtuvo si la venta anual fue de 20 000 unidades en el año?

Ficha
3

Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Describimos un objeto a partir de las transformaciones geométricas, traslaciones, rotaciones o reflexiones, y empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para describir el movimiento y la localización de los objetos.

Mosaicos con azulejos

Figura 1

Durante la remodelación del palacio municipal, se programó restaurar un antiguo mosaico con azulejos que se encontraba en el patio principal, cuya imagen inicial se observa en la figura 1. Para ello, se desmontaron los componentes del mural y, luego del proceso de restauración, se volvieron a colocar los azulejos, tal como se muestra en la figura 2.

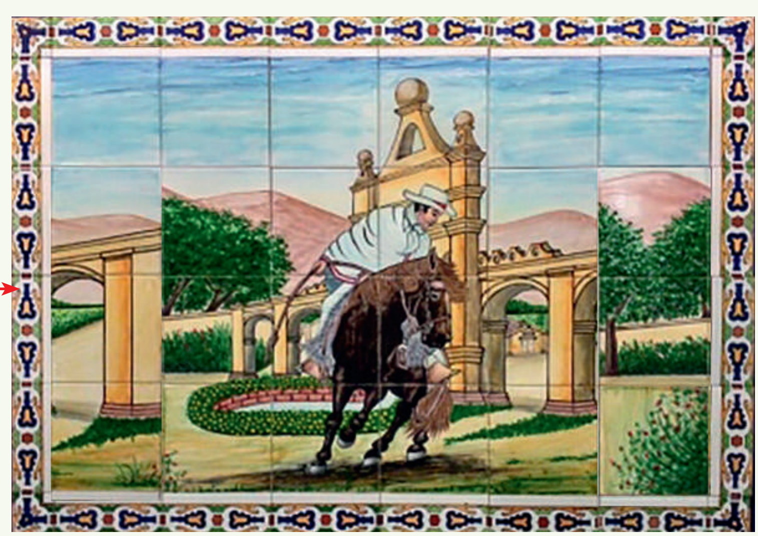


Figura 2

Fuente: *https://bit.ly/2HEiBO7*

La persona encargada de la restauración ha cometido errores en la colocación de algunos azulejos.

1. ¿Cómo puedes indicar con precisión la ubicación de los azulejos mal colocados?
2. ¿Qué movimientos de los azulejos debería realizar el restaurador para corregir el error?

Comprendemos el problema

1. ¿Qué representa el mural original de la figura 1?

2. ¿Cómo está dividido el mural?

3. ¿Cuántos azulejos hay en la base del mural?

4. ¿Cuántos azulejos hay en el alto del mural?

5. ¿Qué nos piden las preguntas de la situación?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Dibuja sobre el mural (sin marco) el primer cuadrante de un diagrama cartesiano, y traza con un lápiz líneas sobre las divisiones de los azulejos. (El lado de un azulejo equivale a una unidad en el diagrama cartesiano).

2. Escribe los pares ordenados de los azulejos mal ubicados en el mural de la figura 2.

3. Escribe los pares ordenados de los azulejos que corresponden a la posición correcta.

4. Indica los movimientos que debe realizar cada pieza del mosaico para volver a su posición normal.

5. Describe las transformaciones geométricas que realizaste al corregir los azulejos del mural de la figura 2.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué parte del problema tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?

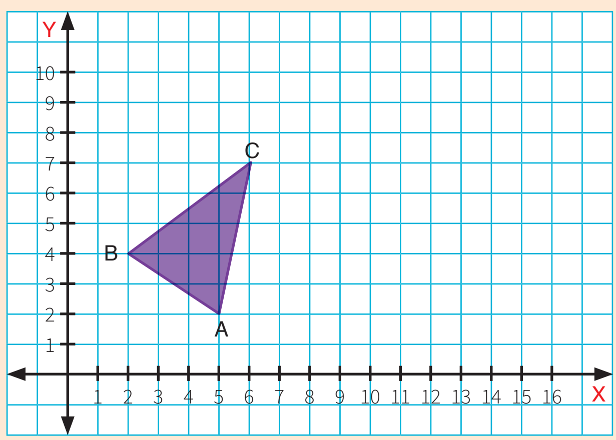
2. ¿Para qué te sirvieron los diagramas cartesianos trazados sobre el mural?

Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos con dibujos y con lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las características que distinguen una rotación de una traslación y una traslación de una reflexión de formas bidimensionales. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades entre objetos y formas geométricas, así como entre las formas geométricas. Corregimos errores si los hubiera.

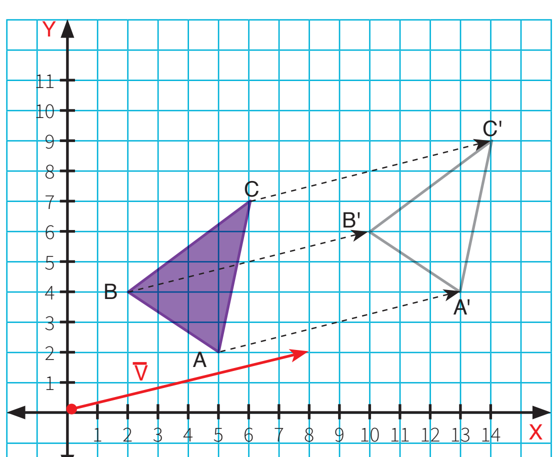
Situación A

Trasladar el triángulo ABC según el vector de traslación (8; 2): la figura original debe moverse 8 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba.

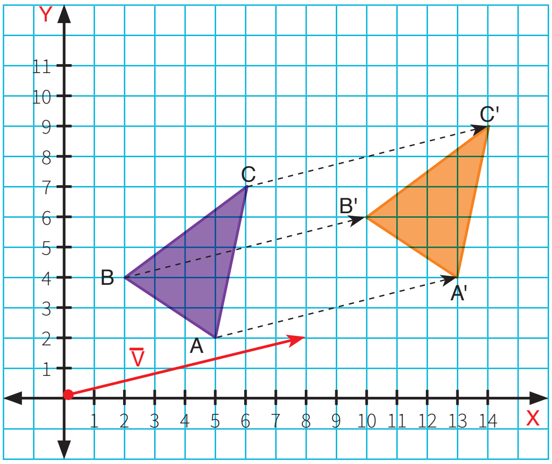


Resolución

- Representamos en el plano el vector de traslación (8; 2). Trasladamos cada vértice del triángulo ABC 8 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba.



- Unimos los vértices trasladados A', B' y C' para reproducir el triángulo. Pintamos el triángulo trasladado como se muestra en la figura.



Traslación. Es una transformación geométrica que se realiza en el plano. En esta transformación, las figuras solo cambian de posición, es decir, solo cambian de lugar. Su orientación, tamaño y forma se mantienen. El vector se utiliza como referencia para indicar la magnitud y la dirección del traslado.

1. Describe el procedimiento que se utilizó para realizar la actividad planteada en la situación.

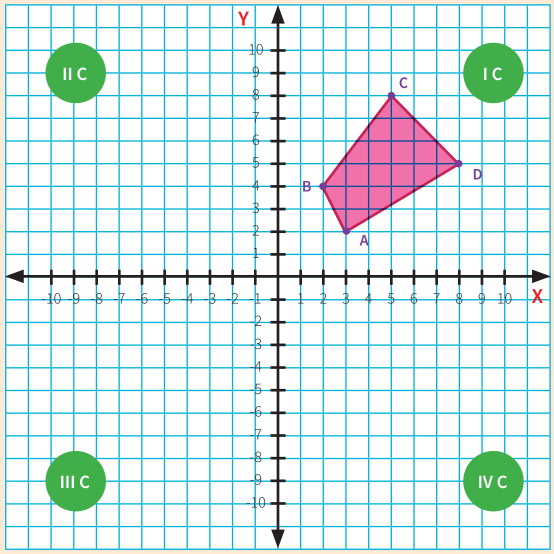
2. ¿Con qué finalidad se trazó el vector de traslación en el plano cartesiano?

3. Escribe las coordenadas de los vértices de los triángulos ABC y A'B'C'.

4. Escribe las características del movimiento o transformación geométrica que se realizó en la resolución.

Situación B

La siguiente figura muestra un polígono irregular ubicado en el primer cuadrante del plano cartesiano:



¿Cómo quedará finalmente la figura si se realizan los siguientes movimientos sucesivos?

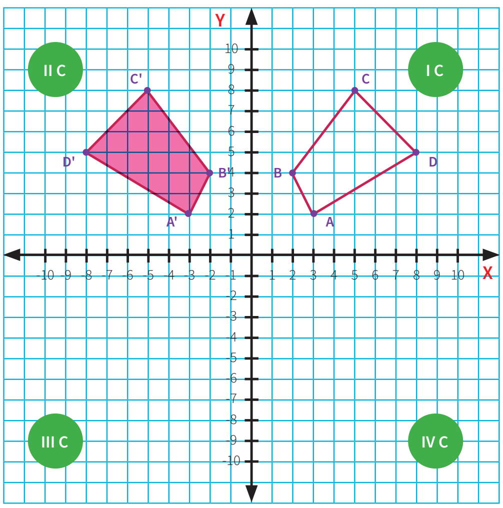
a. Una reflexión con respecto al eje Y;

b. una reflexión con respecto al eje X;

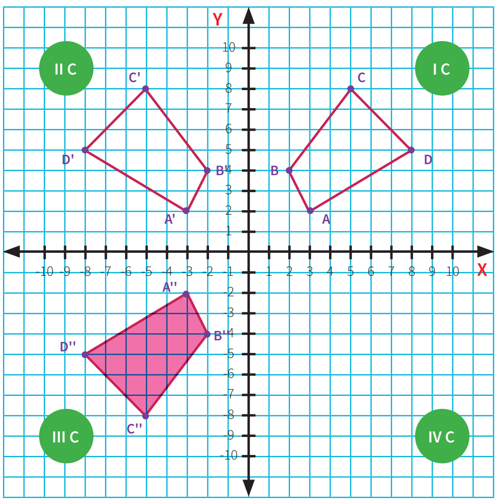
c. una reflexión con respecto al eje Y.

Resolución

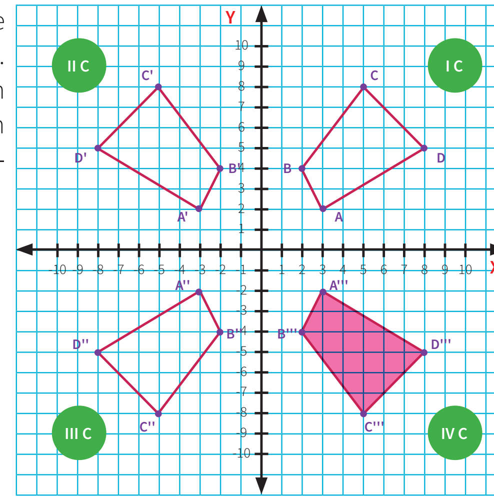
a. Para realizar una reflexión con respecto al eje Y (del I cuadrante al II cuadrante), consideramos a este eje como si fuera un espejo. Trasladamos cada vértice del polígono al otro lado del eje Y en forma horizontal, considerando que para el eje X sus valores cambian a negativo y los valores del eje Y se mantienen, tal como se muestra en la figura.



b. Para realizar una reflexión con respecto al eje X (del II cuadrante al III cuadrante), consideramos a este eje como si fuera un espejo. Trasladamos cada vértice del polígono al otro lado del eje X en forma vertical, considerando que para el eje X y el eje Y sus valores son negativos, tal como se muestra en la figura.



c. Para realizar una reflexión con respecto al eje Y (del III cuadrante al IV cuadrante), consideramos este eje como si fuera un espejo. Trasladamos cada vértice del polígono al otro lado del eje Y en forma horizontal, considerando que para el eje X sus valores son positivos y los valores del eje Y son negativos, tal como se muestra en la figura.



Reflexión. Es la imagen de un objeto o figura como se ve en un espejo. Para obtenerla, como eje de reflexión se utiliza una recta. La reflexión respecto a una recta origina simetrías axiales a los lados del eje de simetría.

1. Describe el procedimiento que se utilizó para realizar la reflexión del polígono respecto a los ejes X e Y.

2. ¿Qué ocurre con las coordenadas del polígono en los cuadrantes II y III?

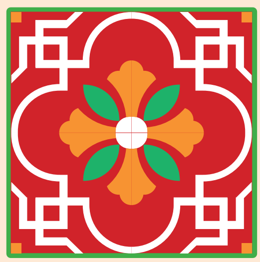
3. ¿Se puede realizar una reflexión respecto al eje X del polígono del I cuadrante al IV cuadrante? Justifica tu respuesta e indica cómo son los valores de las coordenadas del polígono en el IV cuadrante.

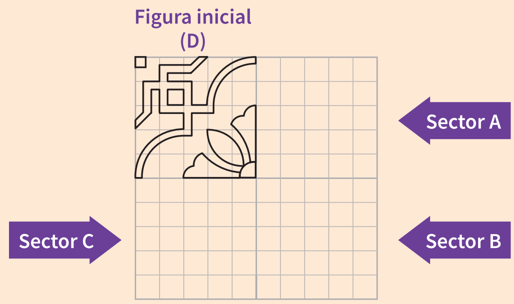
4. Escribe las características del movimiento o transformación geométrica que se realizó en la resolución.

5. Escribe la diferencia entre una reflexión y una traslación.

Situación C

Usa la siguiente cuadrícula y completa el mosaico haciendo uso de transformaciones geométricas al azulejo D.



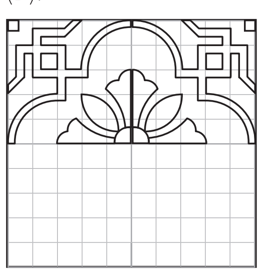


a. ¿Qué transformación geométrica se aplica a D para obtener la imagen en el sector A?
b. ¿Qué transformación geométrica se aplica a D para obtener la imagen en el sector B?
c. ¿Qué transformación geométrica se aplica a D para obtener la imagen en el sector C?

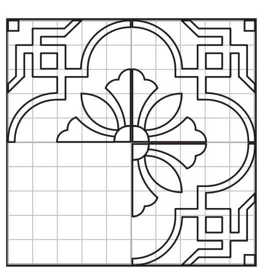
Aprendemos a partir del error

Resolución

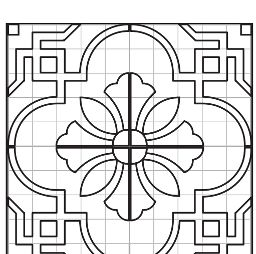
a. Para el sector A, giramos 90° en sentido horario la figura inicial (D):



b. Para el sector B, la figura rotada anteriormente la hacemos rotar nuevamente en 90° en sentido horario.



c. Para el sector C, la figura inicial rota 90° en sentido horario.



1. ¿Es correcta la transformación empleada para el sector A? Justifica tu respuesta.

2. ¿Es correcta la transformación empleada para el sector B? Justifica tu respuesta.

3. ¿Es correcta la transformación empleada para el sector C? Justifica tu respuesta.

Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Describimos un objeto a partir de transformaciones geométricas, traslaciones, rotaciones o reflexiones; representamos con dibujos y con lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las características que distinguen una rotación de una traslación y una traslación de una reflexión de formas bidimensionales; además, empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para describir el movimiento y la localización de los objetos. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades entre objetos y formas geométricas, así como entre las formas geométricas. Corregimos errores si los hubiera.

1. Con el transportador, determina el ángulo de giro de las figuras mostradas. Marca la alternativa que relaciona incorrectamente la figura con la medida del ángulo.

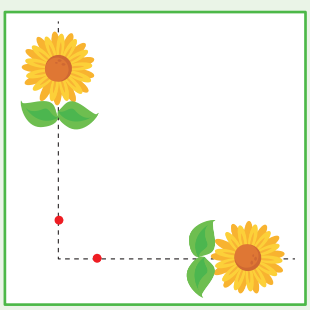


Figura 1

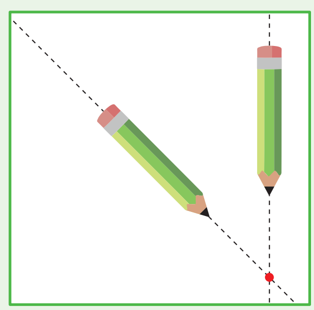


Figura 2

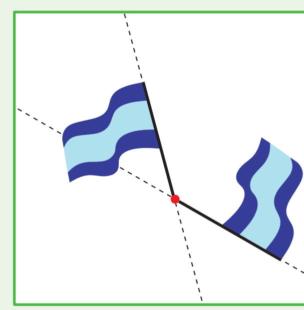
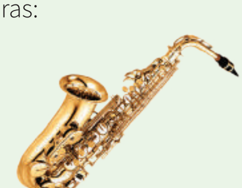


Figura 3

a) Figura 2: 45° b) Figura 1: 90° c) Figura 3: 45° d) Figura 3: 135°

2. Considera las siguientes figuras:

(P)



(Q)

(R)

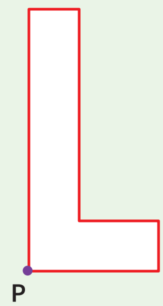
(S)

I. Q es una traslación de P.
II. R es una rotación en 180° de P.
III. S es un rotación en 180° de R.

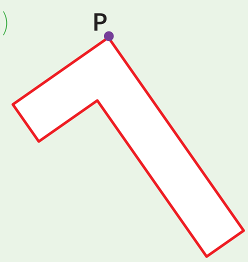
¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) Solo II y III. b) Solo III. c) Solo I y II. d) Solo II.

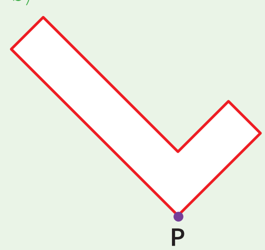
3 ¿Cuál de las siguientes alternativas representa una rotación de la figura en 45° con centro P?



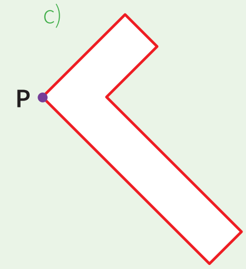
a)



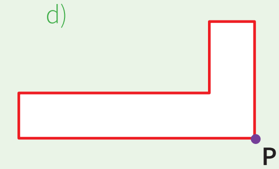
b)



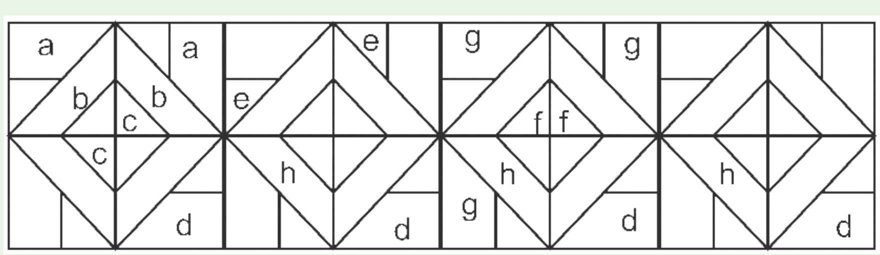
c)



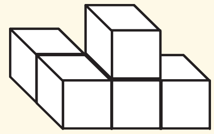
d)



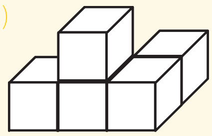
4. Observa las figuras que tienen una misma letra. Elige una transformación para ellas y colorea según la clave: traslación (verde), rotación (rojo) y reflexión (amarillo).

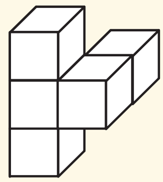


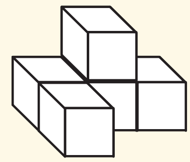
5. Observa la siguiente figura:

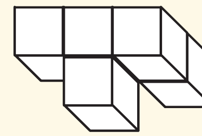


¿Qué figura representa la misma construcción de cubos? Justifica tu respuesta.

a) 

b) 

c) 

d) 

6. "Move the Block" es un juego de rompecabezas de bloques deslizantes simple. El objetivo es bastante sencillo, llevar el bloque naranja hasta la abertura de la caja. Tendrás que trasladar los bloques de color crema para conseguir tu objetivo, los bloques cremas se mueven uno a la vez.

Determina la cantidad mínima de movimientos que se deben realizar para llevar el bloque naranja hasta la salida de la caja.

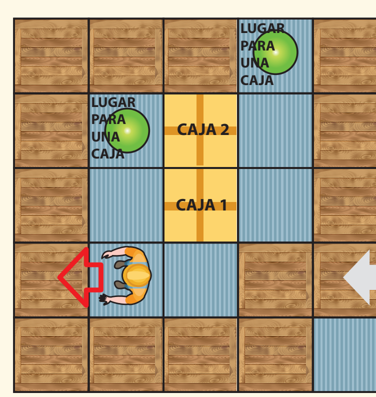
a) 4 movimientos

b) 5 movimientos

c) 6 movimientos

d) 7 movimientos

7. *Sokoban* significa "almacenero" en japonés. El almacenero debe empujar las cajas hasta el lugar indicado (círculos de color verde) dentro de un reducido almacén, con el número mínimo de empujes y de pasos. Las cajas se pueden empujar solamente y no tirar de ellas. El almacenero primero debe ubicarse donde pueda empujar la caja y solo empujar una caja a la vez.
Describe los movimientos que realiza el almacenero para empujar las cajas con el número mínimo de movimientos.



©Shutterstock

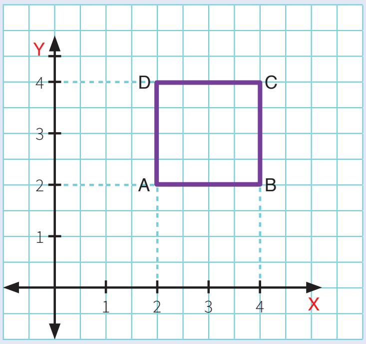
8. ¿Cuál será la nueva coordenada del punto C luego de aplicarle al cuadrado ABCD una rotación con centro en A: Rot (A, 180°)?

a) (2; 4)

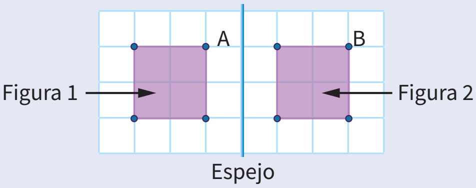
b) (4; 2)

c) (1; 1)

d) (0; 0)



9. La figura 2 es imagen de la figura 1 en el espejo.



¿Cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I. Los perímetros de las dos figuras son iguales.

II. Las áreas de las dos figuras son iguales.

III. La imagen del punto A es el punto B.

a) I solamente   b) II solamente   c) I y II solamente   d) II y III solamente

10. El tablero de ajedrez y cada una de sus piezas presentan diferentes curiosidades matemáticas. Una de las curiosidades es el caballo, cuyo movimiento es como se muestra en la figura 1 y puede cubrir todas las casillas del tablero de ajedrez.

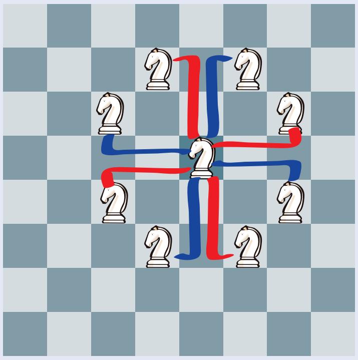


Figura 1

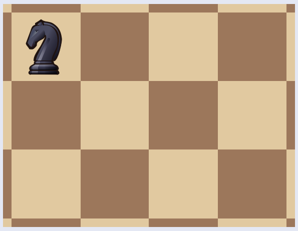


Figura 2

Determina cuántos movimientos como mínimo debe realizar el caballo para cubrir cada una de las casillas de la cuadrícula de 3 × 4 que se muestra en la figura 2; describe el tipo de movimientos que realiza e indica sus nombres.

Ficha
4

Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Leemos tablas y diversos textos que contengan valores de medidas de tendencia central (media, mediana, moda); empleamos estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos, así como para determinar la mediana, la moda y la media de los datos discretos. Asimismo, justificamos con nuestros conocimientos estadísticos las características de una muestra de la población.

Una buena toma de decisión

El entrenador de básquet de una institución educativa debe elegir a uno de los dos deportistas que están en la banca para que ingrese al campo en un partido decisivo durante los Juegos Deportivos Escolares Nacionales. Para tomar la decisión, consulta una tabla con la puntuación de cada uno de ellos en los partidos anteriores.

©Shutterstock

Los puntos anotados por cada deportista en los cinco últimos partidos figuran en la siguiente tabla:

Partido / Deportista	1.°	2.°	3.°	4.°	5.°
Pablo	14	14	10	6	20
Claudio	12	16	13	15	14

1. ¿Cuál de los deportistas debería ingresar al partido decisivo y por qué?

Comprendemos el problema

1. ¿A cuántos deportistas debe seleccionar el entrenador?

2. ¿A cuántos partidos corresponden los puntajes de cada deportista?

3. ¿Qué te pide hallar en la pregunta de la situación?

4. ¿Qué son las medidas de tendencia central?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe los procedimientos que realizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Ordena de forma creciente los puntajes que obtuvieron Pablo y Claudio en los cinco partidos.

2. La moda (Mo) es el valor de la variable que más se repite, es decir, el valor que tiene mayor frecuencia. Calcula la moda de las puntuaciones que obtuvo cada deportista.

3. El valor que se encuentra en el centro de una secuencia ordenada de un número impar de datos se denomina mediana (Me). Si la muestra tiene un número par de datos, la mediana (Me) es el promedio aritmético de los dos datos centrales. Calcula la mediana de las puntuaciones que obtuvo cada deportista.

4. La media aritmética ($\overline{x}$) es el promedio de los datos. Se obtiene al dividir la suma de los datos de la muestra por el número de datos. Calcula la media aritmética de las puntuaciones que obtuvo cada deportista.

5. Organiza en la siguiente tabla los valores de la media aritmética, la mediana y la moda que calculaste.

Deportistas / Medidas de tendencia central	Pablo	Claudio
Media aritmética		
Mediana		
Moda		

6. Describe lo que observas en los resultados de la tabla.

7. ¿A qué deportista elegiría el entrenador para el partido decisivo? Explica.

Reflexionamos sobre el desarrollo

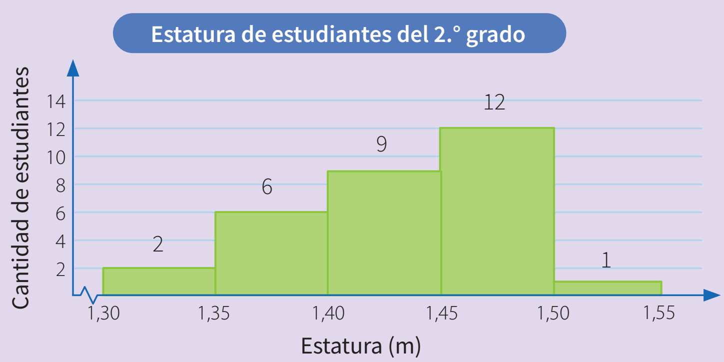
1. De acuerdo con tu respuesta a la pregunta 7 de *Ejecutamos la estrategia o plan*, ¿por qué no escogió al otro deportista? Justifica tu respuesta.

Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de la muestra de una población asociándolas a variables cuantitativas discretas y continuas, así como el comportamiento de los datos de la muestra, mediante histogramas y medidas de tendencia central; leemos tablas de frecuencias y diversos textos que contengan valores de medidas de tendencia central (media, mediana, moda).

Situación A

Luego de medir la estatura de los estudiantes del 2.° grado, los datos se agruparon en cinco intervalos y la estatura se representó mediante un histograma.



a. ¿A cuántos estudiantes se midió la estatura?

b. ¿Cuántos estudiantes tienen estatura mayor o igual que 1,40 m?

c. ¿Qué porcentaje de los estudiantes tiene estatura mayor o igual que 1,40 m, pero menor que 1,50 m?

d. Calcula el promedio de estaturas.

Resolución

a. Para saber a cuántos estudiantes se midió la estatura, damos lectura al histograma donde se observa que:

La cantidad de estudiantes con estaturas en el intervalo [1,30; 1,35[son 2.

La cantidad de estudiantes con estaturas en el intervalo [1,35; 1,40[son 6.

La cantidad de estudiantes con estaturas en el intervalo [1,40; 1,45[son 9.

La cantidad de estudiantes con estaturas en el intervalo [1,45; 1,50[son 12.

La cantidad de estudiantes con estaturas en el intervalo [1,50; 1,55] es 1.

Por lo tanto, la cantidad de estudiantes es: $2 + 6 + 9 + 12 + 1 = 30$

b. Cantidad de estudiantes que tienen mayor o igual estatura que 1,40 m: $9 + 12 + 1 = 22$

c. Porcentaje de estudiantes que tienen estatura mayor o igual que 1,40 m, pero menor que 1,50 m.

Primero sumamos: 9 + 12 = 21

Operando para calcular el porcentaje: $\frac{21}{30} \times 100 = 70\ \%$

d. Para calcular el promedio de la estatura de los estudiantes, elaboramos una tabla de frecuencias, considerando intervalos de clase ($[L_i; L_s[$) , marcas de clase (X_i) y frecuencias absolutas.

La marca de clase (X_i) es la semisuma de los límites del intervalo de clase, es decir, para el primer intervalo:

$$X_1 = \frac{1,30 + 1,35}{2} = 1,325$$

Se multiplica cada marca de clase por su frecuencia, para calcular el aporte de la clase al total, por ejemplo: 1,325 × 2 = 2,65

La tabla de frecuencias queda así:

Estatura (m) $[L_i; L_s[$	X_i	f_i	$f_i \cdot X_i$
[1,30; 1,35[	1,325	2	2,65
[1,35; 1,40[	1,375	6	8,25
[1,40; 1,45[	1,425	9	12,83
[1,45; 1,50[	1,475	12	17,70
[1,50; 1,55]	1,525	1	1,53
Total		**30**	**42,95**

La media aritmética ($\overline{x}$) para datos agrupados se calcula dividiendo la suma de los productos $f_i \cdot X_i$ entre el número de datos *n*.

$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(f_i \cdot X_i)}{n}$, donde $\sum_{i=1}^{n}(f_i \cdot X_i)$ expresa la suma de los productos de $f_i \cdot X_i$.

Dividimos entre el número de datos $n = 30$: $\overline{x} = \frac{42,95}{30} = 1,43$

Por lo tanto, el promedio de estatura es de 1,43 m.

1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a las preguntas de la situación.

2. ¿Por qué es importante elaborar una tabla de frecuencias cuando se tiene datos agrupados?

Situación B

Una empresa de calzado anotó las tallas de zapatos de treinta de sus clientes:

38	42	35	23	24	43
22	36	37	20	32	35
40	21	41	42	24	38
40	38	30	34	42	28
42	36	38	24	30	28

¿Entre qué tallas calza la mayor cantidad de clientes?

Resolución

Seguimos los siguientes pasos:

a. Determinamos el número de intervalos (k) con la ecuación $k = \sqrt{n}$, donde *n* es el número de datos:

$$k = \sqrt{30} \approx 5{,}48, \text{ entonces } k = 5$$

b. Encontramos el rango o recorrido R:

$$R = \text{dato mayor} - \text{dato menor}$$

$$R = 43 - 20 = 23$$

c. Determinamos la amplitud del intervalo A:

$$A = \frac{R}{k} = \frac{23}{5} = 4{,}6$$

Redondeando al entero la amplitud será: A = 5

d. Formamos el primer intervalo:

Límite inferior: $L_i = 20$

Límite superior: $L_s = 20 + 5 = 25$

Primer intervalo: [20; 25[

e. Elaboramos la tabla de frecuencias.

$[L_i; L_s[$	f_i
[20; 25[	7
[25; 30[	2
[30; 35[	4
[35; 40[	9
[40; 45]	8
Total	30

Respuesta:

La mayor cantidad de clientes se encuentra en el cuarto intervalo de la tabla. Decimos que [35; 40[es el intervalo modal.

1. Describe el procedimiento seguido para dar respuesta a la pregunta de la situación.

2. Considerando los datos de la tabla, calcula el promedio de las tallas de zapatos.

3. Interpreta el valor obtenido en la pregunta anterior.

Situación C

En la siguiente tabla se muestran las temperaturas máximas en grados Celsius registradas durante el mes de febrero en una ciudad de la costa norte del país.

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Temperatura (°C)	31	30	30	30	29	29	29	28	28	29	32	30	29	30	31	30	30	29	31	28	27	30	31	30	31	32	32	30

Elabora la tabla de frecuencias para datos no agrupados y determina los valores:

a. del promedio ($\overline{x}$).   b. de la mediana (Me).   c. de la moda (Mo).

Aprendemos a partir del error

Resolución

Elaboramos la tabla de frecuencias para datos no agrupados. Para ello, se realiza el conteo de las temperaturas que se repiten de menor a mayor:

Temperatura máxima (°C)	f_i	F_i
27	1	1
28	3	4
29	6	10
30	10	20
31	5	25
32	3	28
Total (n)	**28**	

a. Se determina el promedio de las temperaturas máximas:

$$\overline{x} = \frac{27(1) + 28(4) + 29(10) + 30(20) + 31(25) + 32(28)}{28}$$

$$\overline{x} = \frac{27 + 112 + 290 + 600 + 775 + 896}{28} = 96{,}46$$

b. Son 28 datos, la mitad de la muestra es 14 datos. Para saber cuándo estamos en la mitad de la muestra, buscamos en la tabla para qué temperatura se han acumulado 14 datos.

Para T = 29 °C, $F_3 = 10$, faltan.

Para T = 30 °C, $F_4 = 20$, ya se acumuló la mitad de los datos.

La mediana es 30 °C, significa que la mitad de los días la temperatura será menor o igual que 30 °C y la otra mitad será mayor o igual que esa temperatura.

c. Ahora se determina el valor de la moda. Para ello, se observa en la tabla de frecuencias que la temperatura que más se repite es 30 °C.

Por lo tanto, la moda de las temperaturas es:

Mo = 30 °C

1. Revisa el procedimiento para hallar el promedio (media aritmética). Si estuviera errado, ¿cuál sería el resultado?

2. Revisa el procedimiento para hallar la mediana. Si estuviera errado, ¿cuál sería el resultado?

3. Revisa el procedimiento para hallar la moda. Si estuviera errado, ¿cuál sería el resultado?

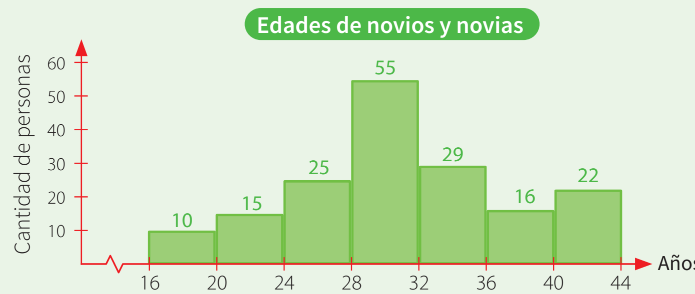
4. Ordena los valores de la temperatura máxima de forma creciente. Comprueba que la mediana es un valor central.

5. Considerando la tabla de frecuencias, comprueba que la mitad de los datos son menores o iguales que la mediana.

Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de la muestra de una población asociándolas a variables cualitativas nominales o cuantitativas discretas, así como el comportamiento de los datos de la muestra, mediante histogramas y medidas de tendencia central; leemos tablas de frecuencias y textos que contengan valores de medidas de tendencia central y empleamos estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos, así como para determinar la mediana, la moda y la media de los datos discretos. Asimismo, justificamos con nuestros conocimientos estadísticos las características de una muestra de la población.

1. El histograma de frecuencias muestra las edades de novios y novias que contrajeron matrimonio en la municipalidad de un distrito. Según el gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta?



a) Más de la mitad de las personas que contrajeron matrimonio tienen más de 24 años y menos de 36 años.
b) 55 personas que contrajeron matrimonio tienen la mayor edad registrada.
c) Menos del 10 % de las personas que contrajeron matrimonio tienen más de 16 años y menos de 20 años.
d) El histograma registra las edades de 172 personas que contrajeron matrimonio en ese distrito.

2. Para saber si la nota obtenida por un estudiante en un examen de Matemática se encuentra entre la mitad de notas más altas del aula o entre la mitad más baja, debemos tomar como referencia una calificación que marca la separación entre las mitades. Las notas obtenidas son:

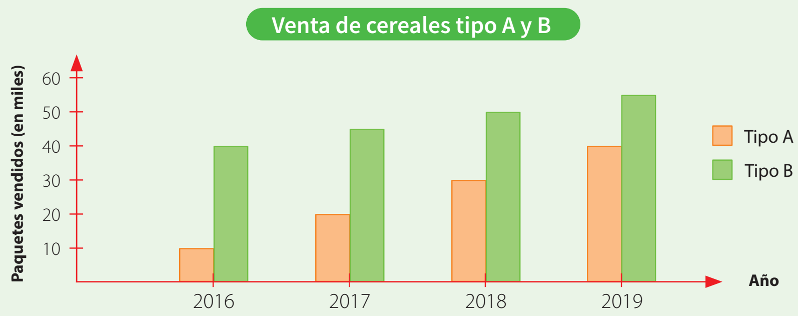
08	14	15	18	10	10	09	11	13
14	15	08	09	10	14	12	15	18
20	16	10	11	16	18	08	13	18

¿Cuál es esa calificación que servirá como referencia?

a) 14 b) 8 c) 11 d) 13

3. El gráfico muestra la venta de dos tipos de cereales, A y B, durante 4 años. Si las tendencias en la venta continuarán durante los próximos 10 años, ¿en qué año la venta de los cereales A será igual a la venta de los cereales B?

a) 2020 b) 2021 c) 2022 d) 2023



4. La Municipalidad de Ambo organiza una charla sobre el cuidado del medio ambiente, a la que asistieron estudiantes de distintas edades, según se muestra en la tabla adjunta.

Edad (años)	Cantidad de jóvenes
11	12
12	15
13	13
14	16
15	8

Determina el valor de la mediana y de la moda, luego interpreta el significado de dichos resultados.

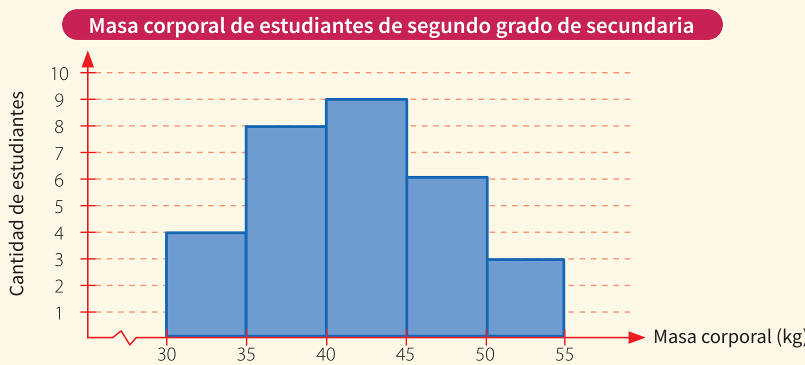
5. La posta médica registró las edades de 30 de sus pacientes geriátricos. Con estos datos construyeron una tabla de frecuencias.

Completa la tabla y determina el porcentaje de pacientes que tienen al menos 72 años de edad.

Edad (años) $[L_i; L_s[$	X_i	f_i	h_i	h_i %
[54; 60[	57	9	0,3	30 %
[60; 66[	63			
[66; 72[	69	5	0,17	
[72; 78[	75	4	0,13	13 %
[78; 84]	81	6		
Total		30	1	100 %

a) 50 % b) 33 % c) 13 % d) 67 %

6. El profesor de Educación Física representó en el siguiente gráfico la masa corporal (MC) de estudiantes de segundo grado de secundaria:



¿Cuál de las siguientes tablas corresponde a los datos del gráfico?

a)

MC (kg) $[L_i; L_s[$	Cantidad de estudiantes
[30; 35[	3
[35; 40[	4
[40; 45[	6
[45; 50[	8
[50; 55]	9

b)

MC (kg) $[L_i; L_s[$	Cantidad de estudiantes
[30; 35[	4
[35; 40[	12
[40; 45[	21
[45; 50[	27
[50; 55]	30

c)

MC (kg) $[L_i; L_s[$	Cantidad de estudiantes
[30; 35[	30
[35; 40[	35
[40; 45[	40
[45; 50[	45
[50; 55]	50

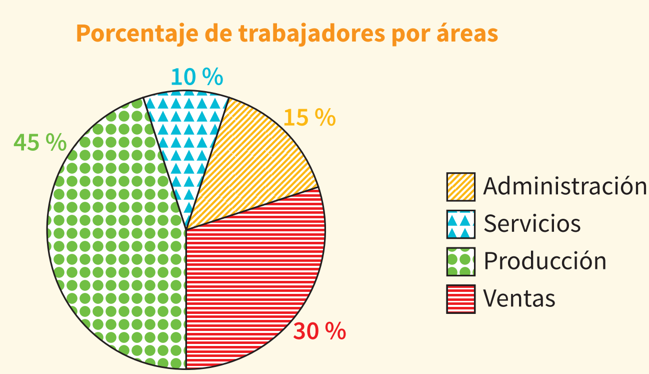
d)

MC (kg) $[L_i; L_s[$	Cantidad de estudiantes
[30; 35[	4
[35; 40[	8
[40; 45[	9
[45; 50[	6
[50; 55]	3

7. En una empresa de embutidos, los trabajadores se distribuyen en diferentes áreas de trabajo, tal como muestra el gráfico:

a) Comprueba que en la sección de producción hay mayor cantidad de trabajadores que en las otras secciones de la empresa.

b) Si en la empresa hay un total de 120 trabajadores, ¿cuál es el promedio de trabajadores por área de trabajo?



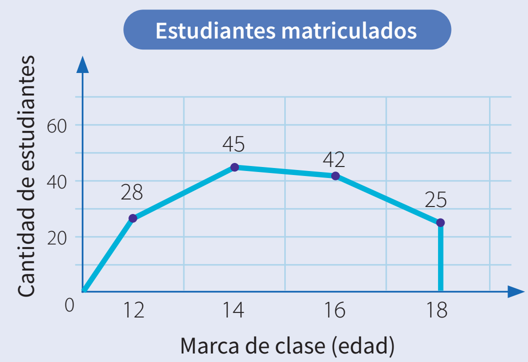
8. Luego de procesar los datos de la encuesta realizada sobre la edad de los estudiantes matriculados para el presente año en la institución educativa del distrito de San Jerónimo, se obtuvo la siguiente tabla de distribución de frecuencias:

Edad (años) $[L_i; L_s[$	X_i	f_i
[11; 13[	12	28
[13; 15[	14	45
[15; 17[	16	42
[17; 19]	18	25
Total	**30**	**140**

Identifica y marca el o los gráficos que no representan las características de la muestra. Explica por qué.

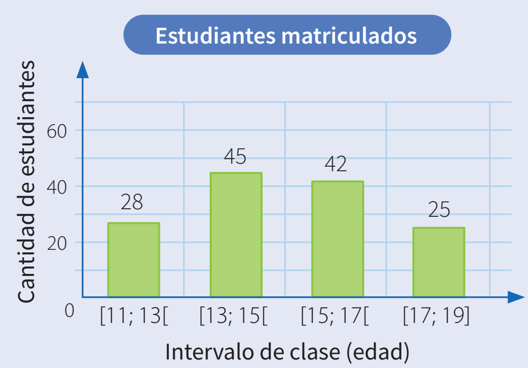
a)

b)



c)

d)



9. Los estudiantes del 2.° grado participan como voluntarios en la organización de un campeonato. A partir del año de nacimiento que figura en el DNI, calculan la edad de los 30 jóvenes que integran el equipo de fútbol y obtienen los siguientes resultados:

16	18	17	19	17	17	19	18	20	18
16	20	17	16	20	17	16	17	16	20
20	17	19	20	16	19	18	17	16	18

Expresa la edad del grupo mediante las medidas de tendencia central (mediana, media y moda, respectivamente).

a) 17,8; 17; 17,5 b) 17,8; 17,5; 17 c) 17,5; 17,8; 17 d) 18; 18; 16

10 Un estudio socioeconómico registró el salario mensual de un grupo de padres de familia de una sección de segundo grado de secundaria:

S/1700	S/2300	S/1000	S/1250	S/1000
S/1300	S/1250	S/1000	S/1700	S/1000
S/1700	S/2300	S/1000	S/2000	S/1000
S/1300	S/1250	S/1000	S/1250	S/1000
S/1250	S/2300	S/1000	S/1000	S/1700

Calcula cuántos padres de familia perciben un salario menor que la mediana de este grupo. Justifica tu respuesta.

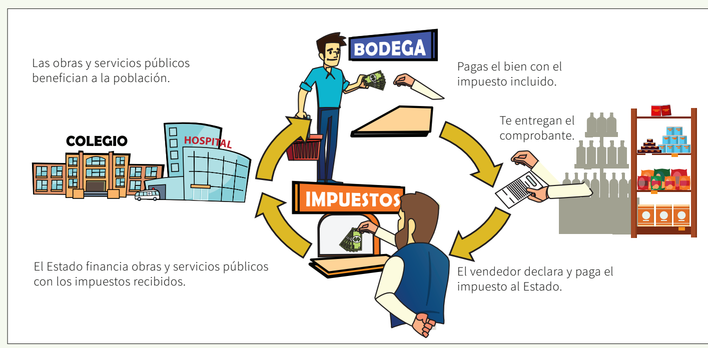
Ficha
5

Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos con lenguaje numérico el significado del IGV en transacciones financieras y comerciales, empleamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con porcentajes y simplificar procesos usando propiedades de los números y las operaciones.

Promovemos el pago de impuestos

Es importante pedir o emitir el comprobante de pago (factura o boleta de pago) con el fin de evitar la evasión del impuesto general a las ventas (IGV), 18 % que se paga por la compra de un producto o servicio. Con este dinero, el Estado puede obtener recursos para brindar educación, salud, seguridad, justicia, obras públicas, entre otros beneficios.



©Shutterstock

PUNTO DE VENTA
PSJE - LAS BRISAS - HUARAL
TEL: 246-1117
R.U.C. 12347654454

FACTURA N° 001 - 000009

Caja Predeterminada

Cliente: PÚBLICO EN GENERAL 11/06/2017
Usuario: ADMINISTRADOR 11:04:17 a.m.

CANT.	DESCRIPCIÓN		IMPORTE
1	ACEITE PREMIUM ENVASE X 1 LT	X	7,50
2	ACEITE DE OLIVA EXTRA VIRGEN ENVASE X 500 ML	X	39,80
	SUBTOTAL	S/	47,30
	IGV	S/	
	TOTAL		

SON:

María tiene que informar sobre el gasto en su compra, pero su factura sufrió un deterioro; sin embargo, ella recuerda que pagó el precio de costo de los productos más el IGV.

1. ¿Cuánto pagó de IGV en esta compra?

2. ¿Cuánto fue el precio total que pagó María en la factura?

Comprendemos el problema

1. De acuerdo con el ticket de factura, ¿qué productos se compraron?

2. De acuerdo con el ticket de factura, ¿cuánto cuesta cada uno de los productos?

3. ¿Qué significa IGV?

4. ¿Cuál es el valor del IGV en porcentaje?

5. ¿Qué te piden calcular en la pregunta de la situación?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe los procedimientos que realizarías para calcular cuánto se pagó por concepto de IGV y el incremento del total con respecto al subtotal.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Expresa el valor del IGV en porcentaje y el subtotal de la factura.

2. Realiza la operación que permite hallar el valor del IGV. Debes utilizar el dato del subtotal de la factura.

3. ¿Cuánto pagó de IGV en esta compra? Responde la primera pregunta de la situación.

4. ¿Qué debes hacer para hallar la cantidad de dinero que pagó María?

5. Realiza la operación necesaria para hallar el monto total de la factura.

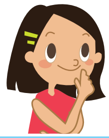
6. ¿Cuál fue el precio total que pagó María en la factura? Responde la segunda pregunta de la situación.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué parte del procedimiento tuviste mayores dificultades? ¿Por qué?

2. ¿Cómo superaste la dificultad o dificultades que tuviste durante el procedimiento?

3. Si compras un par de zapatillas por S/120 con IGV incluido, ¿cuál es su precio sin incluir el IGV?

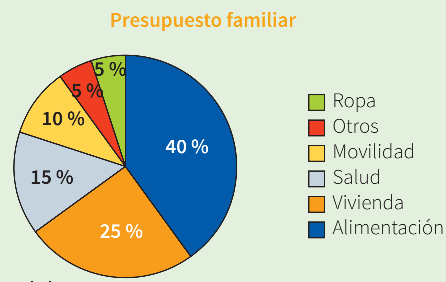


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen aumentos y descuentos porcentuales sucesivos. También representamos con lenguaje numérico nuestra comprensión sobre la equivalencia entre aumentos o descuentos porcentuales, en problemas sobre transacciones financieras y comerciales. Asimismo, justificamos con nuestros conocimientos matemáticos las equivalencias entre descuentos porcentuales y corregimos errores si los hubiera.

Situación A

El papá y la mamá de José tienen un presupuesto familiar de S/3000 para diferentes gastos en bienes y servicios del hogar, distribuidos tal como se muestra en el siguiente diagrama:



Determina:

a. La cantidad de dinero presupuestado para los diferentes bienes y servicios.

b. El dinero que se gasta en desayuno, almuerzo y cena. Se sabe que estos gastos representan el 30 %, 50 % y 20 %, respectivamente, del monto presupuestado para alimentos.

c. El monto que se paga por alquiler de casa, sabiendo que representa el 80 % del presupuesto destinado para vivienda y que el resto es para los servicios de luz y agua.

d. El monto que se paga por el servicio mensual de luz y agua.

Resolución

a. Para hallar la cantidad de dinero presupuestado para bienes y servicios, cambiamos la representación porcentual a fraccionaria.

Rubros	%	Fracción	Pago por servicio (S/)
Ropa	5 %	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{100} \times 3000 = 150$
Alimentación	40 %	$\frac{40}{100}$	$\frac{40}{100} \times 3000 = 1200$
Vivienda	25 %	$\frac{25}{100}$	$\frac{25}{100} \times 3000 = 750$
Salud	15 %	$\frac{15}{100}$	$\frac{15}{100} \times 3000 = 450$
Movilidad	10 %	$\frac{10}{100}$	$\frac{10}{100} \times 3000 = 300$
Otros	5 %	$\frac{5}{100}$	$\frac{5}{100} \times 3000 = 150$

b. Calculamos el dinero que se gasta en desayuno (D), almuerzo (A) y cena (C):

$$D=\frac{30}{100}\times 1200=360;\ A=\frac{50}{100}\times 1200=600 \text{ y } C=\frac{20}{100}\times 1200=240$$

En la alimentación se gasta: S/360 en el desayuno, S/600 en el almuerzo y S/240 en la cena.

c. Calculamos el monto a pagar por alquiler:

$$\frac{80}{100} \times 750 = 600$$

d. Calculamos el monto a pagar por los servicios de luz y agua:

$$\frac{20}{100} \times 750 = 150$$

1. ¿Por qué 5 % es equivalente a la fracción 5/100? Representa con un gráfico y pinta la parte que corresponde.

2. Explica por qué para calcular el 40 % de 3000 hay que realizar la operación: $\frac{40}{100} \times 3000$.

3. Explica por qué un porcentaje se puede aplicar a otro porcentaje, como en las partes b) y c) de la resolución del problema.

4. ¿Es posible calcular una fracción de otra fracción? Menciona un ejemplo.

Situación B

Una tienda de artefactos importa lavadoras por mayor y las vende a S/960 cada una. Adicionalmente, el cliente puede contratar el servicio técnico hasta por dos años. El servicio técnico del primer año incrementa el costo de una lavadora en 20 % de su precio y el servicio técnico del segundo año genera un aumento del 25 % del costo.

a. ¿Cuál es el costo de la lavadora con el servicio técnico del primer año?

b. ¿Cuál es el costo de la lavadora con servicio técnico hasta el segundo año?

c. ¿Cuánto es el costo del servicio técnico de dos años?

d. ¿Qué porcentaje del servicio representa?

Resolución

a. Determinamos el costo de la lavadora con servicio técnico durante el primer año.

Precio: S/ 960

El costo de servicio técnico es el 20 % de 960; es decir,

$$\frac{20}{100} \times 960 = 192$$

Con un año de servicio: 960 + 192 = 1152 soles

b. Determinamos el costo de la lavadora con un año más de servicio técnico.

Con un año de servicio: S/1152

El incremento es el 25 % de 1152; es decir,

$$\frac{25}{100} \times 1152 = 288$$

Con dos años de servicio: 1152 + 288 = 1440 soles

c. Determinamos el costo del servicio técnico por dos años:

192 + 288 = 480 soles

Porcentaje del precio:

$$\frac{480}{960} \times 100\ \% = 50\ \%$$

d. Si se desea mantener el servicio técnico por dos años, el costo de la lavadora se incrementa en el 50 % de su precio.

Comprobación:

150 % de 960 soles es $\frac{150}{100} \times 960 = 1440$ soles

El precio incrementado en ambos casos es S/1440, lo que verifica la respuesta.

1. Expresa el 20 % en forma fraccionaria y verifica el valor del primer incremento.

2. ¿Aumentar en forma sucesiva 20 % y 25 % es lo mismo que aumentar 45 %? Justifica tu respuesta con un ejemplo.

3. Determina a qué aumento único corresponde el aumento sucesivo 30 % + 35 %.

4. En la vida real, ¿por qué es necesario calcular el aumento porcentual sucesivo?

Situación C

Durante la semana del descuento y la moda, las prendas de vestir de jóvenes se venderán con un descuento del 20 %. Si se compran por mayor ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, o 1 docena), tendrán un descuento adicional de 20 % sobre el precio rebajado.

Prenda de vestir	Precio (S/)
Pantalón jean hombres	90
Pantalón jean mujeres	80
Polo de mujer manga corta	25
Polo de mujer manga larga	35
Polo de hombre manga larga	40
Polo de hombre manga corta	30
Casaca de hombre color entero	160

Ana compra para ella 3 pantalones jean, 3 polos manga corta y 3 polos manga larga. Juan compra para él 3 pantalones, 3 polos manga larga, 3 polos manga corta y una casaca.

¿Cuánto gasta cada uno en ropa?

Aprendemos a partir del error

Resolución

Seguimos los siguientes pasos:

- Determinamos los gastos realizados por Ana y completamos los datos de la siguiente tabla:

Cantidad de prendas	Valor de la compra (S/)	Rebaja (S/)	Valor con rebaja (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	240	48	192	48	144
3 polos manga larga	105	21	84	21	63
3 polos manga corta	75	15	60	12	48
Total	**420**				**255**

Ana ha gastado S/255.

- Determinamos los gastos realizados por Juan y completamos los datos de la siguiente tabla:

Cantidad de prendas	Valor de la compra (S/)	Rebaja (S/)	Valor con rebaja (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	270	54	216	54	162
3 polos manga larga	120	24	96	24	72
3 polos manga corta	90	18	72	18	54
1 casaca	160	32	128	-	128
Total	**570**				**416**

Juan ha gastado S/416.

1. ¿Cuántas veces se hace el descuento en el valor de la compra de tres pantalones?

2. ¿Qué significa descontar el 20 % adicional sobre el precio ya rebajado?

3. Calcula el valor final de los 3 pantalones que ha comprado Ana. ¿Coincide con los datos de la tabla?

4. Si no coincide, verifica los valores finales. Completa los datos en las siguientes tablas y determina cuánto gastaron Ana y Juan.

Cantidad de prendas (Ana)	Valor de la compra (S/)	Rebaja (S/)	Valor rebajado (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	240				
3 polos manga larga	105				
3 polos manga corta	75				
Total	**420**				

Cantidad de prendas (Juan)	Valor de la compra (S/)	Rebaja (S/)	Valor rebajado (S/)	Rebaja sobre rebaja (S/)	Valor final (S/)
3 pantalones	270				
3 polos manga larga	120				
3 polos manga corta	90				
1 casaca	160				
Total	**570**				

La tabla considera los descuentos sucesivos cuando la compra es de, por lo menos, tres prendas. Por lo tanto:

Ana gasta ....

Juan gasta ....

Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen aumentos y descuentos porcentuales sucesivos. También representamos con lenguaje numérico el significado del IGV, en transacciones financieras y comerciales, y empleamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con porcentajes, así como para simplificar procesos usando propiedades de los números y las operaciones. Asimismo, justificamos con nuestros conocimientos matemáticos las equivalencias entre descuentos porcentuales y corregimos errores si los hubiera.

1. Joaquín quiere comprar una moto que cuesta S/15 222, incluido el 18 % del IGV. ¿Cuánto es el costo de la moto sin IGV?

a) S/12 900 b) S/13 900 c) S/10 900 d) S/11 900

2. María dice que si vendiera su pulsera a 40 % menos de su valor, esta costaría S/12. ¿Cuál es el precio real de la pulsera?

a) S/80 b) S/30 c) S/50 d) S/20

3. Un automóvil cuesta $20 000. Si después de un año su precio se reduce en 20 % y al año siguiente, en 10 %, ¿cuál será su nuevo valor?

a) $12 000 b) $14 400 c) $15 000 d) $16 500

4. En una tienda de ropa de moda, los precios de polos de algunas marcas tienen un descuento solo por hoy, pero mañana se incrementarán en los porcentajes que se indican en la siguiente tabla.

a) ¿Cuál será el precio final de cada producto hoy y mañana?

b) Si compras polos, uno de cada marca, ¿te conviene comprar hoy o mañana? Justifica tu respuesta.

Marca	Precio	Descuento por hoy	Precio final hoy	Aumento mañana	Precio final mañana
Tyfy	S/30	10 %		3 %	
Silve	S/40	5 %		2 %	
Genuino	S/35	10 %		3 %	
Peruano	S/50	15 %		5 %	
Elegante	S/45	20 %		4 %	
Moda	S/20	12 %		2 %	
Total					

5. Gabriela quiere comprarse un vestido que cuesta S/260. Sin embargo, a ella le falta el 30 % del dinero que tiene. ¿Cuánto dinero tiene Gabriela?

a) S/140 b) S/178 c) S/182 d) S/200

6. En una tienda comercial anuncian dos descuentos sucesivos del 20 % y 20 % en todos los electrodomésticos. ¿A qué descuento único equivale?

a) 40 % b) 45 % c) 36 % d) 30 %

7. En una tienda A, se vende un televisor a S/1230,50 más un descuento de 20 %. La tienda B vende el mismo televisor con igual precio más dos descuentos, uno de 10 % seguido de otro también de 10 %. ¿Cuál de las dos tiendas lo vende más barato? ¿Por qué?

8. El arroz en el mercado ha bajado 20 %, pero para el próximo mes se prevé un aumento de 10 %. ¿Cuánto variará el precio con respecto al valor inicial?

a) Aumenta en 12 %. b) Disminuye en 10 %. c) Aumenta en 10 %. d) Disminuye en 12 %.

9. Santiago aprovecha la liquidación de una tienda de deportes para comprar un par de zapatillas con un 30 % de descuento. Si Santiago pagó S/140, ¿cuál es el descuento recibido?

a) S/60 b) S/42 c) S/84 d) S/98

10. Comprueba si las siguientes afirmaciones son verdaderas:

- Si se reduce el precio de un artículo en 20 % y después aumentamos en 25 %, ¿volvemos al precio inicial? Justifica con un ejemplo.
- Si se reduce el precio de un artículo en 10 % y después aumenta en 10 %, ¿volvemos al precio inicial? Justifica con un ejemplo.

Ficha 6

Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y valores desconocidos, y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas que incluyen la regla de formación de progresiones aritméticas. Asimismo, empleamos estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas de progresión aritmética.

Economizamos con el gas natural

Cada vez serán más los peruanos que empiecen a disfrutar de las ventajas de contar con gas natural (GN) en sus hogares. Una compañía de gas tiene un plan de expansión, que consiste en ampliar la cobertura en todos los distritos de Lima. Por ello, el primer día de noviembre empezaron las instalaciones en 2 viviendas; el segundo día instalaron gas en 5 viviendas; el tercer día, en 8 viviendas; el cuarto día, en 11 viviendas, y así continuó ampliándose el proyecto.

©Shutterstock

A partir de esta información:

1. Encuentra un patrón para averiguar la cantidad de viviendas que tienen gas natural según los días transcurridos.
2. ¿Cuántas viviendas recibieron gas natural desde el 1 hasta el 15 de noviembre?

Comprendemos el problema

1. ¿De qué datos se dispone en la situación? Explica.

2. ¿Qué te piden hallar en las preguntas de la situación?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que seguirías para dar respuesta a las preguntas de la situación.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Organiza los datos en la siguiente tabla:

Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Cantidad de viviendas con gas	2	5	8												

2. ¿Cuál es la razón de la progresión generada por la cantidad de viviendas con gas por día?

3. Considerando la razón, expresa la cantidad de viviendas con gas en el primer día.

4. Considerando la cantidad de viviendas con gas del primer día y la razón, expresa la cantidad de viviendas en las que se instaló gas el segundo día.

5. Considerando la cantidad de viviendas con gas del primer día y la razón, expresa la cantidad de viviendas en las que se instaló gas el tercer día.

6. Considerando la cantidad de viviendas con gas del primer día y la razón, expresa la cantidad de viviendas en las que se instaló gas el cuarto día.

7. Expresa la cantidad de viviendas en las que se instaló gas para el día n, considerando la razón y la cantidad de viviendas con gas en el primer día. Responde la primera pregunta de la situación.

8. Para dar respuesta a la segunda pregunta de la situación, puedes sumar todas las viviendas con gas día por día.

9. Para encontrar la cantidad de viviendas con gas hasta el día 15, también puedes usar la siguiente expresión matemática:

$$S_n = (a_1 + a_n)\frac{n}{2}$$

Donde:

S_n: suma de términos

a_1: primer término

a_n: último término

n: número de términos

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías usar otro procedimiento para responder las preguntas de la situación? Justifica tu respuesta.

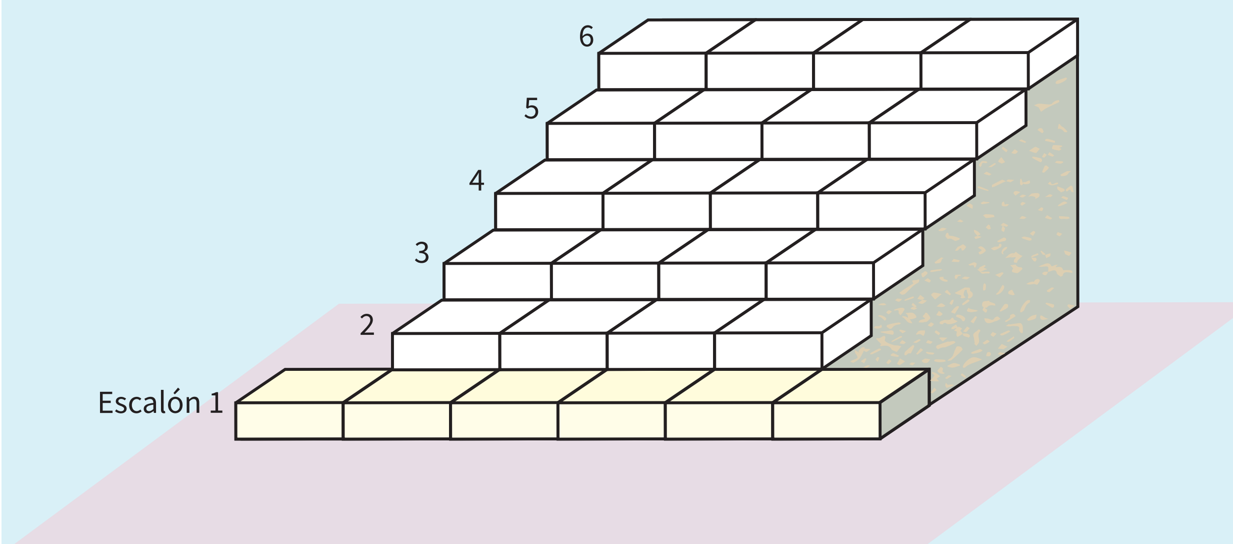
2. ¿Cuántas viviendas con gas habrá hasta el día 25?

Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos nuestra comprensión sobre la regla de formación de progresiones aritméticas, estableciendo relaciones entre dichas representaciones. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos la posición de un término de una progresión aritmética y su regla de formación; además, resolvemos problemas de la suma de términos de una progresión aritmética y corregimos errores si los hubiera.

Situación A

El alcalde de un distrito de Lima va a construir escaleras con bloques de cemento, como se muestra en la figura.



¿Cuántos bloques de cemento se necesitarán para construir una escalera de 240 escalones?

Resolución

Analizando la situación, se deduce lo siguiente:

Para 1 escalón: 6 bloques

Para 2 escalones: $6 + 4 = 10$ bloques

Para 3 escalones: $6 + \underline{4 + 4} = 6 + 2 \cdot 4 = 14$ bloques

Para 4 escalones: $6 + \underline{4 + 4 + 4} = 6 + 3 \cdot 4 = 18$ bloques

Para 5 escalones: $6 + \underline{4 + 4 + 4 + 4} = 6 + 4 \cdot 4 = 22$ bloques

Para calcular el término a_{240}, utilizamos:

$a_n = a_1 + (n - 1)r$

Donde

a_n: término enésimo

a_1: primer término

n: número de términos

r: razón aritmética

Luego:

$a_1 = 6$

$r = 4$

$n = 240$

$a_{240} = a_1 + (n - 1)r$

$a_{240} = 6 + 239 \cdot 4 = 962$

Respuesta:

Para poder construir 240 escalones, se necesitan 962 bloques de cemento.

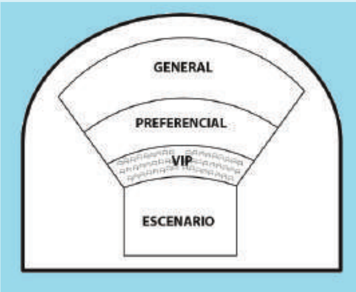
1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación.

2. ¿Puedes resolver la situación de otra forma? Justifica tu respuesta.

Situación B

Un anfiteatro tiene las características de la figura adjunta. Sus 40 filas están distribuidas de la siguiente manera: las primeras 8 filas conforman la zona VIP; las siguientes 12 filas, la zona preferencial, y las últimas 20 filas, la zona general. Si la primera fila cuenta con 20 asientos; la segunda, con 22; la tercera, con 24, y así sucesivamente:

¿Cuántos asientos hay en la zona VIP y cuántos hay en la zona preferencial?



Resolución:

Organizando los datos:

$$\underbrace{1.^a \text{ fila, } 2.^a \text{ fila, } 3.^a \text{ fila} \ldots\ldots. \ 8.^a \text{ fila,}}_{\substack{\textbf{Zona VIP} \\ \textbf{Hay 8 términos}}} \quad \underbrace{9.^a \text{ fila,} \ldots\ldots\ldots\ldots.. \ 20.^a \text{ fila,}}_{\substack{\textbf{Zona preferencial} \\ \textbf{Hay 12 términos}}} \quad \underbrace{21.^a \text{ fila,} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. \ 40.^a \text{ fila}}_{\substack{\textbf{Zona general} \\ \textbf{Hay 20 términos}}}$$

Primero calculamos los asientos de la fila 8:

$$20;\ 22;\ 24;\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ a_8$$

$$a_8 = 20 + 7(2) = 34$$

Luego, calculamos el total de asientos en la zona VIP:

$$S_8 = \left(\frac{20 + 34}{2}\right) \cdot 8 = 216$$

Respuesta:

Hay 216 asientos en la zona VIP.

El primer término en la zona preferencial es de 36 asientos que corresponde a la 9.ª fila:

$$36\ ;\ 38\ ;\ 40\ ;\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ a_{12}$$

$$a_{12} = 36 + (11)(2) = 58$$

Luego, calculamos el total de asientos en la zona preferencial:

$$S_{12} = \left(\frac{36 + 58}{2}\right) \cdot 12 = 564$$

Respuesta:

Hay 564 asientos en la zona preferencial.

1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación.

2. ¿La estrategia utilizada ayudó a responder la pregunta de la situación? Sustenta tu respuesta.

3. ¿Cómo puedes verificar el resultado?

Situación C

Un ciclista baja por una pendiente acelerando su bicicleta. En el primer segundo recorre 3 m; en el siguiente segundo, 6 m; en el tercero, 9 m; en el cuarto, 12 m; y así sucesivamente. Si llega hasta la parte baja de la pendiente en 10 segundos, encuentra la distancia total recorrida.

©Shutterstock

Aprendemos a partir del error

Resolución

Según los datos, se tiene:

En el segundo uno: 3 m

En el segundo dos: 6 m

En el segundo tres: 9 m

En el segundo cuatro: 12 m

Y así sucesivamente.

En el segundo 10, habrá recorrido:

$$a_{10} = 3 + 11(3) = 36 \text{ m}$$

Distancia total recorrida:

$$S_{10} = \left(\frac{3 + 36}{2}\right) \cdot 10 = 195$$

Respuesta:

La distancia total recorrida fue de 195 m.

1. ¿Es correcto el procedimiento utilizado para dar respuesta a la pregunta de la situación? Si hay error, corrígelo.

2. ¿Podrías dar respuesta a la pregunta de la situación de otra forma? Usa ejemplos para justificar tu respuesta.

Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y valores desconocidos, y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas que incluyen la regla de formación de progresiones aritméticas; representamos nuestra comprensión sobre la regla de formación de progresiones aritméticas, estableciendo relaciones entre dichas representaciones. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos la posición de un término de una progresión aritmética y su regla de formación; además, resolvemos problemas de la suma de términos de una progresión aritmética y corregimos errores si los hubiera.

1. Con el fin de prepararse para una carrera, un deportista comienza corriendo 3 km y aumenta 1,5 km su recorrido cada día. ¿Cuántos días tiene que entrenar para llegar a un recorrido de 15 km?

a) 5 días
b) 7 días
c) 8 días
d) 9 días

2. Una ONG tiene la finalidad de mejorar las condiciones de salud de personas en estado de pobreza. Si todos los meses se incorporan 5 personas y al final del primer mes hay 125 voluntarios, ¿cuántas personas trabajarán como voluntarios en la ONG al cabo de 2 años y medio?

a) 130 voluntarios
b) 150 voluntarios
c) 270 voluntarios
d) 345 voluntarios

3. El alquiler de una cuatrimoto durante la primera hora cuesta S/10, y S/6 más cada nueva hora. ¿Cuánto se debe pagar si el alquiler fue por 12 horas?

a) S/76
b) S/78
c) S/82
d) S/92

4. Relaciona mediante flechas la ley de formación de cada progresión aritmética.

Ley de formación	Progresión aritmética
$a_n = 3n + 4$	9, 11, 13, 15, 17, ...
$a_n = 8 - 2n$	11, 15, 19, 23, 27, ...
$a_n = 4n + 7$	6, 4, 2, ...
$a_n = 2n + 7$	7, 10, 13, 16, ...

5. Las figuras representan las estructuras químicas de derivados del benceno:

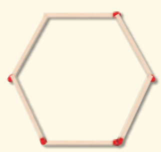


Fig. 1
Benceno

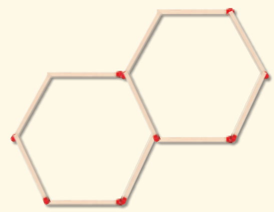


Fig. 2
Naftaleno

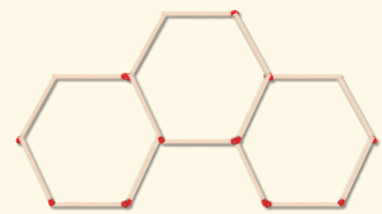


Fig. 3
Fenantreno

¿Cuántos palitos de fósforo se necesitan para formar una figura con 24 hexágonos?

a) 144 fósforos b) 130 fósforos c) 128 fósforos d) 121 fósforos

6. En un teatro, la primera fila dista del escenario en 4,5 m, mientras que la octava fila se encuentra a 9,75 m de dicho lugar. ¿A cuántos metros del escenario estará la fila 16 si la distancia entre fila y fila es la misma?

a) 14,75 m b) 15,75 m c) 17,35 m d) 18,35 m

7. A inicios del año, Juan decide ahorrar para comprar una consola de videojuegos. En enero deposita 30 soles en su alcancía y cada mes introduce la misma cantidad del mes anterior más 4 soles. ¿Cuánto dinero habrá ahorrado al finalizar el año?

8. La dosis de medicamento de un paciente es de 100 mg el primer día y 5 mg menos cada uno de los siguientes días. El tratamiento durará 12 días. ¿Cuántos miligramos del medicamento debe tomar el paciente durante todo el tratamiento?

a) 870 mg b) 640 mg c) 570 mg d) 420 mg

9. Un objeto cae de un globo aerostático que se encuentra a una altura de 2304 metros. Si se desprecia la resistencia del aire y, además, sabemos que se desplaza 16 metros en el primer segundo, 48 metros en el siguiente segundo, 80 metros en el tercer segundo, 112 metros en el cuarto, y así sucesivamente, ¿a los cuántos segundos llegará a tierra?

a) 17 segundos b) 15 segundos c) 13 segundos d) 12 segundos

10. Una empresa premia con bonos a sus diez mejores vendedores, para lo cual dispone de S/46 000. Se sabe que el décimo vendedor de la lista recibirá S/1000 y que, además, la diferencia de los bonos entre los vendedores sucesivamente clasificados es constante. Encuentra el bono para cada vendedor.

Ficha
7

Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Describimos la ubicación o el recorrido de un objeto real o imaginario y lo representamos utilizando planos o mapas a escala. También empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para describir la localización de los objetos en planos a escala, usando unidades convencionales.

El viaje familiar

Antonio y su familia fueron de paseo a la ciudad de Huancavelica. Ellos deciden visitar los lugares más conocidos de la ciudad:

A. Catedral

B. Mirador natural Cerro de Oropesa

C. Piscina de Aguas Termales San Cristóbal

D. Plaza de Armas

E. Plaza de Toros

Fuente: *Google.com/maps*

1. Si Antonio y su familia parten del punto D (plaza de Armas) para dirigirse al mirador natural Cerro de Oropesa, determina el recorrido más corto del punto D al B y del punto B al E. Describe el recorrido usando los puntos cardinales y el nombre de las calles.
2. Considera como punto de referencia la plaza de Armas y desde ella describe la ubicación de los lugares A, B, C y E usando los puntos cardinales.
3. Determina las distancias geométricas reales desde la plaza de Armas hasta los puntos A, B C y E.

Comprendemos el problema

1. ¿Qué datos son necesarios para describir el recorrido de un punto a otro punto?

2. ¿Cuántos lugares tiene que visitar la familia de Antonio?

3. ¿Qué son y para qué sirven los puntos cardinales?

4. ¿Qué nos pide describir la situación?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación.

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Describe el recorrido más corto del punto D al B, utilizando las cuadras, los nombres de las calles y los puntos cardinales.

2. Utiliza las cuadras, los nombres de las calles y los puntos cardinales para describir el recorrido más corto del punto B al E.

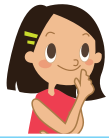
3. Describe la ubicación de los lugares A, B, C y E, usando los puntos cardinales. Considera como punto de referencia la plaza de Armas.

4. Usa una regla y mide las distancias geométricas desdel el punto D hasta los puntos A, B, C y E. Determina su distancia real usando la escala gráfica que aparece en el plano de la situación.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Por qué es importante el uso de los puntos cardinales?

2. Si quisieras describir cómo llegar de tu escuela a tu casa, ¿cómo lo harías?



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Leemos planos o mapas a escala y los usamos para ubicarnos en el espacio y determinar rutas, empleando coordenadas cartesianas. Asimismo, planteamos afirmaciones y las justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos sobre perímetros y propiedades de los objetos, y corregimos errores si los hubiera.

Situación A

Se desea pintar de amarillo el borde de toda la plaza de Armas de la ciudad del Cusco para evitar que se estacionen los autos. Según el siguiente plano, ¿cuál es el perímetro de la plaza?

Fuente: *Google.com/maps*

Resolución

Primero:

En la parte inferior derecha del plano, se indica una escala. El segmento de dicha escala mide 2 cm, que equivalen a 50 m en la medida real.

Se sabe que: 1 m ≡ 100 cm; por lo que: 50 m ≡ 5000 cm

Como 2 cm en el plano equivalen a 5000 cm en la medida real, deducimos que 1 cm en el plano equivale a 2500 cm.

Segundo:

Se sabe que la escala es 1:2500.

Al medir con la regla, el perímetro de la plaza de Armas resulta 17,2 cm, por lo que la medida será: 17,2 cm × 2500 = 43 000 cm. Para convertirlo a metros, se divide entre 100 y así se obtiene: 430 m.

1. Describe el procedimiento seguido para dar respuesta a la pregunta de la situación.

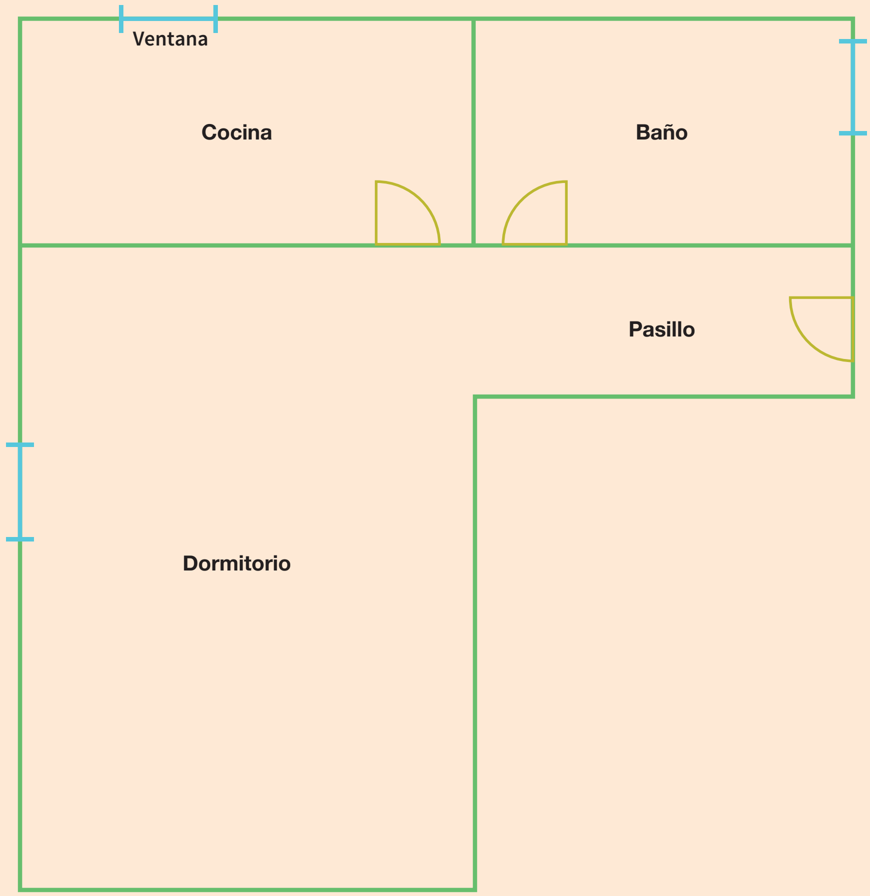
2. Describe otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación.

Situación B

La imagen representa el plano de una casa.

Se sabe que cada centímetro del plano representa 1,5 metros de la realidad.

¿Cuál es el perímetro del baño en la realidad y el perímetro real de la casa?

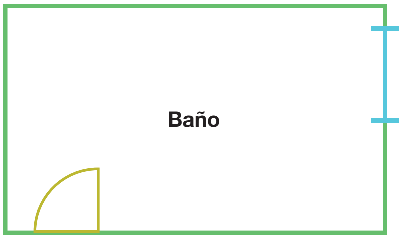


Resolución

Midiendo con una regla, el perímetro del baño es:

$3 + 3 + 5 + 5 = 16$ cm

1 cm en el plano representa en la realidad 1,5 m.



1 cm $\leftrightarrow$ 1,5 m

16 cm $\leftrightarrow x$

$$\frac{1\text{ cm}}{16\text{ cm}} = \frac{1{,}5\text{ cm}}{x}$$

$x \cdot 1 = 16 \cdot 1{,}5$ m $\rightarrow x = 24$ m

Para el hallar el perímetro de la casa, sumamos la longitud de los lados del plano, que es de 45 cm.

Planteamos una relación de proporcionalidad directa:

1 cm $\leftrightarrow$ 1,5 m

45 cm $\leftrightarrow x$

$$\frac{1\text{ cm}}{45\text{ cm}} = \frac{1{,}5\text{ m}}{x}$$

$x \cdot 1 = 45 \cdot 1{,}5$ m

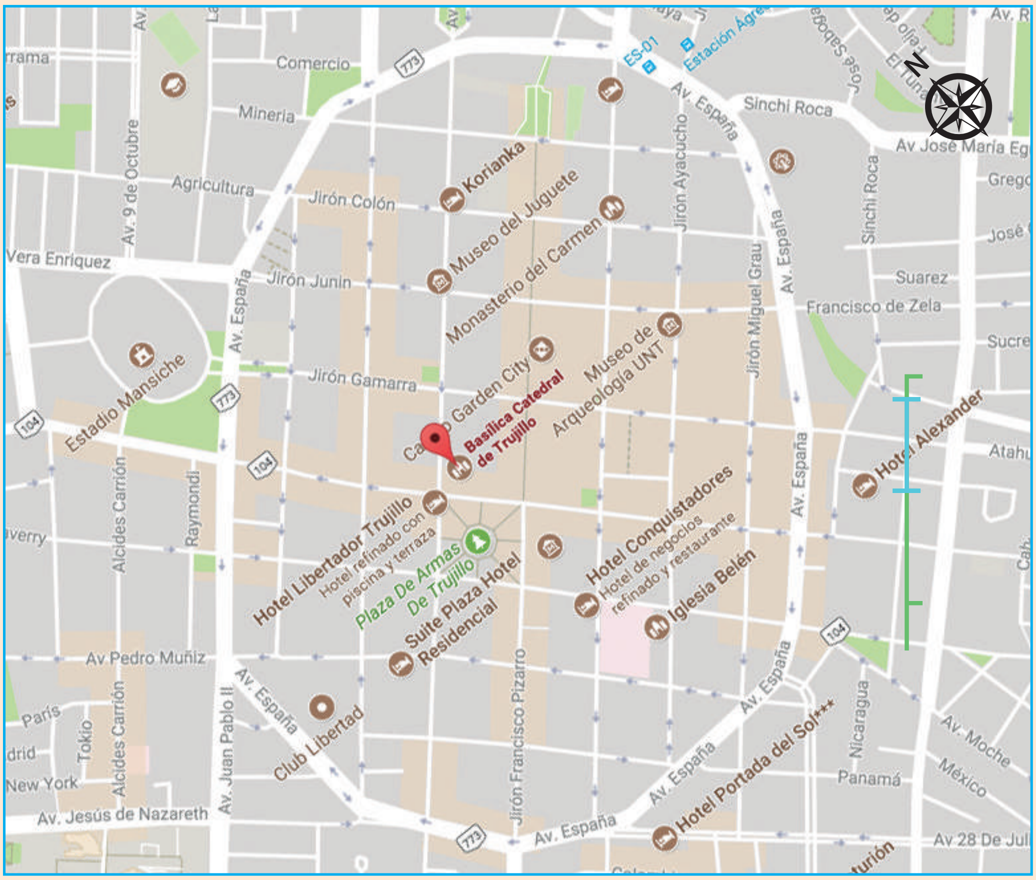
$x = 67{,}5$ m

1. Describe el procedimiento seguido para dar solución a la situación.

2. ¿De qué otra forma se puede desarrollar la situación planteada?

Situación C

Enrique vive en el cruce entre la av. España y el jr. Colón, cerca de la av. Sinchi Roca. Su primo Felipe se encuentra en la catedral de Trujillo y desea visitar el estadio Mansiche. ¿Qué indicaciones debe escribir Enrique a su primo para que llegue al estadio?



Fuente: Google.com/maps

Aprendemos a partir del error

Resolución

Enrique considera que, como Felipe se encuentra en la Basílica Catedral, entonces este es su punto de referencia. Por ello, su primer mensaje es: "Imagínate que te encuentras en una cuadrícula, tu posición es el punto de partida y esa manzana tendría coordenadas (1;1)". Luego le escribe:

"El estadio está en la posición (-4; 2) y mi casa está en la posición (-8; 2)".

Felipe conluye:

El estadio está 4 cuadras al este y 2 cuadras al norte de mi posición.

1. ¿La propuesta de solución es correcta? De no ser así, desarrolla el procedimiento que corresponde.

2. ¿Habrá otra forma de resolver el problema?

Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Describimos la ubicación o el recorrido de un objeto real o imaginario y lo representamos utilizando planos o mapas a escala. También empleamos estrategias heurísticas, recursos o procedimientos para describir la localización de los objetos en planos a escala, usando unidades convencionales. Asimismo, leemos planos o mapas a escala y los usamos para ubicarnos en el espacio y determinar rutas. Además, planteamos afirmaciones y las justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos sobre perímetros y propiedades de los objetos, y corregimos errores si los hubiera.

1. ¿Qué escala se usó para reproducir el mapa pequeño a partir del mapa grande?

a) 1:1 b) 1:2 c) 1:4 d) 1:8

Fuente: https://goo.gl/LPJLnf

2. En el mapa del Virreinato del Perú (1810), se superpuso un plano cartesiano con origen en el punto 0. ¿Cuántas ciudades se muestran en el cuarto cuadrante?

a) 4

b) 3

c) 5

d) 6

3. El siguiente plano muestra una parte del distrito de Villa El Salvador, provincia de Lima. Si se toma como punto de referencia el cruce de la av. Micaela Bastidas y la av. El Sol, ¿en qué cuadrante se ubica el Parque industrial? ¿Cuál será la coordenada del cruce de la av. Separadora Industrial con la av. José Carlos Mariátegui?

Fuente: Google.com/maps

a) I cuadrante; (8; 5)

b) II cuadrante; (8; 4)

c) I cuadrante; (5; 8)

d) II cuadrante; (5; 8)

4. Si los dos números de un par ordenado son negativos, ¿en qué cuadrante del plano cartesiano se encuentra el punto designado por ese par?

5. La distancia entre dos pueblos es de 3 km. ¿A qué distancia se encontrarán en el mapa si la escala es 1:60 000?

a) 3 cm b) 5 cm c) 4 cm d) 6 cm

6. Si el área de la cama grande es de 2 m × 2 m, ¿cuál es el área del departamento sabiendo que su largo equivale al de 5,5 camas y su ancho, al de 3,5 camas?

a) 77 m^2

b) 84 m^2

c) 92 m^2

d) 98 m^2

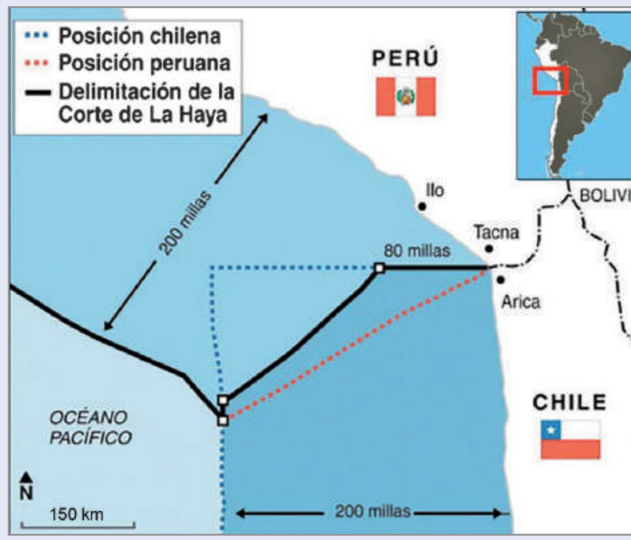
7. En un mapa de América del Sur, elaborado a escala de 1:84 000 000, la mayor distancia de norte a sur corresponde a dos puntos situados a 120 mm; y la mayor distancia de este a oeste corresponde a 100 mm, aproximadamente. ¿Cuántos kilómetros representan estas distancias?

8. En un mapa a escala 1:60 000, la distancia entre dos pueblos es de 12 cm. ¿Cuál será la distancia en la realidad?

a) 1,2 km b) 2,8 km c) 7,2 km d) 8,2 km

9. Luis ha encontrado un mapa y desea saber cuál es la escala con la que ha sido confeccionado. Ayuda a Luis a encontrar la respuesta.

a) 1:100 000
b) 1:1 000 000
c) 1:10 000 000
d) 1:100 000 000



Fuente: *https://bit.ly/2KprRbY*

10. Describe el procedimiento que seguirías para hallar la superficie en un mapa por el método de la cuadrícula.

a) ¿Cuántos cuadraditos aproximadamente puedes contar en la zona marcada?

b) Mide el lado del cuadradito. Usando la escala en el mapa, calcula el área que representa en la realidad cada cuadradito.

c) Determina el área aproximada del siguiente mapa.

Fuente: *Google.com/maps*

Ficha
8

Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace. Asimismo, expresamos con lenguaje matemático nuestra comprensión sobre el valor de la probabilidad en una situación aleatoria.

El que espera desespera

Una empresa de buses tiene salidas a Chimbote solo los fines de semana. Después de revisar el flujo de viajeros en el último año, han podido estimar la probabilidad de tener determinadas cantidades de pasajeros los fines de semana.

Mediante la siguiente tabla, la empresa plantea tener buses operativos en cantidad suficiente para atender la demanda los fines de semana. ¿Cuál es el número de pasajeros que puede esperar la empresa?

Escenario	Cantidad de pasajeros	Probabilidad del escenario
Extraordinario (feriado largo)	600	0,1
Optimista (verano, fin de mes, vacaciones, etc.)	200	0,3
Regular (trabajo)	100	0,4
Pesimista (días de neblina, manifestaciones)	50	0,2

Comprendemos el problema

1. ¿Cuándo tiene salidas la empresa de buses?

2. ¿Qué escenario es más probable para esta empresa? ¿Cómo lo sabes?

3. ¿Es alta la probabilidad de que lleguen 600 pasajeros un fin de semana cualquiera? Explica.

4. ¿Debe esta empresa mantener ómnibus disponibles para 600 pasajeros cada fin de semana? ¿Por qué sí o por qué no?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Imaginamos 10 fines de semana de acuerdo a los escenarios de la tabla de la situación. De ellos, intenta estimar:

a) ¿Cuántos fines de semana serían feriados?

b) ¿Cuántos fines de semana esperarías una demanda de 200 pasajeros?

c) ¿Cuántas veces te prepararías para recibir 800 pasajeros?

d) ¿Habría algún fin de semana en que no lleguen pasajeros?

2. Durante esos 10 fines de semana, ¿podemos estimar la cantidad total de pasajeros que viajan en feriados largos? ¿Cómo?

3. ¿Cómo calcularías la demanda total durante esos 10 fines de semana?

4. ¿Cómo calcularías la demanda que se esperaría cada fin de semana?

Ejecutamos la estrategia o plan

1. Completa la tabla para los 10 fines de semana.

Demanda por fin de semana X_i	Fines de semana f_i	Demanda $X_i \cdot f_i$
600		
200		
100		
50		
Total		

2. Según la tabla, ¿cuántos llegaron en total en uno, dos, tres y cuatro fines de semana?

3. ¿Cuántos pasajeros esperarías por cada fin de semana?

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Explica el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación.

2. Si utilizaste la media o promedio para describir la demanda por fin de semana:

a) ¿Puedes asegurar que sea la cantidad de pasajeros todas las semanas?

b) ¿Cuál es la utilidad del promedio?

Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Determinamos el espacio muestral de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace (valor decimal) y a partir de este valor identificamos si un suceso es seguro, probable o imposible. Asimismo, justificamos con nuestros conocimientos estadísticos la probabilidad de ocurrencia de sucesos en estudio y corregimos errores si los hubiera.

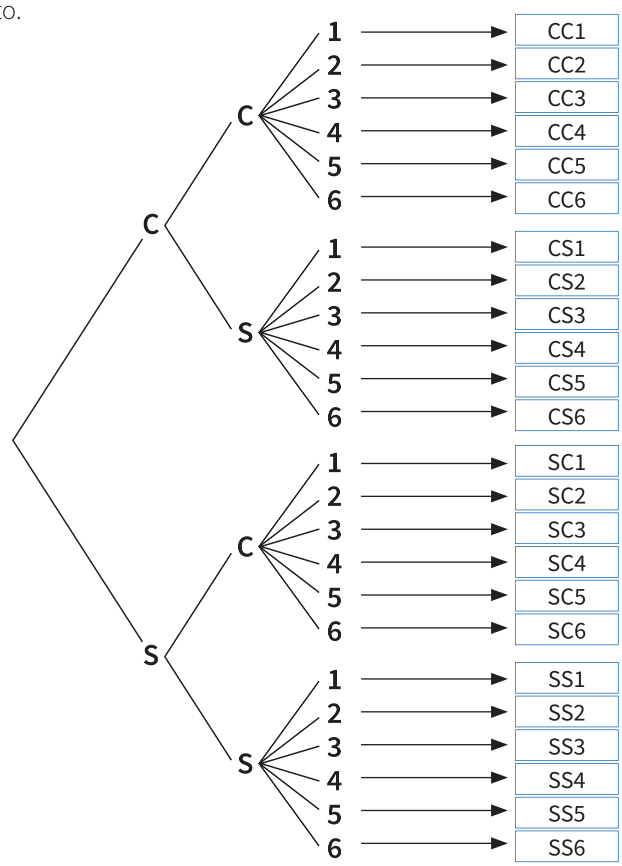
Situación A

La profesora Tania reta a los estudiantes del segundo grado a realizar el siguiente experimento aleatorio que consiste en lanzar dos monedas y un dado, luego pregunta: ¿cuál es la probabilidad de obtener solo una cara y un número impar?

©Carlos Boza

Resolución

Primero determinamos el espacio muestral, aplicando la estrategia del diagrama de árbol para conocer los posibles resultados del experimento.



El espacio muestral de este experimento es el conjunto de todos los resultados que se pueden obtener.

Ω = {CC1, CC2, CC3, CC4, CC5, CC6, CS1, CS2, CS3, CS4, CS5, CS6, SC1, SC2, SC3, SC4, SC5, SC6, SS1, SS2, SS3, SS4, SS5, SS6}

$$n(\Omega) = 24$$

Determinamos qué resultados pertenecen al suceso "obtener solo una cara y un número impar":

$$A = \{CS1, CS3, CS5, SC1, SC3, SC5\}$$

$$n(A) = 6$$

Calculamos la probabilidad del suceso A mediante la regla de Laplace: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$

$$P(A) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

$$P(A) = 0{,}25$$

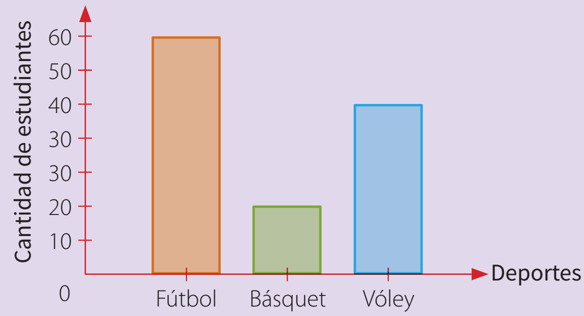
$$P(A) = 25\ \%$$

1. Describe la estrategia utilizada para dar respuesta a la situación.

2. ¿Es posible aplicar la estrategia en otra situación? Propón un ejemplo.

Situación B

Se realizó una encuesta sobre el deporte que practica cada estudiante de las cuatro secciones del segundo grado de secundaria. Los resultados se organizaron y representaron en el siguiente gráfico:



Al encontrarnos con un estudiante del segundo grado:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que practique natación?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que practique algún deporte?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que practique vóley?

Resolución:

Luego de analizar el diagrama de barras, podemos determinar el espacio muestral o los estudiantes de las cuatro secciones. El número de elementos del espacio muestral resulta al sumar 60, 20 y 40; es decir:

$$n(\Omega) = 60 + 20 + 40$$
$$n(\Omega) = 120$$

Para dar respuesta a las preguntas, se deben definir los sucesos y cuántos elementos tienen para aplicar la regla de Laplace.

a. De los que practican natación.

Se puede constatar que, en la población encuestada, ningún estudiante practica natación, es decir: $n(A) = 0$

Por lo tanto: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{0}{120} = 0$

Es imposible encontrar aquí un estudiante que practique natación.

b. De los que practican algún deporte.

Aquí, todos los estudiantes practican algún deporte, es decir: $n(B) = 120$

Por lo tanto: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{120}{120} = 1$

Es seguro que, al encontrarnos con un estudiante, este practica un deporte.

c. De los que practican vóley.

Se puede constatar que, de la población, 40 estudiantes practican vóley, donde cada uno es un caso favorable o elemento del suceso C, entonces $n(C) = 40$.

Por lo tanto: $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{40}{120} = 0{,}33...$

Respuesta:

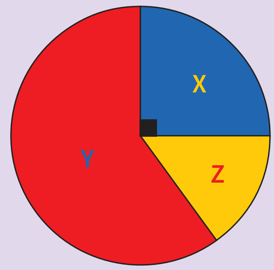
La probabilidad de que practique natación es cero (suceso imposible), de que practique algún deporte es 1 (suceso seguro) y de que practique vóley es 0,33... (suceso probable).

1. Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a las preguntas de la situación.

2. ¿Fue necesario determinar el número total de estudiantes que practican deporte? Explica por qué.

Situación C

Al lanzar un dardo sobre un tablero circular, ¿cuál es la probabilidad de que caiga en la zona X?



Aprendemos a partir del error

Resolución

La cantidad de sectores de la circunferencia es 3.

Entonces: n(Ω) = 3

La zona X representaría un caso favorable, es decir, 1.

Luego:

Aplicando la regla de Laplace, tendremos:

$$P(A) = \frac{1}{3} = 0{,}333$$

Redondeando al centésimo: P(A) = 0,33

Respuesta:

La probabilidad de que el dardo caiga en la zona X es 0,33 o 33 %.

1. ¿Es correcto el procedimiento propuesto? ¿Se puede usar la regla de Laplace para dar respuesta a la pregunta de la situación?

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

3. ¿Cómo se debería dividir el círculo para poder usar la regla de Laplace en esta situación?

Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Determinamos el espacio muestral de una situación mediante la regla de Laplace y a partir de este valor identificamos si un suceso es seguro, probable o imposible. También expresamos con lenguaje matemático nuestra comprensión sobre el valor de la probabilidad de una situación aleatoria y empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace. Asimismo, justificamos usando nuestros conocimientos estadísticos la probabilidad de ocurrencia de sucesos en estudio y corregimos errores si los hubiera.

1. Una baraja se conforma por 52 cartas de cuatro figuras diferentes (corazón, trébol, diamante, espada) numeradas del 1 al 13, ¿cuál es la probabilidad de sacar una carta con el número 3?

   a) 0,071 b) 0,076 c) 0,25 d) 0,019

2. Carolina lanza una moneda y un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un sello y un número mayor que cuatro?

   a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{4}$

3. En una bolsa hay cuatro bolas blancas y ocho rojas, ¿cuál es la probabilidad de que la bola extraída no sea ni blanca ni roja? Justifica tu respuesta.

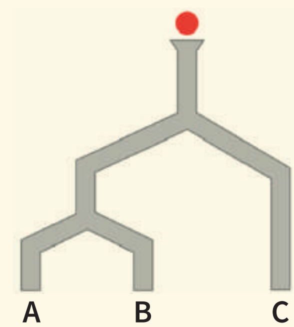
   a) 0 b) 0,5 c) 0,33 d) 0,67

4. Juan tiene una baraja de 52 cartas, ¿cuál es la probabilidad de que saque una carta de diamante con un valor menor que seis o mayor que once? Justifica tu respuesta.

5. Al lanzar dos dados del mismo tamaño, ¿cuál es la probabilidad de obtener como suma 7?

a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{7}{36}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{1}{18}$

6. Se suelta una pelota sobre unas tuberías tal como indica el gráfico, ¿cuál es la probabilidad de que caiga en A si la pelota, al llegar a una bifurcación, tiene la misma probabilidad de irse a la izquierda o a la derecha?



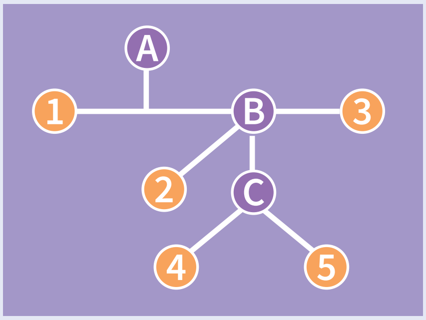
a) 25 % b) 33,3 % c) 50 % d) 66,7 %

7. Luego de realizar una encuesta a estudiantes de la Institución Educativa N.° 2058 sobre el uso de las redes sociales, Alexis construyó parte de la siguiente tabla de distribución de frecuencias:

Redes sociales	f_i	h_i	h_i %
A	25		
B	40		
C	15		
D	20		
Total			

Si Alexis sortea una licencia de antivirus como incentivo entre los estudiantes encuestados, ¿qué probabilidad hay de que el estudiante ganador use la red social A?

8. La imagen muestra el plano de la red vial de una ciudad. En cada intersección, es igual de probable que los buses continúen por cualquiera de las rutas. Si una persona sube al bus en la estación A sin saber a dónde se dirige, ¿cuál es la probabilidad de que llegue a la estación 5?



a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{18}$

9. En una caja hay 24 bolas de tres colores diferentes. Si al sacar una bola cualquiera la probabilidad de que sea roja es 0,5; de que sea verde es 0,375 y de que sea azul es 0,125, ¿en cuánto excede el número de bolas rojas a la cantidad de azules?

a) El número de bolas rojas excede en 9 a las bolas azules.

b) El número de bolas rojas excede en 7 a las bolas azules.

c) El número de bolas rojas excede en 12 a las bolas azules.

d) El número de bolas rojas excede en 6 a las bolas azules.

10. En una empresa hay 200 trabajadores, de los cuales 100 son hombres y el resto son mujeres. Los que leen la revista "La Estación" son 30 hombres y 35 mujeres.

Si se elige un empleado al azar, calcula la probabilidad de que:

a) Sea hombre y no lea la revista "La Estación".

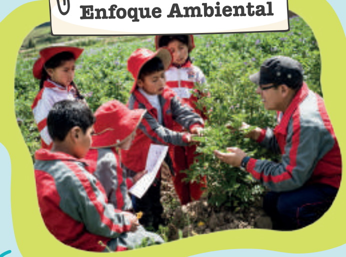
b) Que lea la revista "La Estación".

Enfoques transversales

Enfoque Inclusivo o de Atención a la Diversidad

Busca reconocer y valorar a todas las personas por igual, con el fin de erradicar la exclusión, discriminación y desigualdad de oportunidades.

Enfoque Ambiental



Busca formar personas conscientes del cuidado del ambiente, que promuevan el desarrollo de estilos de vida saludables y sostenibles.

Enfoque de Derechos

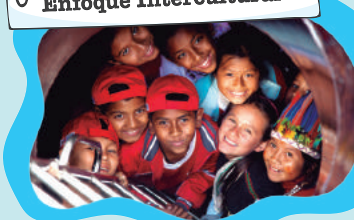
Fomenta el reconocimiento de los derechos y deberes; asimismo, promueve el diálogo, la participación y la democracia.

Son los valores y actitudes que tenemos al relacionarnos con otras personas y con nuestro entorno, con el fin de generar una sociedad más justa, inclusiva y equitativa para todos.

Enfoque Igualdad de Género

Busca brindar las mismas oportunidades a hombres y mujeres, eliminando situaciones que generan desigualdades entre ellos.

Enfoque Intercultural



Promueve el intercambio de ideas y experiencias entre las distintas formas de ver el mundo.

Enfoque Búsqueda de la Excelencia

Incentiva a los estudiantes a dar lo mejor de sí mismos para alcanzar sus metas y contribuir con su comunidad.

Enfoque Orientación al Bien Común

Busca que el conocimiento, los valores y la educación sean bienes que todos compartimos, promoviendo relaciones solidarias en comunidad.

CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

I

La democracia y el sistema interamericano

Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base delestado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia. Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

II

La democracia y los derechos humanos

Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

III

Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

IV

Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática.

Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

V

La democracia y las misiones de observación electoral

Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

VI

Promoción de la cultura democrática

Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.

EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

1. Democracia y Estado de Derecho

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

2. Equidad y Justicia Social

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las personas que conformamos esta sociedad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

3. Competitividad del País

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

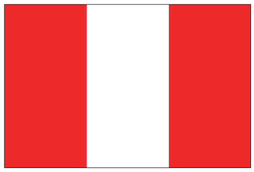
4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado

Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

SÍMBOLOS DE LA PATRIA

Artículo 49 de la Constitución Política del Perú



BANDERA NACIONAL

ESCUDO NACIONAL

HIMNO NACIONAL DEL PERÚ

CORO

Somos libres, seámoslo siempre,
y antes niegue sus luces el sol,
que faltemos al voto solemne
que la patria al Eterno elevó.

HIMNO NACIONAL

Declaración Universal de los Derechos Humanos

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

Artículo 1
Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

Artículo 2
Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

Artículo 3
Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

Artículo 4
Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

Artículo 5
Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

Artículo 6
Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

Artículo 7
Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

Artículo 8
Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

Artículo 9
Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

Artículo 10
Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

Artículo 11
1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

Artículo 12
Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

Artículo 13
1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

Artículo 14
1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 15
1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

Artículo 16
1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

Artículo 17
1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

Artículo 18
Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

Artículo 19
Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

Artículo 20
1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

Artículo 21
1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

Artículo 22
Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

Artículo 23
1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

Artículo 24
Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

Artículo 25
1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, viudez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

Artículo 26
1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

Artículo 27
1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

Artículo 28
Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

Artículo 29
1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad(...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 30
Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.

DISTRIBUIDO GRATUITAMENTE POR EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN - PROHIBIDA SU VENTA