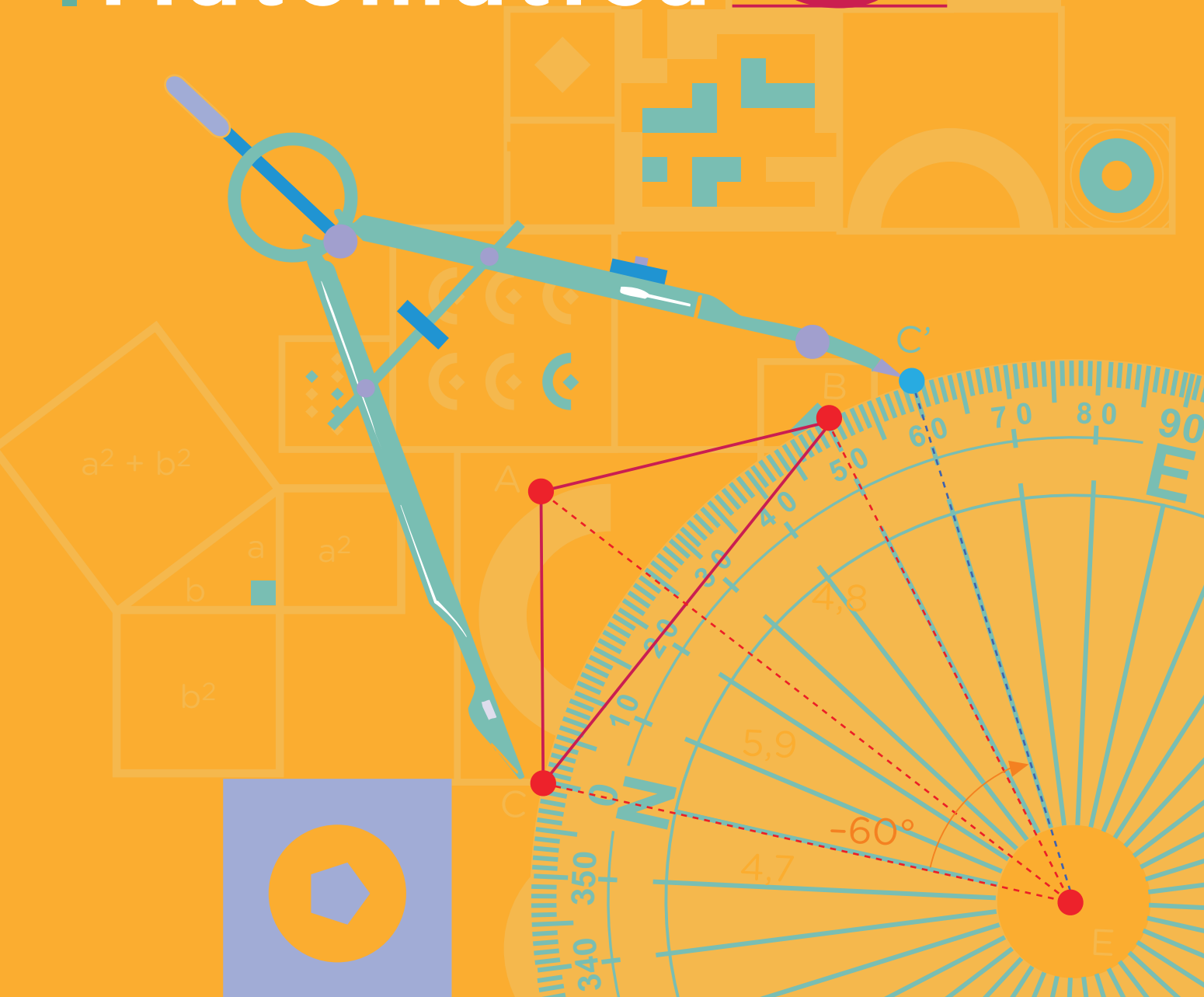


# Fichas de Matemática

# 3



# La ciudadana y el ciudadano que queremos

Se **reconoce** como persona valiosa y se identifica con su cultura en diferentes contextos.

**Desarrolla** procesos autónomos de aprendizaje.

**Gestiona** proyectos de manera ética.

**Interpreta** la realidad y toma decisiones con conocimientos matemáticos.

**Propicia** la vida en democracia comprendiendo los procesos históricos y sociales.

**Indaga** y comprende el mundo natural y artificial utilizando conocimientos científicos en diálogo con saberes locales.

## Perfil de egreso

Se **comunica** en su lengua materna, en castellano como segunda lengua y en inglés como lengua extranjera.

**Aprovecha** responsablemente las tecnologías.

**Comprende** y aprecia la dimensión espiritual y religiosa.

**Aprecia** manifestaciones artístico-culturales y crea proyectos de arte.

**Practica** una vida activa y saludable.

**Curriculo**  
N a c i o n a l

SECUNDARIA

# Fichas de Matemática

# 3





MINISTERIO DE EDUCACIÓN

## Fichas de Matemática 3

Este material educativo, *Fichas de Matemática 3* para estudiantes de tercer grado de Educación Secundaria, ha sido elaborado por la Dirección de Educación Secundaria para promover el desarrollo de las competencias “Resuelve problemas de cantidad”, “Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio”, “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” y “Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre” propuestas en el Currículo Nacional de Educación Básica.

### Edición

© Ministerio de Educación  
Calle Del Comercio N.º 193, San Borja  
Lima 15021, Perú  
Teléfono: 615-5800  
www.minedu.gob.pe

**Primera edición:** setiembre de 2017

**Segunda edición:** junio de 2019

**Primera reimpresión:** julio de 2020

**Segunda reimpresión:** diciembre de 2020

**Tercera reimpresión:** agosto de 2021

**Tercera edición:** noviembre de 2022

### Propuesta de contenidos

Larisa Mansilla Fernández  
Olber Muñoz Solís  
Juan Carlos Chávez Espino  
Hugo Luis Támara Salazar  
Hubner Luque Cristóbal Jave  
Enrique García Manyari

### Tiraje

480 509 ejemplares

### Revisión pedagógica

Olber Muñoz Solís  
Larisa Mansilla Fernández  
Juan Carlos Chávez Espino  
José Luis Maurtua Aguilar

### Impresión

Se terminó de imprimir en diciembre de 2022, en los talleres gráficos de Pacífico Editores S.A.C., sito en Jr. Castrovirreyna 224 - Interior 1.º piso, Urb. Azcona, Breña, Lima - Perú  
RUC N.º 20519049822

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este material educativo por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

### Revisión académica

Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo

Debido a la naturaleza dinámica de internet, las direcciones y los contenidos de los sitios web a los que se hace referencia en este material educativo pueden tener modificaciones o desaparecer.

### Diseño y diagramación

Carlos Héctor Boza Loayza

### Corrección de estilo

Martha Silvia Petzoldt Diaz

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.º 2022-11358

Impreso en el Perú / Printed in Peru



## Estimada/o estudiante:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el material educativo **Fichas de Matemática 3**, que estamos seguros te ayudarán a descubrir la presencia de la matemática en la vida cotidiana y a utilizarla de manera adecuada y creativa en la resolución de problemas vinculados a la realidad.

En su estructura, te proponemos algunos ejemplos de estrategias heurísticas para que las puedas emplear en cada una de las fichas, las mismas que se encuentran organizadas en tres secciones: *Aplicamos nuestros aprendizajes*, *Comprobamos nuestros aprendizajes* y *Evaluamos nuestros aprendizajes*.

En la primera sección, *Aplicamos nuestros aprendizajes*, te presentamos una situación relacionada con la vida cotidiana, que será abordada a través de interrogantes que pretenden movilizar tus capacidades y conocimientos, lo cual te ayudará a comprender el problema, diseñar o seleccionar una estrategia o plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre lo desarrollado.

En la segunda sección, *Comprobamos nuestros aprendizajes*, te planteamos tres situaciones de contexto, en cuyo desarrollo podrás explicar el proceso de resolución, identificando estrategias y describiendo procedimientos utilizados. Este análisis te permitirá plantear otros caminos de resolución, así como identificar errores y realizar tu propia corrección.

En la tercera sección, *Evaluamos nuestros aprendizajes*, te presentamos situaciones de diverso grado de complejidad en contextos variados y apoyados en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, te darás cuenta de tus progresos.

Finalmente, puedes desglosar las fichas para desarrollarlas y organizarlas en tu portafolio, de manera que, tu docente te brinde retroalimentación u orientación para que puedas seguir mejorando.

Esperamos que con esta experiencia sientas que hacer matemática es un reto posible de alcanzar. **Disfrútalo.**



• Presentación	3
• Estrategias heurísticas	5

<b>Ficha 1</b> Resuelve problemas de cantidad.	• El planeta Marte	11
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	14
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	17

<b>Ficha 5</b> Resuelve problemas de cantidad.	• Organizamos la campaña navideña	53
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	56
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	60

<b>Ficha 2</b> Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	• El juego de ajedrez	21
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	24
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	28

<b>Ficha 6</b> Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	• Las líneas aéreas y sus condiciones de viaje	63
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	66
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	69

<b>Ficha 3</b> Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	• Ordenamos la habitación	31
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	34
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	37

<b>Ficha 7</b> Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	• ¿Hay figuras iguales o parecidas?	73
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	76
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	79

<b>Ficha 4</b> Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	• Elegimos a los mejores atletas	41
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	45
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	49

<b>Ficha 8</b> Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	• Una visita al museo	83
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	86
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	91

## Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

### 1. Estrategias de comprensión

#### Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuáles son las condiciones del texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a resolver el problema.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números, diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

#### Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde.  Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que se realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraseos por cada problema presentado.

#### Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

## 2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

### Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

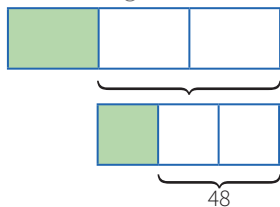
#### Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y  $\frac{1}{3}$  del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

#### Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



### Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

#### Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

#### Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	$x$	18
Felipe	$x$	8	$x+5$	
TOTAL		8		

### Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

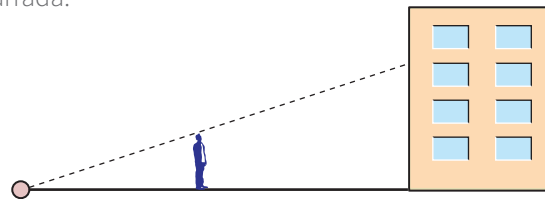
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

#### Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

#### Resolución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



### Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

#### Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

#### Resolución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.





### Diagramas conjuntistas

Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

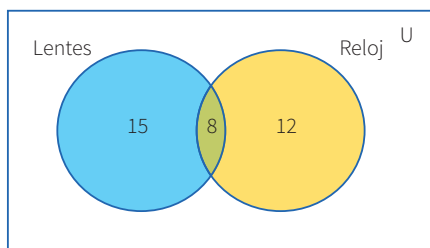
#### Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

#### Resolución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.

Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



### Diagramas cartesianos

Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

#### Ejemplo:

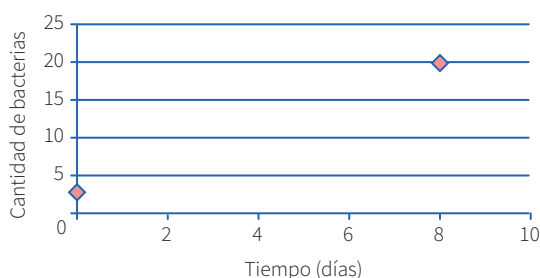
El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

#### Resolución:

Cantidad:

Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.

Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



### Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

#### Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

#### Resolución:

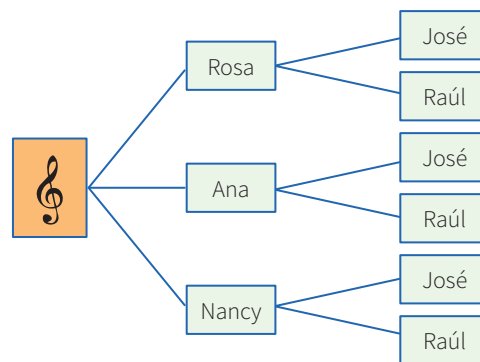
Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto.



### Diagrama de árbol

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

**Ejemplo:** Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



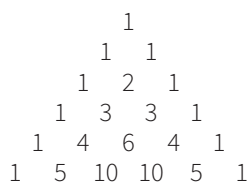
## 3. Otras estrategias

### Busca patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

#### Ejemplo:

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.



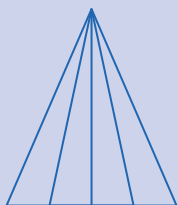
Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

## Haz una lista sistemática

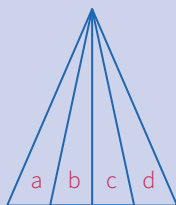
En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

### Ejemplo:

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.



### Resolución:

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:
  - Triángulos con una letra: a-b-c-d
  - Triángulos con dos letras: ab-bc-cd
  - Triángulos con tres letras: abc-bcd
  - Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos:  $4 + 3 + 2 + 1 = 10$  triángulos.

### Generaliza

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere

a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

### Ejemplo:

Halla el valor de  $(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2$ .

### Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

$$(n + 1)^2 - n^2, \text{ cuando } n \text{ vale } 234\ 756\ 473$$

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

$$(n + 1 + n)(n + 1 - n) = (n + 1) + n$$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier  $n$  entero positivo, se cumple:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

Entonces:

$$(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2 = 469\ 512\ 947$$

### Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

### Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calcularas primero, el descuento o el impuesto?

### Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale  $S/100$  y elijo primero el descuento, termino pagando  $S/106$ . Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.

- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

### Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engazar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

#### Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

#### Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

### Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

#### Ejemplo:

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

#### Solución:

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como  $\div 2, -3$ .
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:  
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos:  $x = 90$

### Plantea una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

#### Ejemplo:

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

#### Solución:

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.
- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]; \text{ simplificando:}$$

$$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x; \text{ de donde } x = 2,4 \text{ horas}$$

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

### Establece submetas

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

## Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 33 millones de habitantes y la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



©Shutterstock

## Solución:

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 66 millones. Si bien aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

## Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

## Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



©Shutterstock

## Solución:

- Primero se observa que  $50 \times 50 = 2500$ , número que no llega; y que  $60 \times 60 = 3600$ , el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- $55 \times 56$  no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar  $53 \times 54 = 2862$ , el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con  $56 \times 57 = 3192$ , se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

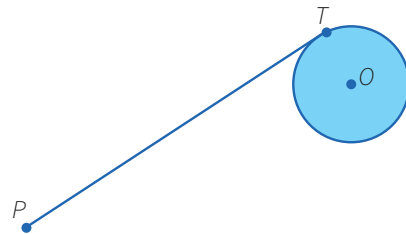
## Supón el problema resuelto

## Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

## Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto  $T$  es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos  $O$  con  $T$ , tendremos que  $OT$  es perpendicular a  $PT$ .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados,  $P$ ,  $T$  y  $O$ , es posible hacer un triángulo uniendo el punto  $P$  con el punto  $O$ . Se observa que el triángulo es rectángulo.



## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y acciones referidas a comparar e igualar cantidades, las transformamos en expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias o decimales. Asimismo, empleamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con números racionales y simplificamos procesos usando las propiedades de las operaciones, según se adecúen a las condiciones de la situación.

### El planeta Marte

Según los historiadores, el ser humano conoce el planeta rojo desde hace 4500 años, cuando los asirios registraron sus extraños movimientos en el cielo.

La ilusión de encontrar vida en Marte o poblarlo ha llevado a investigar este planeta. Se han encontrado los siguientes datos de Marte, los cuales se comparan con los de la Tierra en la presente tabla:



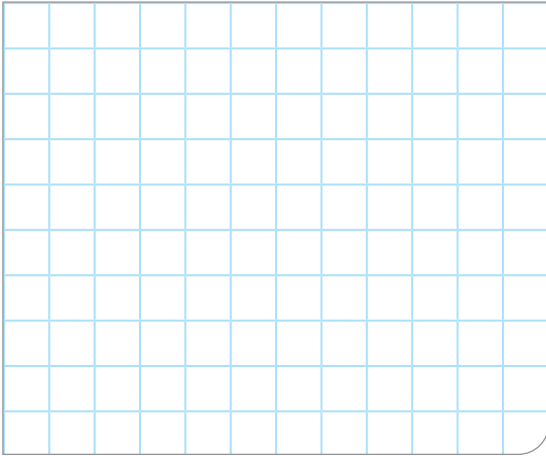
Datos básicos	Marte	Tierra
Tamaño: radio ecuatorial	3397 km	6378 km
Distancia media al Sol	227 940 000 km	149 600 000 km
Día: periodo de rotación sobre el eje	24,62 horas	23,93 horas
Año: órbita alrededor del Sol	686,98 días	365,256 días
Temperatura media superficial	-63 °C	15 °C
Gravedad superficial en el ecuador	3,72 m/s <sup>2</sup>	9,78 m/s <sup>2</sup>

Fuente: <https://goo.gl/pgjGhm>

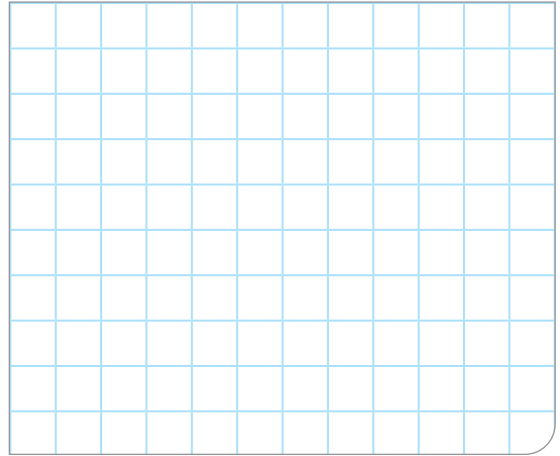
1. ¿Cuál de estos dos planetas tiene el diámetro ecuatorial más grande?
2. ¿Qué medida tiene el perímetro ecuatorial de Marte con aproximación a los milésimos?
3. ¿Cuánto mide el perímetro ecuatorial de la Tierra aproximado a los milésimos?
4. ¿Cuál es la relación entre los perímetros ecuatoriales de los planetas?

## Comprendemos el problema

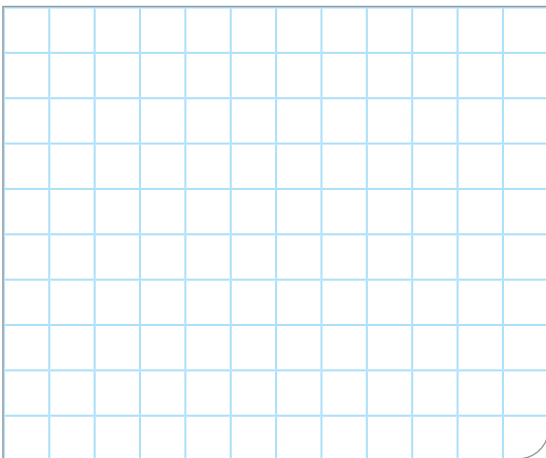
1. ¿Qué datos te proporciona la tabla?



3. ¿Qué valor tiene el radio ecuatorial de Marte?



2. ¿Qué te solicita la situación?

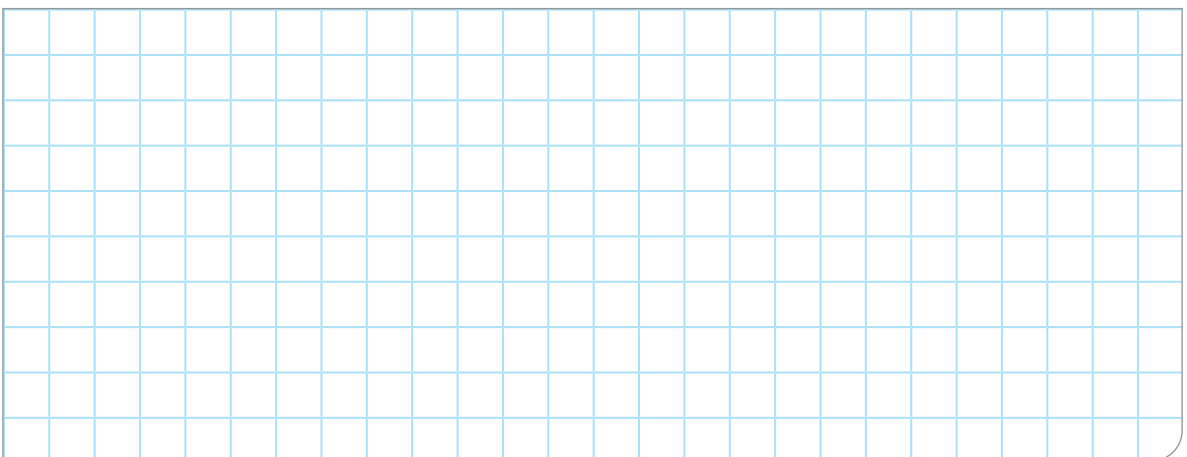


4. ¿Qué valor tiene el radio ecuatorial de la Tierra?



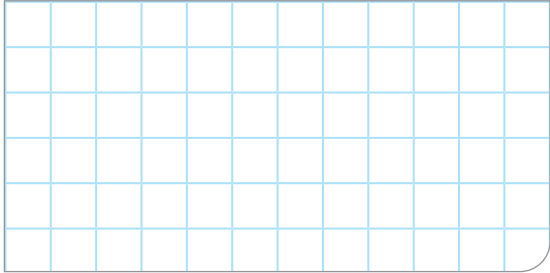
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación.

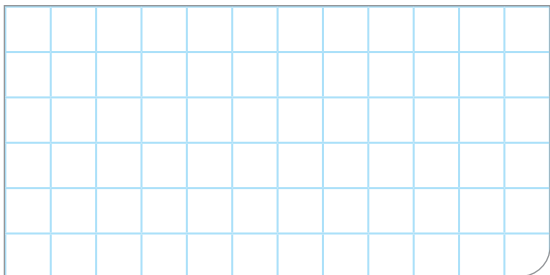


## Ejecutamos la estrategia o plan

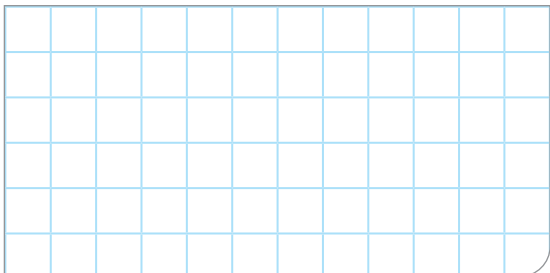
1. Multiplica por 2 el valor del radio ecuatorial de cada planeta y obtendrás el diámetro ecuatorial correspondiente a cada uno de ellos.

A 10x10 grid for working on problem 1.

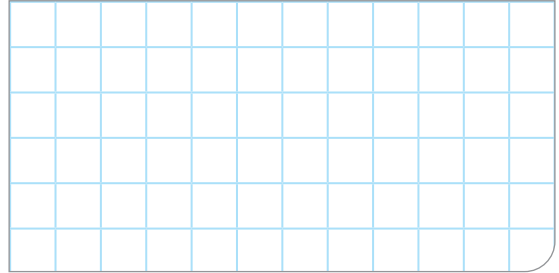
2. Responde la primera pregunta de la situación.

A 10x10 grid for working on problem 2.

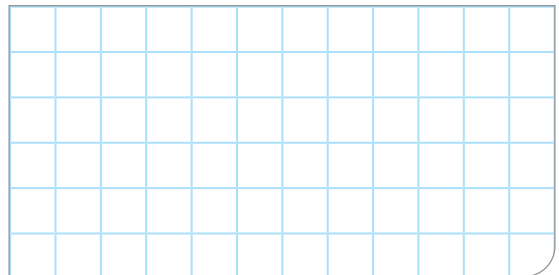
3. Organiza la información que te ayudará a responder la segunda y tercera pregunta de la situación en una tabla.

A 10x10 grid for working on problem 3.

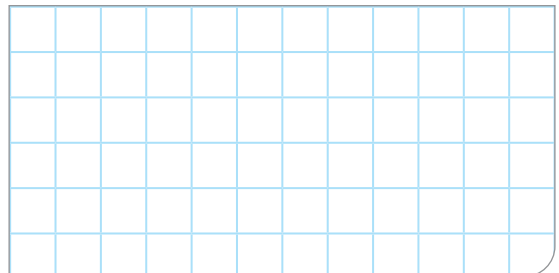
4. Expresa matemáticamente el perímetro ecuatorial de cualquier planeta.

A 10x10 grid for working on problem 4.

5. Responde la segunda y tercera pregunta de la situación (considera  $\pi \approx 3,14$ ).

A 10x10 grid for working on problem 5.

6. Responde la cuarta pregunta de la situación.

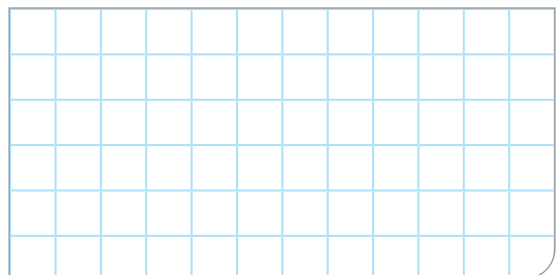
A 10x10 grid for working on problem 6.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe el procedimiento realizado en *Ejecutamos la estrategia o plan*.

A 10x10 grid for reflecting on the procedure.

2. ¿Por qué es importante realizar aproximaciones de un número decimal?

A 10x10 grid for reflecting on the importance of decimal approximations.



# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con lenguaje numérico nuestra comprensión de las operaciones con números racionales, usamos este entendimiento para interpretar las condiciones de un problema en contexto. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las propiedades de las operaciones con números racionales. Justificamos dichas afirmaciones usando ejemplos y propiedades de los números y operaciones, y comprobamos la validez de las afirmaciones.

## Situación A

En un taller de matemática, se realizan diversas mediciones de alturas y profundidades respecto a un nivel dado de agua. ¿Cómo se representarían en la recta numérica los números  $0,85$ ;  $-\frac{3}{5}$  y  $1\frac{2}{5}$  presentados en el taller?

## Resolución

Expresamos cada fracción en su forma decimal, aproximando según convenga:

- $0,85$  queda como está.

- Calculamos  $-3$  entre  $5$ :

$$-\frac{3}{5} = -0,6$$

- Expresamos  $1\frac{2}{5}$  en su forma decimal; es decir:  $\frac{7}{5} = 1,4$ .

- Finalmente, ubicamos los números en la recta numérica.



1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación e indica qué valores representan la altura o profundidad. Justifica tu respuesta.


2. ¿Qué estrategia se utilizó para dar respuesta a la pregunta de la situación?


3. Escribe dos números fraccionarios entre  $0,85$  y  $1,4$ .


4. Entre dos números decimales, ¿cuántos números decimales puedes escribir? Explica.




## Situación B

José, joven andahuaylino becado por PRONABEC en Estados Unidos, se preparó para ir a Canadá como estudiante de intercambio intercultural durante tres meses. Él necesitaba cambiar dólares estadounidenses (USD) en dólares canadienses (CAD).

José se enteró de que el tipo de cambio entre el dólar estadounidense y el dólar canadiense era de  $1 \text{ USD} \equiv 1,25 \text{ CAD}$ .

José cambió 2203 dólares estadounidenses en dólares canadienses con este tipo de cambio.

Al volver a Estados Unidos, tres meses después, a José le quedaban 358 dólares canadienses. Cuando los cambió en dólares estadounidenses, se dio cuenta de que el tipo de cambio había variado a  $1 \text{ USD} \equiv 0,95 \text{ CAD}$ .

- ¿Cuánto dinero recibió en dólares estadounidenses?
- ¿Favoreció a José que el tipo de cambio fuese de 1,05 CAD en lugar de 1,25 CAD cuando cambió los dólares canadienses que le quedaban por dólares estadounidenses? Da una explicación que justifique tu respuesta.

Adaptado de <https://goo.gl/u8GSeV>

## Resolución

- Realizamos la conversión de monedas, de dólares canadienses a dólares estadounidenses, es decir:

$$1 \text{ CAD} \equiv 0,95 \text{ USD}, \text{ entonces: } 358 \times 0,95 = 340,10 \text{ USD}$$

**Respuesta 1:** Por 358,00 CAD recibió 340,10 USD.

- El cambio de monedas se mantiene en  $1 \text{ USD} \equiv 1,25 \text{ CAD}$ , es decir, que  $1 \text{ CAD} \equiv 0,80 \text{ USD}$ . Entonces la cantidad de dólares estadounidenses que recibe por 358 dólares canadienses es:  $358 \times 0,8 = 286,40 \text{ USD}$ .
- Comparando ambas cantidades tenemos:

$$340,10 - 286,40 = 53,70 \text{ USD}$$

**Respuesta 2:** Sí favorece a José, porque al disminuir el tipo de cambio recibió 53,70 dólares estadounidenses más por sus dólares canadienses.

- Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación.

- ¿Qué estrategia se utilizó para dar respuesta a las preguntas de la situación?

- ¿De qué otra forma se puede dar respuesta a las preguntas de la situación?

### Situación C

#### TIEMPO DE REACCIÓN

En una carrera de velocidad, el “tiempo de reacción” es el que transcurre entre el disparo de salida y el instante en que el atleta abandona el taco de salida. El “tiempo final” incluye tanto el tiempo de reacción como el tiempo de carrera.

En la tabla siguiente figura el tiempo de reacción y el tiempo final de ocho atletas en una carrera de velocidad de 100 metros.

Corredor	Tiempo de reacción (s)	Tiempo final (s)
1	0,147	10,09
2	0,136	9,99
3	0,197	9,87
4	0,180	No acabó la carrera
5	0,210	10,17
6	0,216	10,04
7	0,174	10,08
8	0,193	10,13

a. Identifica a los atletas que ganaron las medallas de oro, plata y bronce en esta carrera. Completa la siguiente tabla con el número del corredor, su tiempo de reacción y su tiempo final.

Medalla	Corredor	Tiempo de reacción (s)	Tiempo final (s)
ORO			
PLATA			
BRONCE			

b. Hasta la fecha, nadie ha sido capaz de reaccionar al disparo de salida en menos de 0,110 segundos. Si el tiempo de reacción registrado para un corredor es inferior a 0,110 segundos, se considera que se ha producido una salida falsa porque el corredor tiene que haber salido antes de oír la señal. Si el tiempo de reacción del corredor que ha ganado la medalla de bronce hubiera sido menor, ¿podría haber ganado la medalla de plata? Justifica tu respuesta.

Fuente: <https://goo.gl/cMuf8A>

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

• Completamos la tabla de acuerdo con el tiempo final.

**Respuesta 1:**

Medalla	Corredor	Tiempo de reacción (s)	Tiempo final (s)
ORO	2	0,136	9,99
PLATA	1	0,147	10,09
BRONCE	7	0,174	10,08

• Analizamos el tiempo de reacción del corredor que ha ganado la medalla de bronce.

**Respuesta 2:**

Si su tiempo de reacción hubiera sido 0,05 s menor, habría igualado al segundo lugar y podría haber obtenido la medalla de plata, porque su tiempo de reacción hubiera sido menor o igual que 0,166 s.

**1.** ¿Has encontrado algún error en la resolución de la situación? Explica.


**2.** En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?




## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con lenguaje numérico nuestra comprensión sobre las operaciones con números racionales, usamos este entendimiento para interpretar las condiciones de un problema en contexto y establecemos relaciones entre datos y acciones referidas a comparar e igualar cantidades, las transformamos en expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias o decimales. También empleamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con números racionales, y simplificamos procesos usando las propiedades de las operaciones que se adecúen a las condiciones de la situación. Planteamos afirmaciones sobre las propiedades de las operaciones con números racionales, justificamos dichas afirmaciones usando ejemplos y propiedades de los números y operaciones, y comprobamos la validez de las afirmaciones.

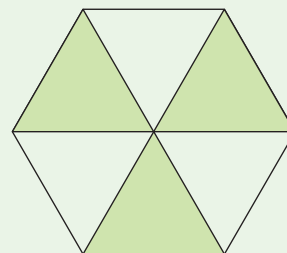
1. Susana camina por un pasaje que mide 25,92 m de largo; ya ha recorrido 8,75 m. Si en cada paso avanza 0,505 m, ¿cuántos pasos tendrá que dar para recorrer los metros que le faltan?

- a) 33,5 pasos                      b) 34 pasos                      c) 30 pasos                      d) 17,33 pasos



2. Un parque hexagonal está conformado por seis áreas en forma de triángulo equilátero, tal como se muestra en la figura. Las tres áreas no sombreadas se destinarán para juegos y las otras tres serán jardines. Sabiendo que el lado de cada triángulo equilátero es de 8 m, ¿en cuál de los siguientes intervalos se encuentra el área total de los jardines, aproximadamente?

- a) [26,5 ; 28,5]                      c) [80,1 ; 86,1]  
b) [70,6 ; 74,6]                      d) [100,3 ; 105,3]



3. La capacidad de almacenamiento de los discos duros de las computadoras se mide en *gigabytes* (GB). Se sabe que una computadora tiene dos discos duros de 286,33 GB y 460,4 GB. ¿Cuál es la capacidad total de almacenamiento que tiene dicha computadora?

- a) 33,237 GB                      b) 746,73 GB                      c) 7,4673 GB                      d) 332,37 GB

4. **Envases de bebidas**

Una empresa embotelladora lanza al mercado la nueva bebida *Peruinka*, en presentaciones de  $\frac{1}{4}$  litro,  $\frac{1}{2}$  litro, 1 litro,  $1\frac{1}{2}$  litros y 2 litros.

Para acceder a los precios de introducción, la empresa pone como condición a sus clientes mayoristas un pedido mínimo de 1500 litros, despachada la tercera parte en envases de 2 litros y la mitad en envases de  $1\frac{1}{2}$  litros.

El precio de venta de la bebida *Peruinka*, según los envases, se observa en el siguiente cuadro:

Envase	Precio
$\frac{1}{4}$ litro	S/0,50
$\frac{1}{2}$ litro	S/1,20
1 litro	S/2,00
$1\frac{1}{2}$ litros	S/2,50
2 litros	S/3,50

Calcula lo que debe pagar una persona que compra 1500 litros en bebidas *Peruinka*, si el resto del pedido lo solicita en botellas de  $\frac{1}{4}$  litro.







## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones nuestra comprensión sobre la regla de formación de una progresión geométrica y reconocemos las diferencias entre un crecimiento aritmético y geométrico para interpretar un problema en su contexto; además, seleccionamos y combinamos procedimientos para determinar términos desconocidos y la suma en una progresión geométrica.

### El juego de ajedrez

Antiguamente, los árabes solían entretenerse con problemas como este:

Estando en peligro la vida de un príncipe, acudió alguien en su ayuda. El príncipe, agradecido por tan sublime acto, le pidió al salvador que le dijera qué quería como recompensa. Tal salvador pensó un poco y luego hizo un pedido que el príncipe consideró muy simple y poca cosa. ¿Cuál era este pedido? Veamos.

Tomó un tablero de ajedrez y pidió que le colocaran un grano de trigo en la primera casilla, el doble en la segunda, el doble de lo anterior en la tercera, y así sucesivamente hasta la casilla número 64.

Lo que no sabía el príncipe es que la cantidad total de granos que pedía su salvador era realmente grande, ya que se trataba de miles de millones que podrían significar la cosecha en grandes extensiones de tierras en todo el mundo durante varios años.

1	2	4	8	16	32	64	128

(Adaptación de la leyenda de Sisa, que explica el origen del juego de ajedrez)

De acuerdo con lo que dice la lectura:

1. La secuencia de números que se obtiene, ¿es una sucesión? ¿Por qué?
2. ¿Cuántos granos de trigo debe entregar el príncipe por las casillas 16 y 20?
3. ¿Cuántos granos de trigo debió entregar el príncipe por las dos últimas casillas a su salvador?

## Comprendemos el problema

1. ¿Con qué conocimiento matemático se relaciona esta situación?

2. ¿Qué datos se presentan en la situación?

3. ¿Cuántos casilleros tiene el tablero de ajedrez?

4. ¿Qué números de casillas ocupan las dos últimas posiciones del tablero?

5. ¿Qué se pide determinar en la situación?

## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia utilizarías para responder las preguntas de la situación?

- a) Buscar un patrón de formación.      b) Modificar el problema.      c) Razonar hacia atrás.

## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Anota los números de la primera fila, busca un patrón de formación y responde.

- a) Describe cómo se produce el incremento de un término a otro.

- b) ¿Cuál es el primer término?

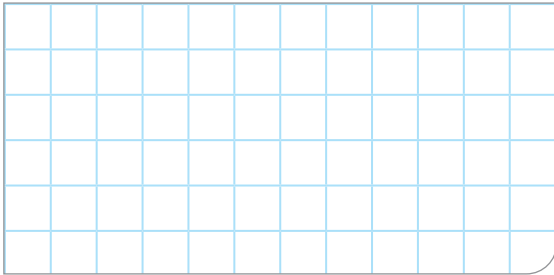
$a_1 =$

- c) ¿Cuál es el número fijo o razón que multiplica a cada término de la secuencia exceptuando al primero?

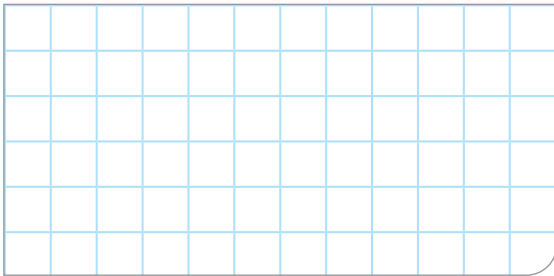
$r =$



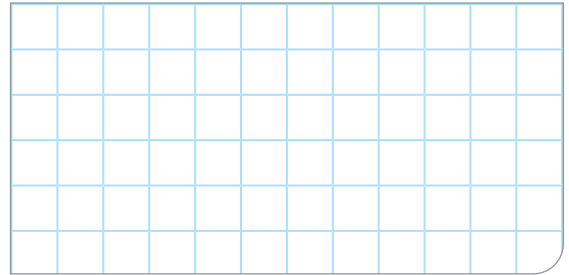
2. Según las respuestas de la pregunta anterior, responde la primera pregunta de la situación.



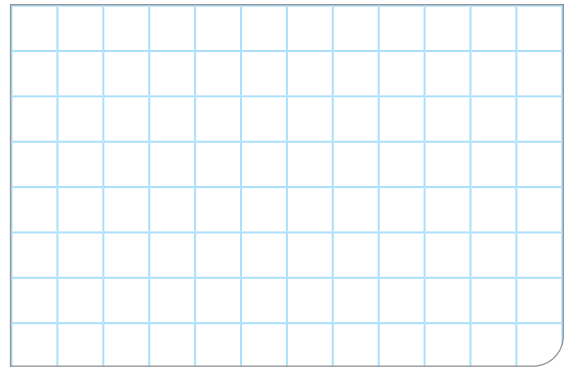
3. Para obtener el segundo término, se multiplica el primer término por la razón; para el tercer término, se multiplica el primer término por la razón dos veces, y así sucesivamente. ¿Cómo se puede hallar el  $n$ -ésimo término? Explica.



4. Calcula la cantidad de trigo en las casillas 16 y 20 y responde la segunda pregunta de la situación.

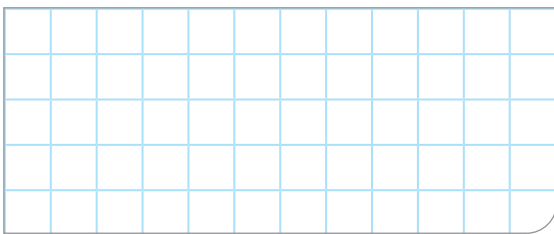


5. Responde la tercera pregunta de la situación.

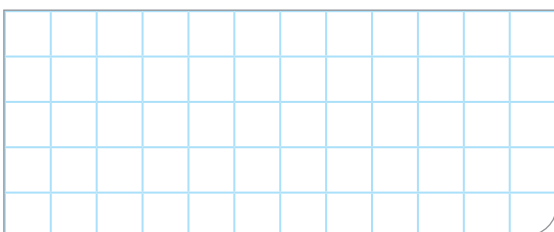


## Reflexionamos sobre el desarrollo

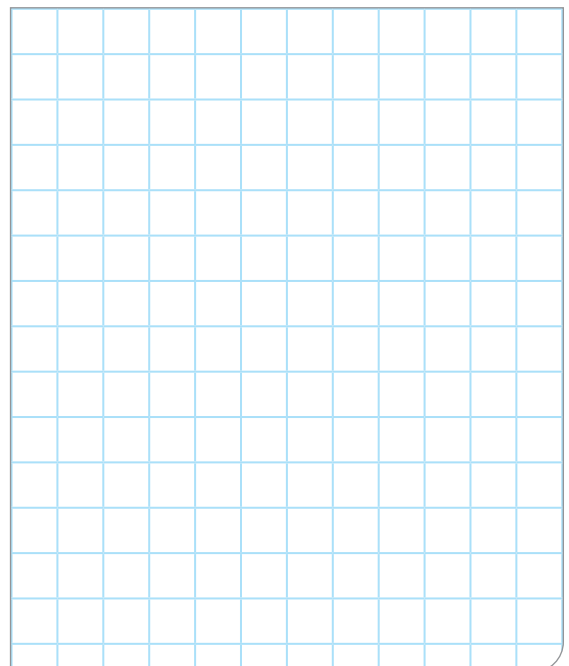
1. ¿Podrías denotar de otra manera los números de la primera fila del tablero de ajedrez? Representalos.



2. En la secuencia de la pregunta anterior, los términos se multiplican constantemente por 2. Entonces, se afirma que la razón geométrica es 2. Si la progresión es 4; 12; 36; 108; ... ¿cómo se puede hallar la razón geométrica?



3. ¿En qué situaciones cotidianas te será útil este nuevo conocimiento matemático?



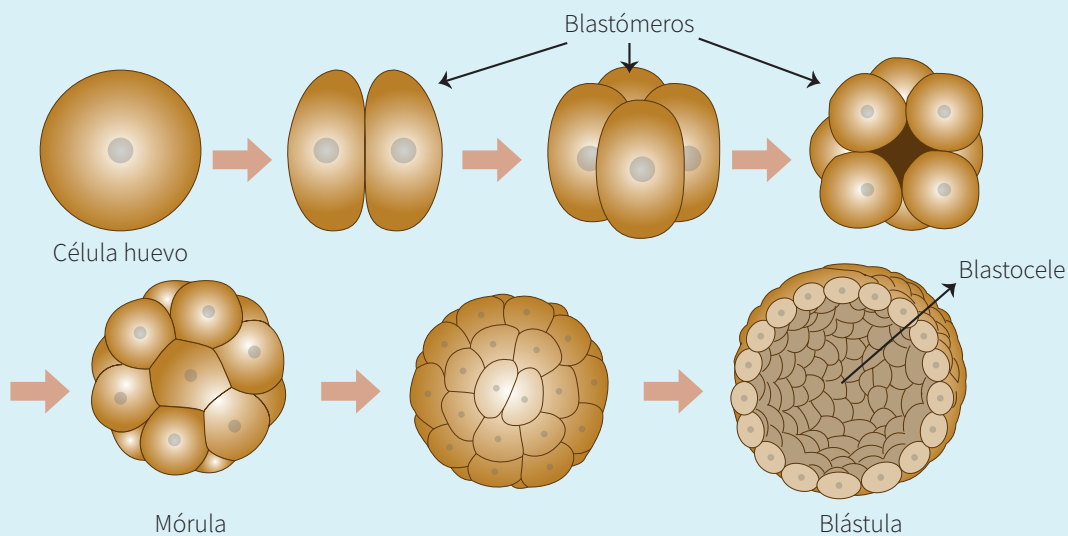


## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre magnitudes y las transformamos en expresiones algebraicas o gráficas que incluyen la regla de formación de una progresión geométrica. Además, planteamos afirmaciones sobre la relación entre la posición de un término y su regla de formación, las diferencias entre crecimientos aritméticos y geométricos y otras relaciones de cambio; también justificamos y comprobamos la validez de nuestras afirmaciones.

### Situación A

En la fecundación de los seres vivos, al producirse la unión del óvulo y el espermatozoide, se forma un cigote o huevo con 23 pares de cromosomas, los cuales llevan la información genética del padre y la madre. En un corto tiempo, esta célula se divide por bipartición en dos, cuatro, ocho, dieciséis, etc., células que llevan la misma información genética. Este nuevo ser recibe diversos nombres, como mórula, blástula, gástrula y embrión, sucesivamente.



A partir de lo descrito, se puede formar una progresión geométrica con el número de células. PG: 1; 2; 4; 8; ... ;  $a_n$ .  
Calcula el número de células que contiene la blástula al cabo de la decimosegunda división.

### Resolución

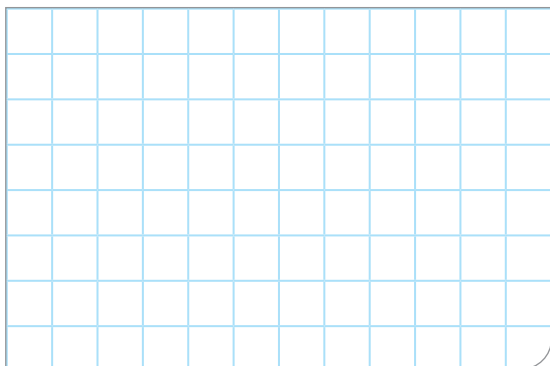
- Se sabe que después de la decimosegunda división corresponde el término  $a_{13}$
- Por fórmula:

$$a_{13} = (1) \cdot (2)^{13-1}$$

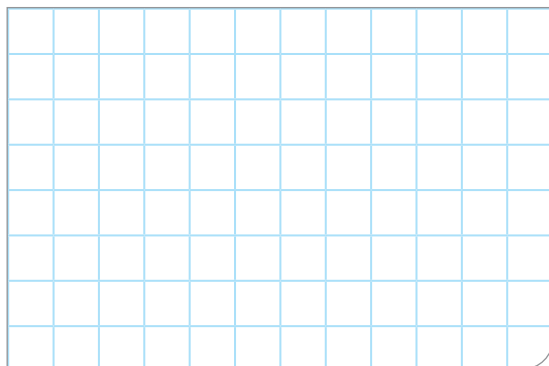
$$a_{13} = (2)^{12} \rightarrow a_{13} = 4096$$

**Respuesta:** La blástula, después de la decimosegunda división, tendrá 4096 células con la misma información genética en sus cromosomas.

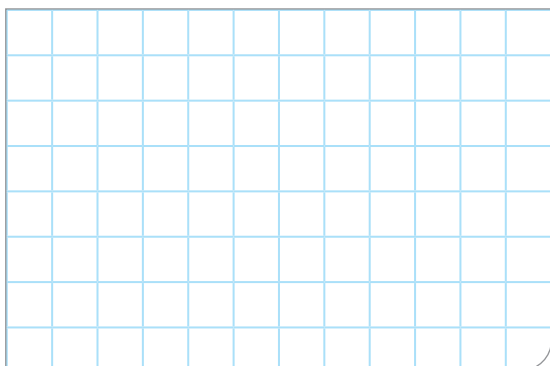
1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?



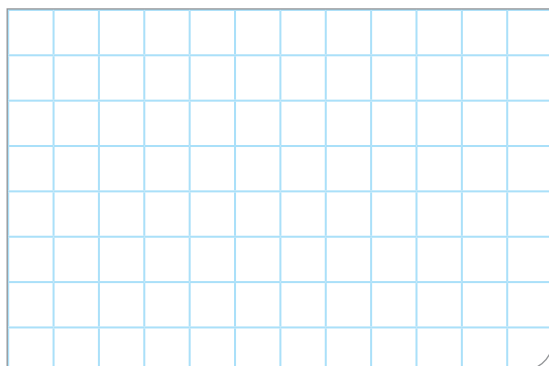
3. ¿Cómo se puede comprobar dicho resultado?



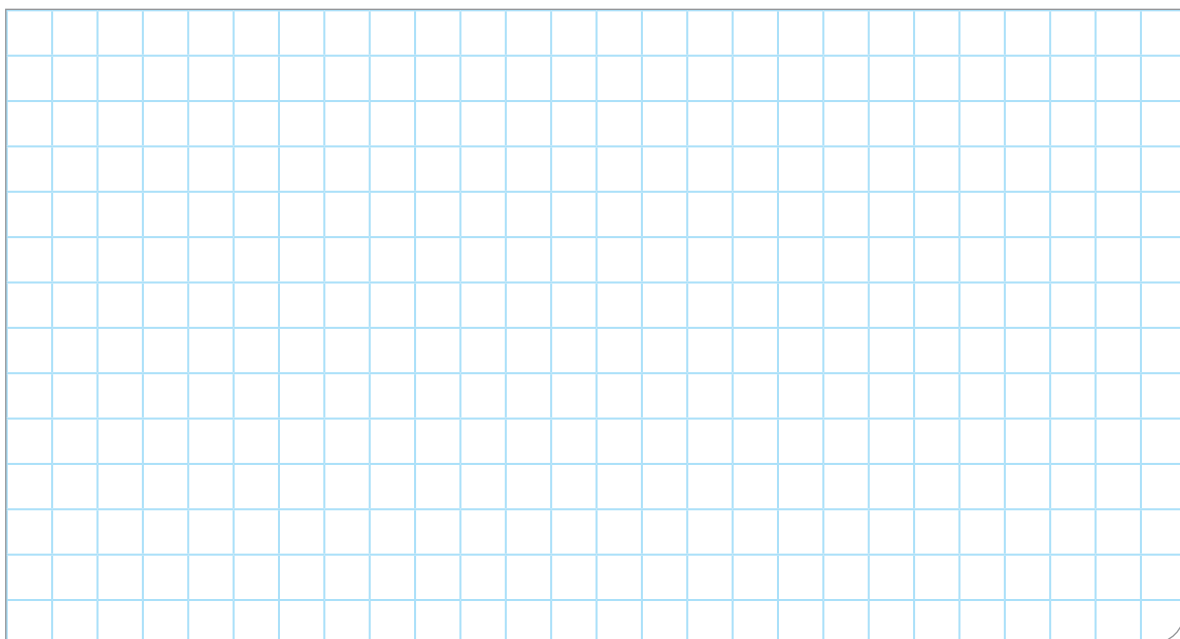
2. ¿Qué fórmula se utilizó para resolver la situación?



4. El cociente de dividir  $\frac{a_2}{a_1}$ , ¿es la razón en dicha progresión? Verifica con los demás términos.



5. ¿Cuántas células se tendrá en la vigesimoprimer división? Justifica tu respuesta.



## Situación B

Rubén firma un contrato como vendedor de motos. En este documento, se contempla pagarle una comisión por la venta de la primera moto y luego duplicarle la comisión anterior por cada moto adicional que venda. Si vende 9 motos y recibe 12 775 soles de comisión total, ¿cuánto le pagaron de comisión por la cuarta moto que vendió?



## Resolución

- Comisión por la primera venta:  $x$
- Comisión por la segunda venta:  $2 \cdot x = 2x$
- Comisión por la tercera venta:  $2 \cdot (2x) = (2)^2x$
- Comisión por la cuarta venta:  $2 \cdot ((2)^2x) = (2)^3x$
- Se tiene la PG:  $x; 2x; (2)^2x; (2)^3x; \dots$

Entonces el término general es:

$$a_n = (2)^{(n-1)} \cdot x$$

Para calcular cuánto le pagaron de comisión por la cuarta moto, se necesita hallar el monto que recibió por la primera moto vendida.

Aplicamos la fórmula de la suma de términos:

$$S_n = \frac{a_1 (r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_9 = \frac{a_1 (2^9 - 1)}{2 - 1}$$

$$12\,775 = \frac{a_1 (512 - 1)}{1}$$

$$12\,775 = a_1 (511) \rightarrow a_1 = x = S/25$$

Aplicamos la fórmula:  $a_n = a_1(r)^{(n-1)}$

$$a_4 = 25 \cdot (2^{4-1}) = 200$$

**Respuesta:** Por la cuarta moto vendida, Rubén recibió una comisión de 200 soles.

1. ¿Existe alguna relación geométrica entre cada uno de los elementos de la progresión? Explica.


2. ¿Qué fórmula se utilizó para resolver la situación?


3. ¿Cómo se puede comprobar dicho resultado?


### Situación C

Un prestamista acuerda con su cliente que por cada día de retraso en el pago de su cuota se triplicará solo el interés del día anterior. El cliente obtiene un préstamo de S/2400 para pagar, en 12 meses, cuotas de S/215 (doscientos soles de capital y quince soles de interés). Si el cliente tuvo un problema y se retrasó cuatro días en el pago del cuarto mes, ¿cuánto pagará el cuarto mes sabiendo que el interés se acumula al capital?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- El primer día, el cliente debe pagar S/200 de capital y S/15 de interés por el préstamo.
- Si se retrasa un día, se triplica solo el interés. Es decir, paga S/200 de capital y S/45 de interés.
- Si se retrasa dos días, se triplica solo el interés del día anterior. Es decir, paga S/200 de capital y S/135 de interés. Y así sucesivamente.
- Se escribe la progresión geométrica con los intereses para encontrar el patrón numérico:

15; 45; 135; ...

- Se calcula la suma de los 4 primeros términos:

$$s_4 = \frac{(15)(3^4 - 1)}{3 - 1}$$
$$s_4 = \frac{(15)(81 - 1)}{2}$$
$$s_4 = \frac{(15)(40)}{1} \rightarrow s_4 = 600$$

Por lo tanto, el interés es de S/600.

**Respuesta:** El cuarto mes, el cliente pagará S/800 que corresponde al capital más el interés.

1. ¿Desde qué día se considera pago atrasado?, ¿desde el día de pago o después del día de pago?

2. Si deben transcurrir 4 días de retraso en el pago, ¿entonces la progresión tendrá 4 o 5 términos?

3. ¿Qué cambiarías en la resolución de la situación?

4. ¿Cuál sería la respuesta adecuada para la situación?



## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones la comprensión sobre la regla de formación de una progresión geométrica o aritmética. También seleccionamos y combinamos procedimientos para determinar términos desconocidos y la suma de términos en una progresión geométrica. Además, planteamos afirmaciones sobre la relación entre la posición de un término y su regla de formación, las diferencias entre crecimientos aritméticos y geométricos, y otras relaciones de cambio; también justificamos y comprobamos la validez de nuestras afirmaciones.

1. Teresa ha comprado un caballo y quiere ponerle herradura. Para ello, tiene que ponerle 20 clavos en total, el primero de los cuales cuesta 50 céntimos y cada uno de los restantes cuesta 10 céntimos más que el anterior. ¿Cuánto paga en total para herrarlo?

a) 25,45 soles      b) 29,00 soles      c) 17,70 soles      d) 15,50 soles


2. Si en una progresión geométrica el noveno término es igual a 5 y la razón es  $-\frac{1}{3}$ , calcula su sexto término.

a) -32 805      b) 135      c) -135      d) 328


3. Maritza vive en el sexto piso de un edificio. Desde su ventana que está a una altura de 18 m deja caer una pelota y observa que en cada rebote esta se eleva hasta los  $\frac{2}{3}$  de la altura desde la que cae. Ella desea saber cuál es el recorrido total de la pelota hasta que se detiene.

a) 15 m      b) 90 m      c) 180 m      d) 10 m


4. Juan vende 120 teléfonos en 4 días. Si cada día vendió  $\frac{1}{3}$  de lo que vendió el día anterior, ¿cuántos teléfonos vendió el primer día?

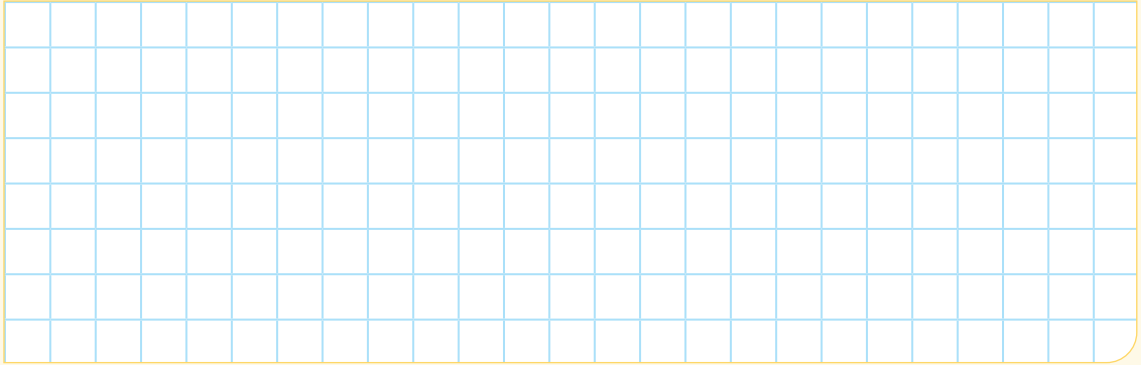

5. A Carmen se le ha extraviado su perro y para encontrarlo envía mensajes de texto a tres amigas pidiéndoles que, a su vez, cada una envíe una copia a otras tres amigas y así sucesivamente. Si todas cumplen con reenviar el mensaje, después de “m” envíos, ¿cuántas copias se habrán hecho del mismo mensaje?

a)  $3^m$

b)  $3^{m+1}$

c)  $\frac{3}{2}(1 - 3^{m-1})$

d)  $\frac{3}{2}(3^m - 1)$



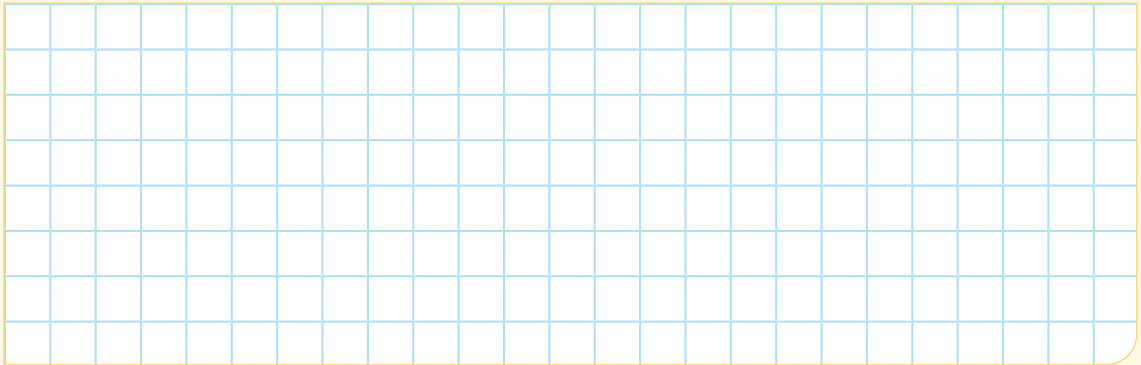
6. Halla la profundidad de un pozo si por la excavación del primer metro se pagó 25 soles y por cada uno de los metros restantes se pagó 5 soles más que el anterior, lo que dio un costo total de 280 soles.

a) 7 metros

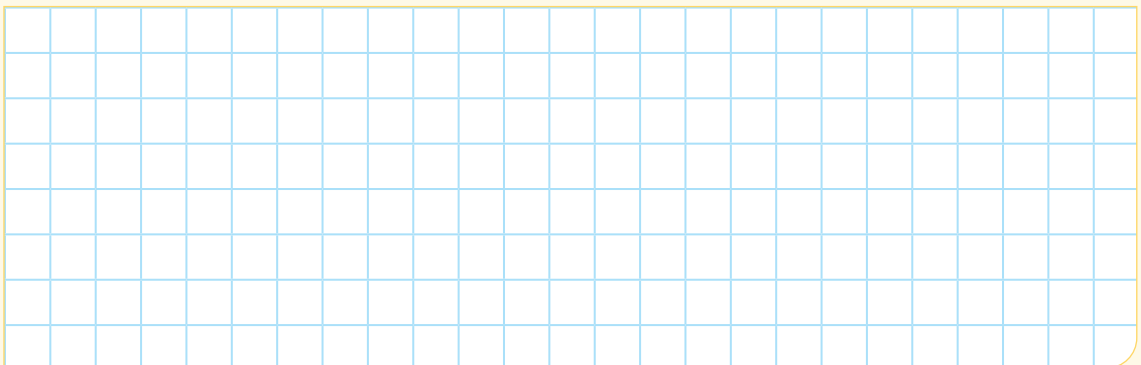
b) 6 metros

c) 5 metros

d) 4 metros



7. El padre de Alejandra necesita comprar para su negocio un congelador que cuesta aproximadamente 3000 soles. Descubre que sus ahorros no son suficientes y por ello decide ahorrar cada mes  $\frac{2}{3}$  de lo ahorrado el mes anterior. Si el quinto mes ahorró 160 soles, ¿cuánto ahorró en los cinco meses? Y si no le alcanza, ¿cuánto dinero le falta? Justifica tu respuesta.



8. La población de la ciudad Omega ha aumentado en progresión geométrica, de 59 049 habitantes en 1953 a 100 000 habitantes en 1958. ¿Cuál es la razón de crecimiento de la población por año?

a) 0,5

b) 10

c) 1,11

d) 12,96

9. Carlos es un jugador de ajedrez que participó en las olimpiadas de su distrito. Él recibió un punto por el primer contrincante que venció, 2 por el segundo, 4 por el tercero y así sucesivamente. Si en el recuento acumuló un total de 65 535 puntos, ¿a cuántos competidores venció?

a) 68

b) 25

c) 16

d) 120

10. El profesor Santos y sus estudiantes se encuentran en el laboratorio de Física observando las oscilaciones de un péndulo. Les pide que calculen el recorrido total de las oscilaciones del péndulo hasta el momento en que se detiene. Si en la primera oscilación recorre 16 cm y en la siguiente,  $\frac{3}{4}$  de lo recorrido en la oscilación anterior, determina la regla de formación de las distancias recorridas en cada oscilación; además, halla la distancia total que recorre el péndulo hasta detenerse y justifica tu respuesta.





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Describimos las transformaciones de objetos, mediante la combinación de ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones. Además, expresamos con dibujos y con lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las transformaciones geométricas aplicadas a una figura, para interpretar un problema según su contexto, y seleccionamos y empleamos estrategias, recursos o procedimientos para describir transformaciones geométricas.

### Ordenamos la habitación

Teresa cambió la ubicación de los muebles en su dormitorio y resultó del siguiente modo:

Imagen inicial

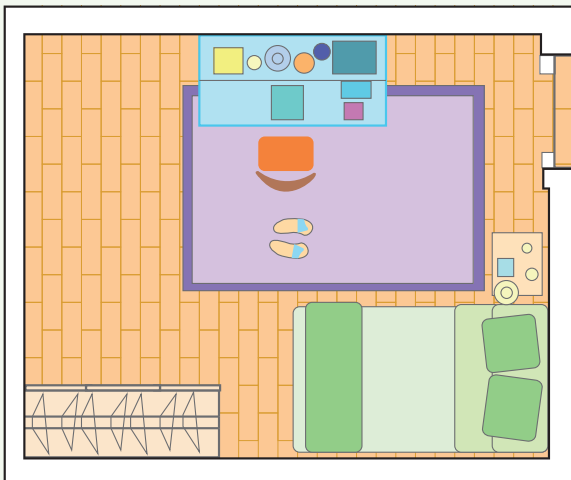
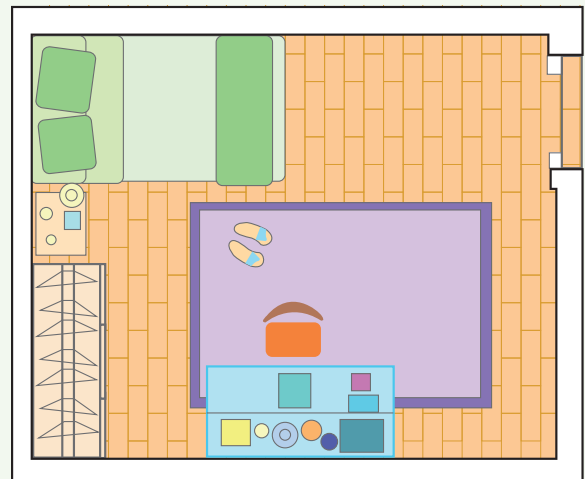


Imagen final



1. Determina las transformaciones geométricas aplicadas a cada objeto. Justifica tus respuestas.

## Comprendemos el problema

1. ¿Qué objetos tienen las dos imágenes que se presentan en la situación?

2. ¿Qué hizo Teresa con los objetos de su dormitorio?

3. Describe las características de los objetos de ambas imágenes completando la siguiente tabla:

Objeto	Imagen inicial	Imagen final
Cama	Tiene forma de rectángulo	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tiene la forma inicial.</li> <li>El tamaño es el mismo de la imagen inicial.</li> <li>Está en otra posición.</li> </ul>

4. ¿Qué nos pide determinar la pregunta de la situación?

## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que te ayudará a dar respuesta al desafío de la situación.

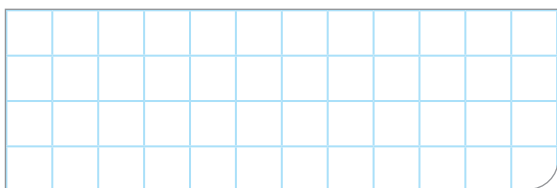
2. ¿Con qué conocimiento matemático se relacionan los movimientos de los objetos de la imagen inicial para obtener la imagen final?

## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Compara la cama de la imagen inicial con la de la imagen final, dibuja y describe la transformación geométrica que se observa.



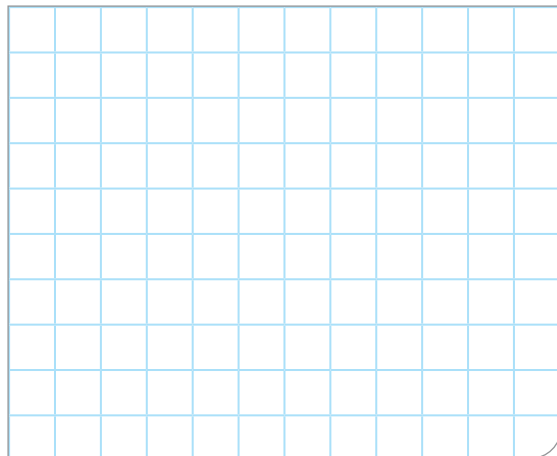
2. Compara el ropero de la imagen inicial con la de la imagen final, dibuja y describe la transformación geométrica aplicada.



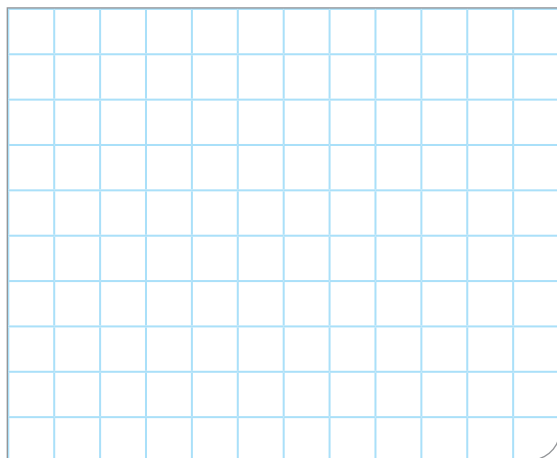
3. Compara la cómoda de la imagen inicial con la de la imagen final, dibuja y determina la transformación geométrica aplicada.



4. Describe la alfombra de la imagen inicial y la de la imagen final, dibuja y determina la transformación geométrica aplicada.

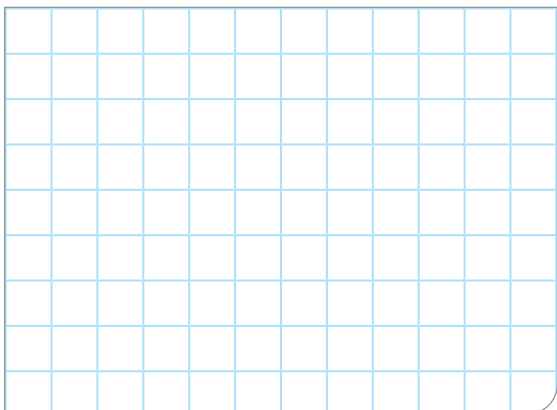


5. Responde al desafío de la situación.



## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué transformaciones geométricas conoces?



2. Representa mediante un dibujo lo que sucede si la imagen inicial gira  $90^\circ$  en sentido horario. Describe la posición de los objetos.



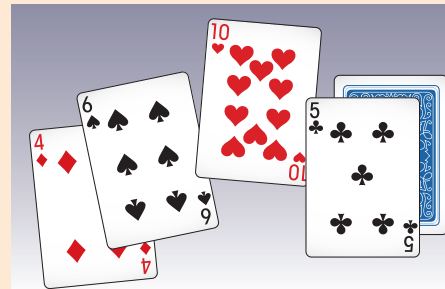


# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con dibujos y con lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las transformaciones geométricas de formas bidimensionales. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades entre los objetos y las formas geométricas y entre las formas geométricas, y corregimos errores si los hubiera.

## Situación A

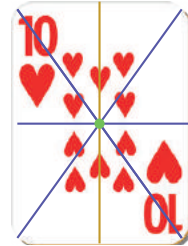
Observa las barajas de naipes y responde qué transformaciones presentan.



## Resolución

Se tiene una carta de la baraja. Sobre ella se trazan dos ejes que se cortan en un centro y se evidencia que:

- Si la mitad de abajo se rota  $180^\circ$ , será igual a la de arriba, por lo que hay rotación.
- Si se trazan líneas que pasan por el centro, se comprueba la simetría central generada por una rotación de  $180^\circ$ .

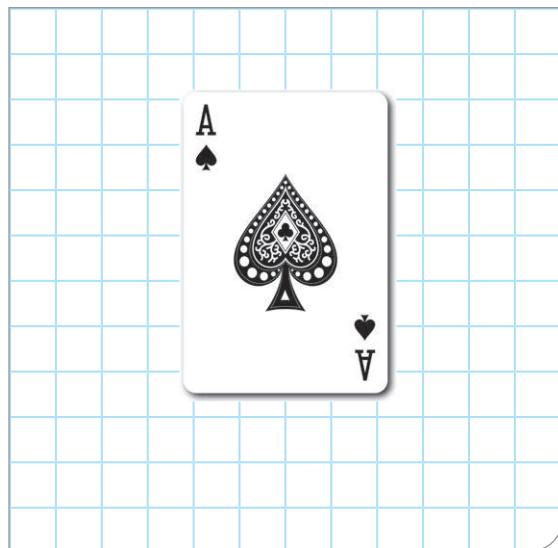


**Respuesta:** Las barajas de naipes presentan las siguientes transformaciones geométricas: rotación, simetría central y ampliación.

1. Para determinar que la imagen de las cartas tiene simetría central, ¿qué realizaste?

2. ¿Qué transformación se ha realizado con el número de la baraja?

3. ¿Qué transformaciones se observan en esta carta?

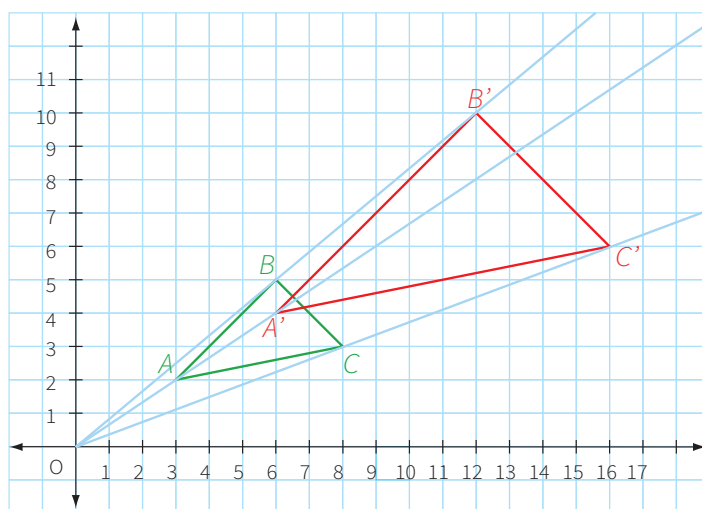


## Situación B

Grafica la homotecia con centro en el origen de coordenadas y razón igual a 2 de un triángulo de vértices  $A(3;2)$ ,  $B(6;5)$  y  $C(8;3)$ .

## Resolución

- Se traza un diagrama cartesiano.
- Se grafica el triángulo en el plano cartesiano a partir de sus vértices  $A(3;2)$ ,  $B(6;5)$  y  $C(8;3)$ .
- Desde el centro de homotecia (origen de coordenadas), se trazan rectas proyectadas hacia cada vértice del triángulo. Luego, como  $k = 2$ , se duplica la distancia que hay entre el centro de homotecia y cada vértice para obtener el nuevo triángulo. De este modo:

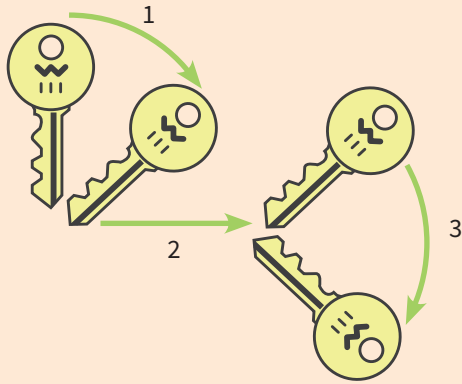


1. ¿Qué estrategia heurística permitió dar respuesta a la pregunta de la situación?

2. Compara el triángulo  $ABC$  y el triángulo  $A'B'C'$ ; describe qué propiedades comunes tienen y qué propiedades los diferencian.

### Situación C

Observa las imágenes, compáralas y completa.



- En el paso 1, la llave está girando. Por lo tanto, hay \_\_\_\_\_.
- En el paso 2, la llave mantiene la misma orientación. Por lo tanto, hay \_\_\_\_\_.
- En el paso 3, la llave mantiene su tamaño y forma, pero cambia de orientación. Por lo tanto, hay \_\_\_\_\_.

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Para determinar las transformaciones que hay entre una y otra figura, se debe observar y comparar.

#### Respuesta:

- En el paso 1, la llave está girando. Por lo tanto, hay **reflexión**.
- En el paso 2, la llave mantiene la misma orientación. Por lo tanto, hay **traslación**.
- En el paso 3, la llave mantiene su tamaño y forma, pero cambia de orientación. Por lo tanto, hay **rotación**.

- ¿Cómo ayuda la comparación en este tipo de situaciones?


- ¿Qué características tiene una reflexión?


- ¿Qué características tiene una rotación?


- ¿Qué respuestas cambiarías de la resolución?

- En el paso 1, la llave está girando. Por lo tanto, existe \_\_\_\_\_
- En el paso 2, la llave mantiene la misma orientación. Por lo tanto, existe \_\_\_\_\_
- En el paso 3, la llave gira con respecto a un punto. Por lo tanto, existe \_\_\_\_\_



## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Describimos las transformaciones de objetos, mediante la combinación de ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones. También representamos con dibujos y con lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las transformaciones geométricas de formas bidimensionales, y seleccionamos y empleamos estrategias, recursos o procedimientos para describir transformaciones geométricas. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades entre los objetos y las formas geométricas y entre las formas geométricas; además, corregimos los errores si los hubiera.

1. Cuando una persona está sobre un espejo, la transformación que se observa es:

- a) Rotación
- b) Traslación
- c) Reflexión
- d) Simetría axial

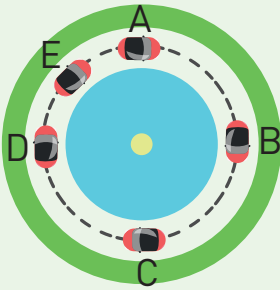
2. ¿Qué tipo de transformación se encuentra en la figura del juego mecánico?



©Shutterstock

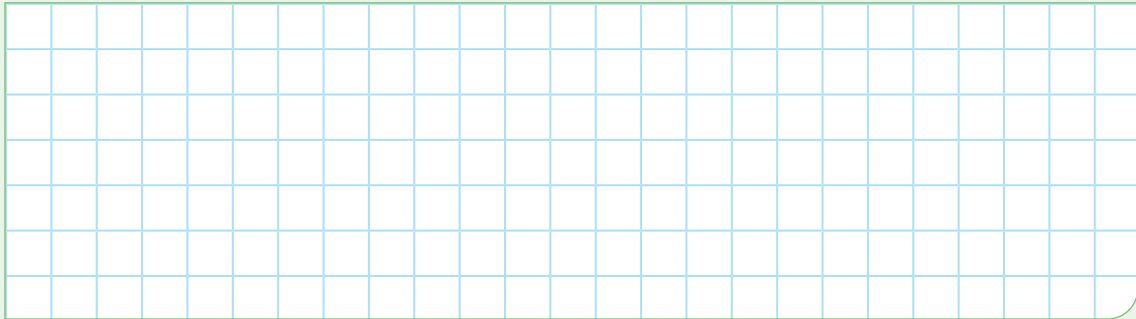
- a) Rotación
- b) Traslación
- c) Simetría axial
- d) Simetría central

3. En la siguiente figura:

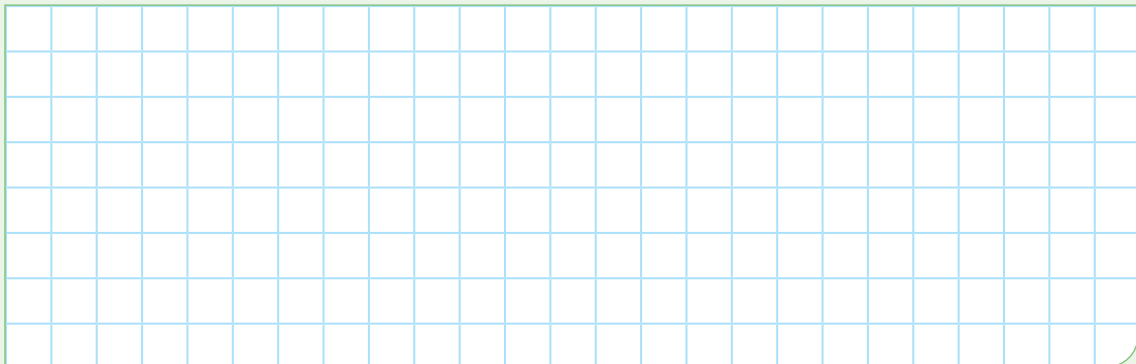
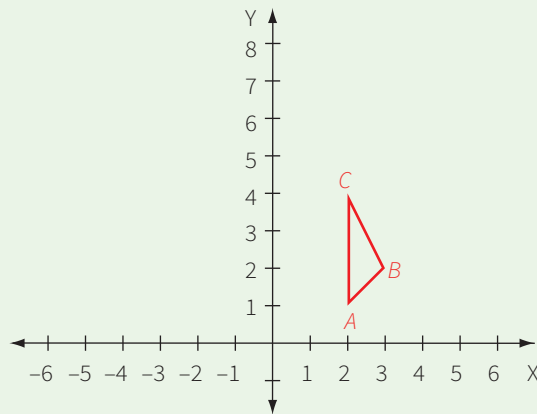


Cuando el auto va del punto A al punto C, es incorrecto decir que hubo:

- a) Rotación
- b) Simetría central
- c) Homotecia
- d) Traslación

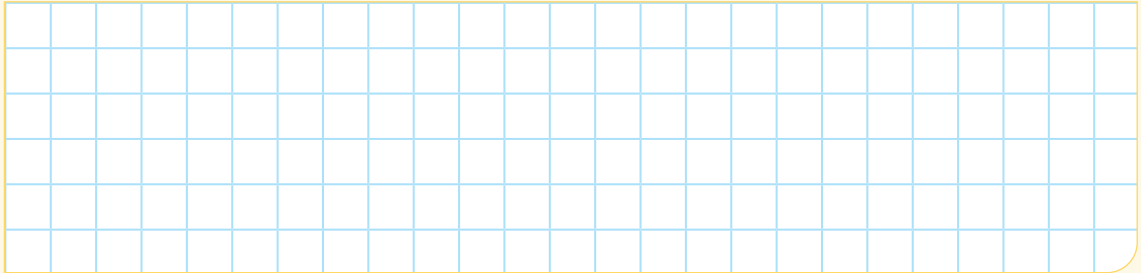


4. Al triángulo ABC se le aplica homotecia con centro en el origen y constante  $k=2$ . ¿Cuáles son las coordenadas del triángulo formado después de la homotecia?

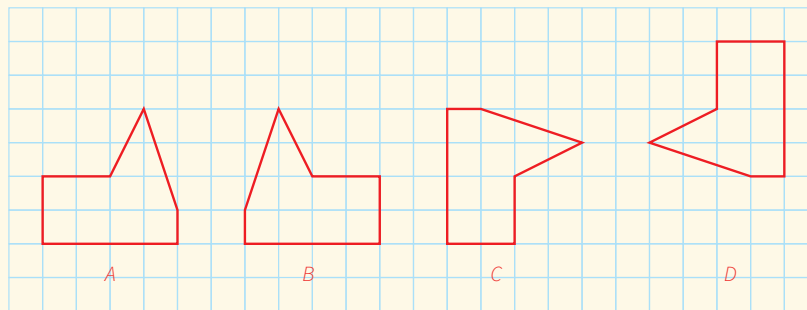




5. Se podría decir que la homotecia de una figura con  $k = -1$  y centro en el origen de coordenadas es similar a:
- a) una simetría axial con respecto a una recta que pasa por el origen de coordenadas.
  - b) una simetría central con centro en el origen.
  - c) una rotación con ángulo de  $180^\circ$  respecto al origen.
  - d) b y c



6. Observa las figuras A, B, C y D. ¿Qué relación existe entre ellas?



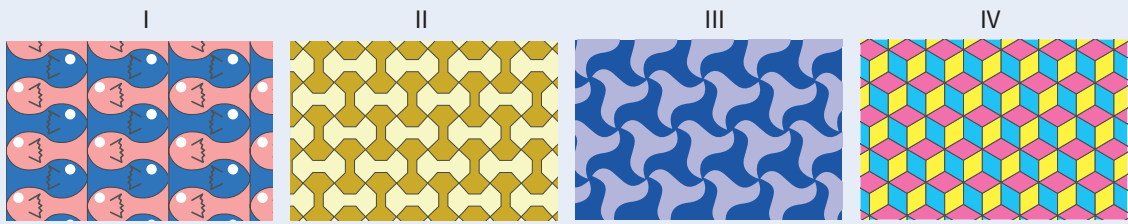
- a) Simetría central, rotación, simetría axial
- b) Simetría axial, traslación, rotación
- c) Simetría axial, rotación, simetría central
- d) Simetría central, traslación, simetría axial



7. Representa gráficamente el centro de la homotecia de dos triángulos semejantes.



8. ¿En cuál de las siguientes figuras existe simetría central?



- a) I y III      b) II y IV      c) III      d) IV

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9. Realizar una ampliación del 80% en una fotocopidora es como una homotecia con centro en una de las esquinas de la hoja y de constante igual a:

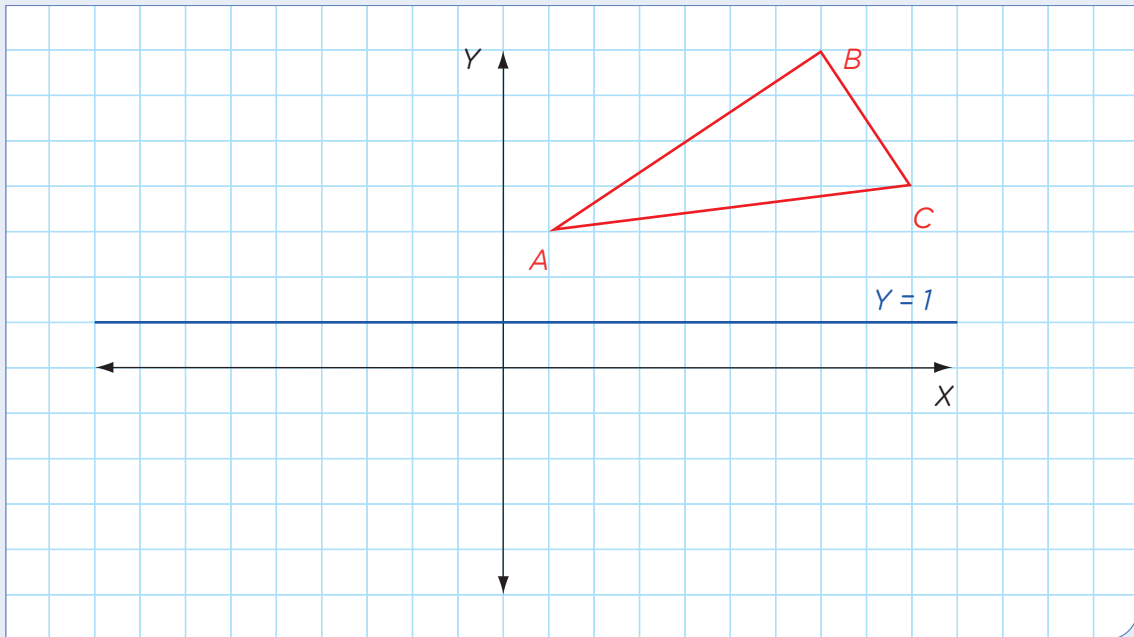
- a)  $\frac{4}{5}$                       c)  $\frac{9}{5}$   
 b)  $\frac{5}{4}$                       d)  $\frac{5}{9}$



© Shutterstock

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

10. De la siguiente figura, calcula las coordenadas del punto  $C'$  luego de una reflexión con eje de simetría en la recta  $Y = 1$ . Después, calcula las coordenadas del punto  $C''$ , aplicando simetría central con centro en  $A'$ .





## Aplicamos nuestros aprendizajes

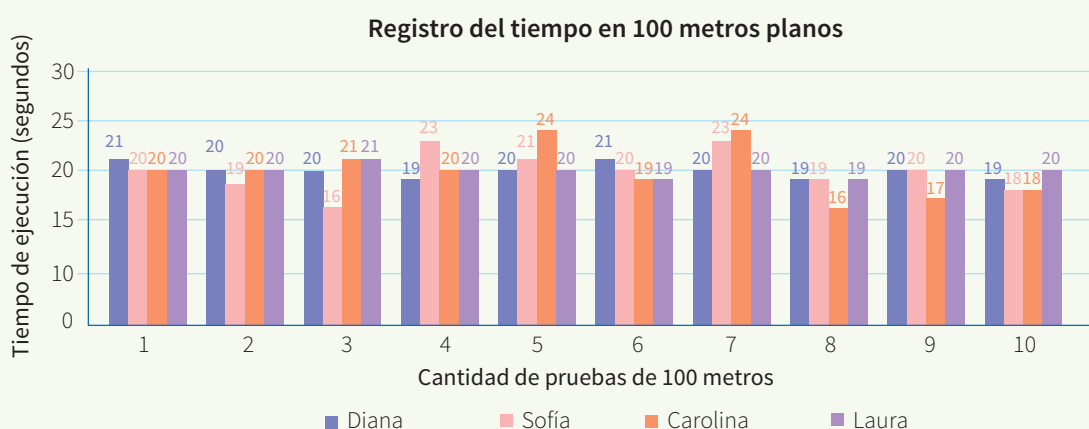
**Propósito:** Representamos las características de una muestra de la población en estudio mediante variables cuantitativas, así como el comportamiento de los datos por medio de gráficos de barras, medidas de tendencia central o desviación estándar. Además, leemos tablas, gráficos de barras y otros, que contengan valores sobre medidas estadísticas y de tendencia central para deducir, interpretar y producir nueva información.

### Elegimos a los mejores atletas

La entrenadora del colegio Todos Unidos debe escoger a dos de sus cuatro mejores atletas para los Juegos Deportivos Escolares Nacionales 2020. Para ello, les pone 10 pruebas de 100 metros planos a cada atleta y pide a su asistente que registre los tiempos para luego tomar una decisión.



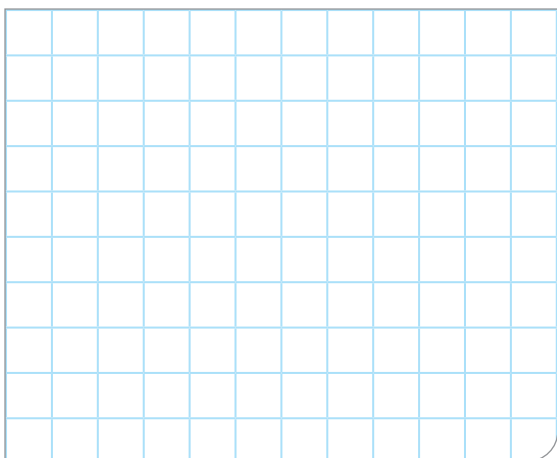
El registro se muestra en el siguiente gráfico de barras:



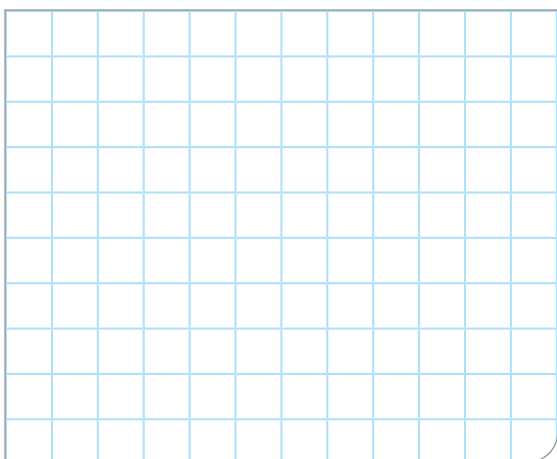
1. A partir de los datos del gráfico, ¿cómo deberá proceder la entrenadora para tomar su decisión?
2. Además de las medidas de tendencia central, ¿qué otras medidas podrías considerar, tomando en cuenta los datos anteriores, para elegir a las dos mejores atletas?

## Comprendemos el problema

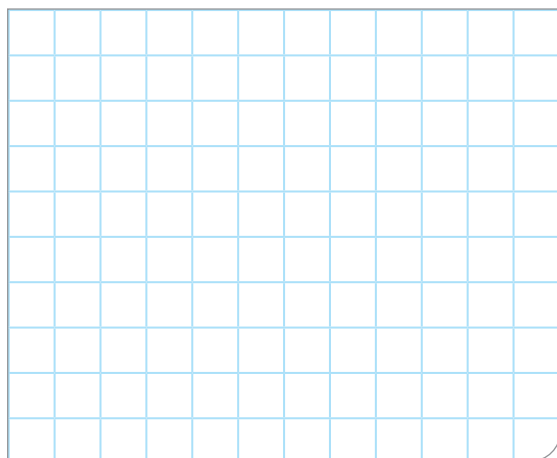
1. ¿De qué trata la situación?



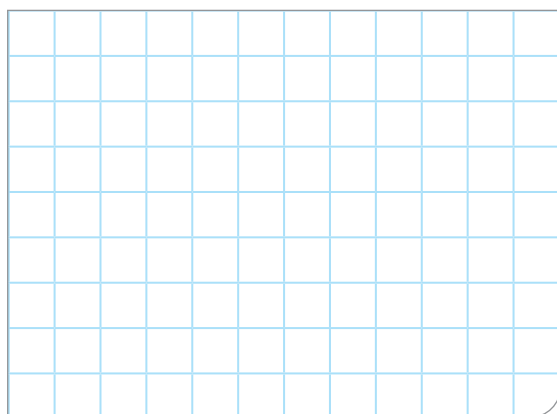
2. ¿Qué variable representa el eje X?



3. ¿Qué variable representa el eje Y?

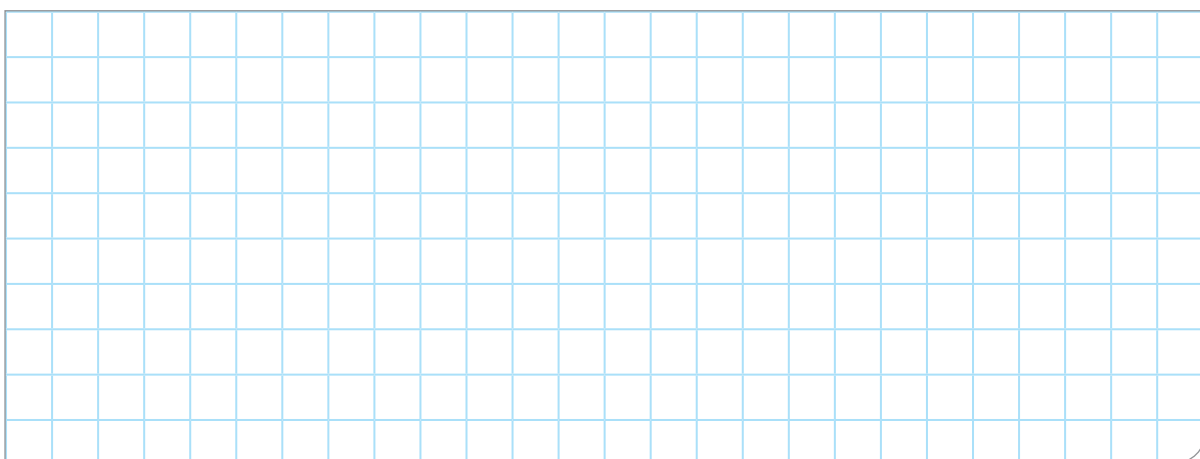


4. ¿Qué conocimientos matemáticos necesita saber la entrenadora para poder elegir a sus atletas?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe de qué otra forma organizarías los datos del gráfico de barras que se presenta en la situación.



## Ejecutamos la estrategia o plan

- Empieza organizando los tiempos de cada atleta en la tabla y luego aplica la fórmula para calcular la media o el promedio para datos no agrupados.

Atletas	Tiempo empleado en las diez pruebas de atletismo de 100 m planos								$\bar{x}$
Diana									
Sofía									
Carolina									
Laura									


- Observando los promedios de cada atleta, ¿podrá la entrenadora elegir a las dos mejores? ¿Por qué?
- ¿Qué otras medidas de tendencia central debería calcular la entrenadora para elegir a las dos atletas?



- Calcula la mediana y la moda de los tiempos de cada atleta, con la finalidad de contar con más información para la toma de decisiones.

Atletas	Medidas de tendencia central	Promedio $\bar{x}$	Mediana Me	Moda Mo
Diana				
Sofía				
Carolina				
Laura				


5. Con esta información, ¿a quiénes elegirá la entrenadora?

6. Como las medidas de tendencia central no son suficientes para tomar una decisión, halla el rango de los tiempos.

Rango	
Atleta	Rango = dato mayor - dato menor
Diana	
Sofía	
Carolina	
Laura	

7. Quienes tienen menor rango son aquellas cuyos tiempos no están muy dispersos. Por esta razón, ¿a quiénes elegirá la entrenadora para asegurar que efectivamente el promedio se acerque al esperado?

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe el procedimiento realizado en *Ejecutamos la estrategia o plan*.

2. ¿Por qué no es conveniente elegir a quienes tienen mayor rango?

3. ¿Por qué ni la moda ni la mediana ayudaron a tomar la decisión?

4. Explica, ¿en qué otra situaciones de la vida diaria será útil este conocimiento matemático?



# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Seleccionamos, empleamos y adaptamos procedimientos para determinar la media, el rango, la varianza y la desviación estándar. También planteamos conclusiones sobre las características o tendencias de una población y las justificamos; además, corregimos errores si los hubiera.

## Situación A

Antonio administra un centro de formación para choferes calificados. Él recopila los puntajes del simulacro de evaluación de los estudiantes del grupo 1 y del grupo 2 para obtener la licencia de conducir. Luego de procesar los puntajes obtenidos por los estudiantes, obtuvo las siguientes tablas de distribución:

**GRUPO 1**

Puntaje	$f_i$
[80; 110[	50
[110; 140[	110
[140; 170[	80
[170; 200]	60
<b>Total</b>	<b>300</b>

**GRUPO 2**

Puntaje	$f_i$
[110; 130[	100
[130; 150[	120
[150; 170[	60
[170; 190]	20
<b>Total</b>	<b>300</b>



© Shutterstock

a. ¿Cuál de los grupos ha obtenido el puntaje más homogéneo?

## Resolución

a. Para saber cuál de los grupos ha obtenido el puntaje más homogéneo, calculamos el recorrido o rango.

El **recorrido o rango (R)** es la diferencia del dato mayor con el dato menor.

$$\text{Recorrido del grupo 1: } R_1 = 200 - 80 = 120$$

$$\text{Recorrido del grupo 2: } R_2 = 190 - 110 = 80$$

Se puede apreciar que:  $R_2 < R_1$ , lo que quiere decir que los estudiantes del grupo 2 tienen el puntaje menos disperso; por lo tanto, los puntajes obtenidos por el grupo 2 son más homogéneos que los puntajes obtenidos por el grupo 1.

1. ¿Por qué calculamos el rango de cada una de las tablas de frecuencias?


2. ¿La información que se presenta en las tablas de frecuencia son de fácil lectura? Justifica tu respuesta.


3. Elabora gráficos pertinentes que representen la información de cada una de las tablas de frecuencias.


## Situación B

### Midiendo las pulsaciones en estudiantes

Las pulsaciones cardíacas por minuto de un grupo de 40 estudiantes de tercero de secundaria son las siguientes:

56	71	66	79	81	57	72	83	50	54
66	50	73	84	51	88	69	78	82	56
66	54	64	75	71	90	67	83	71	76
87	53	72	61	74	53	68	69	86	52

- Elabora una tabla de frecuencias, agrupando los resultados de las pulsaciones en ocho intervalos.
- Halla la media de las pulsaciones cardíacas del grupo de estudiantes.
- Grafica el histograma de frecuencia absoluta y ubica gráficamente la moda.

## Resolución

- Construimos la tabla de frecuencias:

N.º de pulsaciones [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> )	X <sub>i</sub>	f <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>	X <sub>i</sub> · f <sub>i</sub>
[50; 55[	52,50	8	8	420,0
[55; 60[	57,50	3	11	172,5
[60; 65[	62,50	2	13	125,0
[65; 70[	67,50	7	20	472,5
[70; 75[	72,50	7	27	507,5
[75; 80[	77,50	4	31	310,0
[80; 85[	82,50	5	36	412,5
[85; 90]	87,50	4	40	350,0
<b>Total</b>		40		2770,0

- Hallamos la media de las pulsaciones, tomando los datos necesarios de la tabla de frecuencias.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i}{n} = \frac{2770}{40}$$

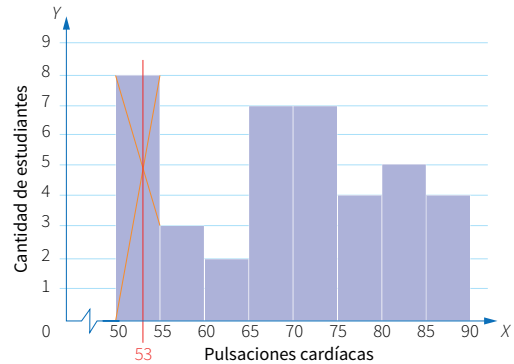
$$\bar{x} = 69,25 \text{ pulsaciones}$$

Por lo tanto, la media de las pulsaciones del grupo de estudiantes es 69,25.

- Elaboramos el histograma y ubicamos la moda en la gráfica:

En la barra de mayor frecuencia, trazamos segmentos en aspa que vayan desde los vértices superiores de la barra hacia los vértices contiguos. Luego se traza una línea paralela al eje "Y" y que pase por la intersección de los segmentos trazados anteriormente, de esa

manera encontraremos el valor aproximado de la moda, tal como se aprecia en el gráfico.



Por lo tanto, la moda es aproximadamente 53 pulsaciones por minuto.

- ¿Los datos que se muestran en la situación se pueden representar mediante otro gráfico estadístico? Justifica tu respuesta.


- ¿Por qué es importante hallar la moda y la media?




### Situación C

A partir de la información anterior, calcula las medidas de dispersión, varianza y desviación estándar de las pulsaciones del grupo de estudiantes.

## Aprendemos a partir del error

### Resolución

Calculamos la desviación estándar de las pulsaciones del grupo de estudiantes:

a. Primero hallamos la varianza:

La varianza ( $V$ ) para datos agrupados es la media de los cuadrados de las diferencias entre el promedio y cada dato.

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot (\bar{x} - X_i)^2}{n}$$

Donde:

$f_i$ : frecuencia absoluta

$\bar{x}$ : media aritmética o promedio;  $\bar{x} = 69,25$

$X_i$ : marca de clase

$n$ : número de datos

Consideramos la tabla de la situación y completamos los datos que se necesitan:

$[L_i; L_s[$	$X_i$	$f_i$	$\bar{x} - X_i$	$(\bar{x} - X_i)^2$
[50; 55[	52,50	8	$69,25 - 52,50 = 16,75$	$(16,75)^2 = 280,5625$
[55; 60[	57,50	3	11,75	138,0625
[60; 65[	62,50	2	6,75	45,5625
[65; 70[	67,50	7	1,75	3,0625
[70; 75[	72,50	7	-3,25	10,5625
[75; 80[	77,50	4	-8,25	68,0625
[80; 85[	82,50	5	-13,25	175,5625
[85; 90]	87,50	4	-18,25	333,0625
<b>Total</b>		40		

Reemplazando en la fórmula:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot (\bar{x} - X_i)^2}{n} = \frac{1054,5}{40} = 26,3625$$

b. Luego calculamos la desviación estándar ( $\sigma$ ):

La desviación estándar ( $\sigma$ ) es la raíz cuadrada de la varianza:  $\sigma = \sqrt{V}$

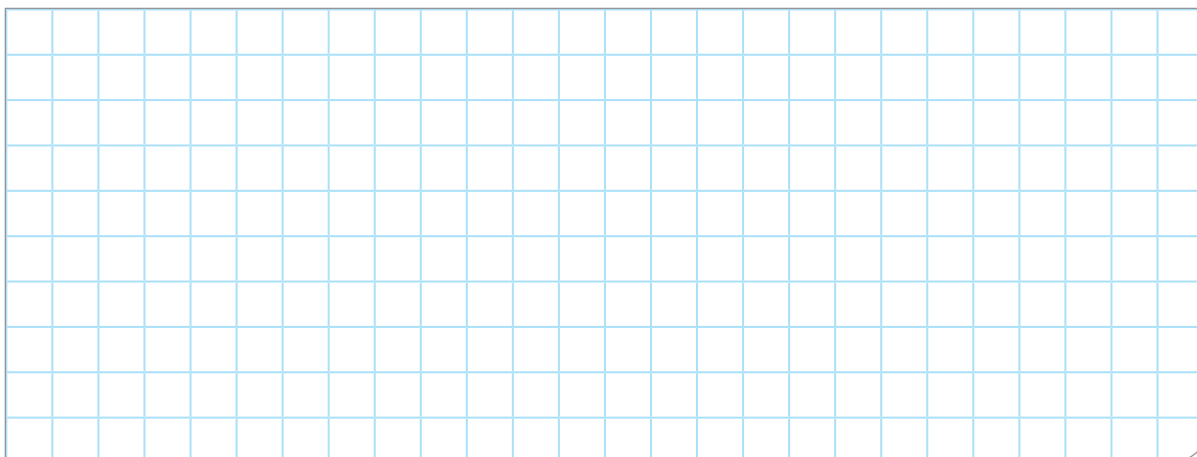
$$\sigma = \sqrt{26,3625} \approx 5,13$$

Calculamos porcentajes de desviación:  $\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 \%$

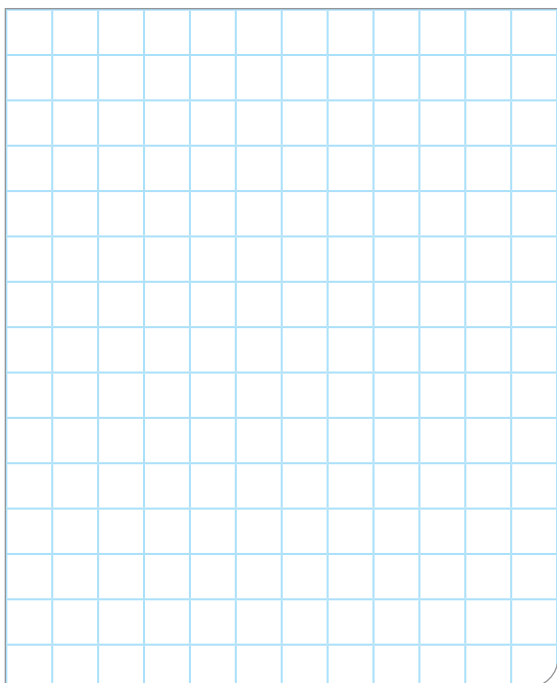
$$\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 \% = \frac{5,13}{69,25} \times 100 \% = 7,4 \%$$

Por lo tanto, se debe concluir que los datos no están dispersos.

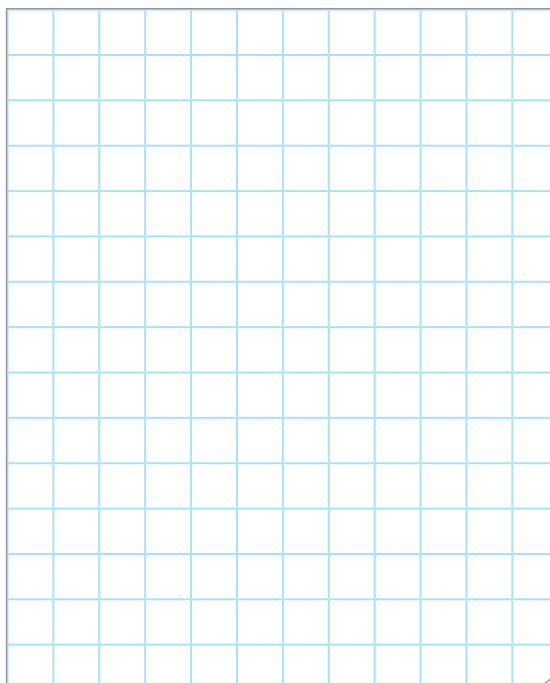
**1.** Revisa el procedimiento realizado. En caso de que hubiera un error, corrígelo.



**2.** De acuerdo a la corrección realizada, ¿qué indica el resultado de la desviación estándar?



**3.** ¿Por qué debemos hallar la desviación estándar?



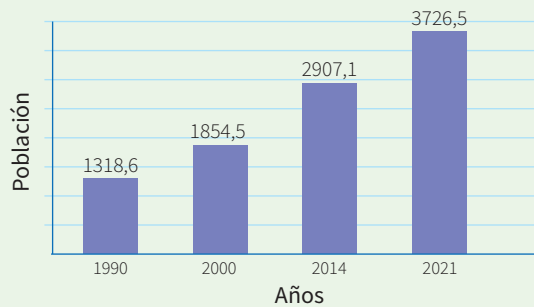


# Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Representamos las características de la muestra de una población en estudio mediante variables cuantitativas, así como el comportamiento de los datos por medio de histogramas, medidas de tendencia central o desviación estándar. También leemos tablas, gráficos de barras y otros que contengan valores sobre medidas estadísticas y de tendencia central para deducir, interpretar y producir nueva información; además, seleccionamos, empleamos y adaptamos procedimientos para determinar la media, el rango, la varianza y la desviación estándar. Asimismo, planteamos conclusiones sobre las características o tendencias de una población y las justificamos, también reconocemos errores en las justificaciones y los corregimos.

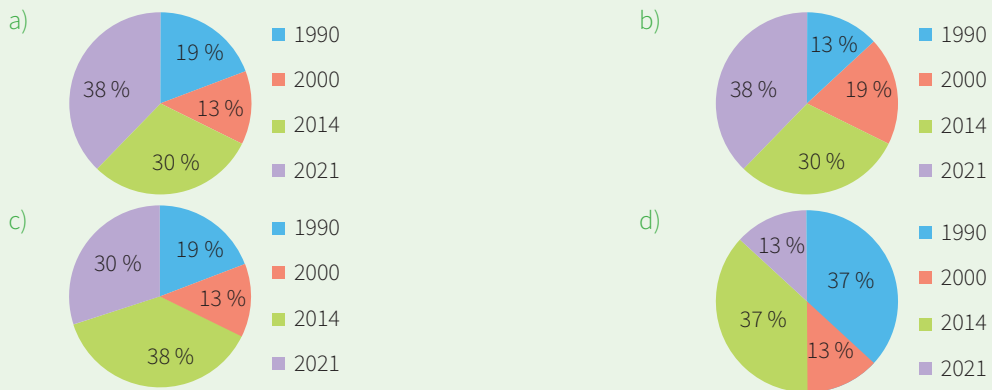
1. La siguiente tabla muestra el estado de la población adulta mayor entre 1990 con proyección al 2021.

Perú: Población de 60 y más años (en miles)



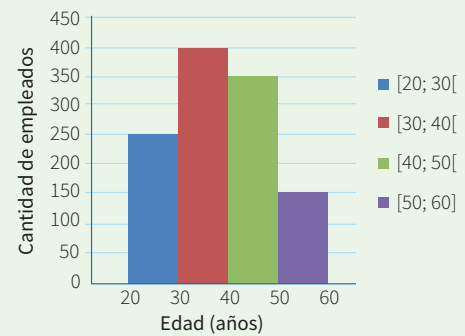
Fuente: Instituto Nacional de Estadística e Informática

¿Cuál de los siguientes gráficos circulares corresponde al estado de la población adulta mayor?




2. Según el gráfico, ¿cuál es la moda aproximada?

- a) 37,5 años
- b) 35 años
- c) 40 años
- d) 30 años



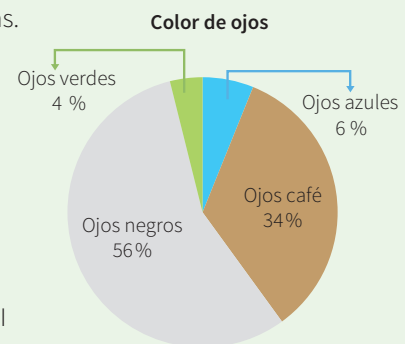

3. El siguiente gráfico circular muestra el color de ojos de 200 personas.

Respecto al gráfico se afirma:

- I) Hay 20 personas que tienen ojos de color verde o azul.
- II) 112 personas tienen ojos de color negro.
- III) 180 personas tienen ojos de color negro o café.

¿Qué afirmaciones son correctas?

- a) Solo I
- b) I y II
- c) I y III
- d) I, II y III



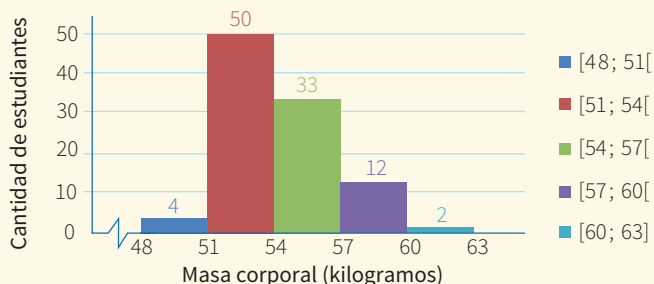

4. Se realizó una encuesta sobre preferencia de comidas típicas de los estudiantes de tercer grado de secundaria. Se tomó una muestra de 80 estudiantes (10 de cada sección) y los resultados fueron los siguientes: a 22 les gusta el cebiche; a 18, el ají de gallina; a 12, la carapulcra; a 10, el lomo saltado; a 6, el arroz con pato; y a 12, la chanfainita. Presenta la información utilizando un gráfico estadístico pertinente. Luego, señala a qué porcentaje de los estudiantes encuestados les gusta el cebiche.



© Denise Santos

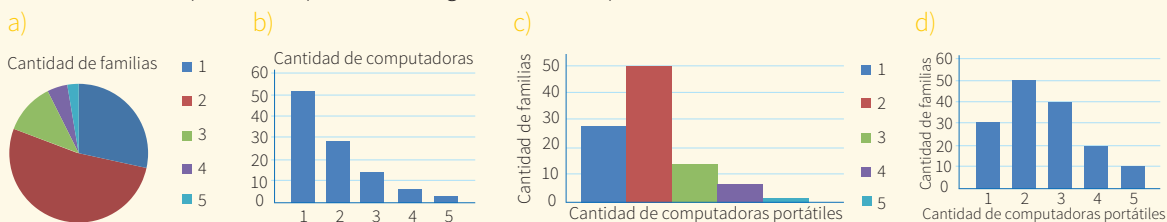

5. En el siguiente histograma, calcula la moda.

- a) 50 kilogramos
- b) 52 kilogramos
- c) 53 kilogramos
- d) 54 kilogramos



--	--

6. ¿Cuál de los siguientes gráficos indica exactamente la cantidad de familias que tienen una determinada cantidad de computadoras portátiles? Argumenta tu respuesta.

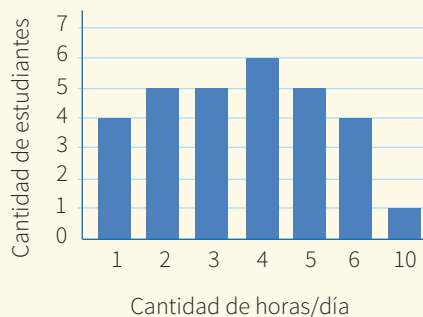


--	--

7. Juan presentó y sustentó un trabajo que le dejó su profesor. El trabajo consistía en realizar una encuesta sobre el número de horas por día que dedican estudiantes de tercer grado de secundaria a las redes sociales. La muestra debió ser, como mínimo, de 30 estudiantes.

Juan presentó los siguientes cuadros:

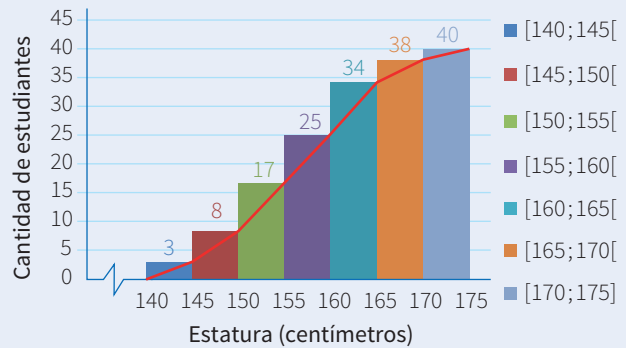
Hora/ día $X_i$	$f_i$	$F_i$	$X_i \cdot f_i$
1	4	4	4
2	5	9	10
3	5	14	15
4	6	20	24
5	5	25	25
6	4	29	24
10	1	30	10
<b>TOTAL</b>	<b>30</b>		<b>112</b>



Luego de sustentar su informe, Juan explicó que no se puede concluir que los estudiantes dedican 3,73 horas diarias a las redes sociales porque el rango salió 9 y está muy lejos de la media; por lo tanto, los datos están demasiado dispersos. ¿Estás de acuerdo con la explicación de Juan? ¿Por qué?

--	--

- 8.** El siguiente gráfico registra las estaturas en centímetros de 40 estudiantes de tercero de secundaria. Calcula el valor de la mediana.
- 160 cm
  - 155 cm
  - 156,88 cm
  - 157,5 cm




### Los recién nacidos

En la maternidad de Lima se ha registrado la masa, en kilogramos, de 20 recién nacidos:

2,8	1,8	3,8	2,5	2,7	2,9	3,5	3,8	3,1	2,2
3,0	2,6	1,8	3,3	2,9	3,7	1,9	2,6	3,3	2,3

La masa ideal de un recién nacido en condiciones normales está entre 2,5 y 4 kilogramos.

Con la información dada, responde las preguntas 9 y 10.

- 9.** En una tabla de frecuencias con datos agrupados, calcula la mediana, la media y la moda. ¿Con cuál de las medidas de tendencia central se puede asegurar que la mitad de los 20 recién nacidos están dentro del rango de la masa ideal? Señala también el valor de dicha medida central.
- La mediana; su valor es 2,86.
  - La media; su valor es 2,84.
  - La moda; su valor es 2,83.
  - El rango; su valor es 2.


- 10.** Averigua si están dispersos o no la masa de los recién nacidos respecto a su media. Explica tu procedimiento.




## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y acciones referidas a trabajar con tasas de interés simple y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen operaciones de interés simple. Expresamos con lenguaje numérico la comprensión sobre las tasas de interés simple y términos financieros (tasa mensual, tasa anual). Asimismo, empleamos y combinamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para determinar tasas de interés según se adecúen a las condiciones de la situación.

### Organizamos la campaña navideña

Juana, para las fiestas navideñas, desea ampliar su negocio de venta de ropa para niños y necesita disponer de S/7000. Por ello, acude a la cooperativa de ahorro y crédito de su localidad, donde tramita un préstamo en los siguientes términos: pago en cuotas mensuales iguales durante 5 meses con una tasa de interés simple de 10% mensual.

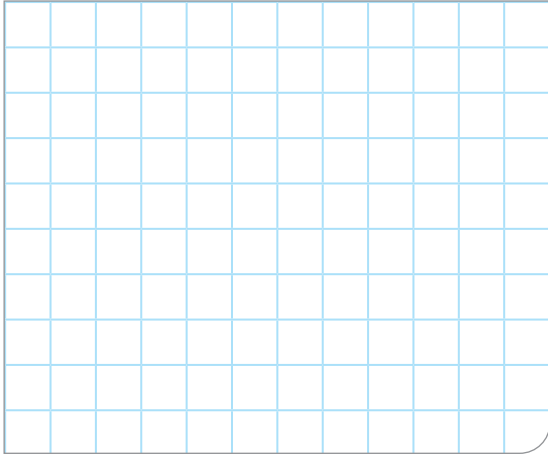


©Shutterstock

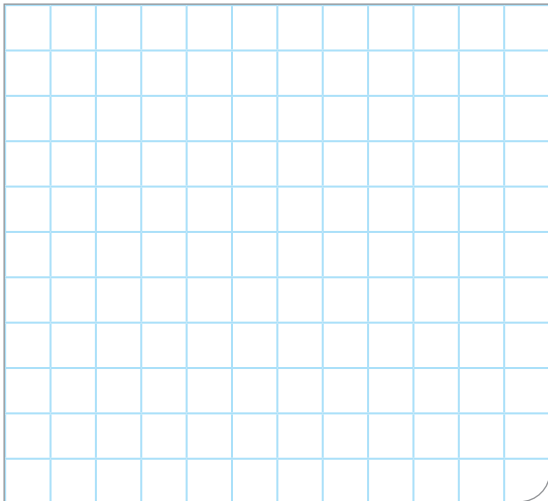
1. ¿Cuánto pagará Juana por los intereses que genera el préstamo durante los 5 meses?
2. ¿A cuánto asciende el monto que pagará Juana durante los 5 meses por el préstamo adquirido?

## Comprendemos el problema

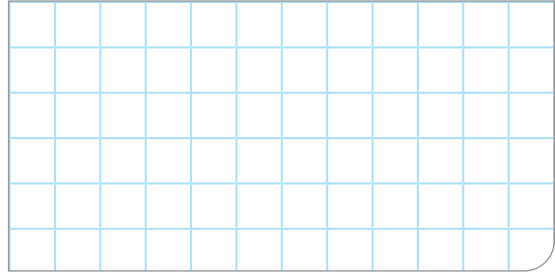
1. ¿De qué trata la situación?



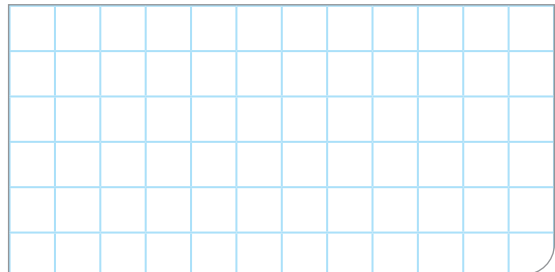
2. ¿Qué datos se tienen en la situación?



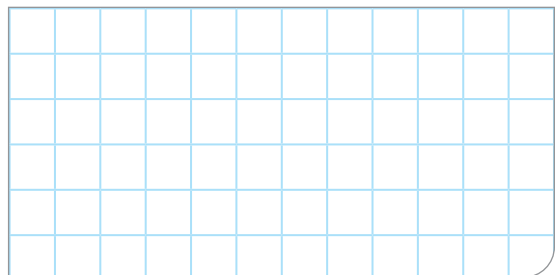
3. ¿Cuáles son las condiciones del préstamo?



4. ¿Qué entiendes por interés?

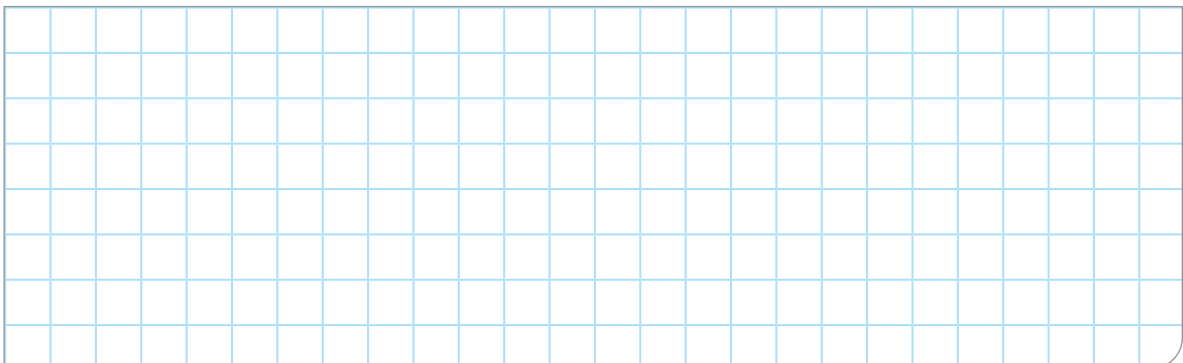


5. ¿Qué te piden calcular las preguntas de la situación?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que emplearías para dar respuesta a las preguntas de la situación.





## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Organiza la información partiendo de los datos de la situación.


2. Si la tasa de interés simple es igual al 10 % mensual, entonces para el cálculo de intereses generados por el préstamo se utiliza la siguiente fórmula:

$$I = \frac{C \times i \times t}{100}$$

Donde:

$I$ : interés

$C$ : capital

$i$ : tasa de interés

$t$ : tiempo

A partir de ello, ¿cuánto le corresponde pagar de intereses a Juana por el préstamo solicitado?


3. Responde la primera pregunta de la situación.


4. ¿Cuánto es el capital prestado o monto solicitado por Juana?


5. ¿Cuál es el resultado de sumar el capital prestado y los intereses por pagar?


6. Responde la segunda pregunta de la situación.


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías realizar otro procedimiento para responder las preguntas de la situación? Explica cómo.


2. Si la cooperativa de ahorro y crédito le hubiera otorgado el préstamo con una tasa de interés simple del 10 % anual, ¿cuánto sería el interés que pagaría por el préstamo en un año?




## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con lenguaje numérico nuestra comprensión de las tasas de interés simple y términos financieros (tasa mensual, tasa anual) para interpretar el problema en contexto. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos las afirmaciones sobre las equivalencias entre tasas de interés y corregimos errores si los hubiera.

### Situación A

José Flores solicita un préstamo a una caja municipal de ahorro y crédito por la suma de S/1300 para comprar una laptop. Esta entidad financiera le hace dos propuestas:

- **Primera propuesta:** una tasa de interés simple del 6,5 % mensual en 2 años.
- **Segunda propuesta:** una tasa de interés simple del 5 % mensual y un año más que en el caso anterior.



©Shutterstock

¿Cuál de las dos propuestas le conviene a José Flores?

### Resolución

Para calcular el interés, se aplica la siguiente fórmula:

$$I = \frac{C \times i \times t}{100}$$

Donde:

$I$ : interés

$C$ : capital

$i$ : tasa de interés

$t$ : tiempo

Se organiza la información en un diagrama tabular y se determina el interés en cada propuesta.

Primera propuesta	Segunda propuesta
$C = S/1300$	$C = S/1300$
$i = 6,5\% \text{ mensual} \equiv 78\% \text{ anual}$	$i = 5\% \text{ mensual} \equiv 60\% \text{ anual}$
$t = 2 \text{ años}$	$t = 3 \text{ años}$
$I = \frac{C \times i \times t}{100}$	$I = \frac{C \times i \times t}{100}$
$I = \frac{1300(78)(2)}{100}$	$I = \frac{1300(60)(3)}{100}$
$I = 2028 \text{ soles}$	$I = 2340 \text{ soles}$

**Respuesta:** Le conviene la primera propuesta porque solo pagaría S/2028 de interés.

1. ¿Por qué en la primera propuesta se considera una tasa de interés del 78%?

3. Si ambas propuestas tuvieran el mismo periodo de 2 años, ¿qué propuesta le convendría a José Flores?

2. ¿Por qué en la segunda propuesta se considera una tasa de interés del 60%?

4. ¿Qué estrategia ayudó a responder la interrogante de la situación?

### Situación B

El profesor Giancarlo Álvarez ha recibido una bonificación especial de S/5000 por las buenas prácticas docentes aplicadas en su institución educativa. Él decide ahorrar esta bonificación. Para ello, tiene dos opciones: la primera es depositar el dinero a una tasa de interés simple del 1,2 % mensual por un periodo de 2 años y la segunda es depositar el dinero con un interés simple del 12 % anual durante 2 años. ¿Cuál de las dos opciones le conviene?

### Resolución

Se organiza la información en un diagrama tabular para determinar el interés en cada una de las opciones.

Primera opción	Segunda opción
$C = S/5000$	$C = S/5000$
$i = 1,2\% \text{ mensual} \equiv 14,4\% \text{ anual}$	$i = 12\% \text{ anual}$
$t = 2 \text{ años}$	$t = 2 \text{ años}$
$I = \frac{5000(14,4)(2)}{100}$	$I = \frac{5000(12)(2)}{100}$
$I = 1440 \text{ soles}$	$I = 1200 \text{ soles}$

**Respuesta:** Le conviene la primera opción porque le darán por su ahorro S/1440 de interés, mientras que en la segunda opción solo ganará S/1200 de interés.

1. ¿Por qué para el procedimiento de la primera opción se considera una tasa de interés de 14,4 % y no la propuesta en la situación de 1,2 %?

2. ¿Por qué para el procedimiento de la segunda opción se considera la misma tasa de interés mencionada, es decir, 12 %?

### Situación C

El señor Fernández decide adquirir un auto con el fin de realizar servicios de taxi. El precio del vehículo es de S/48 000, pero solo dispone de S/12 500. Entonces, decide financiar el dinero que le falta por medio de una entidad bancaria.

Tiene las siguientes opciones:

- El Banco ABCREDIT: por 4 años con una tasa de interés de 4,8 % anual.
- La Caja Municipal de Ahorros y Créditos Perumás: por 5 años con una tasa de interés de 0,5 % mensual.

¿Cuál de las dos opciones le conviene?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Se organiza la información en un diagrama tabular para determinar el interés en cada una de las opciones.

Si el precio del vehículo es de S/48 000 y dispone de S/12 500, entonces lo que debe financiar está dado por la diferencia entre estos valores.

$$48\,000 - 12\,500 = 35\,500$$

El monto que debe financiar es S/35 500.

Banco ABCREDIT	Caja Municipal de Ahorros y Créditos Perumás
$C = S/35\,500$	$C = S/35\,500$
$i = 4,8\% \text{ anual}$	$i = 0,5\% \text{ mensual}$
$t = 4 \text{ años}$	$t = 5 \text{ años}$
$I = \frac{35\,500(4,8)(4)}{100}$	$I = \frac{35\,500(0,5)(5)}{100}$
$I = 6816 \text{ soles}$	$I = 887,5 \text{ soles}$

**Respuesta:** Le conviene financiar el dinero con la Caja Municipal de Ahorros y Créditos Perumás, porque solo pagará S/887,5 de intereses.

1. ¿Son correctos los procedimientos realizados? Sustenta tu respuesta.

2. De no ser correcto el procedimiento, corrige el error y da respuesta a la pregunta de la situación.



5. Una inmobiliaria encargada de la construcción, venta, alquiler y administración de viviendas tiene como meta ganar un interés simple de S/580 000 en un periodo de dos años y medio. ¿Cuál debe ser el capital inicial a depositar si se sabe que la tasa de interés es del 4% trimestral?

- a) S/1 450 000                      b) S/232 000                      c) S/5 800 000                      d) S/120 833,33


6. La directiva del Club Deportivo Amanecer recibe de cada uno de sus socios un depósito de S/800 para la remodelación y ampliación de las instalaciones y se compromete a devolver ese dinero al cabo de 1 año y 8 meses, junto con un interés simple del 5% anual. ¿Qué cantidad devolverá a cada socio (dar el resultado con aproximación al centésimo)?

- a) S/866,67                      b) S/872,66                      c) S/1600                      d) S/840,67


7. Una entidad financiera elabora un anuncio publicitario para captar más clientes. De acuerdo al afiche mostrado, ¿cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos?

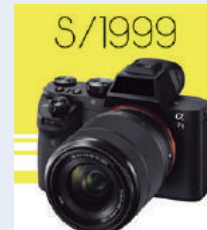
- I) El monto a pagar al término del tiempo indicado es de S/9000. ( )  
 II) El tiempo establecido en el anuncio es de 1,5 años. ( )  
 III) El interés a pagar es de S/2025. ( )




8. El fondo de ahorro es una prestación que establecen las empresas a favor de los empleados durante un determinado tiempo. Si el empleador de una estación de servicio de gas propone a sus empleados otorgarles un fondo de ahorro que paga 12% de interés simple, de tal manera que genere S/2400 por concepto de intereses en 4 años, ¿cuánto deberá invertir cada empleado para tener la cantidad requerida?
- a) S/1152                                  b) S/7400                                  c) S/5000                                  d) S/1525,24

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9. El papá de Rolando decide comprar una cámara digital. Al observar varios catálogos, ha encontrado que el modelo de cámara que necesita es ofrecido a crédito por dos tiendas, A y B, con tasas de interés simple mensual del 10% y 15% en 7 y 4 meses, respectivamente. ¿Cuánto pagará de interés el papá de Rolando si escoge la mejor propuesta?



- a) S/1399,30                                  c) S/2398,80  
 b) S/799,60                                  d) S/1199,40

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

10. Relaciona los créditos o préstamos con la tasa de interés correspondiente.

**A. CRÉDITOS EN 5 MINUTOS**

Por S/4000 pagas S/180 de interés en un mes.  
 Capital: S/4000                                  ○  
 Interés: S/180  
 Tiempo: 1 mes

**TASA DE INTERÉS I**

r = 1,8 % mensual                                  ○

**B. TE PRESTAMOS AL TOQUE**

Pagas S/120 de interés por S/3000 en 2 meses.  
 Capital: S/3000                                  ○  
 Interés: S/120  
 Tiempo: 2 meses

**TASA DE INTERÉS II**

r = 2,5 % anual                                  ○

**C. PRÉSTAMO FÁCIL**

En 5 meses, por S/2000, pagas S/180 de interés.  
 Capital: S/2000                                  ○  
 Interés: S/180  
 Tiempo: 5 meses

**TASA DE INTERÉS III**

r = 24 % anual                                  ○

**D. CRÉDITO RÁPIDO**

En 12 meses pagas S/125 de interés por S/5000.  
 Capital: S/5000                                  ○  
 Interés: S/125  
 Tiempo: 12 meses ≅ 1 año

**TASA DE INTERÉS IV**

r = 4,5 % mensual                                  ○

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos, condiciones de equivalencia y las transformamos a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen inecuaciones; además, seleccionamos y empleamos estrategias heurísticas, métodos gráficos y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar inecuaciones, usando propiedades de las igualdades.

### Las líneas aéreas y sus condiciones de viaje

Alejandro se dispone a tomar sus vacaciones y, para ello, busca información de empresas aéreas. Averiguó por Internet las ofertas para las fechas elegidas, si le convenían las escalas, etc. Después de evaluar las ofertas de las aerolíneas Tucumán, Flyhour y Mayorsky, finalmente escogió aerolíneas Mayorsky.

Al ver las condiciones de vuelo, reconoce que las otras dos aerolíneas no seleccionadas tenían información más explícita sobre el equipaje de mano:

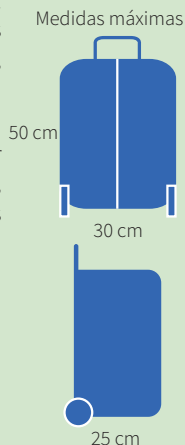
#### Aerolínea Tucumán

Por su seguridad y confort a bordo, el equipaje de mano debe cumplir con las medidas y peso máximo. De lo contrario, será despachado a la bodega del avión.

Todo equipaje de mano que exceda el tamaño permitido deberá ser despachado a la bodega del avión, ya que no podrá ser ubicado ni en los compartimentos superiores de la cabina de pasajeros ni debajo de los asientos.

Peso máximo

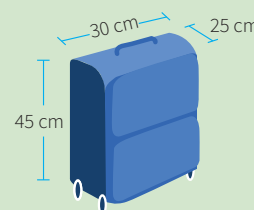
- Clase turista: 5 kg
- Clase Club Economy: 9 kg
- Internacionales: 10 kg



Se puede llevar en cabina un solo equipaje de mano de 8 kg de peso por persona, que no debe superar las siguientes dimensiones (incluidas asas, tiradores y ruedas).

Objetos transportables como equipaje de mano:

Los objetos personales, como carteras, portadocumentos u ordenadores personales, son considerados equipaje de mano y pueden ser transportados en cabina ajustándose a los límites indicados.



#### Aerolíneas Mayorsky

Peso máximo:

Se permite una pieza de equipaje de mano por cliente pagando tarifa completa.

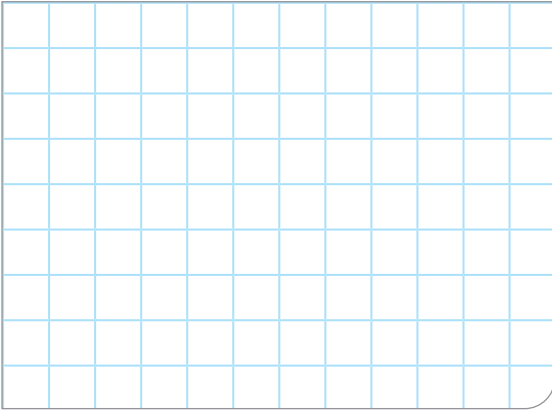
Peso máximo: 10 kg (22 libras)

La longitud máxima de las dimensiones del equipaje es la suma del largo, ancho y alto (largo + ancho + alto) y no debe superar a 114,3 cm (45 pulgadas).

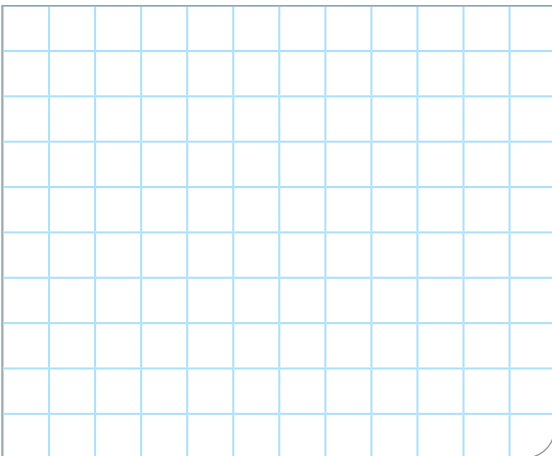
1. ¿Por qué escogió Alejandro la aerolínea Mayorsky?
2. Si Alejandro desea colocar su equipaje de mano en el compartimiento alto del avión, ¿qué valor como máximo entero tiene que medir el ancho de su maleta (en centímetros y en pulgadas), sabiendo que este ancho es la mitad del largo y la tercera parte de su altura?

## Comprendemos el problema

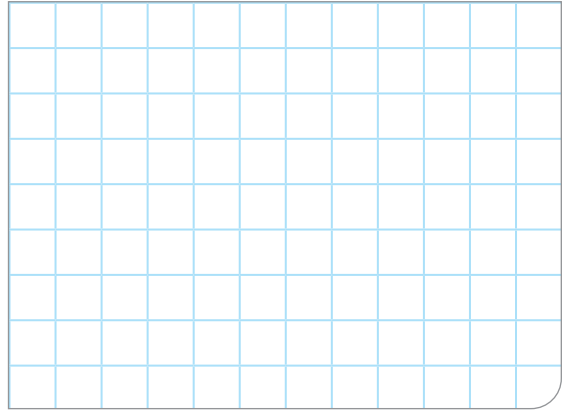
1. Respecto al equipaje, ¿qué información presenta cada una de las aerolíneas?



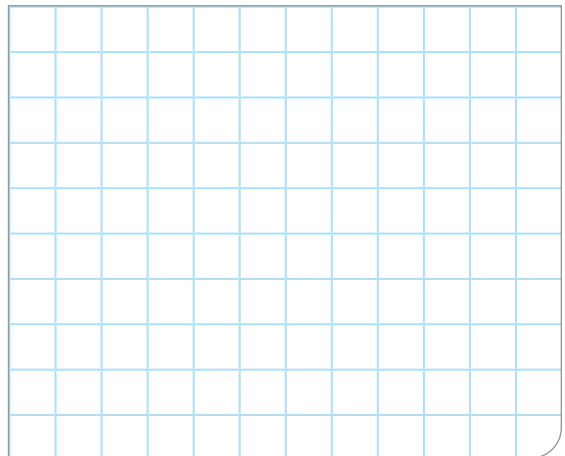
2. ¿Cuál es la longitud máxima que debe tener el equipaje en la aerolínea Mayorsky?



3. Establece la equivalencia entre pulgadas y centímetros.

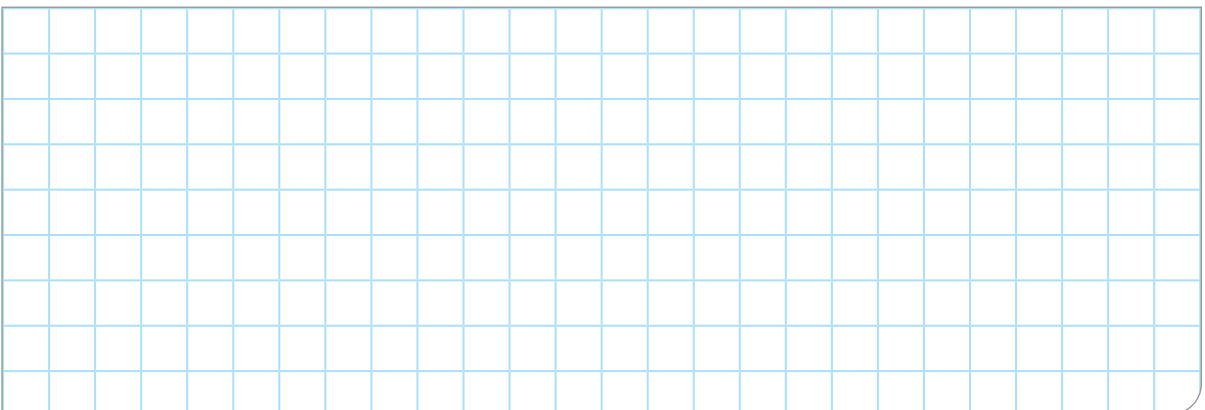


4. ¿Qué nos piden hallar las preguntas de la situación?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a los desafíos de la situación.





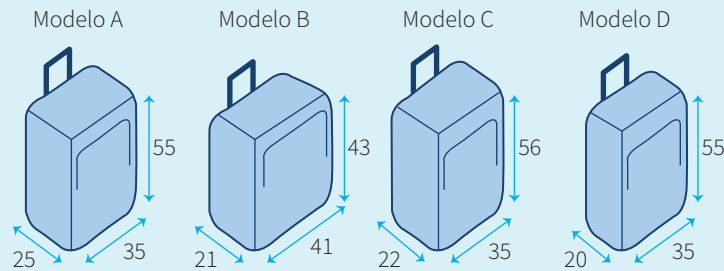


# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, así como con lenguaje algebraico, nuestra comprensión sobre la solución de una inecuación lineal y establecemos conexiones entre dichas representaciones. Asimismo, justificamos con ejemplos y con propiedades matemáticas las afirmaciones de las posibles soluciones de inecuaciones lineales, y corregimos errores si los hubiera.

## Situación A

Miriam siempre transporta en sus viajes un equipo electrónico y su maleta de mano. Según el lugar de viaje, lleva ropa ligera o de abrigo, que pueden variar en peso y volumen. La fórmula matemática que expresa las características del volumen con que siempre podría viajar es  $(x + 0,007) \text{ m}^3 \leq 0,050 \text{ m}^3$ .



¿Cuál de los modelos recomendarías que use Miriam para su viaje si las dimensiones de las maletas están en centímetros (cm) y "x" representa el volumen del equipaje de Miriam?

## Resolución

- Despejamos la variable  $x$  en la inecuación dada para determinar el volumen del equipaje de Miriam, que se halla multiplicando el alto · largo · ancho de la maleta:

$$(x + 0,007) \text{ m}^3 \leq 0,050 \text{ m}^3$$

$$x + 0,007 - 0,007 \leq 0,050 - 0,007$$

$$x \leq 0,043 \text{ m}^3$$

- Ahora se calcula el volumen de las maletas que se proponen:

$$\text{Modelo A: } V_A = 25 \times 35 \times 55 = 48\,125 \text{ cm}^3 \approx 0,048 \text{ m}^3$$

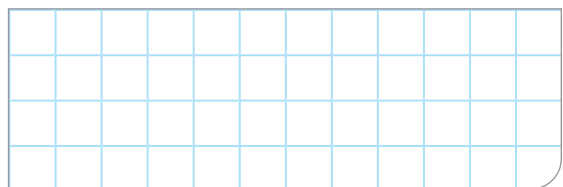
$$\text{Modelo B: } V_B = 21 \times 41 \times 43 = 37\,023 \text{ cm}^3 \approx 0,037 \text{ m}^3$$

$$\text{Modelo C: } V_C = 22 \times 35 \times 56 = 43\,120 \text{ cm}^3 \approx 0,043 \text{ m}^3$$

$$\text{Modelo D: } V_D = 20 \times 35 \times 55 = 38\,500 \text{ cm}^3 \approx 0,039 \text{ m}^3$$

**Respuesta:** La maleta que le recomendaría usar a Miriam sería el modelo C.

- ¿Cuál sería el conjunto solución en los reales (R) de la expresión  $x \leq 0,043$ ? Escríbelo como intervalo y en forma de conjunto, luego represéntalo en la recta numérica.




- ¿Cómo se procedió para convertir  $43\,120 \text{ cm}^3$  a  $0,043 \text{ m}^3$ ?



## Situación B

Señala qué aerolínea y en qué clase permiten un equipaje con las condiciones de los modelos matemáticos planteados, siendo “ $x$ ” el peso máximo de una maleta:

- a.  $2x + 10 \text{ kg} \geq 74 \text{ kg}$       b.  $2x + 5 \text{ kg} \geq 69 \text{ kg}$       c.  $x > 23 \text{ kg}$       d.  $10 \text{ kg} + 2x \geq 90 \text{ kg}$

Tipo de equipaje	Clase	Aerolínea 1	Aerolínea 2	Aerolínea 3	Aerolínea 4	Aerolínea 5	Aerolínea 6
Equipaje permitido sin cargo 	Ejecutiva	1 bolso de mano de 10 kg y 2 maletas de 32 kg	1 bolso de mano de 10 kg y 2 maletas de 32 kg	2 bolsos de mano de 4 kg y 3 maletas de 32 kg	1 maleta de 23 kg	1 bolso de 5 kg + 1 pieza de 23 kg	1 bolso de 5 kg + 1 pieza de 20 kg
	Económica	1 bolso de mano de 10 kg y 2 maletas de 23 kg	1 bolso de mano de 10 kg y 2 maletas de 25 kg	1 bolso de mano de 5 kg y 2 maletas de 32 kg	1 maleta de 23 kg	1 bolso de 5 kg + 1 pieza de 23 kg	1 bolso de 5 kg + 1 pieza de 15 kg

## Resolución

- Despejamos la variable “ $x$ ” en cada inecuación para tener más claro el peso máximo de la maleta:

a.  $2x + 10 \text{ kg} \geq 74 \text{ kg}$

$$x \geq 32 \text{ kg}$$

En este modelo matemático, se tiene lo siguiente:  
2 maletas que pesen 32 kg a más y un equipaje de mano de 10 kg.

{ Aerolínea 1, ejecutiva  
Aerolínea 2, ejecutiva

b.  $2x + 5 \text{ kg} \geq 69 \text{ kg}$

$$x \geq 32 \text{ kg}$$

En este modelo matemático, se tiene lo siguiente:  
2 maletas que pesen 32 kg a más y un equipaje de mano de 5 kg.

{ Aerolínea 3, económica

c.  $x > 23 \text{ kg}$

En este modelo matemático, se tiene:  
1 maleta que pese más de 23 kg.

{ Aerolíneas 1, 2 y 3, ejecutiva  
Aerolínea 3, económica

d.  $10 \text{ kg} + 2x \geq 90 \text{ kg}$

$$x \geq 40 \text{ kg}$$

En este modelo matemático, se tiene:  
1 equipaje de mano de 10 kg y 2 maletas que pesen 40 kg a más.

Ninguna aerolínea.

1. ¿Qué procedimiento se siguió para responder sobre las expresiones matemáticas planteadas en la situación?


2. ¿Por qué la expresión matemática (d) no se ajusta a ninguna aerolínea?


### Situación C

En cierta aerolínea, el equipaje de los pasajeros no debe sobrepasar los 20 kg. Si un pasajero lleva tres maletas con el mismo peso, ¿cuál debe ser el peso máximo de cada una para no sobrepasar el límite dispuesto por la aerolínea?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Datos:

Peso de cada maleta:  $x$

Peso de las tres maletas:  $3x$

- Se debe plantear una desigualdad lineal considerando que la masa de las tres maletas no debe superar los 20 kg. Por lo tanto, la desigualdad es:

$$3x < 20$$

$$x < \frac{20}{3} \rightarrow x < 6,666\dots$$

#### Respuesta:

Cada maleta debe pesar como mínimo 6,67 kg.

- 1.** ¿Es correcto afirmar que “cada maleta debe pesar como mínimo  $\frac{20}{3}$  kg =  $6\frac{2}{3}$  kg  $\approx$  6,6 kg”? Entonces, ¿es posible tener pesos mayores?

- 2.** Si el procedimiento no es correcto, ¿dónde se cometió el error y cuál es tu respuesta a la pregunta de la situación?



## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos, condiciones de equivalencia y las transformamos a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen inecuaciones; además, expresamos con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, así como con lenguaje algebraico, nuestra comprensión sobre la solución de una inecuación lineal y establecemos conexiones entre dichas representaciones. Seleccionamos y empleamos estrategias heurísticas, métodos gráficos y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar inecuaciones, usando propiedades de las igualdades. Asimismo, justificamos con ejemplos y con propiedades matemáticas las afirmaciones de las posibles soluciones de inecuaciones lineales, y corregimos errores si los hubiera.

**1.** Diana es una estudiante del tercer grado de secundaria. Diariamente, alista su mochila con cuadernos, libros, cartuchera y otros materiales. Según la OMS (Organización Mundial de la Salud), cada estudiante puede llevar en su mochila el 10% de su masa corporal o, como máximo, el 15%, a fin de no desarrollar afecciones en la columna. Si Diana tiene una masa de 48 kg, ¿cuáles son las posibles masas de su mochila para no afectar su salud?

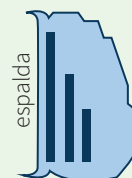
masa recomendada



Mása máxima



masa pegado a la espalda



- a) Desde 2,08 kg hasta 7,28 kg
- b) Desde 2,08 kg hasta 8,2 kg
- c) Desde 4,8 kg hasta 7,2 kg
- d) Desde 1,8 kg hasta 7,7 kg

2. Para construir una casa, se necesita un determinado número de columnas. A la vez, estas necesitan un número adecuado de estribos. Se sabe que, para armar una columna simple, se necesitan entre 28 y 32 estribos. ¿Cuál es el máximo número de estribos que se necesitará si se van a armar 18 columnas simples?

- a) 505                                      b) 504                                      c) 576                                      d) 575

3. El puntaje de una asignatura es la media o promedio aritmético de las calificaciones de tres exámenes. Si un estudiante ha obtenido 13 en el primer examen y 12 en el segundo, ¿cuál es el puntaje que debe obtener en el tercer examen para aprobar la asignatura? (La asignatura se aprueba con un puntaje mínimo de 14).

- a)  $x \geq 17$                                       b)  $x < 17$                                       c)  $x > 17$                                       d)  $x \leq 14$

4. –Pregunté a mi papá, ¿cuánto vale el chocolate con churros en la cafetería “El buen sabor”?  
–No sé, nunca me he fijado –respondió el papá.  
–Pero, papá..., lo acabamos de tomar: mamá, la abuela, mis dos hermanos, tú y yo. ¿Cuánto has pagado?  
–Algo más de 7 soles –dijo el papá.  
–El domingo pasado, además de nosotros seis, invitaste a dos amigos míos. ¿Cuánto pagaste?  
–Era poco menos de 10 soles, pues pagué con un billete y dejé el vuelto –respondió el papá.  
Responde la siguiente pregunta considerando el diálogo del hijo y su papá:  
¿Cuánto vale el chocolate con churros en la cafetería "El buen sabor"?

Adaptado de <https://bit.ly/31PbYSe>



5. Una familia construye su vivienda. Este mes, logró ahorrar el esposo  $S/130$  y su esposa  $S/90$  para comprar las varillas de hierro de media pulgada para el techo.

Si compran varillas de hierro de  $S/30$ , les sobrar  dinero.

Si compran varillas de hierro de  $S/35$ , les faltará dinero.

 Cu ntas varillas de media pulgada podrá comprar la familia con todo lo ahorrado?

- a) 8 fierros                      b) 6 fierros                      c) 7 fierros                      d) 10 fierros

6. Una empresa de alquiler de autos ofrece dos modelos de contrato. El modelo A consiste en pagar una cantidad fija de 50 soles, además de 8 céntimos por cada kilómetro recorrido. El modelo B consiste en pagar 80 soles sin limitación de kilometraje.  A partir de cuántos kilómetros conviene el alquiler según el modelo B?

- a) 375 km                      b) 376 km                      c) 300 km                      d) 325 km

7. Si el largo de un rectángulo mide el doble de su ancho, justifica:  qu  dimensiones puede tener dicho rectángulo para que su perímetro sea inferior a 36 cm?,  cu l es el máximo valor entero que puede tomar el área del rectángulo?





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Leemos textos o gráficos que describen formas geométricas, sus propiedades y relaciones de semejanza y congruencia entre triángulos. Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios basadas en semejanza y congruencia de formas geométricas. Asimismo, seleccionamos diversas estrategias para establecer las relaciones métricas entre lados de un triángulo.

### ¿Hay figuras iguales o parecidas?

La profesora Ramírez presenta cuatro cuadrados a sus estudiantes divididos en cuatro partes idénticas y de dos formas distintas.

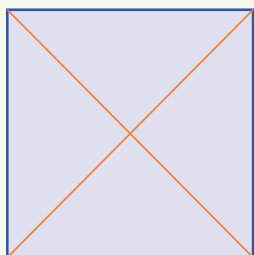


Figura 1

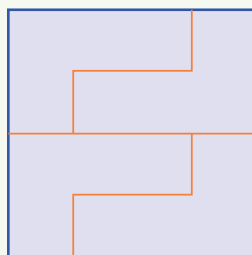


Figura 2

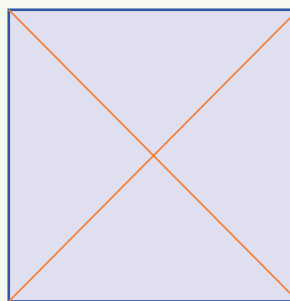


Figura 3

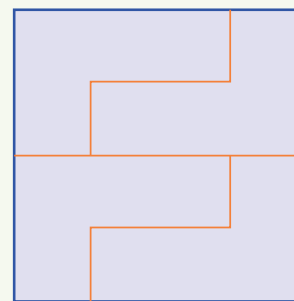


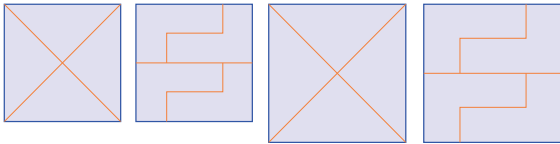
Figura 4

Luego de darles un tiempo para que observen las figuras, les plantea las siguientes preguntas:

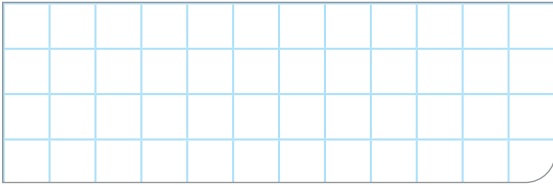
1. Cada cuadrado ha sido dividido en partes idénticas. Entonces, ¿las partes de cada cuadrado son congruentes o semejantes?
2. Las partes de las figuras 1 y 3, ¿son congruentes o semejantes? ¿Por qué?
3. Las partes de las figuras 2 y 4, ¿cómo son entre sí?

## Comprendemos el problema

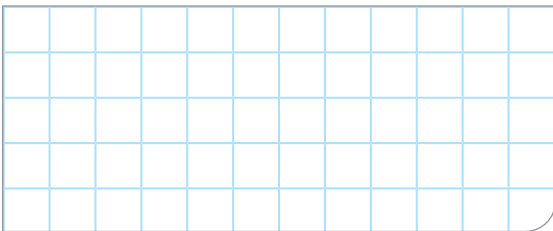
1. Observa los cuadrados de la situación y colorea una de las partes que es idéntica en cada uno de ellos.



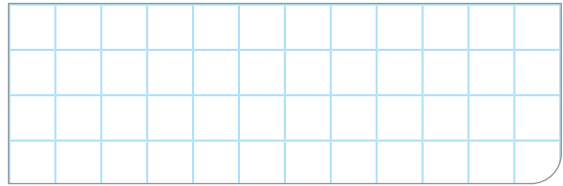
2. En cada cuadrado, ¿cómo son los tamaños de las cuatro partes?



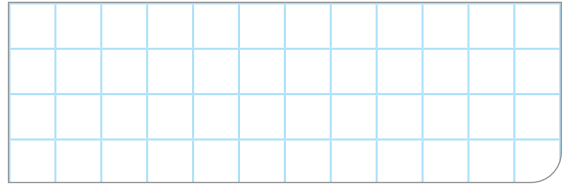
3. ¿Qué palabras nuevas encuentras en la situación?



4. Si superpones las piezas o partes de un mismo cuadrado, ¿qué puedes afirmar?



5. ¿Cómo son las formas y los tamaños de las piezas o partes de las figuras 1 y 3?

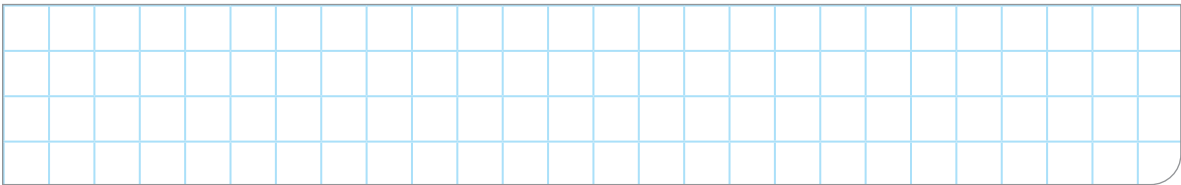


6. ¿Cómo son las formas y los tamaños de las partes de las figuras 2 y 4?



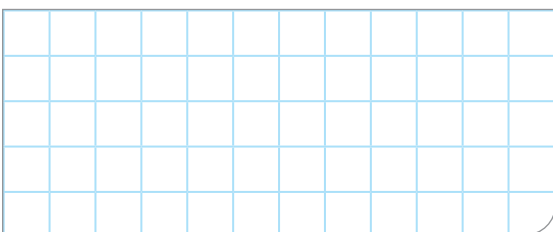
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación.

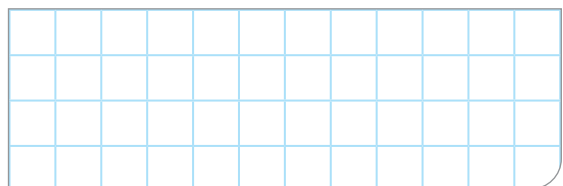


## Ejecutamos la estrategia o plan

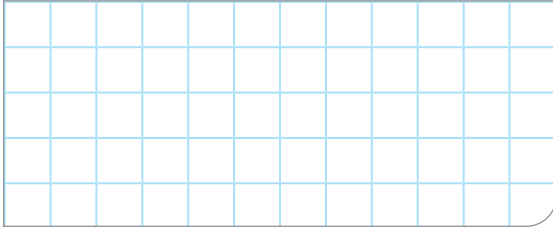
1. Superpon entre ellas las partes de la figura 2. ¿Cómo son las formas y los tamaños de estas piezas?



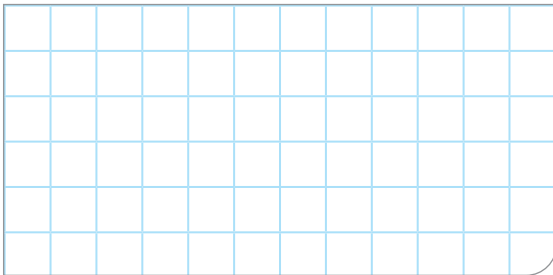
2. ¿En qué parejas de figuras, sus piezas tienen igual forma pero diferente tamaño? Con la ayuda de un transportador mide los ángulos de estas piezas, ¿cómo son sus ángulos?



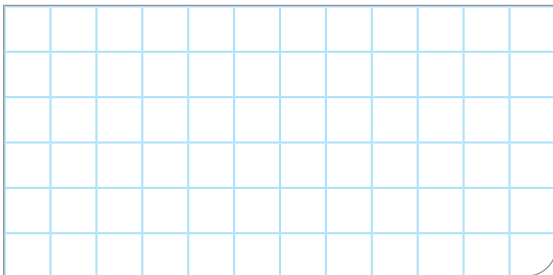
3. Dos figuras son congruentes cuando tienen la misma forma y el mismo tamaño, son semejantes cuando tienen la misma forma y sus lados son proporcionales entre sí. Responde la primera pregunta de la situación.



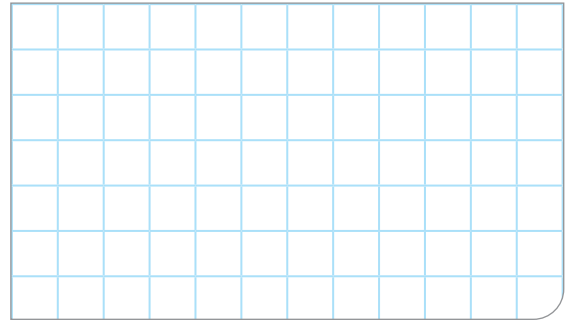
4. ¿Cómo son las medidas de los perímetros en las partes de cada cuadrado?



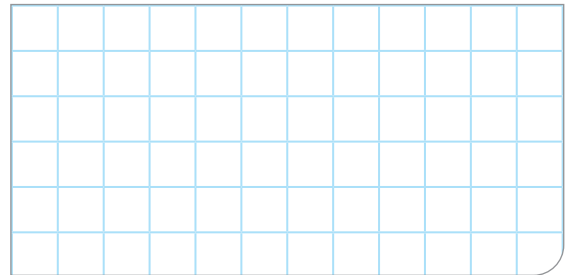
5. ¿Cómo son las medidas de las áreas en las partes de cada cuadrado?



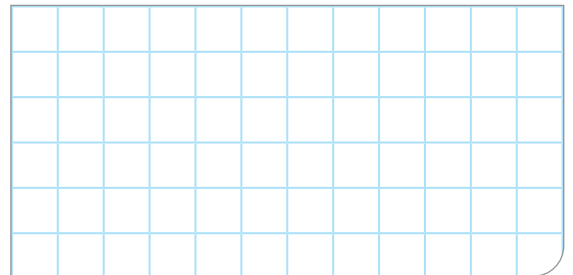
6. ¿Cómo se puede comprobar la congruencia de dos figuras?



7. Superpón las partes de la figura 1 en la figura 3 y responde la segunda pregunta de la situación.



8. Responde la tercera pregunta de la situación.

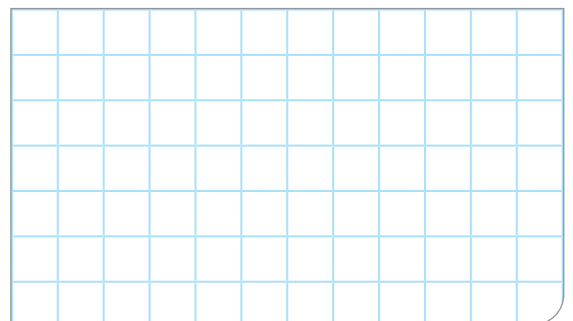


## ***Reflexionamos sobre el desarrollo***

1. Las figuras semejantes, ¿tienen perímetros o áreas iguales? Explica.



2. Las figuras congruentes, ¿tienen perímetros o áreas iguales? Explica.





# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Seleccionamos diversas estrategias para establecer las relaciones métricas entre lados de un triángulo. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades entre los objetos y formas geométricas; además, comprobamos la validez de una afirmación mediante propiedades geométricas.

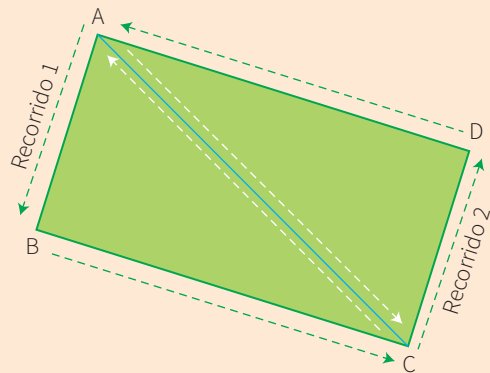
## Situación A

La I. E. San Felipe organiza las olimpiadas interescolares de la comunidad. La carrera de relevos se llevará a cabo en el campo de fútbol de la institución. El recorrido está marcado en el piso. Hay dos circuitos para la carrera:

**Primer circuito:** Parte del punto A, avanza hacia B, luego a C y finaliza en A.

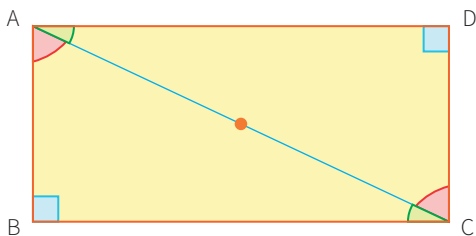
**Segundo circuito:** Empieza en C, se dirige a D, luego hacia A y regresa a C.

¿Se recorre la misma distancia en ambos circuitos? Explica.



## Resolución

- El campo, que es un rectángulo, se descompone en dos triángulos. Los circuitos consisten en bordearlos.
- Como el campo deportivo de fútbol es rectangular, los lados opuestos son paralelos.



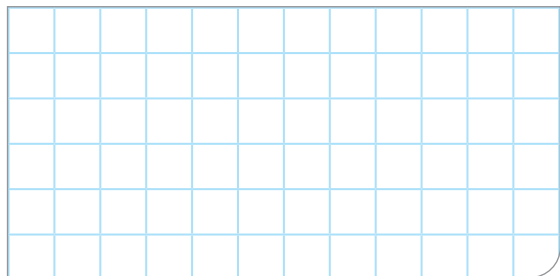
$$\left. \begin{array}{l} m \angle BAC \cong m \angle DCA \\ m \angle BCA \cong m \angle DAC \end{array} \right\} \text{Por ángulos alternos internos}$$

$\triangle ABC$  y  $\triangle CDA$  tienen en común el lado AC.

Por el criterio ALA,  $\triangle ABC$  y  $\triangle CDA$  son congruentes. Los lados correspondientes tienen igual longitud, entonces el perímetro de los dos triángulos es el mismo.

**Respuesta:** La distancia recorrida en ambos circuitos es la misma.

1. ¿Cómo se lee  $m \angle BAC \cong m \angle DCA$ ?



2. ¿Qué puedes detallar del "criterio ALA"?

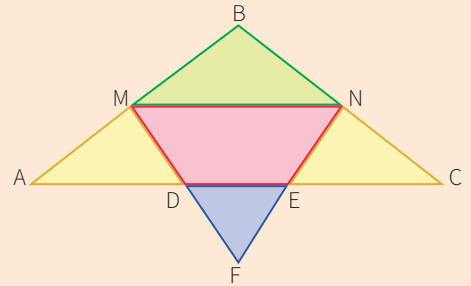


### Situación B

Un estudiante diseña el plano de una cometa con las siguientes características:

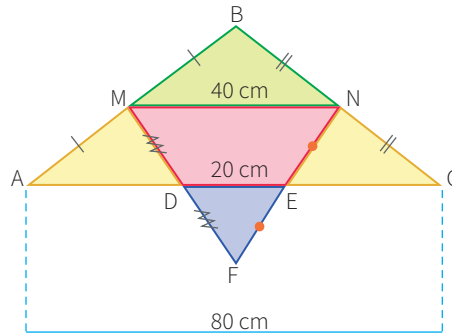
- Los extremos M y N de la varilla están ubicados en el punto medio de AB y BC, respectivamente.
- Los puntos D y E son puntos medios de los lados MF y NF, respectivamente.
- $DE = 20$  cm

Según las características del diseño del estudiante, ¿cuál es la medida de la varilla AC?



### Resolución

Representamos las características descritas:



En el  $\triangle MFN$ , DE es base media:

$$DE = \frac{MN}{2} \rightarrow MN = 2(20) = 40$$

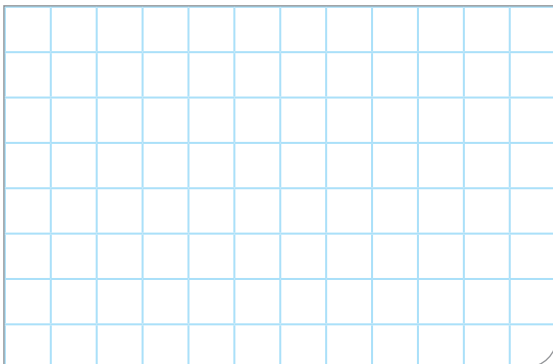
En el  $\triangle ABC$ , MN es base media:

$$MN = \frac{AC}{2} \rightarrow AC = 2(40) = 80$$

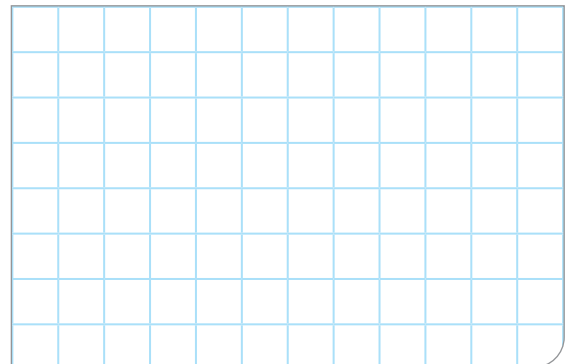
### Respuesta:

La varilla AC mide 80 cm.

1. ¿Qué estrategia se utilizó en la resolución de la situación?

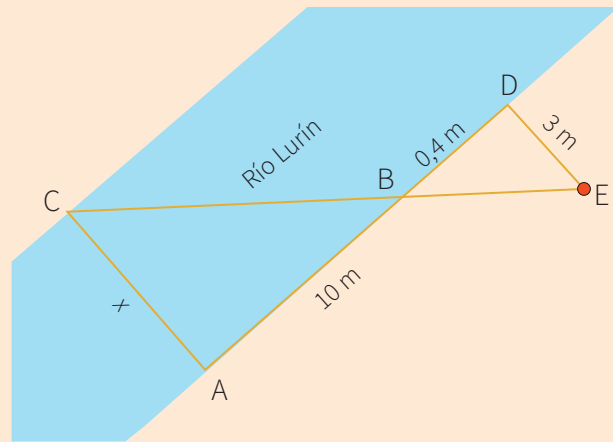


2. ¿Por qué los segmentos DE y MN son “base media” de  $\triangle MFN$  y de  $\triangle ABC$ , respectivamente?



### Situación C

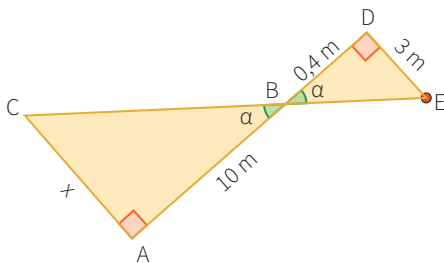
Los estudiantes de Ingeniería Ambiental de la Universidad San Luis Gonzaga de Ica están realizando un proyecto para la conservación y preservación del río Lurín. Para dicho estudio, necesitan saber las dimensiones del río. Un estudiante registró las medidas (en metros) que se muestran en la figura, donde el segmento AC es perpendicular a AD y el segmento BD es perpendicular a DE. ¿Cuál es el ancho del río en ese punto?



### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Se elabora un diagrama de la situación con los datos dados.



Se establece la semejanza de los triángulos.

$\triangle CAB$  y  $\triangle EDB$

- $m\angle A \cong m\angle D = 90^\circ$
- En el punto B, se determinan ángulos congruentes (opuestos por el vértice).

Entonces:  $\triangle CAB \sim \triangle EDB$ , por el criterio del ángulo (AA)

- Por lo tanto, se establece la proporción:

$$\frac{x}{10} = \frac{0,4}{3} \rightarrow x = 1,3$$

**Respuesta:** El ancho del río es 1,3 m en ese punto.

1. ¿Cómo se lee  $\triangle CAB \sim \triangle EDB$ ?


2. Los  $\triangle CAB$  y  $\triangle EDB$  son semejantes porque tienen igual forma pero diferente tamaño. Además, se observa que el  $\triangle CAB$  es más grande. ¿Qué opinas sobre la respuesta obtenida, la cual afirma que el segmento AC es menor que el segmento DE?


3. ¿Qué cambiarías en la resolución? ¿Cuánto mide el lado "x"?

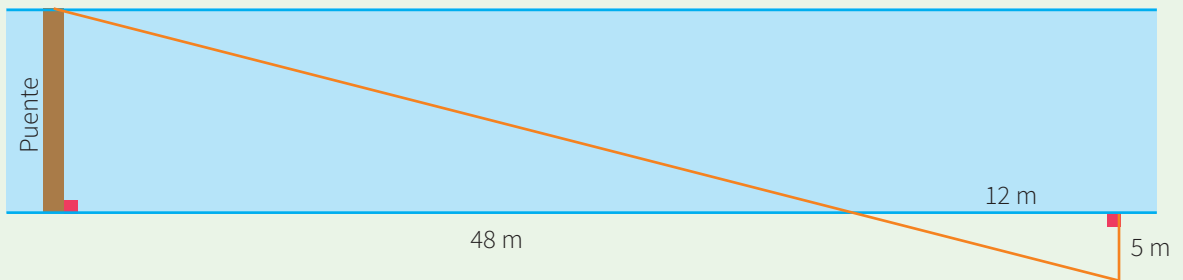




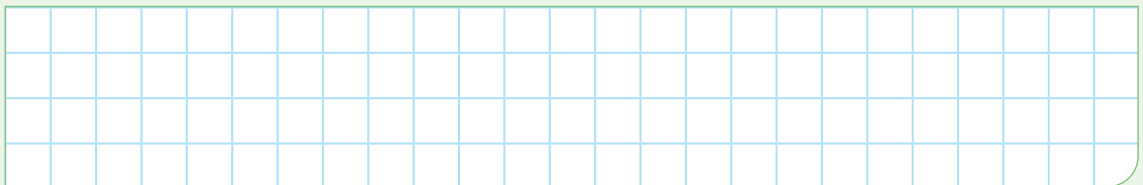

## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Leemos textos o gráficos que describen formas geométricas, sus propiedades y relaciones de semejanza y congruencia entre triángulos, y establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios basadas en semejanza y congruencia de formas geométricas. También seleccionamos diversas estrategias para establecer las relaciones métricas entre lados de un triángulo. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades entre los objetos y las formas geométricas, y comprobamos la validez de una afirmación mediante propiedades geométricas.

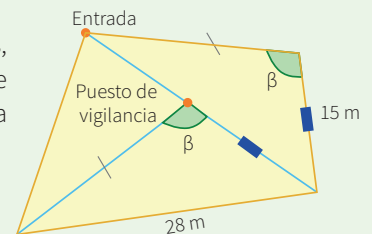
1. El alcalde de una comunidad tiene como proyecto construir un puente sobre un río cercano a su zona que permita el traslado de los habitantes y el comercio con otras comunidades. Según los datos del gráfico, ¿cuál será la longitud del puente?



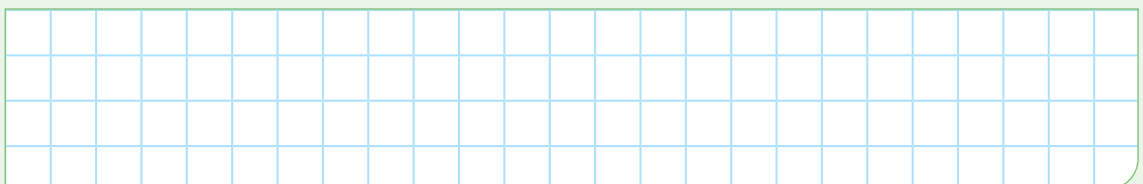
- a) 20 m                      b) 12,5 m                      c) 1,25 m                      d) 2 m



2. En el parque Sinchi Roca se ha habilitado una zona de juegos con tres áreas, distribuidas como se muestra en la figura. Para el control y la seguridad de dichas áreas, el parque cuenta con un puesto de vigilancia. Determina la distancia entre la entrada del parque y el puesto de vigilancia.



- a) 43 m                      b) 12 m                      c) 13 m                      d) 15 m









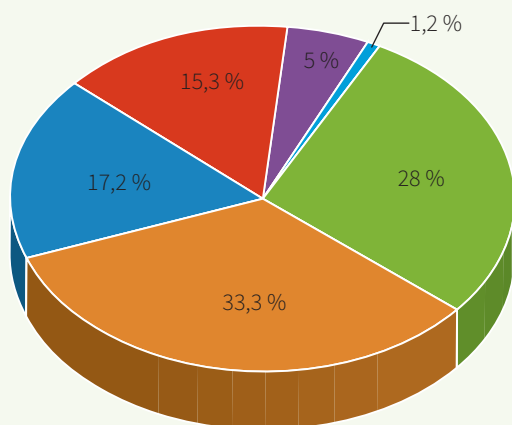


## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Determinamos las condiciones y el espacio muestral de una situación aleatoria. Asimismo, representamos la probabilidad de un suceso a través de su valor decimal o fraccionario; a partir de este valor, determinamos si un suceso es probable o muy probable que ocurra. Además, seleccionamos y empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace y sus propiedades.

### Una visita al museo

La siguiente gráfica muestra la edad de un grupo de personas que entró al Museo de la Nación de Lima un domingo cualquiera.



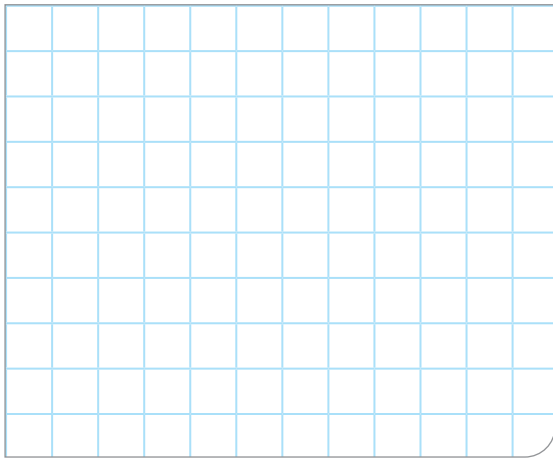
Total: 261 personas

- Menor de 11 años: 5 % (13 personas)
- De 12 a 17 años: 1,2 % (3 personas)
- De 18 a 24 años: 28 % (73 personas)
- De 25 a 34 años: 33,3 % (87 personas)
- De 35 a 54 años: 17,2 % (45 personas)
- De 55 años en adelante: 15,3 % (40 personas)

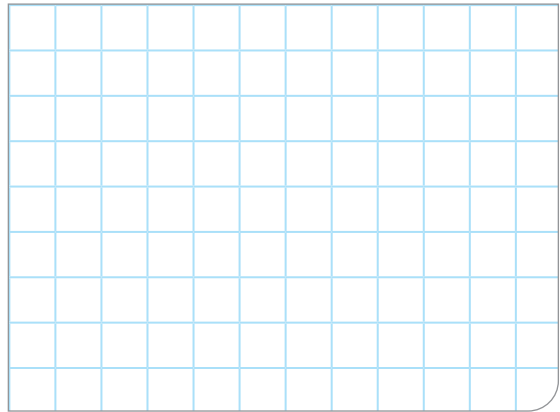
1. ¿Cuál es la probabilidad que tiene un agente de seguridad dentro del Museo de la Nación para encontrar una persona mayor de 35 años? Justifica tu respuesta.
2. Dentro del Museo de la Nación, ¿qué es lo más probable, hallar una persona de 25 a 54 años o hallar una persona que sea menor de edad?

## Comprendemos el problema

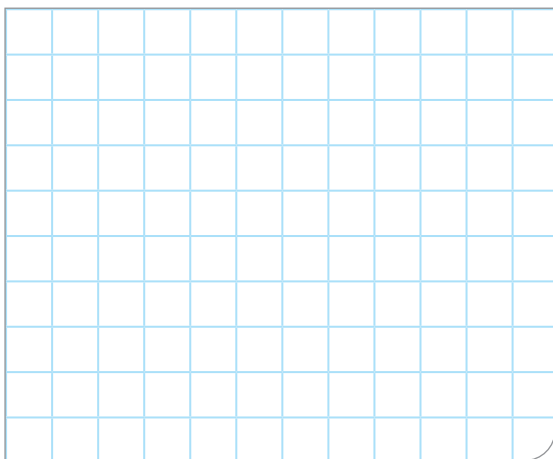
1. ¿Cuántas personas asistieron al museo el domingo?



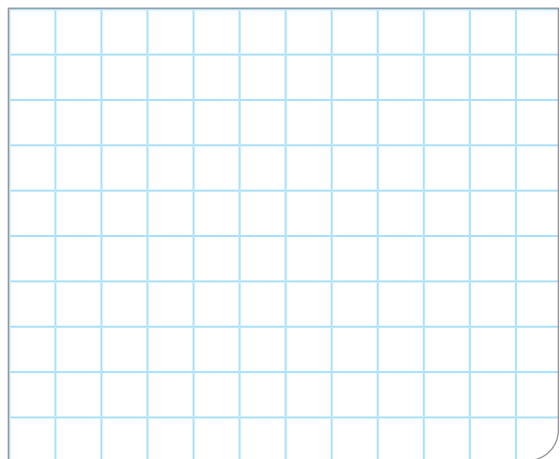
3. ¿Cuántas personas mayores de 35 años de edad ingresaron al museo el domingo?



2. ¿Cuántas personas de 25 a 34 años de edad ingresaron al museo el domingo?

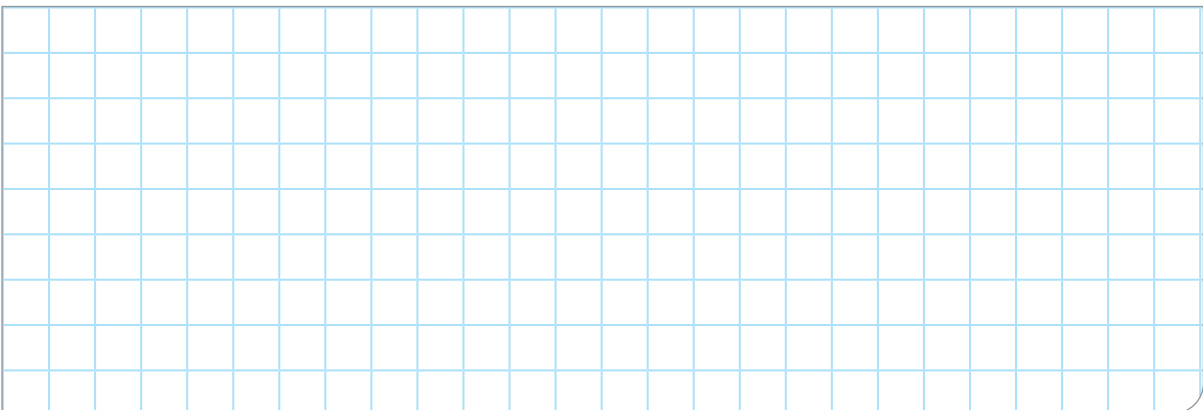


4. ¿Cuántas personas menores de edad ingresaron al museo el domingo?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación.





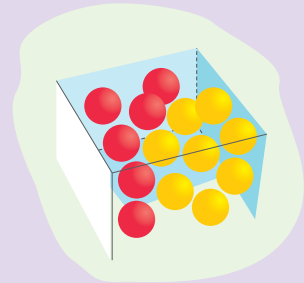


# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones el valor de la probabilidad de sucesos independientes y dependientes de una situación aleatoria; además, planteamos afirmaciones sobre sucesos aleatorios y las justificamos. Reconocemos errores en nuestras justificaciones y los corregimos.

## Situación A

La profesora Liz lleva en una urna 14 esferas, de las cuales 8 son de color amarillo y el resto es de color rojo. Uno de los estudiantes del tercer grado extrae sin ver dos esferas, una por una. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas esferas sean de color amarillo?



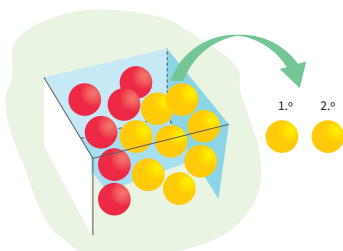
## Resolución

Al extraer las esferas una por una, se entiende que se da en forma sucesiva y sin reposición, por lo que se trata de una probabilidad de sucesos dependientes.

Dos sucesos son dependientes cuando el resultado del primero influye en la probabilidad del segundo y se calcula multiplicando la probabilidad del primer suceso por la probabilidad del segundo suceso, habiendo ocurrido el primero.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

Del enunciado, se tiene:



- Suceso A, que una de las esferas sea amarilla.  
N.º de casos favorables A: 8  
N.º de casos posibles: 14  
 $P(A) = \frac{8}{14}$
- Suceso (B/A), que la siguiente esfera sea amarilla, habiendo salido una amarilla en la primera extracción.  
N.º de casos favorables (B/A): 7

N.º de casos posibles: 13

$$P(B/A) = \frac{7}{13} \rightarrow \text{Sin reposición}$$

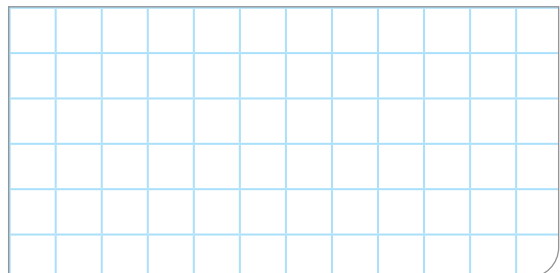
Por lo tanto, la probabilidad de que ambas esferas sean de color amarillo es:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A) = \frac{8}{14} \times \frac{7}{13} = \frac{4}{13}$$

1. Describe el procedimiento que permitió dar respuesta a la pregunta de la situación.



2. La profesora propone el juego a una estudiante. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer dos esferas, una por una sin reposición, ambas sean de color rojo? Justifica tu respuesta.





## Situación B

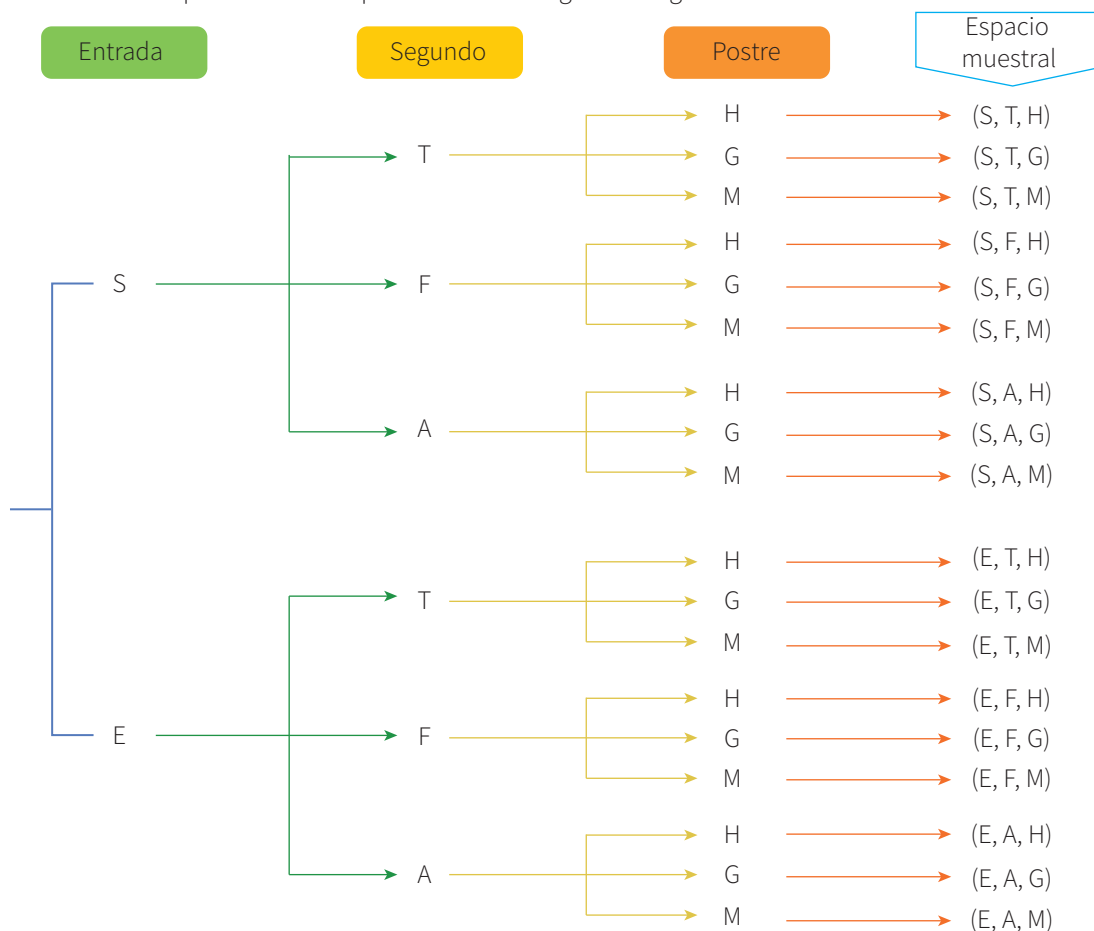
Por el cumpleaños de uno de sus hijos, la familia Salazar acude al restaurante Sabor & Color y observa el menú del día en el cartel de la derecha. Lo peculiar de este restaurante es que uno tiene que pedir su menú al azar, es decir, existen tres cajas con papelitos con los nombres de las entradas, segundos y postres.

¿Cuál es la probabilidad de escoger al azar un menú, cuya entrada incluya una ensalada y cuyo segundo sea un filete de pollo?



## Resolución

Se determinará el espacio muestral aplicando la estrategia del diagrama de árbol:



Se tienen 18 combinaciones, que constituyen el espacio muestral.

$$\Omega = \{(S, T, H), (S, T, G), (S, T, M), (S, F, H), (S, F, G), (S, F, M), (S, A, H), (S, A, G), (S, A, M), (E, T, H), (E, T, G), (E, T, M), (E, F, H), (E, F, G), (E, F, M), (E, A, H), (E, A, G), (E, A, M)\}$$

Que la entrada sea una ensalada y el segundo sea un filete de pollo son dos sucesos independientes.

Dos **sucesos son independientes** cuando la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia de otro y se calcula multiplicando la probabilidad de cada suceso.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Determinamos las posibilidades de cada suceso:

- Suceso A, que la entrada sea una ensalada.

N.º de casos favorables A: 9

N.º de casos posibles: 18

Luego, la probabilidad de escoger la ensalada como entrada es:

$$P(A) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}}$$

$$P(A) = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

- Suceso B, que el segundo sea un filete de pollo.

N.º de casos favorables B: 6

N.º de casos posibles: 18

Luego, la probabilidad de escoger un filete de pollo es:

$$P(B) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}}$$

$$P(B) = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

Por lo tanto, la probabilidad de escoger al azar un menú cuya entrada sea una ensalada y cuyo segundo sea un filete de pollo es:

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

1. ¿Habrá otra manera de resolver para dar respuesta a la pregunta de la situación? Explica.

2. ¿Cuál es la probabilidad de escoger como postre un helado?

3. Si uno de los integrantes de la familia toma la decisión de servirse un solo plato, ¿cuál es más probable que escoja: una mazamorra o una sopa de casa? Justifica tu respuesta.

### Situación C

En el taller de mecánica de Manuel se saca cita para ser atendido, teniendo una capacidad de atención para el día lunes de la siguiente manera:

Mañana	Tarde
5 autos para problemas eléctricos	3 autos para problemas eléctricos
6 autos para problemas mecánicos	9 autos para problemas mecánicos
3 autos para planchado	4 autos para planchado



©Carlos Boza

Si Manuel recibe la primera llamada de un cliente para separar una cita, se desea saber:

- ¿Cuál es la probabilidad de que la llamada recibida sea de un cliente que quiera atenderse por la tarde?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la llamada recibida sea de un cliente que tenga problemas mecánicos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la llamada recibida sea de un cliente que quiera arreglar su auto en la mañana y no tenga problemas eléctricos?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Ordenamos los datos en una tabla:

Problema Turno	Eléctrico	Mecánico	Planchado	Total
Mañana	5	6	3	14
Tarde	3	9	4	16
Total	8	15	7	30

- a. Calculamos la probabilidad de que los automóviles se atiendan por la tarde:

- Suceso T, el automóvil se atiende por la tarde.

N.º de casos favorables al suceso T: 16

N.º de casos posibles  $\Omega$ : 30

$$P(T) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

- b. Calculamos la probabilidad de que los automóviles se atiendan por problemas mecánicos.

- Suceso M, el automóvil se atiende por problemas mecánicos.

N.º de casos favorables al suceso M: 15

N.º de casos posibles  $\Omega$ : 30

$$P(M) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}}$$

$$P(M) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

c. La probabilidad de que un automóvil no tenga problemas eléctricos y sea atendido por la mañana.

- Suceso E, el automóvil se atiende por problemas eléctricos por la mañana.

N.º de casos favorables (mañana) E: 5

N.º de casos posibles (problemas eléctricos)  $\Omega$ : 14

$$P(E) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}} = \frac{5}{14} \approx 0,36$$

**Respuestas:**

a. 8 de cada 15 automóviles se atiende por la tarde.

b. 1 de cada 2 automóviles se atiende por problemas mecánicos.

c. Hay una probabilidad de 0,36 de que un automóvil con problemas eléctricos sea atendido por la mañana.

**1.** ¿Qué estrategias se emplearon para dar respuesta a las preguntas de la situación?

**2.** ¿La probabilidad puede ser mayor que 1? Justifica tu respuesta.

**3.** ¿Son correctos los procedimientos en la resolución? De no ser así, corrige y determina las probabilidades correctas.

**4.** Determina la probabilidad de que un automóvil sea planchado en la mañana.



## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Determinamos las condiciones y el espacio muestral de una situación aleatoria; representamos la probabilidad de un suceso a través de su valor decimal o fraccionario. A partir de este valor, determinamos si un suceso es probable o muy probable que ocurra. Asimismo, seleccionamos y empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace y sus propiedades. También expresamos con diversas representaciones el valor de la probabilidad de sucesos independientes y dependientes de una situación aleatoria. Además, planteamos afirmaciones sobre sucesos aleatorios y las justificamos, y reconocemos errores en nuestras justificaciones y los corregimos.

1. La profesora Jennifer, de la facultad de Matemática, luego de corregir sus evaluaciones de salida, registra los resultados en la siguiente tabla:

Puntaje	Inicio	Proceso	Satisfactorio
	0 - 10	11 - 13	14 - 20
Cantidad de estudiantes	12	10	8

Al elegir a un estudiante del aula al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga un puntaje satisfactorio?

a)  $\frac{11}{15}$

b)  $\frac{4}{15}$

c)  $\frac{2}{5}$

d)  $\frac{1}{3}$









# Enfoques

## transversales

### Enfoque Ambiental



Busca formar personas conscientes del cuidado del ambiente, que promuevan el desarrollo de estilos de vida saludables y sostenibles.

### Enfoque Inclusivo o de Atención a la Diversidad



Busca reconocer y valorar a todas las personas por igual, con el fin de erradicar la exclusión, discriminación y desigualdad de oportunidades.

### Enfoque de Derechos



Fomenta el reconocimiento de los derechos y deberes; asimismo, promueve el diálogo, la participación y la democracia.

### Enfoque Igualdad de Género



Busca brindar las mismas oportunidades a hombres y mujeres, eliminando situaciones que generan desigualdades entre ellos.

Son los valores y actitudes que tenemos al relacionarnos con otras personas y con nuestro entorno, con el fin de generar una sociedad más justa, inclusiva y equitativa para todos.

### Enfoque Intercultural



Promueve el intercambio de ideas y experiencias entre las distintas formas de ver el mundo.

### Enfoque Búsqueda de la Excelencia



Incentiva a los estudiantes a dar lo mejor de sí mismos para alcanzar sus metas y contribuir con su comunidad.

### Enfoque Orientación al Bien Común



Busca que el conocimiento, los valores y la educación sean bienes que todos compartimos, promoviendo relaciones solidarias en comunidad.

# CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

## I La democracia y el sistema interamericano

### Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

### Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base del estado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

### Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

### Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

### Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

### Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia. Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

## II

### La democracia y los derechos humanos

### Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

### Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

### Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

### Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

## III

### Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

### Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

### Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

### Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

### Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

### Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

### Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

## IV

### Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

### Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional

democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

### Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

### Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

### Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática.

Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

### Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

### Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

## V

### La democracia y las misiones de observación electoral

### Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

### Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

### Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

## VI

### Promoción de la cultura democrática

### Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

### Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

### Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.

## EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

### **1. Democracia y Estado de Derecho**

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

### **2. Equidad y Justicia Social**

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las

personas que conformamos esta sociedad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

### **3. Competitividad del País**

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

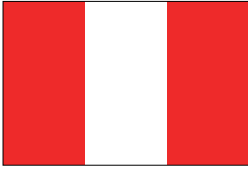
### **4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado**

Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

# SÍMBOLOS DE LA PATRIA

Artículo 49 de la Constitución Política del Perú



BANDERA NACIONAL



ESCUDO NACIONAL

## HIMNO NACIONAL DEL PERÚ

### CORO

Somos libres, seámoslo siempre,  
y antes niegue sus luces el sol,  
que faltemos al voto solemne  
que la patria al Eterno elevó.

HIMNO NACIONAL

## Declaración Universal de los Derechos Humanos

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

### Artículo 1

Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

### Artículo 2

Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

### Artículo 3

Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

### Artículo 4

Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

### Artículo 5

Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

### Artículo 6

Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

### Artículo 7

Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

### Artículo 8

Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

### Artículo 9

Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

### Artículo 10

Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

### Artículo 11

1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

### Artículo 12

Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

### Artículo 13

1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

### Artículo 14

1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

### Artículo 15

1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

### Artículo 16

1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

### Artículo 17

1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

### Artículo 18

Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

### Artículo 19

Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

### Artículo 20

1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

### Artículo 21

1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

### Artículo 22

Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

### Artículo 23

1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

### Artículo 24

Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

### Artículo 25

1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

### Artículo 26

1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

### Artículo 27

1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

### Artículo 28

Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

### Artículo 29

1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

### Artículo 30

Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.