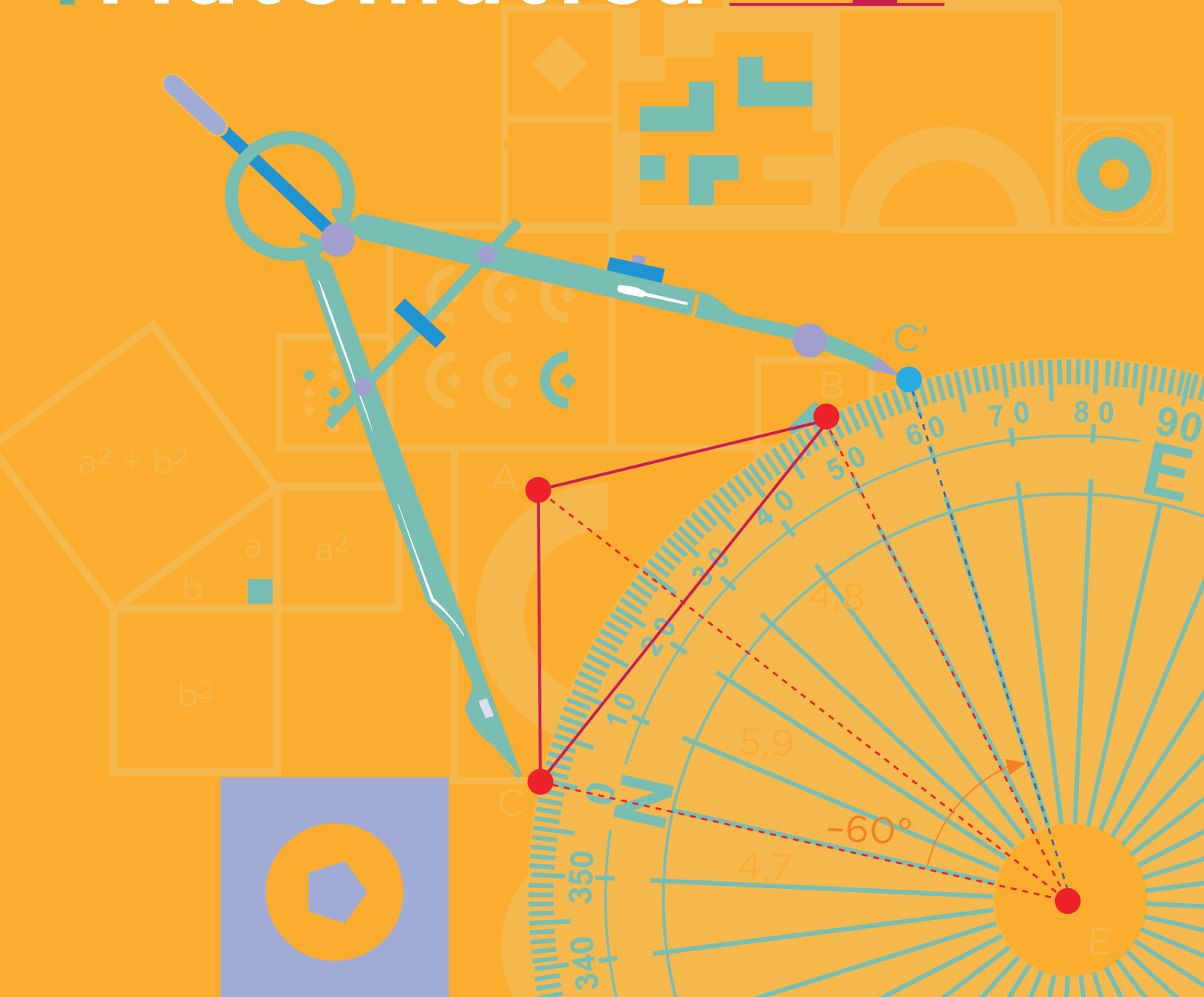


# Fichas de Matemática

# 4



# La ciudadana y el ciudadano que queremos

Se **reconoce** como persona valiosa y se identifica con su cultura en diferentes contextos.

**Desarrolla** procesos autónomos de aprendizaje.

**Gestiona** proyectos de manera ética.

**Interpreta** la realidad y toma decisiones con conocimientos matemáticos.

**Propicia** la vida en democracia comprendiendo los procesos históricos y sociales.

**Indaga** y comprende el mundo natural y artificial utilizando conocimientos científicos en diálogo con saberes locales.

## Perfil de egreso

Se **comunica** en su lengua materna, en castellano como segunda lengua y en inglés como lengua extranjera.

**Aprovecha** responsablemente las tecnologías.

**Comprende** y aprecia la dimensión espiritual y religiosa.

**Aprecia** manifestaciones artístico-culturales y crea proyectos de arte.

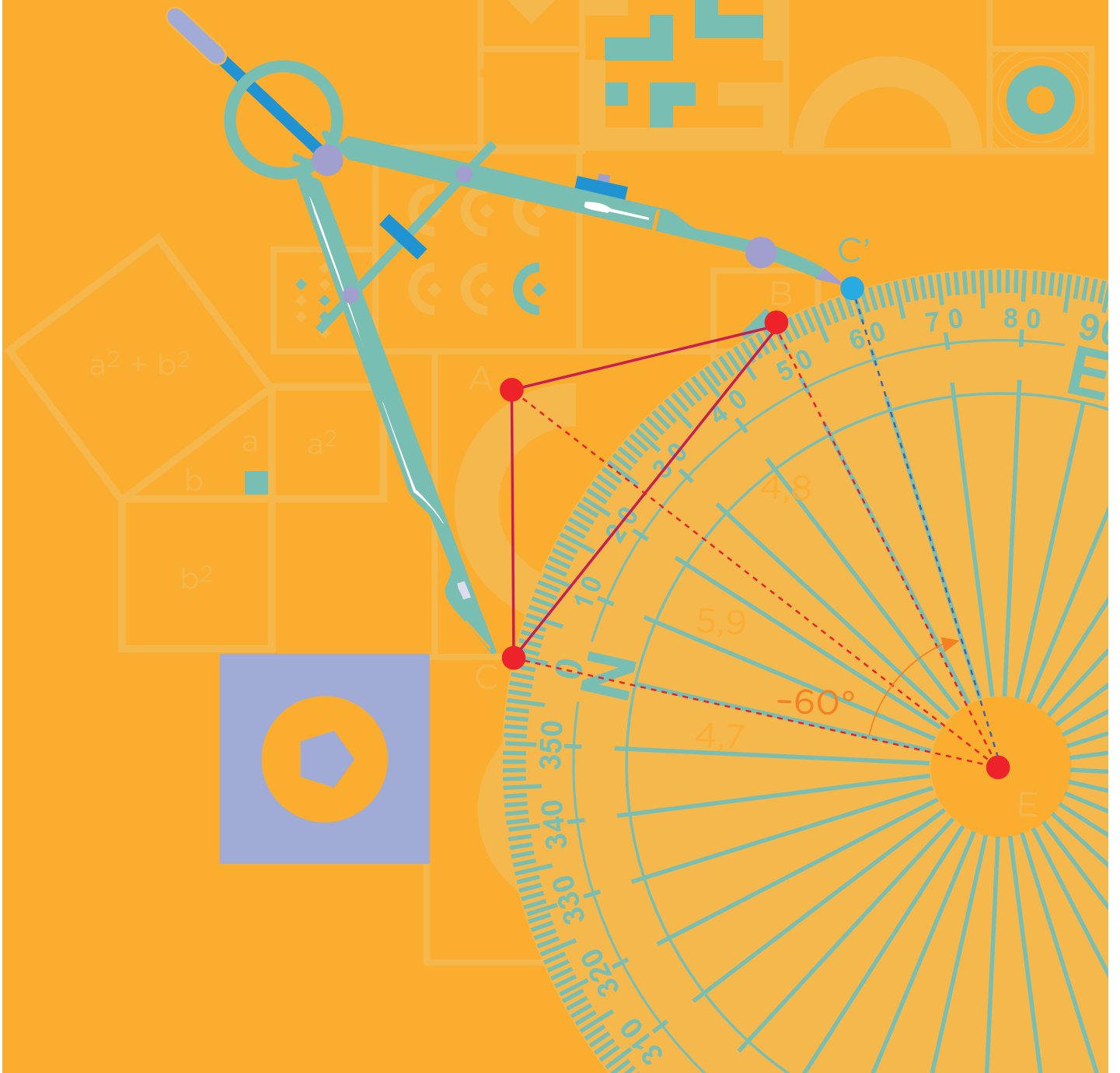
**Practica** una vida activa y saludable.

**Curriculo**  
N a c i o n a l

SECUNDARIA

# Fichas de Matemática

# 4





MINISTERIO DE EDUCACIÓN

## Fichas de Matemática 4

Este material educativo, *Fichas de Matemática 4* para estudiantes de cuarto grado de Educación Secundaria, ha sido elaborado por la Dirección de Educación Secundaria para promover el desarrollo de las competencias “Resuelve problemas de cantidad”, “Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio”, “Resuelve problemas de forma, movimiento y localización” y “Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre” propuestas en el Currículo Nacional de Educación Básica.

### Edición

© Ministerio de Educación  
Calle Del Comercio N.º 193, San Borja  
Lima 15021, Perú  
Teléfono: 615-5800  
www.minedu.gob.pe

**Primera edición:** setiembre de 2017

**Segunda edición:** agosto de 2019

**Primera reimpresión:** agosto de 2020

**Segunda reimpresión:** diciembre de 2020

**Tercera reimpresión:** agosto de 2021

**Tercera edición:** noviembre de 2022

### Propuesta de contenidos

Larisa Mansilla Fernández  
Olber Muñoz Solís  
Juan Carlos Chávez Espino  
Hugo Luis Támara Salazar  
Hubner Luque Cristóbal Jave  
Enrique García Manyari

### Tiraje

467 091 ejemplares

### Revisión pedagógica

Olber Muñoz Solís  
Larisa Mansilla Fernández  
Juan Carlos Chávez Espino  
José Luis Maurtua Aguilar

### Impresión

Se terminó de imprimir en diciembre de 2022, en los talleres gráficos de Pacífico Editores S.A.C., sito en Jr. Castrovirreyna 224 - Interior 1.º piso, Urb. Azcona, Breña, Lima - Perú

### Revisión académica

Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este material educativo por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

### Diseño y diagramación

Carlos Héctor Boza Loayza

Debido a la naturaleza dinámica de internet, las direcciones y los contenidos de los sitios web a los que se hace referencia en este material educativo pueden tener modificaciones o desaparecer.

### Corrección de estilo

Martha Silvia Petzoldt Diaz

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.º 2022-11360

Impreso en el Perú / Printed in Peru





## Estimada/o estudiante:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el material educativo **Fichas de Matemática 4**, que estamos seguros te ayudarán a descubrir la presencia de la matemática en la vida cotidiana y a utilizarla de manera adecuada y creativa en la resolución de problemas vinculados a la realidad.

En su estructura, te proponemos algunos ejemplos de estrategias heurísticas para que las puedas emplear en cada una de las fichas, las mismas que se encuentran organizadas en tres secciones: *Aplicamos nuestros aprendizajes*, *Comprobamos nuestros aprendizajes* y *Evaluamos nuestros aprendizajes*.

En la primera sección, *Aplicamos nuestros aprendizajes*, te presentamos una situación relacionada con la vida cotidiana, que será abordada a través de interrogantes que pretenden movilizar tus capacidades y conocimientos, lo cual te ayudará a comprender el problema, diseñar o seleccionar una estrategia o plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre lo desarrollado.

En la segunda sección, *Comprobamos nuestros aprendizajes*, te planteamos tres situaciones de contexto, en cuyo desarrollo podrás explicar el proceso de resolución, identificando estrategias y describiendo procedimientos utilizados. Este análisis te permitirá plantear otros caminos de resolución, así como identificar errores y realizar tu propia corrección.

En la tercera sección, *Evaluamos nuestros aprendizajes*, te presentamos situaciones de diverso grado de complejidad en contextos variados y apoyados en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, te darás cuenta de tus progresos.

Finalmente, puedes desglosar las fichas para desarrollarlas y organizarlas en tu portafolio, de manera que, tu docente te brinde retroalimentación u orientación para que puedas seguir mejorando.

Esperamos que con esta experiencia sientas que hacer matemática es un reto posible de alcanzar. **Disfrútalo.**



• Presentación	3
• Estrategias heurísticas	5

<b>Ficha 1</b> Resuelve problemas de cantidad.	• Conozcamos sobre la presión arterial	11
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	14
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	18

<b>Ficha 5</b> Resuelve problemas de cantidad.	• Calculamos el crédito hipotecario para vivienda	55
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	58
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	61

<b>Ficha 2</b> Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	• Entradas al teatro	23
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	26
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	29

<b>Ficha 6</b> Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	• ¿Dónde se encontrarán?	65
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	68
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	72

<b>Ficha 3</b> Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	• Las áreas verdes mejoran nuestra vida	33
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	36
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	39

<b>Ficha 7</b> Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	• El mandala andino	75
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	78
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	81

<b>Ficha 4</b> Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	• Evaluamos la atención al cliente	43
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	47
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	51

<b>Ficha 8</b> Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.	• Tomamos decisiones	85
	• Comprobamos nuestros aprendizajes	88
	• Evaluamos nuestros aprendizajes	91

## Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

### 1. Estrategias de comprensión

#### Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuáles son las condiciones del texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a resolver el problema.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números, diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

#### Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde.  Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que se realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraseos por cada problema presentado.

#### Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

## 2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

### Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

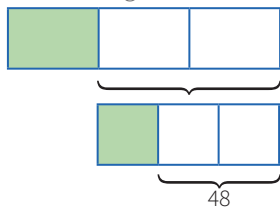
#### Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y  $\frac{1}{3}$  del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

#### Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



### Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

#### Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

#### Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	$x$	18
Felipe	$x$	8	$x+5$	
TOTAL		8		

### Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

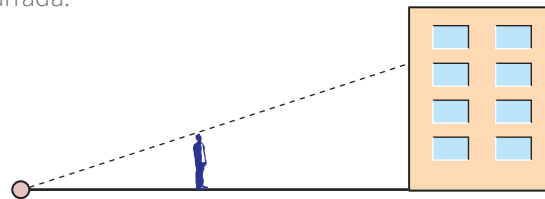
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

#### Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

#### Resolución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



### Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

#### Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

#### Resolución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



### Diagramas conjuntistas

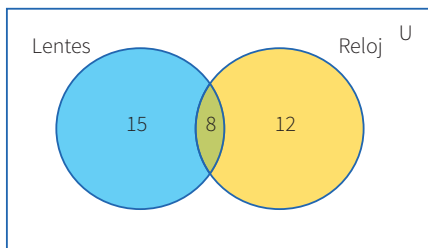
Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

**Ejemplo:**

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

**Resolución:**

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.  
Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



### Diagramas cartesianos

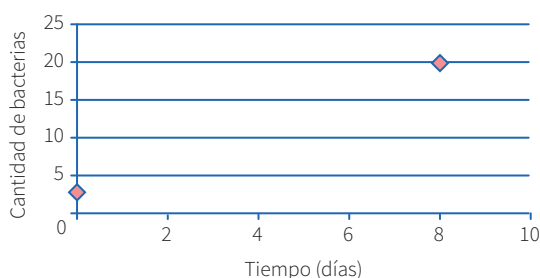
Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

**Ejemplo:**

El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

**Resolución:**

Cantidad:  
Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.  
Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



### Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

**Ejemplo:**

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

**Resolución:**

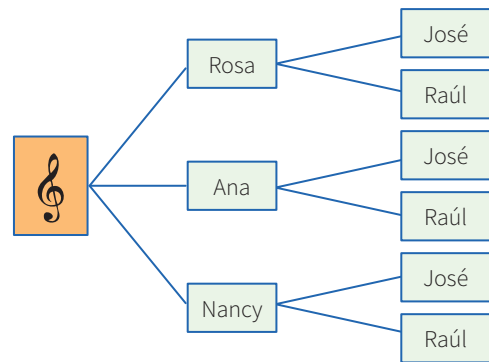
Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto.



### Diagrama de árbol

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

**Ejemplo:** Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



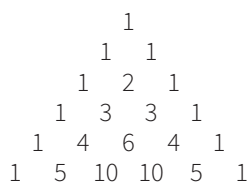
## 3. Otras estrategias

### Busca patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

**Ejemplo:**

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.



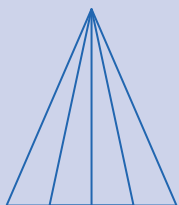
Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

## Haz una lista sistemática

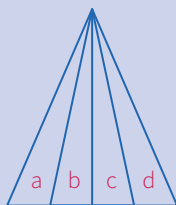
En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

### Ejemplo:

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.



### Resolución:

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:
  - Triángulos con una letra: a-b-c-d
  - Triángulos con dos letras: ab-bc-cd
  - Triángulos con tres letras: abc-bcd
  - Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos:  $4 + 3 + 2 + 1 = 10$  triángulos.

### Generaliza

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere

a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

### Ejemplo:

Halla el valor de  $(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2$ .

### Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

$$(n + 1)^2 - n^2, \text{ cuando } n \text{ vale } 234\ 756\ 473$$

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

$$(n + 1 + n)(n + 1 - n) = (n + 1) + n$$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier  $n$  entero positivo, se cumple:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

Entonces:

$$(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2 = 469\ 512\ 947$$

### Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

### Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calcularas primero, el descuento o el impuesto?

### Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale  $S/100$  y elijo primero el descuento, termino pagando  $S/106$ . Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.



- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

**Razona lógicamente**

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engazar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

**Ejemplo:**

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

**Solución:**

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

**Empieza por el final**

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

**Ejemplo:**

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

**Solución:**

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como  $\div 2, -3$ .
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:  
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos:  $x = 90$

**Plantea una ecuación**

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

**Ejemplo:**

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

**Solución:**

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.
- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]$ ; simplificando:

$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x$ ; de donde  $x = 2,4$  horas

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

**Establece submetas**

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.



## Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 33 millones de habitantes y la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



©Shutterstock

## Solución:

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 66 millones. Si bien aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

## Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

## Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



©Shutterstock

## Solución:

- Primero se observa que  $50 \times 50 = 2500$ , número que no llega; y que  $60 \times 60 = 3600$ , el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- $55 \times 56$  no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar  $53 \times 54 = 2862$ , el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con  $56 \times 57 = 3192$ , se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

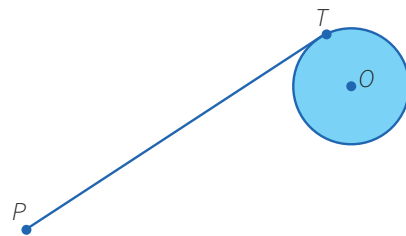
## Supón el problema resuelto

## Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

## Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto  $T$  es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos  $O$  con  $T$ , tendremos que  $OT$  es perpendicular a  $PT$ .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados,  $P$ ,  $T$  y  $O$ , es posible hacer un triángulo uniendo el punto  $P$  con el punto  $O$ . Se observa que el triángulo es rectángulo.



## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y las transformamos a expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con intervalos. También representamos con lenguaje numérico la comprensión sobre intervalos y seleccionamos estrategias de cálculo, estimación y procedimientos diversos para realizar operaciones con intervalos.

### Conozcamos sobre la presión arterial

Las arterias son vasos sanguíneos que llevan sangre desde el corazón hacia el resto del cuerpo. La presión arterial indica la fuerza que ejerce la sangre al circular por las arterias.

La presión arterial se mide con el tensiómetro, mediante dos números que aparecen en la pantalla. A continuación, se muestra un ejemplo.

# 120

El número superior indica la fuerza de la sangre en las arterias cuando el corazón se contrae (late). Se la denomina presión sistólica.



# 80

El número inferior indica la fuerza de la sangre en las arterias mientras el corazón está relajado (llenándose con sangre entre cada latido). Se la denomina presión diastólica.



Fuente: <https://goo.gl/iorQuE>

La tabla muestra la clasificación de la presión arterial en adultos de 18 años a más:

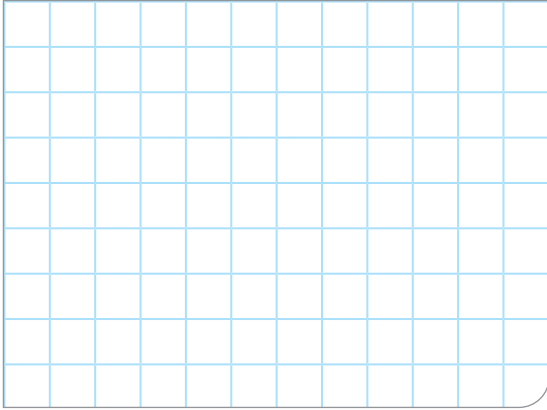
Categoría	Presión sistólica (mmHg)	Presión diastólica (mmHg)
Normal	<120	<80
Pre-hipertensión	120-139	80-89
Hipertensión	≥140	≥90
Hipertensión Estadío 1	140-159	90-99
Hipertensión Estadío 2	≥160	≥100

Fuente: MINSA

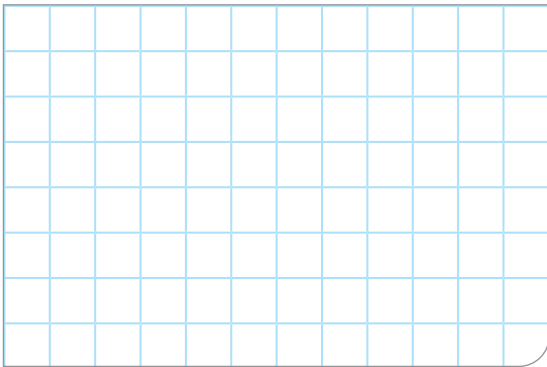
1. Si una persona adulta tiene mmHg/78 mmHg de presión arterial, ¿en qué categoría se encuentra?
2. Expresa mediante intervalos los valores de la presión sistólica y determina si la expresión "más de 140" equivale a decir "de 140 a menos de 160 y de 160 a más". Justifica tu respuesta.

## Comprendemos el problema

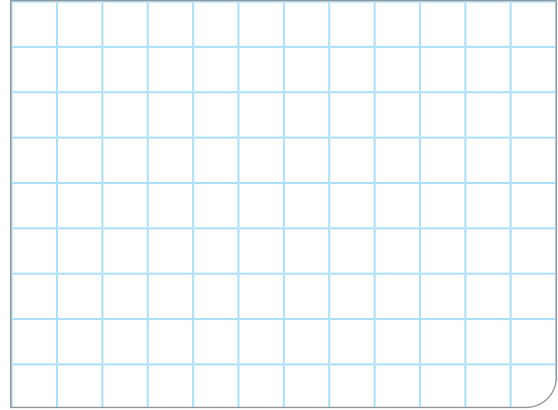
1. ¿Cómo y con qué instrumento mide la presión arterial el profesional de salud en los hospitales?



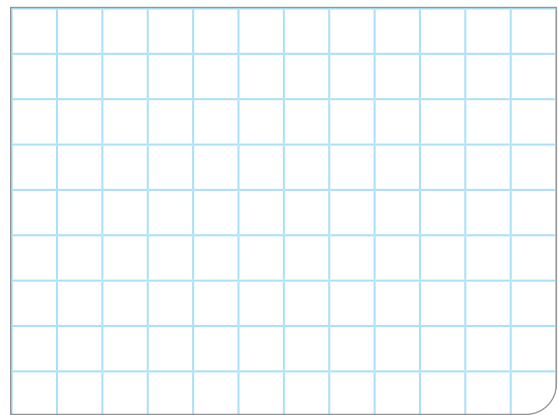
2. Según los datos brindados, ¿en qué categorías está en riesgo la vida de una persona? ¿Qué consecuencias podría causar en la salud de dicha persona?



3. ¿Qué conocimiento matemático puede ayudarnos a responder las interrogantes?



4. ¿Qué piden determinar las preguntas de la situación?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

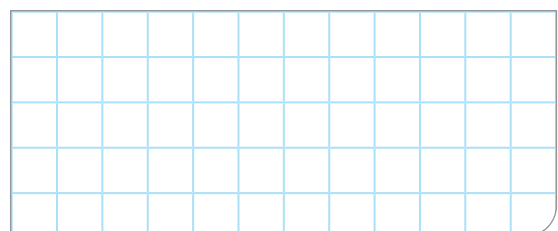
1. Para consolidar en un solo intervalo las categorías que ponen en riesgo la vida de una persona, ¿qué operación se puede realizar con los intervalos? Explica.

- a) Intersección
- b) Unión
- c) Diferencia
- d) Complemento



2. ¿Cuál de las estrategias utilizarías para resolver la pregunta de la situación? Justifica.

- a) Diagrama tabular
- b) Diagrama en la recta numérica
- c) Diagrama de tiras



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. En una tabla, escribimos como intervalo y como conjunto todas las categorías.

Categoría	Intervalo de presión sistólica (mmHg)	Como conjunto	Intervalo de presión diastólica (mmHg)	Como conjunto
Óptima	$A = [0; 120[$	$A = \{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x < 120\}$	$A = [0; 80[$	$A = \{x \in \mathbb{R} / 60 \leq x < 80\}$
Normal				
Normal alta				
Hipertensión:				
Hipertensión estadio 1				
Hipertensión estadio 1				

2. ¿En qué categoría está la medida de la presión arterial de 115 mmHg/78 mmHg en una persona adulta?

3. Escribe mediante un intervalo la expresión "más de 140 mmHg".

4. En un diagrama de la recta numérica, determinamos gráficamente la unión de los intervalos de las categorías que ponen en riesgo la vida de una persona.

5. Da respuesta a la segunda pregunta de la situación.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿En qué otros contextos puedes usar los intervalos?

2. Describe y explica las estrategias o procedimientos que seleccionaste para responder las preguntas.



## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Representamos con lenguaje numérico la comprensión sobre las operaciones con números e intervalos para interpretar el problema en su contexto. Asimismo, justificamos afirmaciones sobre las propiedades de las operaciones con números e intervalos usando propiedades de los números y operaciones.

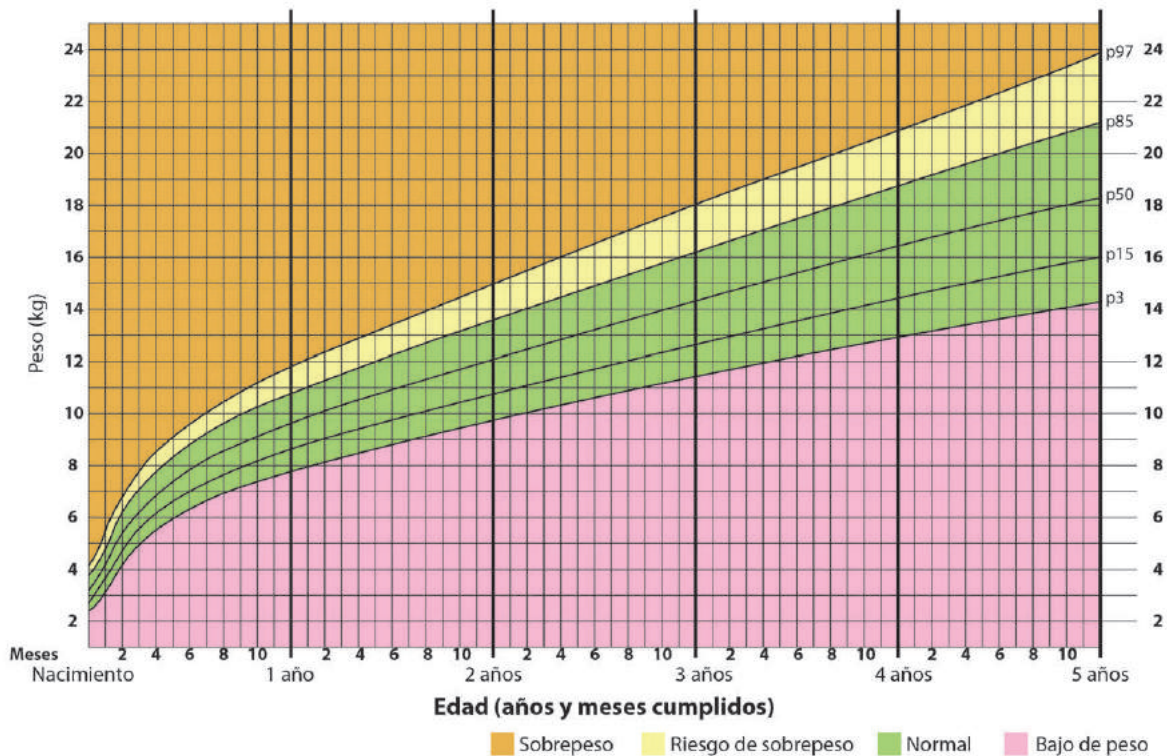
### Situación A

Controlar el peso\* de las niñas y los niños durante los primeros años de su vida es muy importante porque se previenen enfermedades y problemas nutricionales. El siguiente gráfico representa la relación entre la edad y el peso (kg) de niñas y niños menores de 5 años. ¿De qué otra forma se pueden presentar algunos valores de las categorías existentes?



### Peso según edad - NIÑOS

Patrones de crecimiento infantil de la OMS - Nacimiento a 5 años (percentiles)



Fuente: <https://goo.gl/FiCosA>

\*En la situación, "peso" se refiere a "masa corporal".

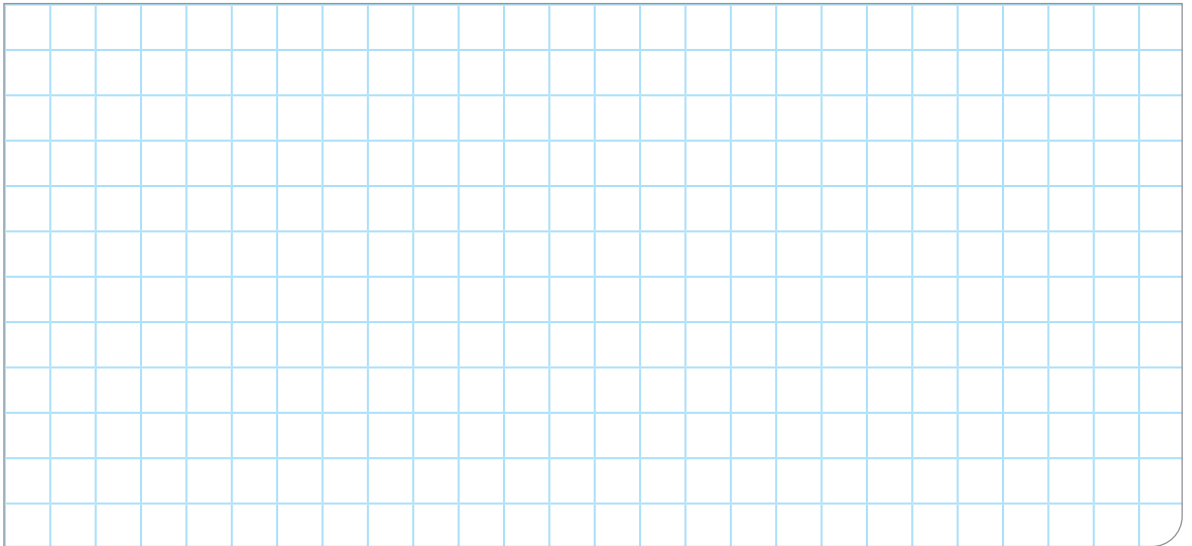
## Resolución

Organizamos la información en una tabla y la relación de la edad y peso del niño.

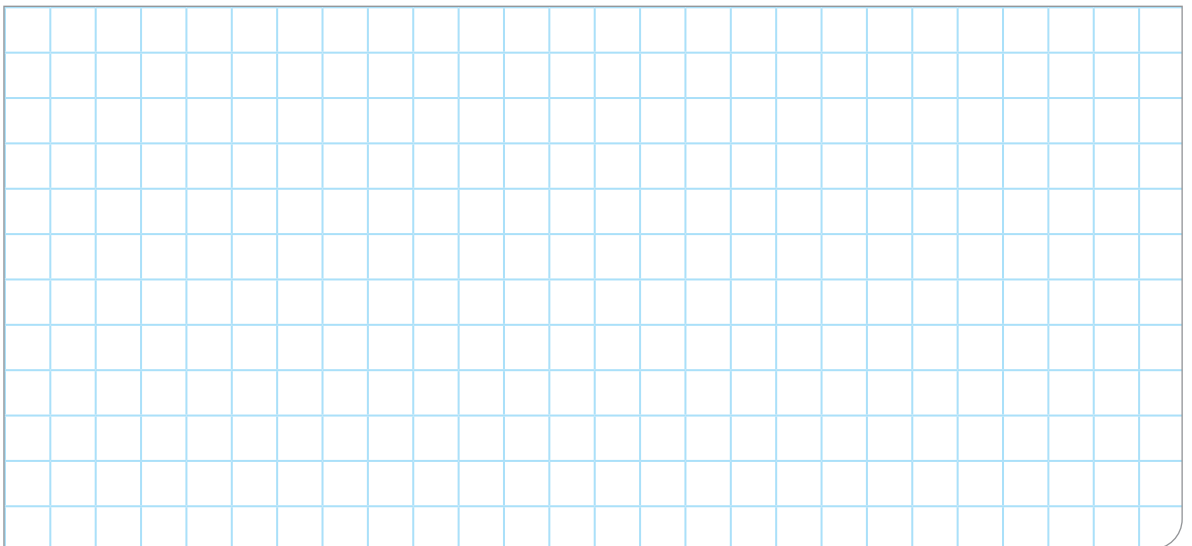
Edad	Sobrepeso (kg)	Riesgo de sobrepeso (kg)	Normal (kg)	Bajo de peso (kg)
2 años	De 15 a más	$[13,5; 15[$	$[9,8; 13,5[$	$[0; 9,8[$
3 años	De 18 a más	$[16,2; 18[$	$[11,5; 16,2[$	$[0; 11,5[$
4 años	De 21 a más	$[18,8; 21[$	$[13; 18,8[$	$[0; 13[$

**Respuesta:** Observando el gráfico mostrado, concluimos que algunos valores de las categorías existentes se pueden presentar en una tabla.

1. ¿En cuál de las representaciones la información que se presenta es la más adecuada en relación con la masa corporal de un niño de 3 años y de una masa corporal de 10 kg?



2. Escribe, mediante intervalos, la información referida a sobrepeso que se presenta en la tabla y determina qué tipo de intervalos son.



## Situación B

De la situación A, escribe intervalos que pertenezcan a cada una de las categorías para un niño de 2 años 6 meses.

### Resolución

Mediante la observación y la lectura del gráfico de la situación anterior, determinamos valores (mínimos y máximos) que pertenecen a las categorías, sin ser necesariamente los valores extremos, porque solo se indica que estos "pertenecan a cada una de las categorías".

#### Respuesta:

- Sobrepeso:  $[16,5; 25]$
- Riesgo de sobrepeso:  $[15; 16,5[$
- Normal:  $[10,5; 15[$
- Bajo de peso:  $[0; 10,5[$

1. ¿Qué tipos de intervalos se han escrito?

3. ¿Qué significan los puntos de 16,25 y 25 en el intervalo  $[16,25 ; 25]$ ?

2. ¿Qué significa el punto 10,5 en el intervalo  $[0; 10,5[$ ?

4. Escribe 5 valores que se encuentran en el intervalo  $[15, 16,5[$ .











7. Escribe en forma de intervalo y representa gráficamente los enunciados de cada caso:

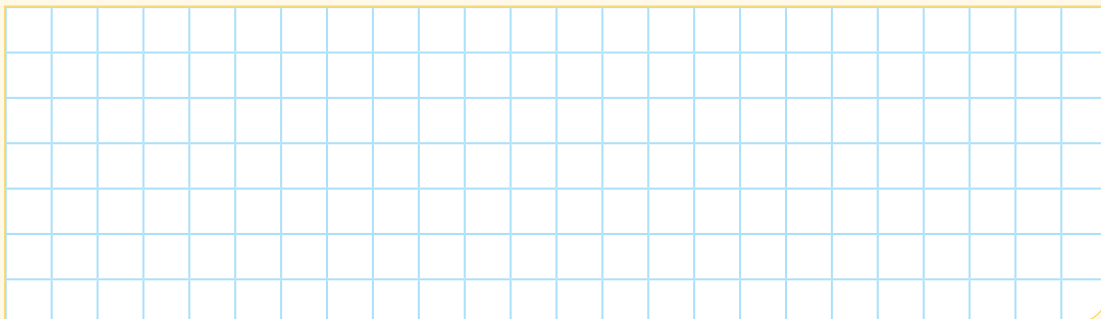
- Todos los números reales comprendidos entre  $-2$  y  $5$ , ambos incluidos.



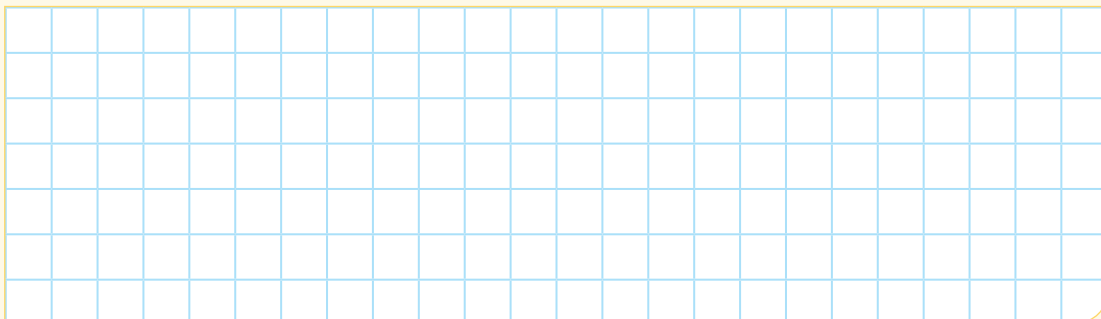
- Todos los números reales menores que  $3$ .



- Todos los números reales comprendidos entre  $-1$  y  $2$ , incluyendo el  $-1$  y no el  $2$ .



- Todos los números mayores o iguales que  $-4$ .







## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos entre magnitudes y las transformamos a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen funciones cuadráticas ( $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $\forall a \neq 0$  y  $a \notin \mathbb{Q}$ ). Asimismo, combinamos y empleamos estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para simplificar expresiones algebraicas y solucionar funciones cuadráticas.

### Entradas al teatro

En una institución educativa se va a realizar una función de teatro. Su auditorio tiene una capacidad para 500 asistentes y se fija el precio de la entrada en S/10. Sin embargo, debido a gastos adicionales, se ven en la necesidad de incrementar el precio, sabiendo que, por cada S/1 de incremento, desistirán 10 personas de asistir a dicha función. Entonces:




1. ¿Cuál es el mayor ingreso posible?
2. ¿Cuánto es el máximo incremento que se puede hacer, de modo tal que se obtenga el mayor ingreso posible?

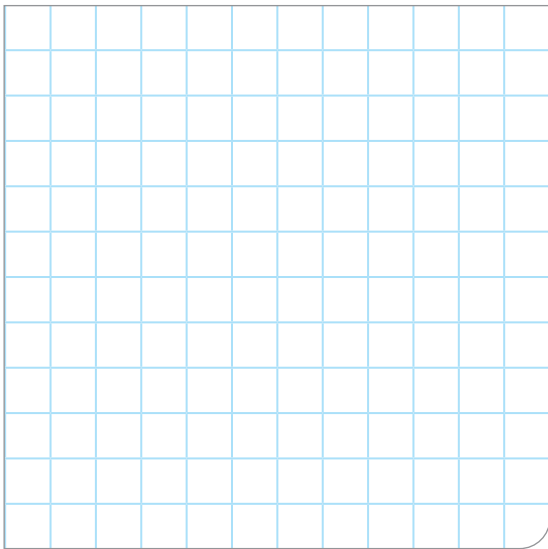


## Comprendemos el problema

1. ¿Cuánto es la capacidad del auditorio?



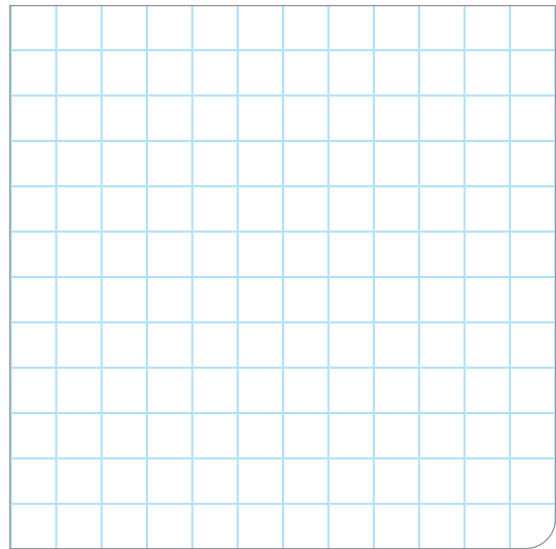
2. ¿Qué datos se presentan en la situación?



3. ¿En cuánto se incrementa el precio de la entrada al teatro?

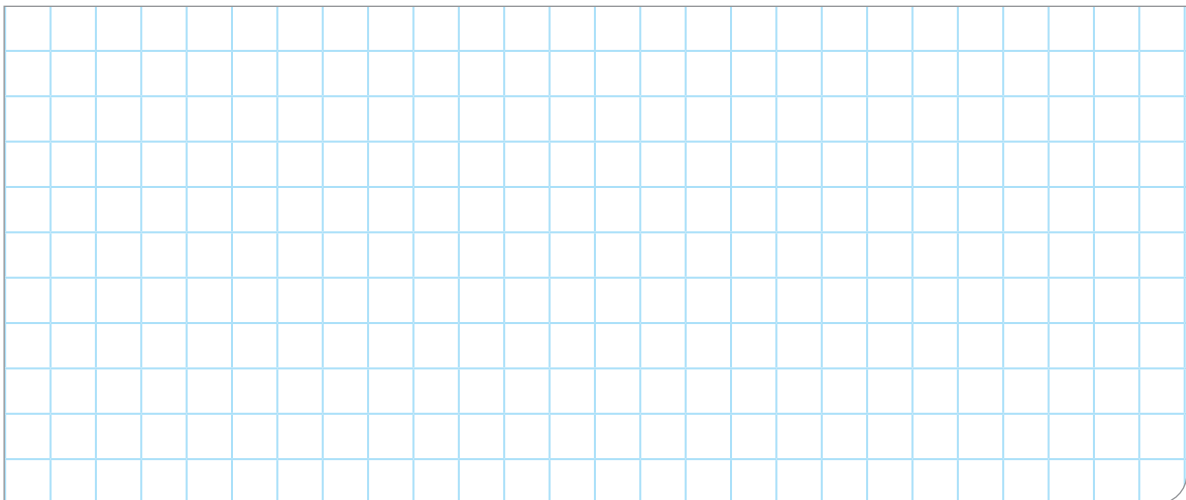


4. ¿A qué se debe que las personas desistan de asistir a la función del teatro?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación.



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Expresa mediante una operación matemática el ingreso (en soles) por los 500 asistentes al teatro.

2. Expresa mediante una operación matemática el enunciado "que por cada 1 sol desisten 10 personas".

3. ¿Cómo expresarías el precio del ingreso con incremento de 1 sol?

4. Completa la tabla para resolver las preguntas 1 y 2 de la situación.

Precio unitario	Asistentes	Ingreso $I(x)$
10	500	$10 \times 500$
$10 + 1$	$500 - 10(1)$	$(10 + 1)(500 - 10(1))$
$10 + 2$	$500 - 10(2)$	$(10 + 2)(500 - 10(2))$
$10 + x$		

$x$ : incremento al precio de la entrada (S/)

$I(x)$ : ingreso (S/)

5. Expresa matemáticamente el ingreso en función del incremento del precio de la entrada.

6. Responde cada una de las preguntas de la situación.

## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías haber resuelto la situación de otra manera, que también te hubiera permitido responder la primera y segunda pregunta? Justifica tu respuesta.

2. Realiza el gráfico de la expresión matemática que representa al ingreso y al precio de entrada.



## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones gráficas tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico la relación entre la variación de sus coeficientes y los cambios que se observan en la representación gráfica de una función cuadrática. Asimismo, justificamos con ejemplos las afirmaciones sobre relaciones de cambio que observamos entre las variables de una función cuadrática, y corregimos errores si los hubiera.

### Situación A

Un horticultor cuenta con 400 m de cerca para delimitar un terreno rectangular. Si quiere aprovechar un muro ya existente para señalar uno de los lados, ¿cuál es la expresión del área del terreno rectangular?

### Resolución



- Denotemos con  $x$  e  $y$  las medidas en metros de los lados del terreno por cercar. Entonces, la longitud de la cerca que delimite los tres lados libres del terreno es  $2x + y$ , que debe ser igual a los 400 m de cerca disponible, es decir:

$$2x + y = 400$$

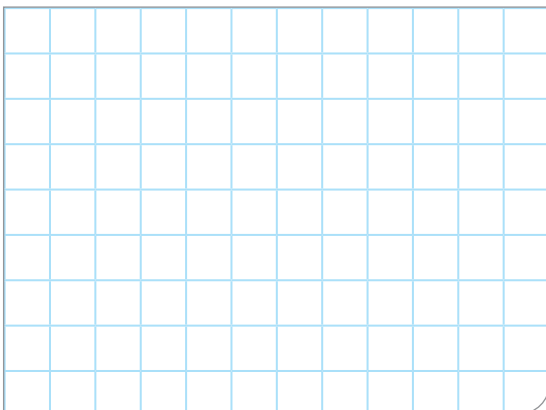
$$y = 400 - 2x$$

El área del terreno es  $A = xy$

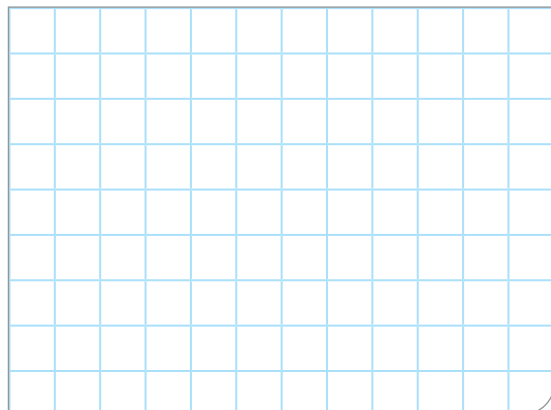
- Sustituyendo, obtenemos:

$$A(x) = x(400 - 2x) \rightarrow A(x) = 400x - 2x^2$$

**1.** ¿Para qué valor de  $x$  se tiene la mayor área del terreno?



**2.** Representa la expresión matemática del área del terreno en un plano cartesiano.



## Situación B

Desde un submarino en la superficie del mar, se dispara un proyectil dirigido a un barco cuyo punto más cercano se encuentra a 13 m de distancia del punto de partida del proyectil, el cual está al ras del agua. La trayectoria que sigue el proyectil en el aire está dada por la función:

$$y = -x^2 + 12x - 20$$

- ¿El proyectil alcanza al barco? Justifica tu respuesta.
- Si no es así, ¿a qué distancia del punto de lanzamiento el proyectil entra al agua?

## Resolución

- La expresión matemática para la trayectoria que sigue el proyectil es la siguiente:

$$y = -x^2 + 12x - 20$$

- En el momento en que el proyectil toca el agua, el valor de  $y = 0$ .
- Para determinar la distancia en que se encuentra el proyectil desde el punto de lanzamiento hasta tocar el agua, se halla el valor de  $x$  cuando  $y = 0$ .

$$y = -x^2 + 12x - 20$$

$$0 = -x^2 + 12x - 20$$

$$0 = -1(x - 2)(x - 10)$$

$$0 = (x - 2)(x - 10)$$

- Aplicando la propiedad en

$$(x - 2)(x - 10) = 0, \text{ se deduce:}$$

$$x - 2 = 0, \text{ o también } x - 10 = 0$$

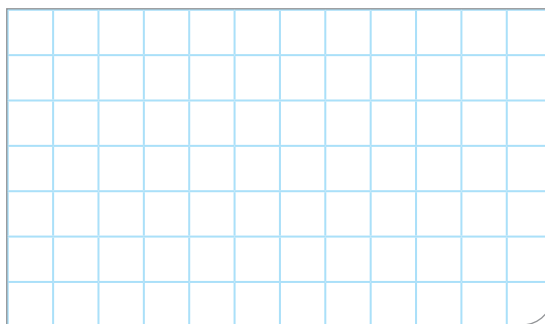
$$\text{Por lo tanto: } x = 2, \text{ o } x = 10$$

- Los valores encontrados de  $x$  nos indican las coordenadas del punto de lanzamiento del proyectil (2; 0) y del punto que representa el momento en que ingresa al agua (10; 0). La diferencia de dichos valores de  $x$  es 8 m.

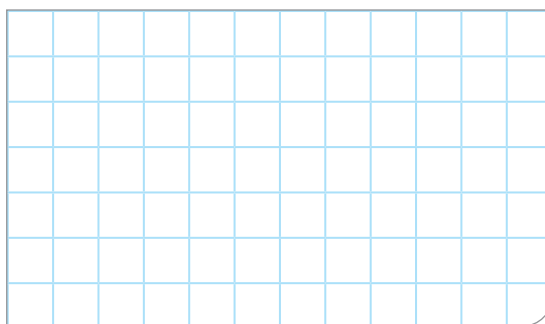
Respuestas:

- El proyectil no alcanza al barco, porque la distancia entre el punto de lanzamiento y el punto que ingresa al agua es de 8 m, y el barco se encuentra a 13 m del punto de lanzamiento.
- El proyectil ingresa al agua a una distancia de 8 m desde el punto de lanzamiento.

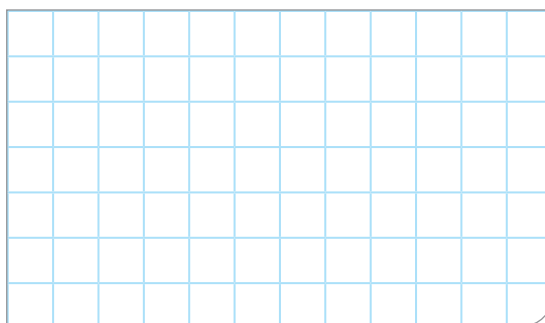
- ¿Qué significado tienen las dos soluciones o valores de  $x$ ?



- ¿Cuánto valen los coeficientes en la ecuación  $y = -x^2 + 12x - 20$ ?



- Grafica en el plano cartesiano la expresión matemática que representa la trayectoria del proyectil.



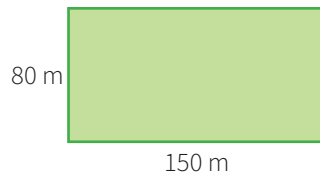
### Situación C

Se tiene un terreno de forma rectangular de 150 m por 80 m. Con motivo de realizar obras públicas, la Municipalidad de Pisco debe recortar en  $x$  m el lado más largo e incrementar en  $x$  m el lado más corto. Expresa mediante un modelo matemático el área del nuevo terreno.

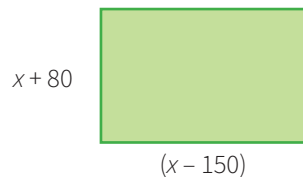
### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Sea el terreno rectangular original:



- El nuevo terreno tendrá las longitudes de acuerdo con la condición:



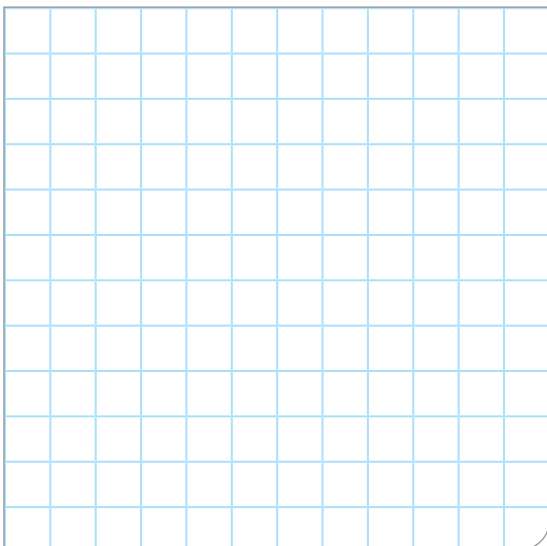
- Luego, el área del nuevo terreno será:

$$A(x) = 2(x - 150) + 2(x + 80)$$

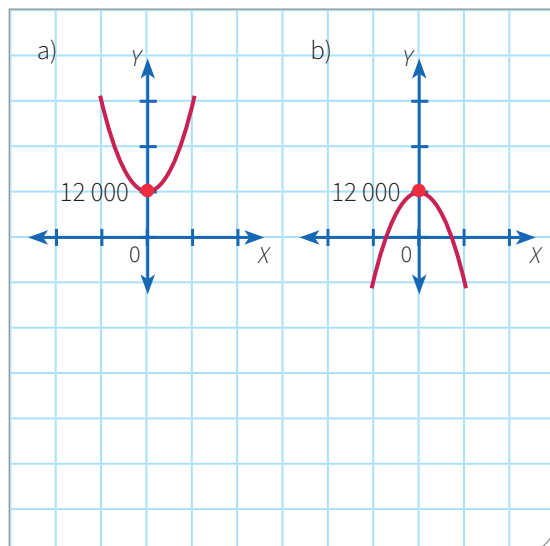
$$A(x) = 2x - 300 + 2x + 160$$

$$A(x) = 4x - 140$$

1. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



2. ¿Cuál de los gráficos representa la ecuación del área del nuevo terreno?

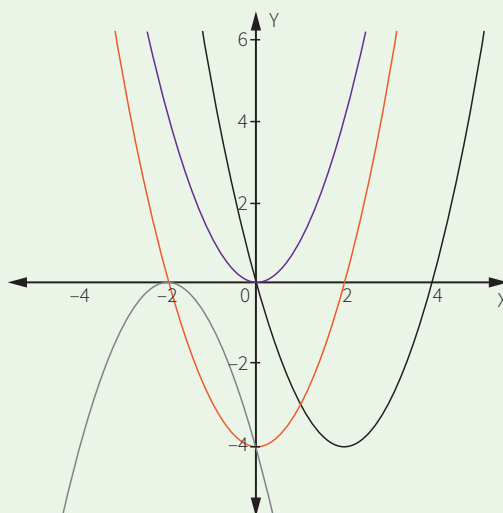




## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos entre magnitudes y las transformamos a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen funciones cuadráticas ( $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $\forall a \neq 0$  y  $a \notin \mathbb{Q}$ ). Así también, combinamos y empleamos estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para simplificar expresiones algebraicas y solucionar funciones cuadráticas, y expresamos con diversas representaciones gráficas tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico la relación entre la variación de sus coeficientes y los cambios que se observan en la representación gráfica de una función cuadrática. Asimismo, justificamos con ejemplos las afirmaciones sobre relaciones de cambio que observamos entre las variables de una función cuadrática y corregimos errores si los hubiera.

1. Observa la gráfica.



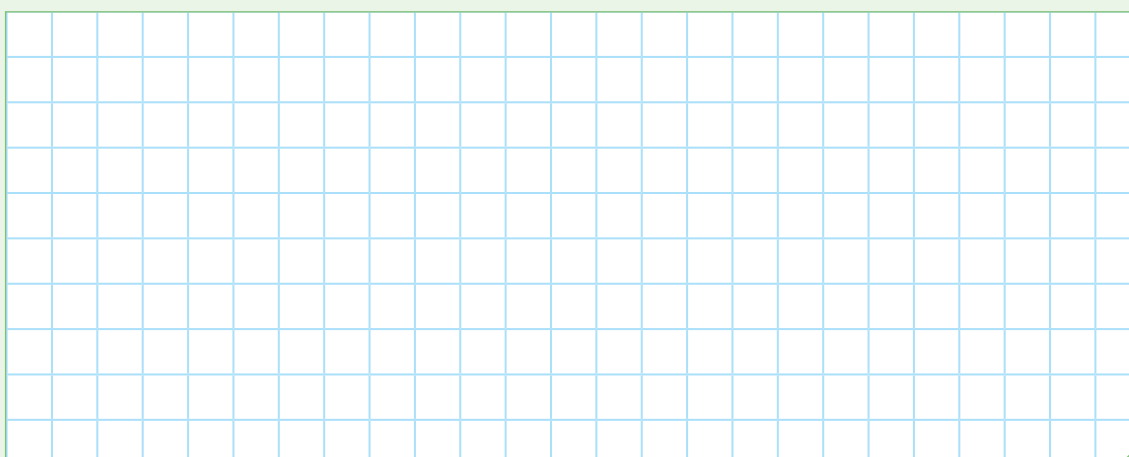
¿Cuál de las siguientes funciones no está graficada?

a)  $f(x) = x^2$

b)  $f(x) = x^2 - 4$

c)  $f(x) = x^2 - 4x$

d)  $f(x) = -x^2$







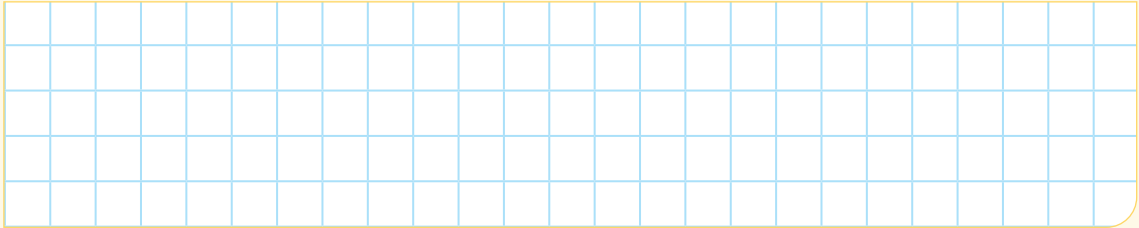
5. Un edificio tiene 60 minidepartamentos que pueden ser alquilados en su totalidad a S/500 cada uno. Por cada S/10 de aumento en el alquiler, 2 minidepartamentos quedarán sin ser alquilados. Encuentra la expresión que modela el ingreso de los alquileres en este edificio.

a)  $I(x) = 20x^2 + 400x + 30\,000$

c)  $I(x) = -20x^2 - 400x + 30\,000$

b)  $I(x) = 20x^2 - 400x + 30\,000$

d)  $I(x) = 20x^2 + 400x - 30\,000$



6. De las cuatro esquinas de una pieza rectangular de latón, se cortan cuadrados de 1 cm de lado. De esta manera, al doblar los extremos salientes, se obtiene una caja abierta sin tapa, de modo que las medidas de su base difieren en 3 cm. Si la caja resultante presenta  $28\text{ cm}^3$  de volumen, ¿qué medidas tiene la pieza original de latón?

a)  $3\text{ cm} \times 9\text{ cm}$

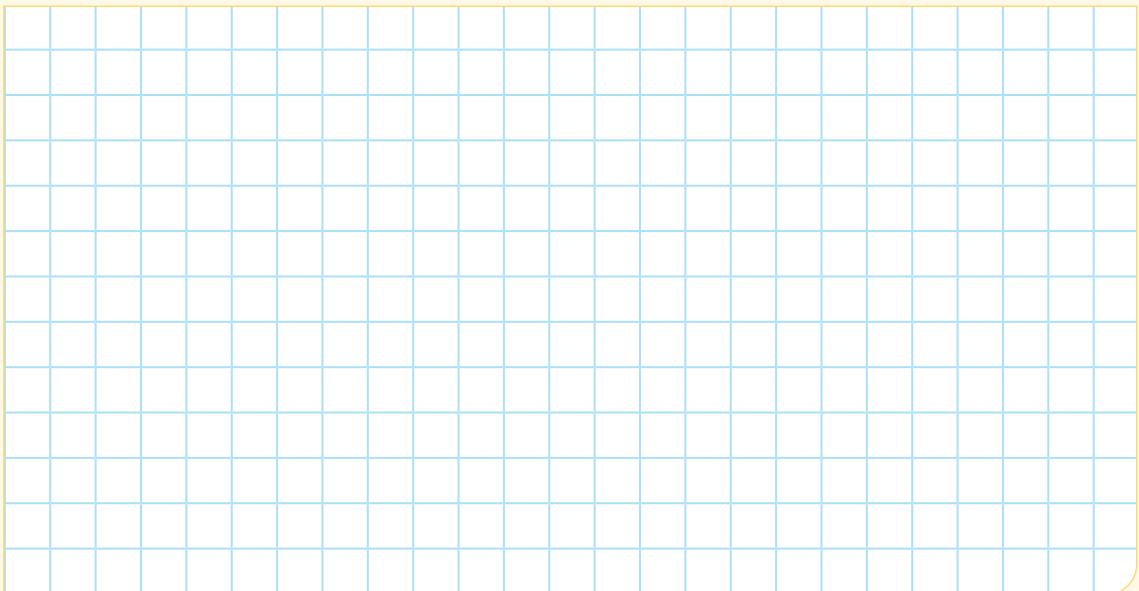
b)  $6\text{ cm} \times 9\text{ cm}$

c)  $6\text{ cm} \times 18\text{ cm}$

d)  $3\text{ cm} \times 18\text{ cm}$



7. Las dimensiones de un parque que tiene la forma de un rectángulo son de 60 m de ancho por 80 m de largo. Al construir una vereda alrededor de él, de ancho uniforme  $x$ , se elimina parte del jardín. Determina el área del nuevo jardín en función del ancho de la vereda.



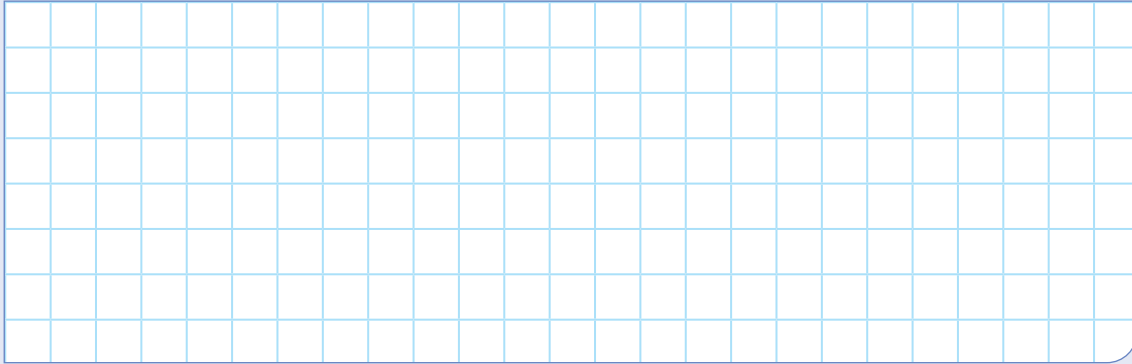
8. Un campo petrolero tiene 30 pozos, cada uno de los cuales produce 180 barriles diarios de petróleo. Se sabe que, por cada nuevo pozo perforado en el campo, la producción diaria de cada uno de los pozos disminuye en 5 barriles. Determina el número de nuevos pozos que maximiza la producción total  $P$  del campo petrolífero.

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5



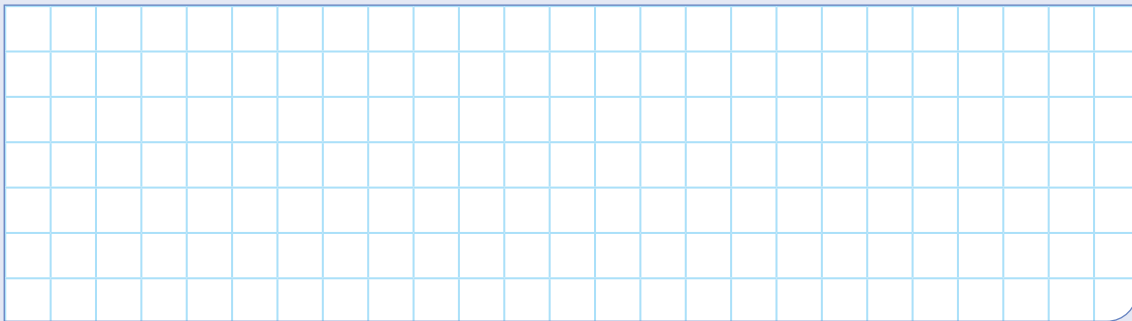
9. Dos automóviles parten del mismo punto y al mismo tiempo; al separarse, sus trayectorias forman un ángulo recto. Si luego de una hora se han separado 20 km y uno de los autos viaja 4 km/h más rápido que el otro, ¿cuál es la velocidad del auto más veloz?

a) 16 km/h

b) 20 km/h

c) 24 km/h

d) 28 km/h



10. Una empresa dedicada a empaclar y transportar huevos ha proyectado, con la siguiente función, sus ingresos ( $I$ ) según los miles de huevos empacados ( $h$ ):

$$I(h) = -100h^2 + 1000h + 7500, \text{ con } h \geq 0$$

¿Para qué valores de  $h$  se alcanzan el ingreso máximo y el ingreso nulo?



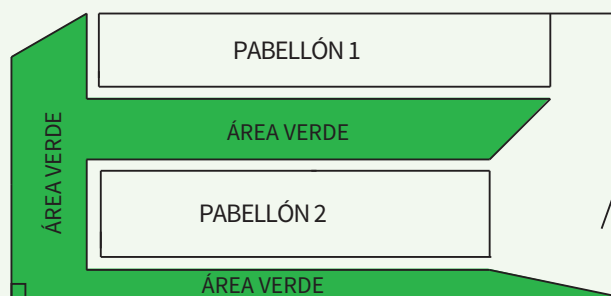


## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales y las representamos con formas bidimensionales compuestas. Asimismo, combinamos estrategias heurísticas, recursos y procedimientos para determinar la longitud y el área de formas geométricas compuestas, así como para determinar superficies irregulares en planos empleando unidades convencionales.

### Las áreas verdes mejoran nuestra vida

Un grupo de docentes, en coordinación con el director, rediseñan el plano de la institución educativa donde laboran, con la finalidad de implementar áreas verdes junto a los pabellones como se muestra en el plano. Luego de que los albañiles rompen y retiran el piso de cemento, el terreno queda listo para cubrirlo de césped. Con este fin, deciden comprar césped natural, 1 m<sup>2</sup> a S/7,50.

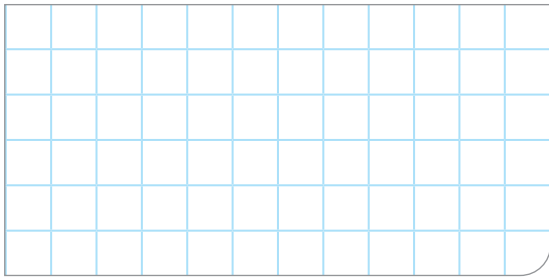


Escala 1:1000

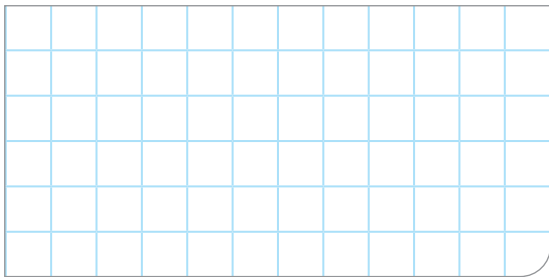
1. ¿Cuáles son las dimensiones reales del pabellón 1?
2. ¿Cuántos metros cuadrados de césped natural es necesario comprar para cubrir toda el área verde?
3. ¿Cuánto se gastó en la compra de césped natural?

## Comprendemos el problema

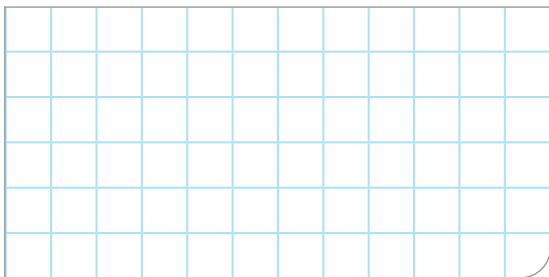
1. ¿Qué figuras geométricas representan los pabellones 1 y 2?



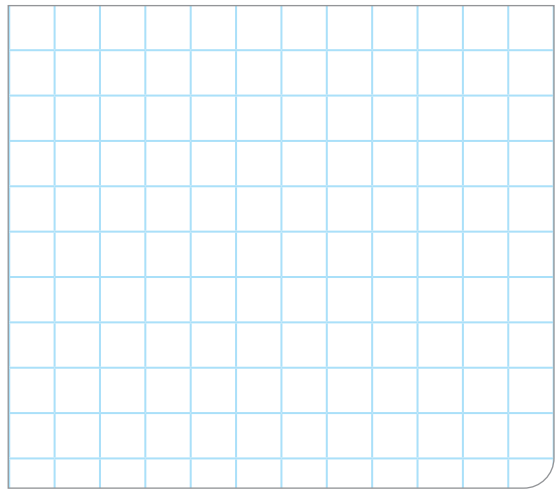
2. ¿De qué figuras geométricas está compuesta el área verde?



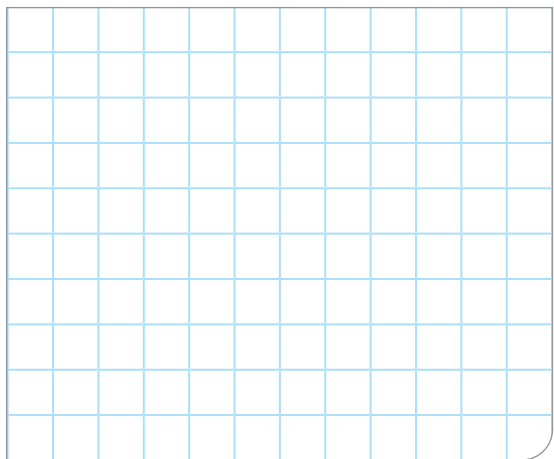
3. ¿Qué representa el valor de la escala 1:1000?



4. ¿Cuánto cuesta el metro cuadrado de césped natural?

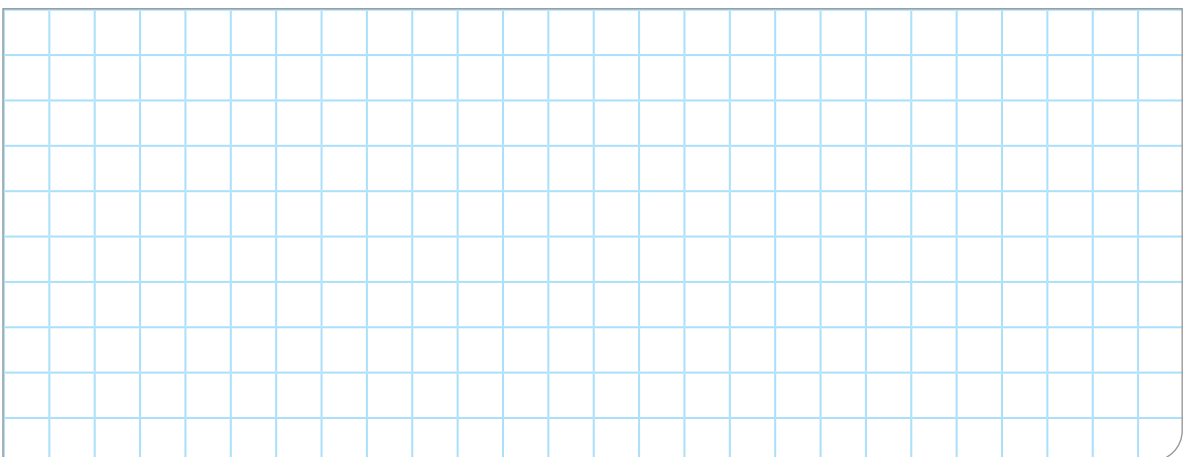


5. ¿Qué nos piden calcular las preguntas de la situación?



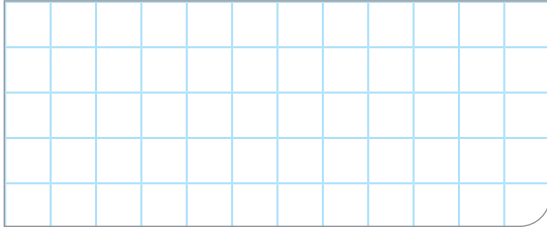
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que nos ayudaría a responder las preguntas de la situación.



## Ejecutamos la estrategia o plan

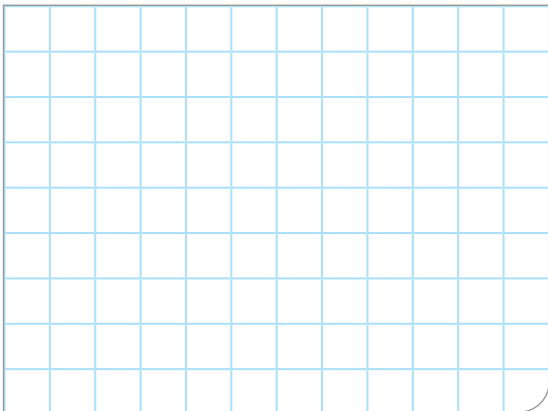
1. Representa gráficamente el pabellón 1 con las medidas del plano. (Utiliza una regla).



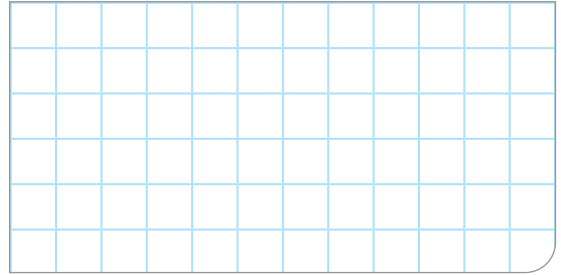
2. Completa la tabla de acuerdo con la escala dada en el plano y responde la primera pregunta de la situación.

Pabellón 1	Dibujo	Realidad
Largo	6 cm	
Ancho	1 cm	

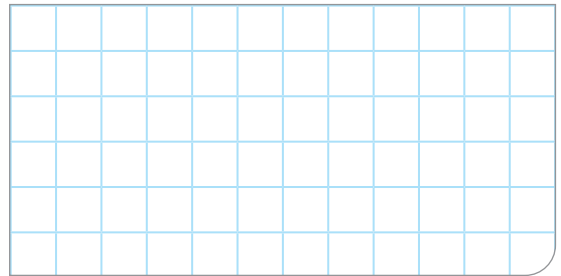
3. Representa gráficamente el área verde con las medidas del plano y descompón la figura en trapecios.



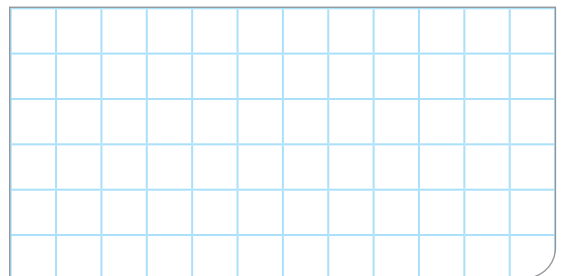
4. Calcula el área de cada trapecio rectángulo.



5. Considerando la respuesta anterior, responde la segunda pregunta de la situación.

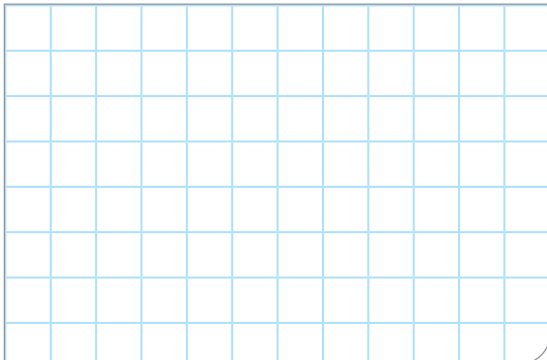


6. Considerando la respuesta anterior, responde la tercera pregunta de la situación.

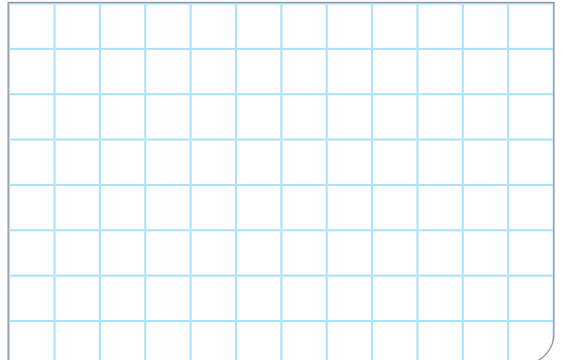


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué ventajas representa la descomposición de un objeto real en figuras geométricas conocidas? Explica.



2. ¿En qué otras figuras geométricas conocidas se puede descomponer el área verde? Dibuja.



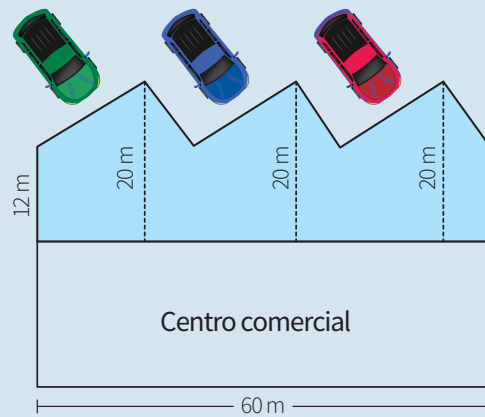


# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con dibujos y lenguaje geométrico la comprensión sobre las propiedades de las formas geométricas, para interpretar un problema según su contexto y establecer relaciones entre representaciones. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubrimos entre las superficies de las formas geométricas sobre la base de experiencias directas.

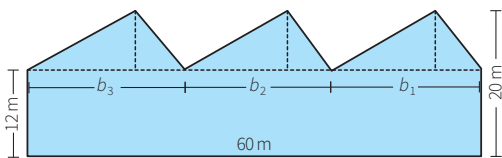
## Situación A

Al frente del centro comercial "Las 3B, bueno, barato y bonito", hay una vereda junto a la cual se estacionan los autos, tal como se aprecia en la figura. Si los dueños de dicho centro comercial deciden convertir la vereda en área verde, ¿cuántos metros cuadrados de césped natural necesitarán?



## Resolución

- Observamos que la zona que desean convertir en área verde es una figura compuesta, por lo que trazamos una línea horizontal y encontramos tres triángulos de 8 m de altura y un rectángulo con 60 m de largo por 12 m de ancho.



- Calculamos el área total de la zona que se va a convertir en área verde.

$$A_{\text{Rectángulo}} = 60 \times 12 = 720 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Triángulos}} = \frac{b_1 \times 8}{2} + \frac{b_2 \times 8}{2} + \frac{b_3 \times 8}{2}$$

$$A_{\text{Triángulos}} = b_1 \times 4 + b_2 \times 4 + b_3 \times 4$$

- Factorizando, se obtiene:

$$A_{\text{Triángulos}} = 4 \times (b_1 + b_2 + b_3)$$

- Pero se puede observar en el gráfico que:

$$b_1 + b_2 + b_3 = 60 \text{ m}$$

- Entonces, reemplazando se obtiene:

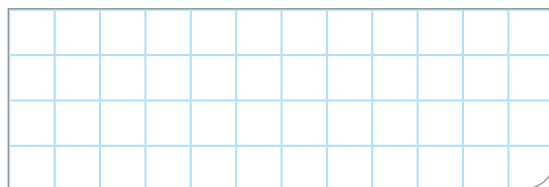
$$A_{\text{Triángulos}} = 4 \times 60 = 240 \text{ m}^2$$

- Finalmente, el área pedida será:

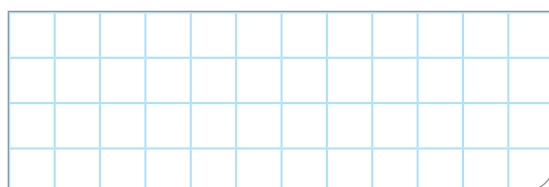
$$A_{\text{Total}} = 720 + 240 = 960 \text{ m}^2$$

**Respuesta:** Se necesitarán 960 m<sup>2</sup> de césped natural.

- Describe el procedimiento que se realizó para responder la pregunta de la situación.



- Realiza otro procedimiento para responder la pregunta de la situación.



### Situación B

El alcalde del distrito de San Clemente, en Pisco, proyecta convertir un terreno de su localidad en un parque ecológico. Para ello, en su plano a escala de 1:800, dispone de una zona rectangular para plantar árboles que necesitan de 4 m<sup>2</sup> cada uno para desarrollarse. De acuerdo a la escala y a las medidas del plano, ¿cuántos árboles se pueden plantar en dicha zona?

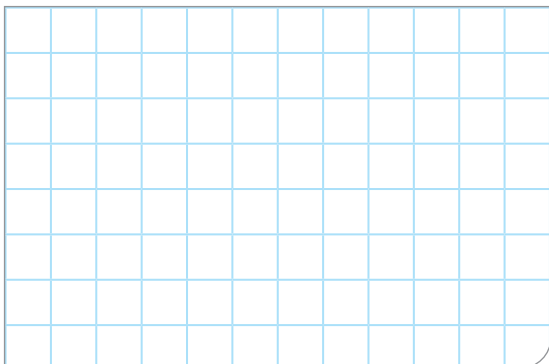


### Resolución

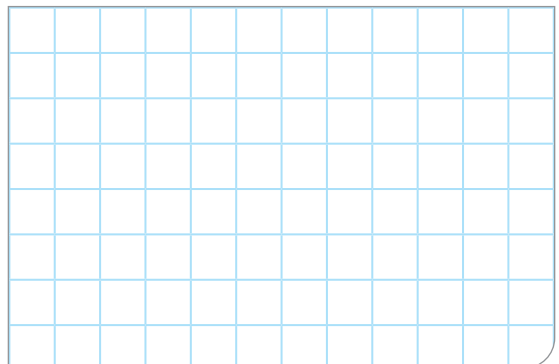
- Usando una regla, medimos las dimensiones de la zona destinada para árboles:  
Largo: 5 cm. Ancho: 4 cm
- Las dimensiones reales de la zona para árboles son:  
Largo:  $\frac{1}{800} = \frac{5}{x}$ ; entonces  $x = 4000$  cm, que equivale a 40 m.  
Ancho:  $\frac{1}{800} = \frac{4}{y}$ ; entonces  $y = 3200$  cm, que equivale a 32 m.
- Calculamos el área real de la zona exclusiva para plantar árboles:  $A = 40 \text{ m} \times 32 \text{ m} = 1280 \text{ m}^2$
- Finalmente, encontramos el número de árboles que se podrán plantar:  $\frac{1280}{4} = 320$  árboles

**Respuesta:** Se podrán plantar 320 árboles.

1. Describe el procedimiento realizado para dar respuesta a la pregunta de la situación.

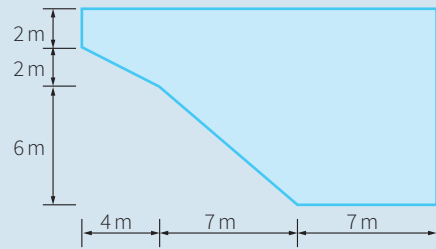


2. ¿Podrías realizar otro procedimiento para responder la pregunta de la situación? Explica cómo.



### Situación C

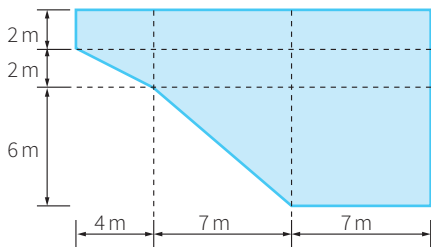
La Municipalidad de Zorritos, en Tumbes, va a cambiar las mayólicas de su piscina municipal. Esta tiene una forma particular, cuyo perímetro mide aproximadamente 51 m, tal como se observa en una vista desde arriba, y una profundidad constante de 1,3 m. ¿Cuántos metros cuadrados de mayólica se necesitan comprar para cubrir todas las superficies interiores?



### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Trazamos en la figura líneas horizontales y verticales, obteniendo así figuras conocidas.
- Observamos que el área del piso de la piscina está conformada por seis rectángulos y dos triángulos.
- También tenemos en cuenta las caras laterales de la piscina, porque también será revestida de mayólica, cuya área total es el perímetro de la piscina por su altura.



$$A_{\text{TOTAL}} = A_{6 \text{ rectángulos}} + A_{2 \text{ triángulos}} + A_{\text{caras laterales}}$$

$$A_{6 \text{ rectángulos}} = 4 \times 2 + 7 \times 2 + 7 \times 2 + 7 \times 2 + 7 \times 2 + 7 \times 2$$

$$A_{6 \text{ rectángulos}} = 8 + 14 + 14 + 14 + 14 + 42$$

$$A_{6 \text{ rectángulos}} = 106 \text{ m}^2$$

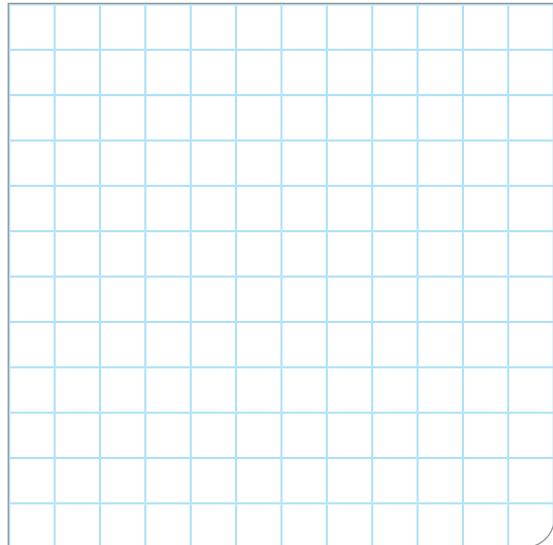
$$A_{2 \text{ triángulos}} = \frac{4 \times 2}{2} + \frac{7 \times 6}{2} = 2 + 21 = 23 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{caras laterales}} = 51 \times 1,3 = 66,3 \text{ m}^2$$

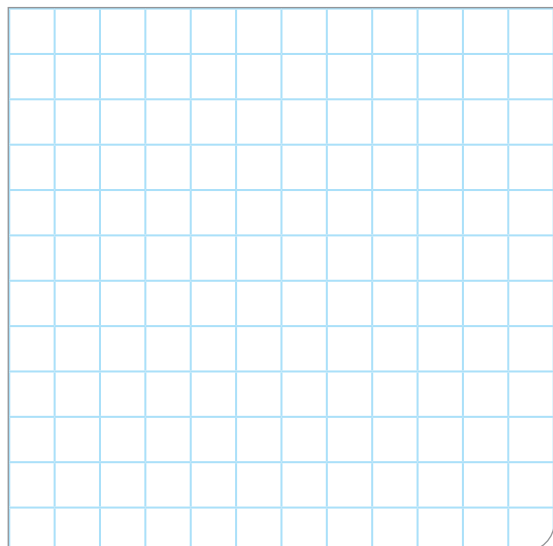
$$\hat{A}_{\text{Total}} = 106 + 23 + 66,3 = 195,3 \text{ m}^2$$

**Respuesta:** Se necesitan 195,3 m<sup>2</sup> de mayólica.

1. Verifica el procedimiento y corrige si está errado.



2. ¿Podrías realizar otro procedimiento para dar respuesta a la pregunta de la situación? Explica cómo.





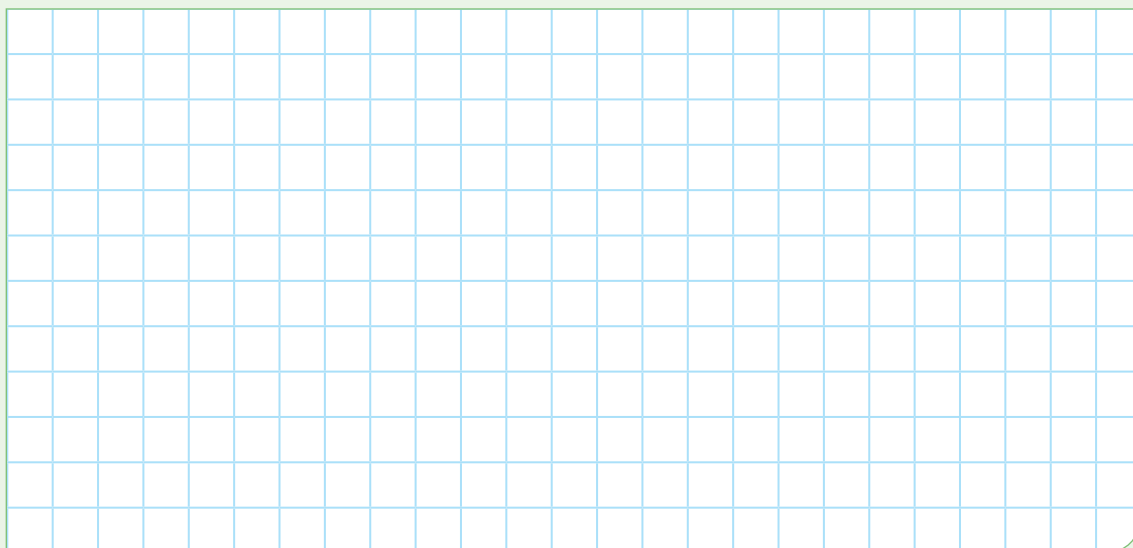
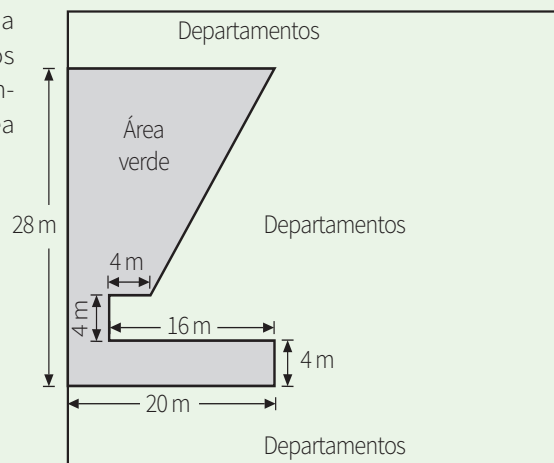


## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales y las representamos con formas bidimensionales compuestas. Asimismo, combinamos estrategias heurísticas, recursos y procedimientos para determinar la longitud y el área de formas geométricas compuestas, así como para determinar superficies irregulares en planos empleando unidades convencionales. También expresamos con dibujos y lenguaje geométrico la comprensión sobre las propiedades de las formas geométricas, para interpretar un problema según su contexto y establecer relaciones entre representaciones. Además, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubrimos entre las superficies de las formas geométricas sobre la base de experiencias directas.

1. Un condominio que toma en cuenta la importancia del cuidado del medioambiente considera espacios de áreas verdes, como se muestra en la figura. ¿Cuántos metros cuadrados se han reservado para el área verde?

- a)  $376 \text{ m}^2$
- b)  $280 \text{ m}^2$
- c)  $360 \text{ m}^2$
- d)  $368 \text{ m}^2$











## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Representamos las características de la muestra de una población mediante el estudio de variables cuantitativas con medidas de tendencia central como la media. Asimismo, seleccionamos procedimientos para determinar e interpretar la media para un conjunto de datos agrupados.

### Evaluamos la atención al cliente

Un banco solo dispone de dos ventanillas para atender al público. Se quiere realizar un estudio el cual busca evaluar la eficiencia de la atención, para lo cual se registra el tiempo que invierte cada cliente desde que ingresa al banco, hace la fila y es atendido en una de las ventanillas. Los datos se representan en la siguiente tabla:



©Shutterstock

Tiempo (min) [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> ]	Ventanilla 1	Ventanilla 2
[0; 10[	10	18
[10; 20[	12	13
[20; 30[	8	10
[30; 40[	7	5
[40; 50[	10	5
[50; 60[	15	2
[60; 70[	12	4
[70; 80]	16	3


1. ¿Cuánto es el tiempo promedio que demora un cliente en la ventanilla 1?
2. ¿Cuál es el tiempo promedio que demora un cliente en la ventanilla 2?
3. ¿A qué conclusión llega el banco con respecto a la evaluación de la eficiencia de atención al público?

## Comprendemos el problema

1. ¿Qué es lo que quiere evaluar el banco con el presente estudio?



2. ¿Qué datos corresponden a la ventanilla 1?



3. ¿Qué datos corresponden a la ventanilla 2?



4. ¿Qué te piden calcular las preguntas de la situación?



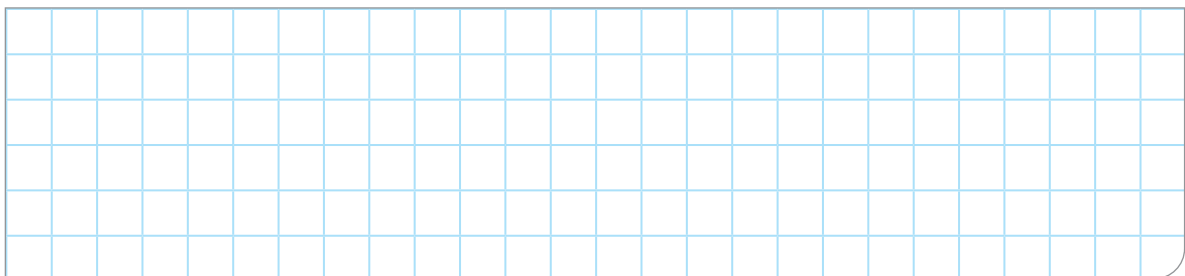
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. De las siguientes medidas de tendencia central, ¿cuál te ayudaría a evaluar la eficiencia de la atención de los clientes en el banco? ¿Por qué?

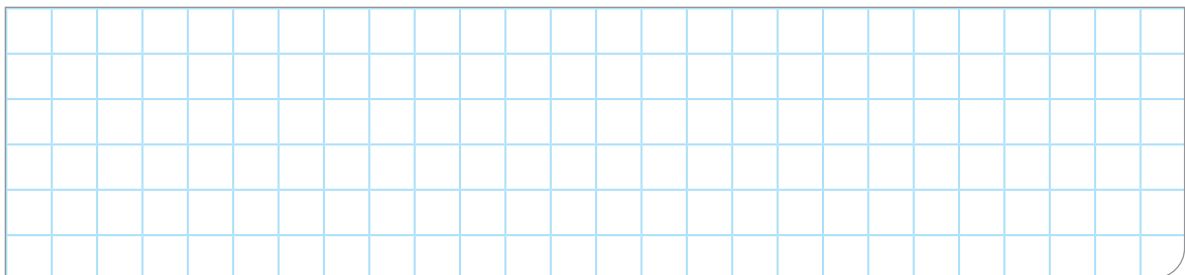
a) Media

b) Mediana

c) Moda



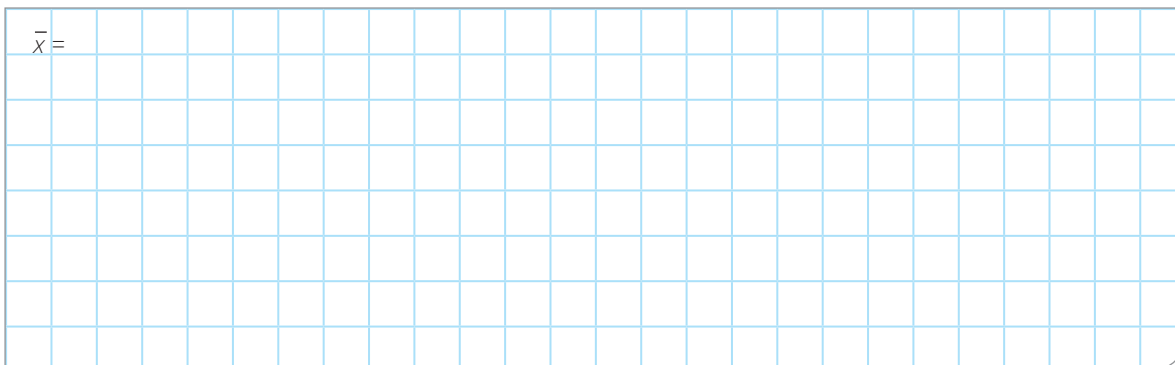
2. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación.



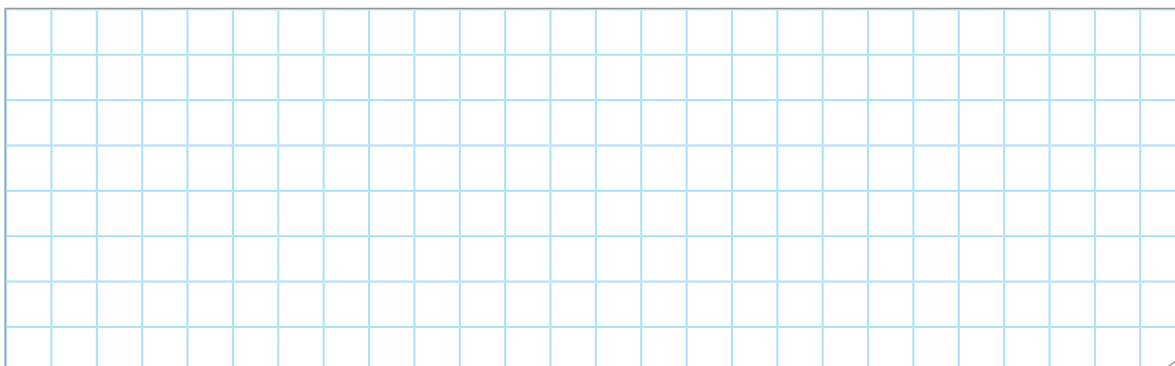


4. Según los datos de la tabla de la pregunta anterior, que corresponde a la ventanilla 2, calcula la media y responde la segunda pregunta de la situación.

$\bar{x} =$

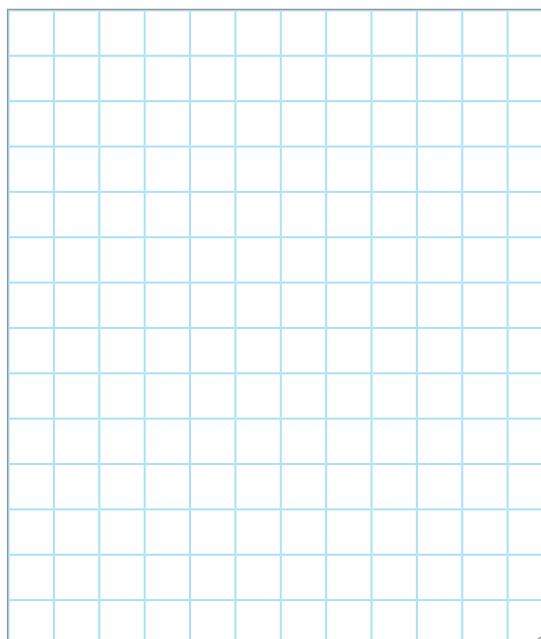
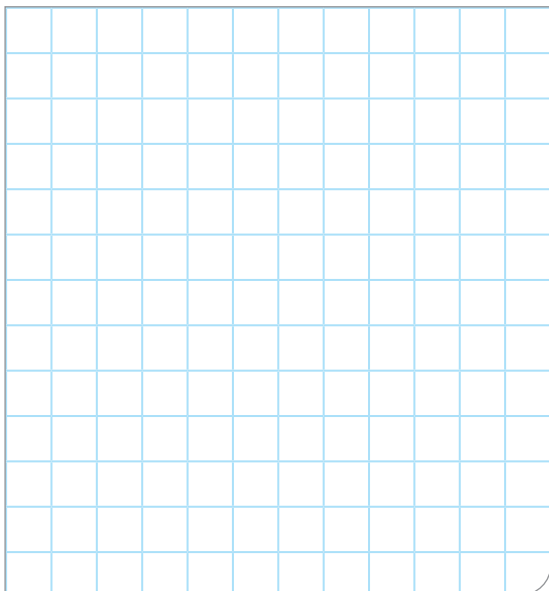


5. Con las respuestas a las preguntas 1 y 2, responde la tercera pregunta de la situación.



## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Por qué se utilizó la media y no otra medida de tendencia central para el presente estudio de la situación? Justifica tu respuesta.
2. ¿Qué acciones crees que tomaría el banco después de conocer los resultados del estudio?







## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones y lenguaje matemático nuestra comprensión de la desviación estándar en relación con la media para datos agrupados y el significado de los cuartiles en una distribución de datos según el contexto. Asimismo, reconocemos errores en las conclusiones y proponemos mejoras.

### Situación A

María ha registrado la estatura en centímetros de 8 estudiantes del 4.º grado A y del 4.º grado B para convocarlos a la selección de básquet que participará en los Juegos Deportivos Escolares Nacionales del 2022 organizados por el Ministerio de Educación.

Sección \ Estudiante	1	2	3	4	5	6	7	8
	A	148	149,5	154,8	152	156	157,5	160,2
B	140,5	143,5	145	153,5	151,6	163,4	167	175,5

- Calcula la media.
- Calcula e interpreta la desviación estándar.

### Resolución

- a. Calculamos la media de cada una de las secciones.

$$\bar{x}_A = \frac{148 + 149,5 + 154,8 + 152 + 156 + 157,5 + 160,2 + 162}{8} = \frac{1240}{8} = 155$$

$$\bar{x}_B = \frac{140,5 + 143,5 + 145 + 153,5 + 151,6 + 163,4 + 167 + 175,5}{8} = \frac{1240}{8} = 155$$

- b. Para calcular la desviación estándar, primero calculamos la varianza.

La varianza ( $V$ ) es la media de los cuadrados de las diferencias entre el promedio y cada dato.

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n}$$

Donde:

$\bar{x}$ : media aritmética o el promedio;  $X_i$ : cada uno de los datos de la distribución;  $n$ : número de datos

- Para estudiantes de la sección A:

Estudiantes de la sección A	Estatura (cm) ( $X_i$ )	$(X_i - \bar{x})^2$
Estudiante 1	148	$(148 - 155)^2 = 49$
Estudiante 2	149,5	$(149,5 - 155)^2 = 30,25$
Estudiante 3	154,8	$(154,8 - 155)^2 = 0,04$
Estudiante 4	152	$(152 - 155)^2 = 9$
Estudiante 5	156	$(156 - 155)^2 = 1$
Estudiante 6	157,5	$(157,5 - 155)^2 = 6,25$
Estudiante 7	160,2	$(160,2 - 155)^2 = 27,04$
Estudiante 8	162	$(162 - 155)^2 = 49$
Total		$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2 = 171,58$

Reemplazando en la fórmula:

$$V_A = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{171,58}{8} \approx 21,45$$

- Para estudiantes de la sección B:

Estudiantes de la sección B	Estatura (cm) ( $X_i$ )	$(X_i - \bar{x})^2$
Estudiante 1	140,5	$(140,5 - 155)^2 = 210,25$
Estudiante 2	143,5	$(143,5 - 155)^2 = 132,25$
Estudiante 3	145	$(145 - 155)^2 = 100$
Estudiante 4	153,5	$(153,5 - 155)^2 = 2,25$
Estudiante 5	151,6	$(151,6 - 155)^2 = 11,56$
Estudiante 6	163,4	$(163,4 - 155)^2 = 70,56$
Estudiante 7	167	$(167 - 155)^2 = 144$
Estudiante 8	175,5	$(175,5 - 155)^2 = 420,25$
Total		$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2 = 1091,12$

Reemplazando en la fórmula:

$$V_B = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{1091,12}{8} \approx 136,4$$

Luego, calculamos la desviación estándar.

La desviación estándar ( $s$ ) es la raíz cuadrada de la varianza:  $s = \sqrt{V}$

- Para estudiantes de la sección A:

$$s_A = \sqrt{V_A} = \sqrt{21,45} \approx 4,6$$

- Para estudiantes de la sección B:

$$s_B = \sqrt{V_B} = \sqrt{136,4} \approx 11,7$$

La desviación estándar de la estatura de los estudiantes de la sección A es 4,6 y de la sección B es 11,7. Eso significa que las estaturas de los estudiantes de la sección A, por tener menor desviación, están más concentradas alrededor de la media.

1. Describe el procedimiento realizado para determinar la media de la estatura de los estudiantes y las medidas de dispersión.

2. ¿Qué afirmarías sobre la desviación estándar de las estaturas de los estudiantes de la sección B?



### Situación C

Karina, estudiante del cuarto grado, realiza una encuesta a sus compañeros del colegio para saber cuántos hermanos o hermanas tienen. Los resultados de la encuesta son los siguientes:

3 - 2 - 4 - 5 - 4 - 1 - 3 - 3 - 5 - 2 - 3 - 6 - 2 - 4 - 5

3 - 4 - 3 - 3 - 4 - 2 - 2 - 4 - 2 - 2 - 4 - 2 - 7 - 5

- Calcula la desviación estándar a partir de una distribución de frecuencias, considerando tres intervalos de clase.

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Distribución de frecuencias:  
Rango:  $R = 7 - 1 = 6$
- Tomando  $K = 3$  intervalos de clase, de igual amplitud, se tiene  $A = \frac{6}{3} = 2$
- Luego:

Hermanos y hermanas [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> [	X <sub>i</sub>	f <sub>i</sub>
[1; 3[	2	10
[3; 5[	4	14
[5; 7]	6	6
Total		30

Utilizamos la fórmula de la media para datos agrupados:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i}{n} = \frac{(2)(10) + (4)(14) + (6)(6)}{30} \approx 3,73$$

- A continuación, encontramos la varianza muestral mediante el uso de la siguiente fórmula:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n}$$
$$S^2 = \frac{|2 - 3,73| \times 10 + |4 - 3,73| \times 14 + |6 - 3,73| \times 6}{30}$$
$$S^2 = \frac{(-1,73)^2 + (0,27)^2 + (2,27)^2}{30} = \frac{(-1,73 + 0,27 + 2,27)^2}{30}$$

$$S^2 = 1,156666$$

- Calculamos la desviación estándar:

$$S = \sqrt{1,156666} \approx 1,25$$

#### Respuesta:

La desviación estándar es 1,25. Se observa que la desviación estándar es pequeña; por lo tanto, existe mayor concentración hacia la media.

1. ¿Es correcto el procedimiento en la resolución de la situación? Explica.

2. En el caso de que hubiera un error en el procedimiento, ¿cuál sería su corrección?



3. Un estudiante de una universidad en uno de sus cursos debe rendir cinco prácticas, un examen parcial y un examen final. El siguiente cuadro muestra los puntajes de sus cinco prácticas y de su examen parcial:

P1	P2	P3	P4	P5	Ex. parcial	Ex. final
12	14	11	12	11	16	

El puntaje final del curso se obtiene asignando ciertos pesos al promedio de prácticas, al examen parcial y al examen final. Estos pesos son 40 %, 30 % y 30 %, respectivamente.

¿Cuál debe ser el puntaje mínimo que debe obtener el estudiante en el examen final para que el puntaje final del curso sea, por lo menos, 15?

- a) 16                                      b) 17                                      c) 18                                      d) 19

4. La tabla muestra las estaturas de los estudiantes del 4.º G de la Institución Educativa Emblemática Carlos Wiese. Calcula e interpreta el cuartil uno y el cuartil medio.

Estatura (m) [L <sub>i</sub> ; L <sub>s</sub> [	f <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>
[1,38; 1,46[	2	
[1,46; 1,54[	4	
[1,54; 1,62[	9	
[1,62; 1,70[	11	
[1,70; 1,78]	4	
Total		









## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos y acciones de comparar o trabajar con tasas de interés simple. Asimismo, expresamos con diversas representaciones y lenguaje numérico nuestra comprensión sobre algunos términos financieros.

### Calculamos el crédito hipotecario para vivienda

En nuestro país, en los últimos años, se ve una significativa cantidad de ofertas inmobiliarias debido a la explosión demográfica, dado que la población del Perú, según el censo del 2017 del Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI), supera los 31 millones de habitantes.

La familia Álvarez Buendía encuentra una vivienda valorizada en S/250 000. Para financiarla, dispone de tres entidades bancarias, las cuales proponen las condiciones que se muestran en la tabla:

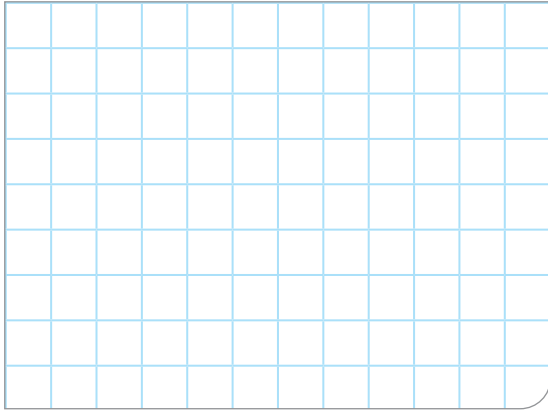
Entidad bancaria	Cuota inicial	Tasa de interés anual	Tiempo (años)
Banco "A"	10 %	15 %	20
Banco "B"	20 %	13 %	25
Banco "C"	0 %	10 %	30



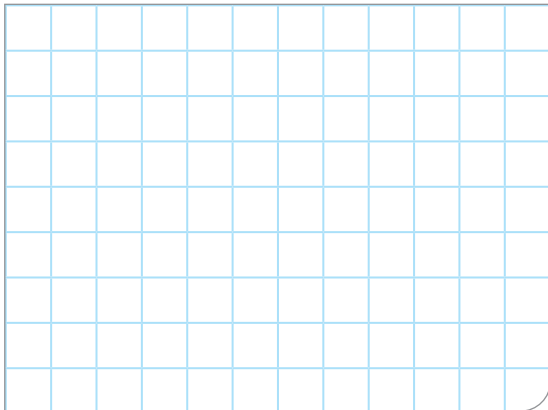
1. ¿En cuál de las entidades bancarias le convendría financiar la vivienda a la familia Álvarez Buendía si las entidades bancarias realizarán el financiamiento en interés simple?

## Comprendemos el problema

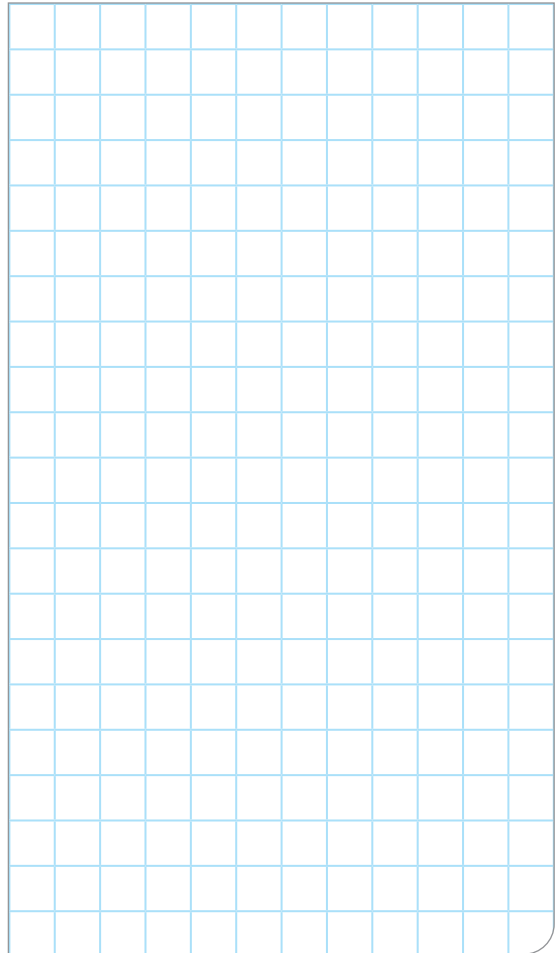
1. ¿Cuál es el valor de la vivienda que la familia Álvarez Buendía desea financiar y en cuántos años como máximo?



2. ¿Cuáles son las tasas de interés de los bancos que desean financiarle la vivienda a la familia Álvarez Buendía?

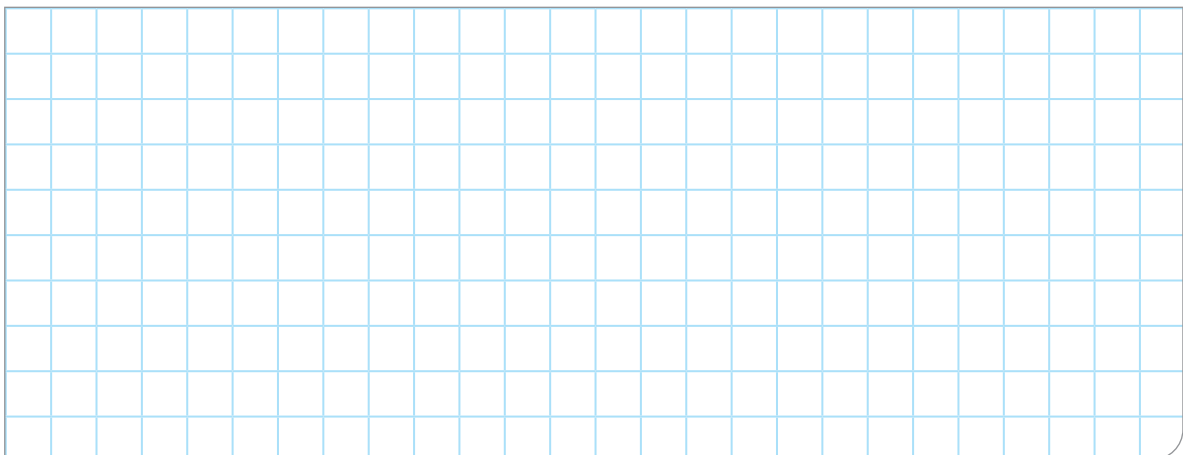


3. ¿Qué nos pide calcular la pregunta de la situación?



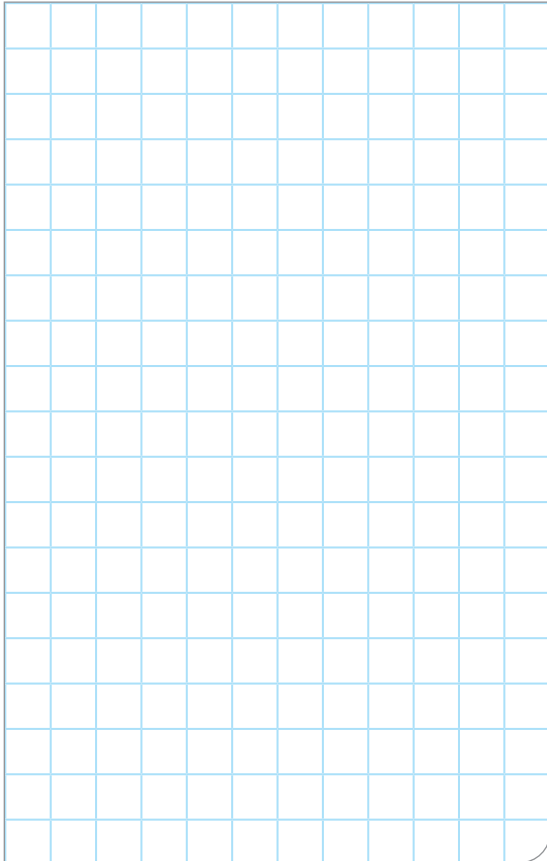
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué procedimiento realizarías para responder la pregunta de la situación?



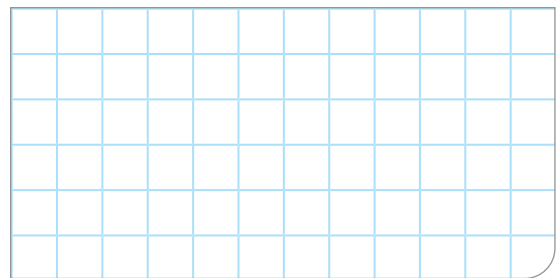
## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Expresa matemáticamente la relación que nos permita encontrar el interés simple y el monto de pago. Propón dos ejemplos de cómo calcular el interés simple.



2. Completa la tabla para responder la pregunta de la situación.

Entidad financiera	Interés simple generado en "t" años	Monto
"A"		
"B"		
"C"		

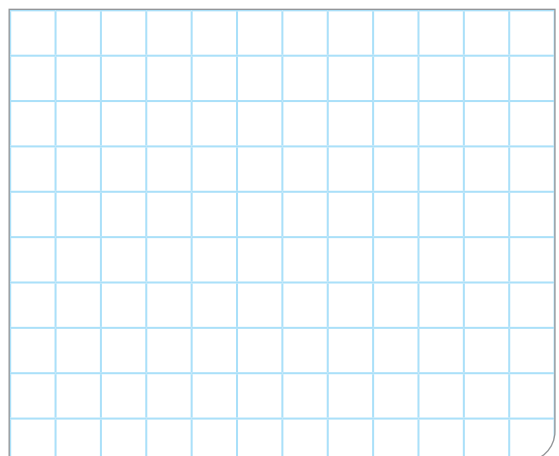
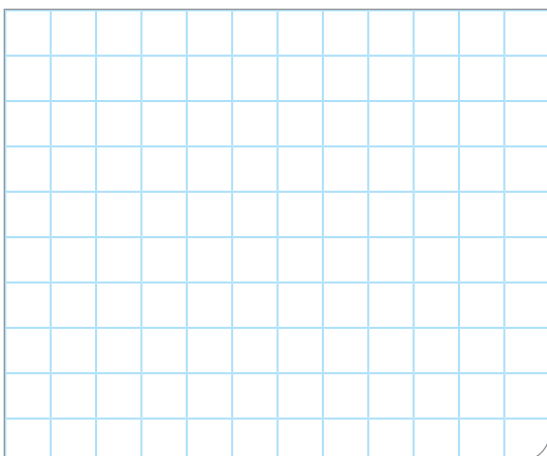


3. Responde la pregunta de la situación.



## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿De qué otra manera podrías resolver para responder la pregunta? Descríbela.
2. ¿Qué otro criterio hubiera usado la familia Álvarez Buendía para decidir qué banco utilizar?





## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Seleccionamos y adaptamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones de tasas de interés simple o compuesto. Asimismo, comprobamos o descartamos la validez de una afirmación.

### Situación A

Para la cuota inicial de una vivienda, Ernesto desea solicitar un préstamo de S/60 000 para pagarlo en cinco años con una tasa de interés simple del 0,5 % mensual. ¿Cuánto es el monto y el interés que pagará por el préstamo al cabo de los cinco años?

### Resolución

- Reconociendo los elementos involucrados en la situación planteada, tenemos:

Capital:  $C = S/60\,000$

Tasa de interés, que siempre debe ser anual:  
 $r = 0,5\% \times 12 = 6\%$  anual

Tiempo: 5 años

- Luego:

$$I = \frac{C \times r \times t}{100}$$

$$I = \frac{60\,000 \times 6 \times 5}{100} = 18\,000 \text{ soles}$$

- El monto será el capital más el interés:

$$M = C + I = 60\,000 + 18\,000 = 78\,000 \text{ soles}$$

**Respuesta:** Pagará como interés por el préstamo S/18 000 y el monto será de S/78 000.

- ¿Por qué la tasa de interés simple siempre debe ser anual?

- Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación.

- ¿Qué aspectos del procedimiento realizado son semejantes al utilizado en la situación inicial?

## Situación B

La familia Huamaní Díaz desea adquirir un camión valorizado en S/150 000, para transportar la fruta que produce en su huerta. Como no dispone del dinero suficiente, solicita un préstamo a una entidad financiera, la cual le ofrece el crédito de los S/150 000 para pagarlos durante 10 años en cuotas mensuales de S/2400. ¿Cuánto de interés pagará la familia Huamaní Díaz por el préstamo? ¿Y a qué tasa de interés simple se da el crédito?

## Resolución

- Se sabe que el monto es igual a la suma del capital inicial y el interés ganado, es decir:  $M = C + I$

Capital:  $C = 150\,000$  soles

$M = 10 \text{ años} \times 12 \text{ meses} \times 2400 = 288\,000$  soles

- De la relación  $M = C + I$ , obtenemos:  $I = M - C$

$I = M - C = 288\,000 - 150\,000 = S/138\,000$

- También se sabe que:

$I = C \times r \times t$

$138\,000 = 150\,000 \times r \times 10$

$r = \frac{138\,000}{1\,500\,000} = 0,092 \times 100\% = 9,2\%$

**Respuesta:** El interés que pagará la familia Huamaní Díaz será de S/138 000 a una tasa del 9,2 %.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación?

2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación.

3. ¿Qué aspectos del procedimiento realizado podrías utilizar, en el caso de que tu familia comprara una vivienda o departamento?

### Situación C

En el contexto de la situación mostrada en B, una empresa financiera le propone a la familia Huamaní Díaz una tasa de interés compuesto del 8 % anual, para pagarse en 10 años. ¿Pagará más o pagará menos de interés dicha familia, y a cuánto equivale dicho interés en soles?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- El interés compuesto se calcula con la siguiente fórmula:

$$C_f = C(1 + i)^n$$

Donde:

$C_f$ : capital final

$C$ : capital inicial

$i$ : tasa de interés compuesto

$n$ : número de periodos de capitalización

- Se tiene:

$$C = 150\,000 \text{ soles}$$

$$i = 8\% = \frac{8}{100} = 0,08$$

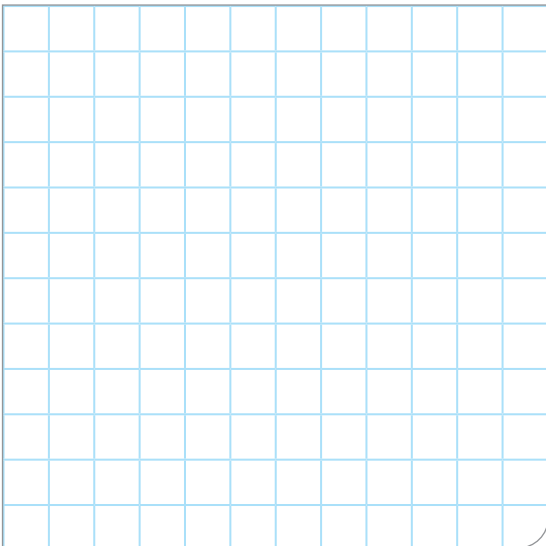
$$n = 10$$

$$C_f = 1\,500\,000(1 + 0,08)^{10} = 323\,838,75 \text{ soles}$$

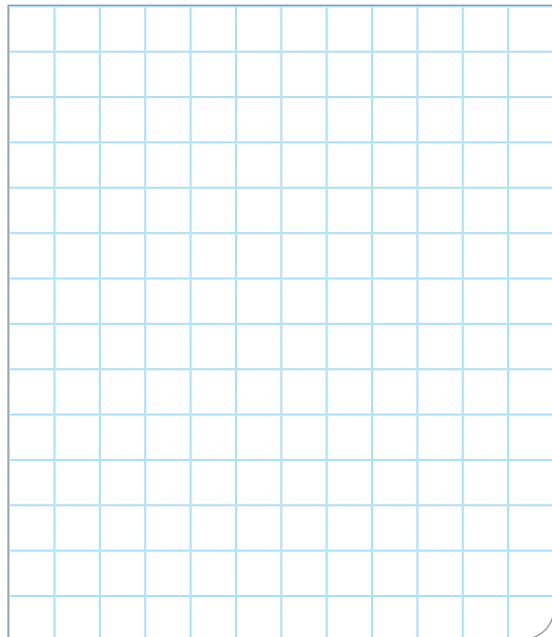
$$I = 323\,838,75 - 150\,000 = 273\,838,75 \text{ soles}$$

**Respuesta:** Se pagará más interés, que equivale a S/273 838,75.

1. Los pasos realizados en la resolución de la situación, ¿son los adecuados? En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



2. ¿Qué entiendes por el término *capitalizable*?





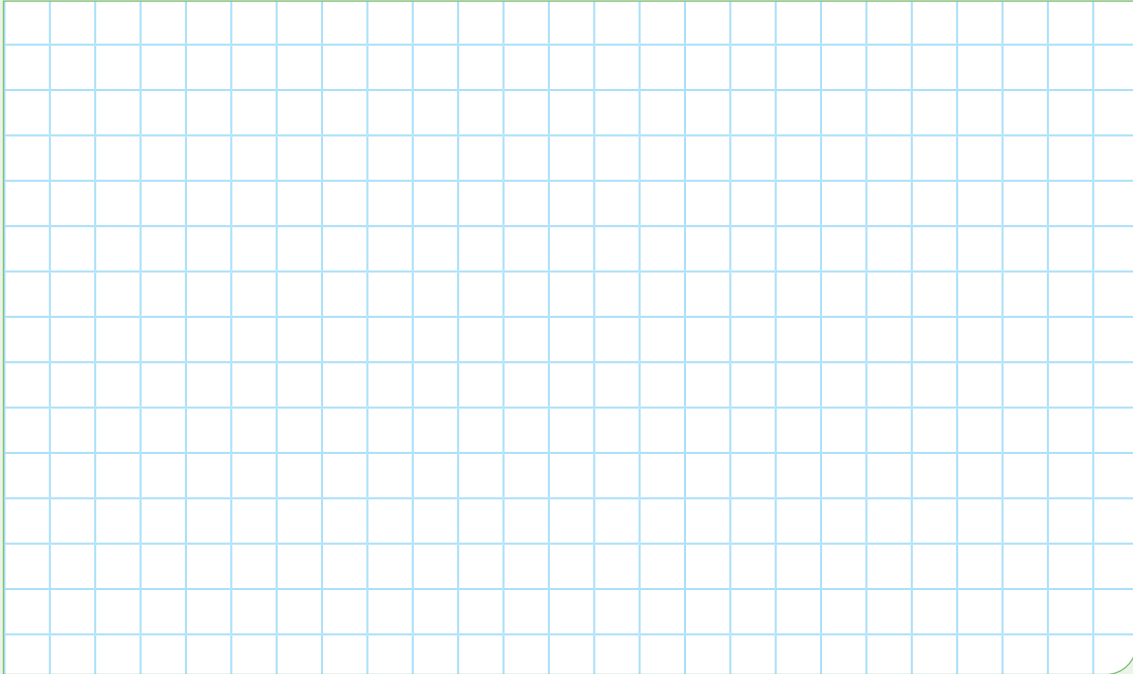
3. ¿A qué tasa de interés compuesto anual la utilidad en un año es la misma para los dos tipos de acciones? (Utiliza una calculadora u hoja de cálculo).

a) 1,47 %

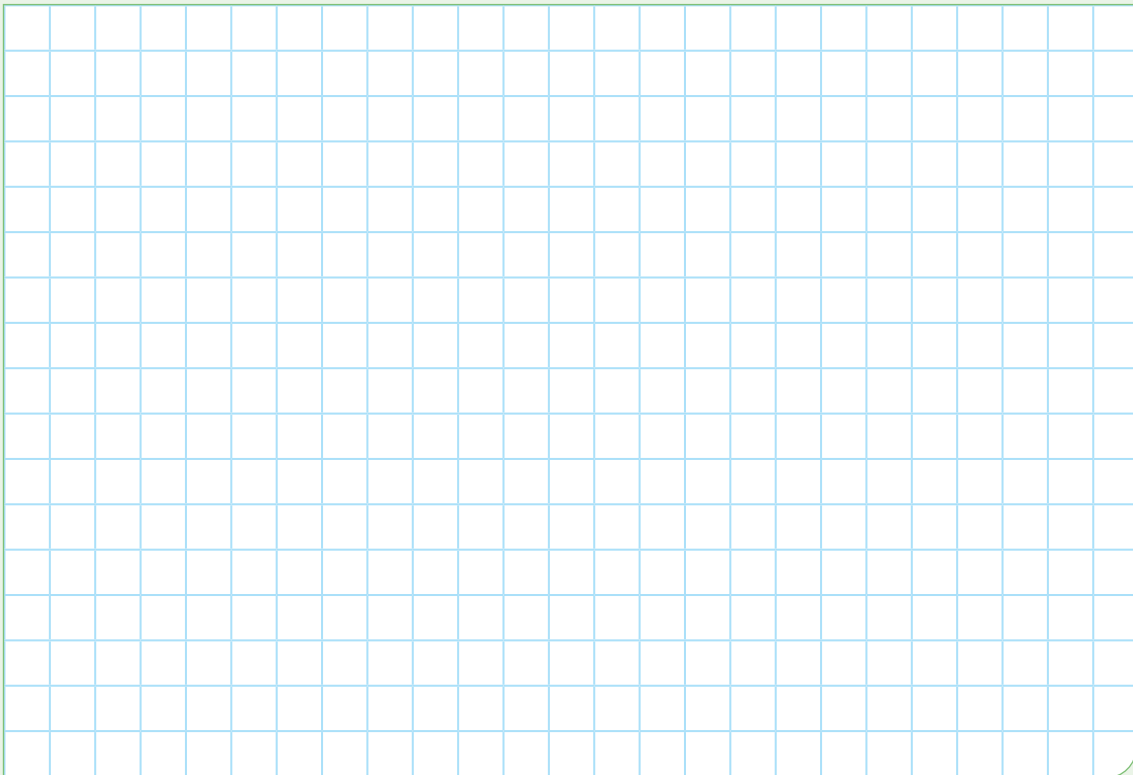
b) 2,95 %

c) 3 %

d) 6 %



4. ¿En qué tiempo  $S/5000$  generan una utilidad de  $S/1640$  en las acciones del tipo B?









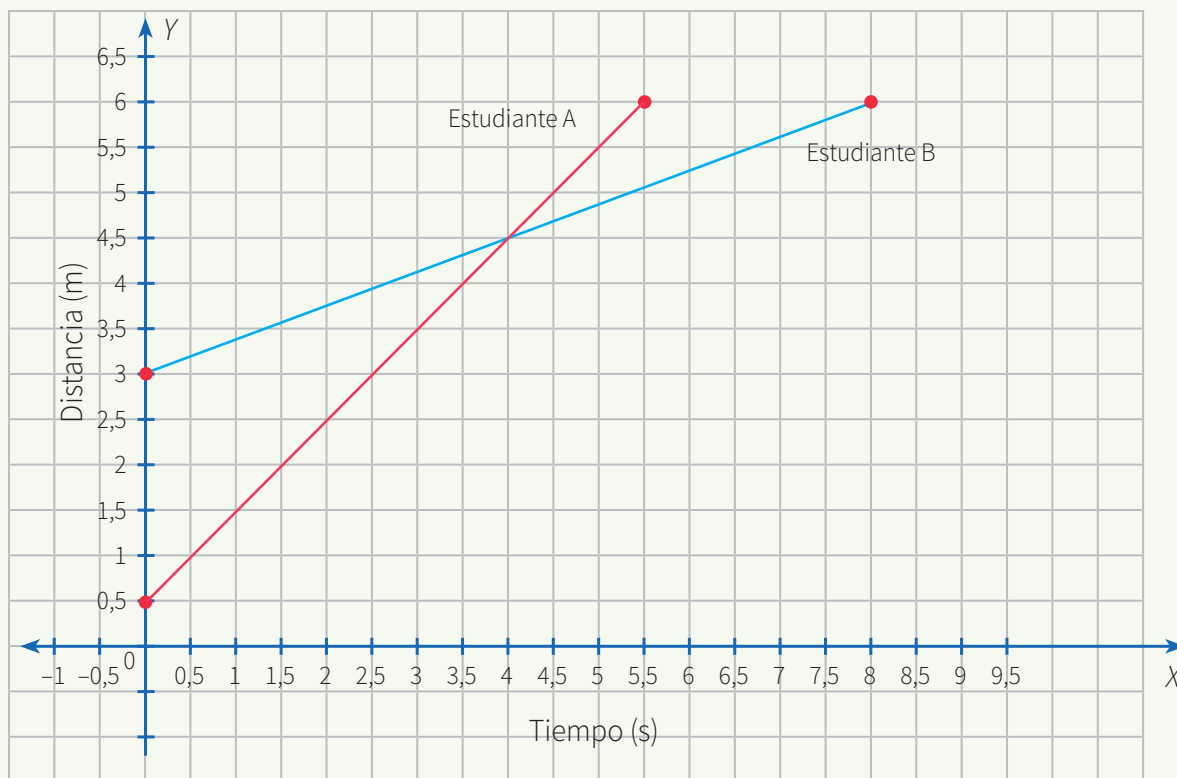


## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos y transformamos esas relaciones a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Así también, combinamos y empleamos estrategias heurísticas, recursos, métodos gráficos, procedimientos y propiedades algebraicas para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar sistemas de ecuaciones lineales.

### ¿Dónde se encontrarán?

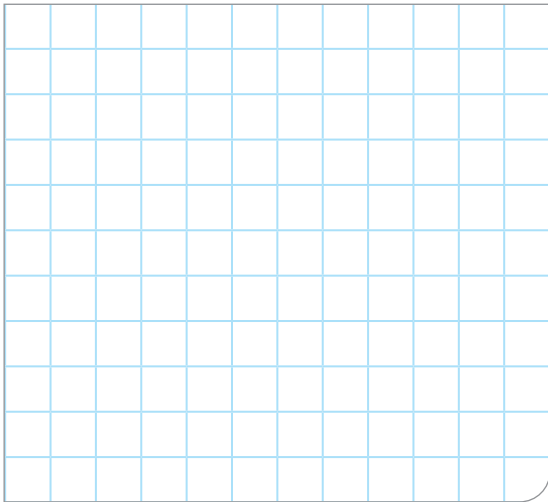
En una investigación, dos estudiantes caminan simultáneamente a lo largo de un trayecto de 6 m. El estudiante A empieza en un punto a 0,5 m del inicio del trayecto y camina hacia el punto final a razón de 1 m/s. El estudiante B comienza en el punto ubicado a 2 metros del inicio y camina hacia el final del trayecto a razón de 0,5 m/s. Aquí se muestra una gráfica de los datos obtenidos.



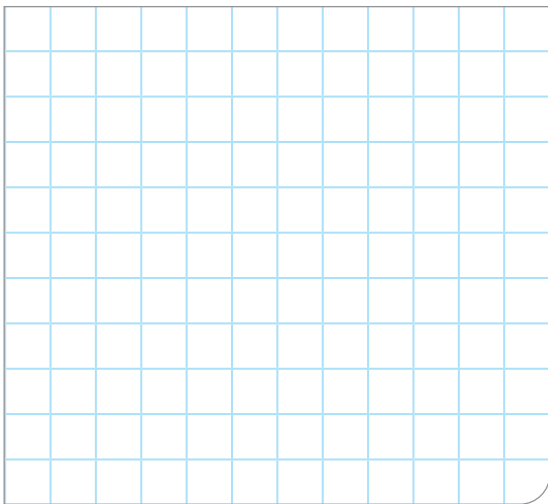
1. Representa mediante una expresión matemática la información presentada en la gráfica.
2. Determina a partir de qué tiempo y distancia el estudiante A pasa al estudiante B.

## Comprendemos el problema

1. Describe qué figura se muestra en la gráfica de la situación.



2. ¿Qué datos se presentan en la situación?



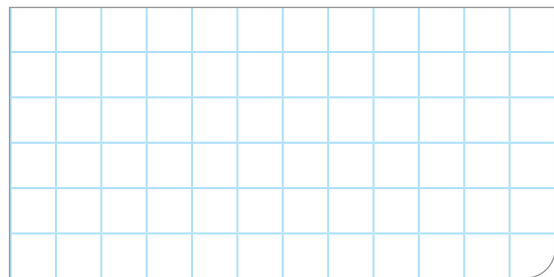
3. ¿Qué piden hallar las preguntas de la situación?



4. ¿Con qué conocimiento matemático se relaciona esta situación?

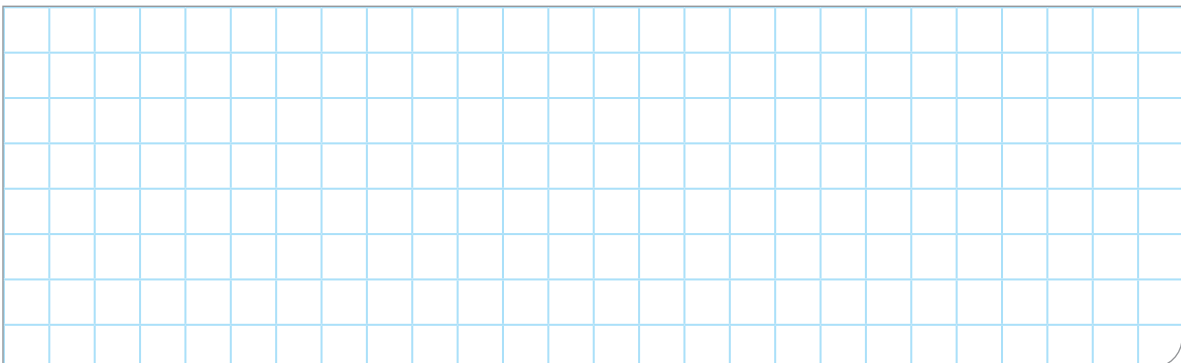


5. ¿Qué datos se deben relacionar para encontrar la expresión matemática?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe los procedimientos que utilizarías para responder la pregunta de la situación.



## Ejecutamos la estrategia o plan

1. En la siguiente tabla completa los valores que relacionan el tiempo (X) y la distancia (Y) para el caminante A.

Tiempo (X)	Distancia (Y)
0	0,5
1	0,5 + 1
2	0,5 + 2
3	
4	
5	
⋮	
X	

2. En la siguiente tabla completa los valores que relacionan el tiempo (X) y la distancia (Y) para el caminante B.

Tiempo (X)	Distancia (Y)
0	0,5
1	0,5 + 1
2	0,5 + 2
3	
4	
5	
⋮	
X	

3. Escribe la función que representa el tiempo y la distancia para los caminantes A y B, y responde la primera pregunta de la situación.


4. ¿Qué valor toma X cuando se intersecan las dos gráficas lineales y qué representa para los caminantes?


5. ¿Cuál es el valor de Y en el momento en que se intersecan las dos gráficas lineales?


6. ¿A partir de qué tiempo el estudiante A pasa al estudiante B?


7. ¿A partir de qué distancia el estudiante A pasa al estudiante B?


8. Responde la segunda pregunta de la situación.


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Cómo verificas si las expresiones matemáticas formuladas están bien planteadas? Explica.


2. ¿Es posible obtener la misma solución utilizando otro método? Explica.




## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones gráficas tabulares, simbólicas y con lenguaje algebraico, la comprensión sobre la solución o soluciones de un sistema de ecuaciones lineales. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos las posibles soluciones a un sistema de ecuaciones lineales u otras relaciones que se descubren, y corregimos errores si los hubiera.

### Situación A

La familia Rodríguez Muñoz, que consta de seis integrantes, asistió a una feria gastronómica, pagando S/105 soles por el total de entradas. Si los precios eran S/25 por cada adulto y S/10 por cada niño, ¿cuántas entradas de niño compró ese día la familia Rodríguez Muñoz?

### Resolución

- En el enunciado, se puede ver que los valores de las entradas son datos fijos; en cambio, el número de personas (adultos y niños) son datos variables.

Datos fijos:

- Precio de entrada de un adulto: S/25
- Precio de entrada de un niño: S/10

Datos variables:

- Número de adultos:  $x$
  - Número de niños:  $y$
- Según la situación, el número de integrantes de la familia Rodríguez Muñoz es 6, lo cual nos permite plantear la siguiente ecuación:  $x + y = 6$
  - Asimismo, se sabe que la cantidad de soles que gastó el señor Rodríguez es 105, lo cual nos permite plantear la siguiente ecuación:  $25x + 10y = 105$

Así, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 25x + 10y = 105 \end{cases}$$

- Resolvemos el sistema por el **método de reducción** siguiendo estos pasos:

- Multiplicamos la primera ecuación por  $(-10)$

$$\begin{cases} -10x - 10y = -60 \\ 25x + 10y = 105 \end{cases}$$

- Sumamos ambas ecuaciones y nos resulta una ecuación de una sola variable, en este caso,  $x$ .

$$15x = 45, \text{ entonces } x = 3$$

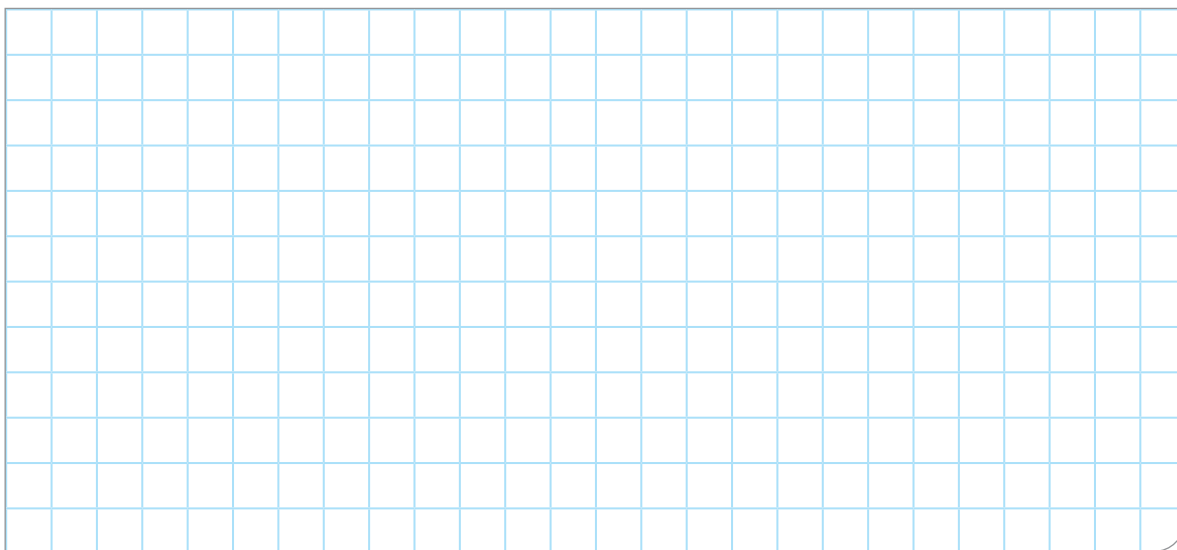
- Sustituimos el valor de  $x$  en cualquiera de las ecuaciones planteadas al inicio. En este caso, reemplazaremos en la primera ecuación para encontrar el valor de  $y$ .

$$x + y = 6$$

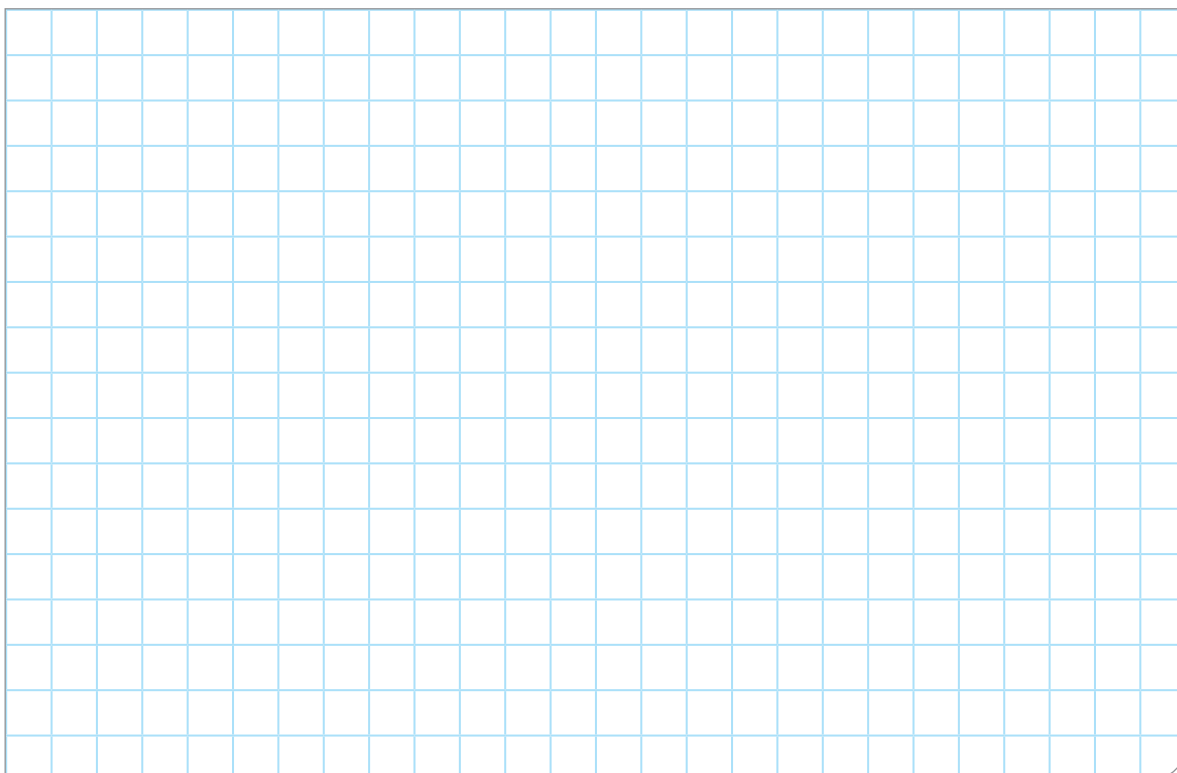
$$3 + y = 6, \text{ entonces } y = 3$$

**Respuesta:** Se compraron tres entradas de niños.

1. Describe el procedimiento seguido en la resolución de la pregunta de la situación.



2. Desarrolla la situación utilizando tablas y gráficos.



### Situación B

En una tienda de artículos para limpieza, Cristina compra 4 litros de detergente y 5 litros de suavizante por un total de 52 soles. Su amiga Liliana compra 3 litros de detergente y 10 litros de suavizante del mismo tipo, por lo cual paga en total 64 soles. ¿Cuál es el precio en soles de cada litro de detergente y de cada litro de suavizante?

### Resolución

- Organizamos la información en una tabla:

Precio por litro de detergente:  $x$

Precio por litro de suavizante:  $y$

	Detergente (L)	Suavizante (L)	Precio pagado (S/)
Cristina	4	5	52
Liliana	3	10	64

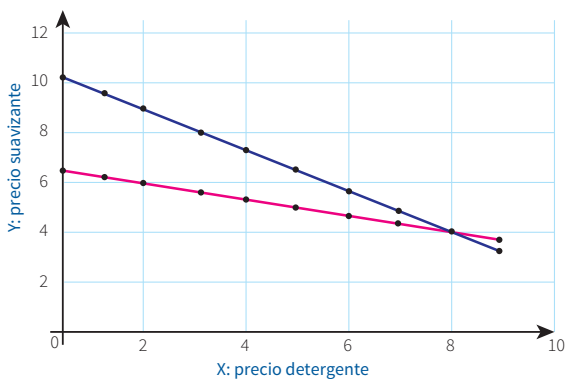
- Simbólicamente:

$$\begin{cases} 4x + 5y = 52 \\ 3x + 10y = 64 \end{cases}$$

- Despejando  $y$  en función de  $x$ , se obtiene:

$$y = \frac{52}{5} - \frac{4}{5}x \text{ (Cristina)}$$

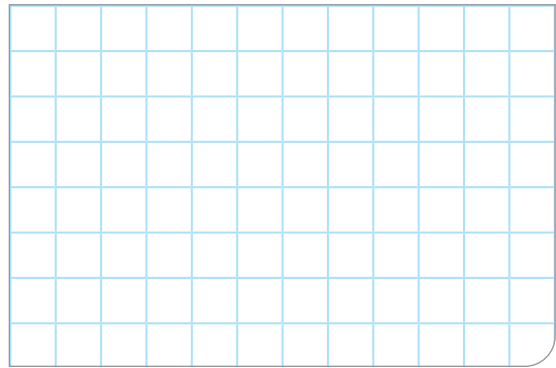
$$y = \frac{64}{10} - \frac{3}{10}x \text{ (Liliana)}$$



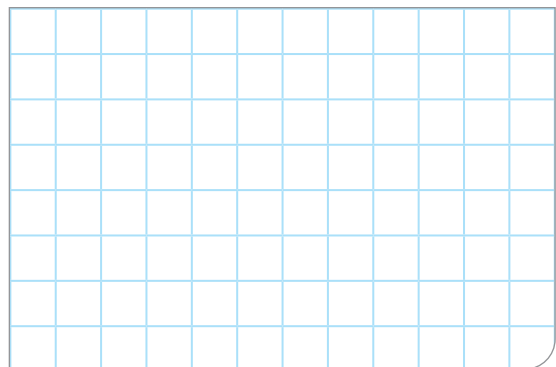
### Respuesta:

El precio del detergente es ocho soles y el del suavizante, cuatro soles.

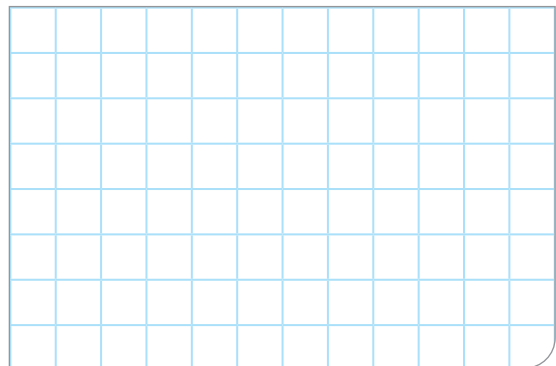
- ¿Qué representa el punto de intersección de ambas gráficas?



- Describe el procedimiento realizado en la resolución de la pregunta de la situación.



- Desarrolla otro procedimiento que te permita responder a la pregunta de la situación.





### Situación C

Miguel toma una cuerda delgada y Gina, una gruesa, cada una de un metro de largo. Si hacen unos nudos en cada cuerda y miden la longitud después de cada nudo, podrán obtener datos como los de la tabla.

Cuerda delgada

Número del nudo	Longitud (cm)
0	100
1	94
2	88
3	82
4	76
5	70
6	64

Cuerda gruesa

Número del nudo	Longitud (cm)
0	100
1	89,7
2	79,4
3	69,1
4	58,8
5	48,5
6	38,2

La longitud inicial de la cuerda delgada es 9 m y la de la cuerda gruesa es 10 m.

- Escribe un sistema de ecuaciones para modelar los datos de cada cuerda.
- Determina la cantidad de nudos que deben tener ambas cuerdas para que tengan la misma longitud.

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

- Determinamos las variables:  
 $x$ : cantidad de nudos  
 $y$ : longitud de la cuerda en centímetros
- Si la longitud inicial de la cuerda delgada es de 9 m, entonces la expresión matemática que representa la longitud de la cuerda de acuerdo con la tabla sería:

$$y = 900 - 6x$$

- Si la longitud inicial de la cuerda gruesa es de 10 m, entonces la expresión matemática que representa la longitud de la cuerda de acuerdo con la tabla es:

$$y = 100 - 10,3x$$

- Para encontrar la cantidad de nudos, desarrollamos las ecuaciones:

$$\begin{cases} y = 900 - 6x \\ y = 100 - 10,3x \end{cases}$$

- Restando ambas ecuaciones, obtenemos:

$$\begin{aligned} 0 &= 800 - 4,3x \\ x &\approx 186,046512 \end{aligned}$$

- Como  $x$  representa el número de nudos, no puede ser decimal; por lo tanto, el valor de  $x$  es 186.
- Reemplazando dicho valor en la primera ecuación, obtenemos el valor de  $y$ :

$$y = 900 - 6 \cdot 186$$

$$y = 1116$$

#### Respuesta:

La longitud de las cuerdas para tener 186 nudos es 1116 cm.

- ¿Es correcto el procedimiento utilizado en la resolución de lo solicitado en la situación? Explica.

- En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?



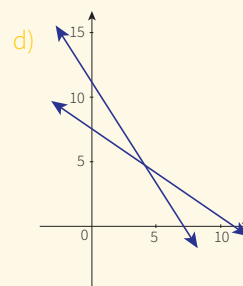
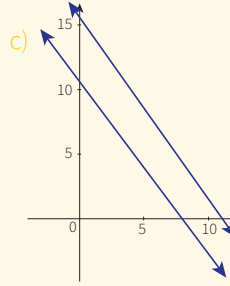
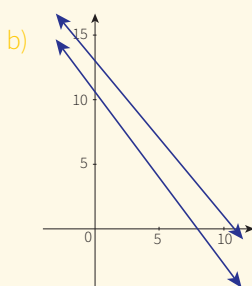
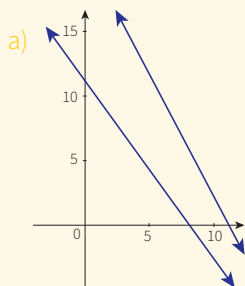
Ana, la hija menor de la familia Rodríguez Muñoz, decidió crear un problema sobre sistemas de ecuaciones. Para ello, se planteó el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 9x + 6y = 98 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$$

Justo cuando Ana estaba ideando el contexto de la situación, su hermano mayor, Jorge, vio el sistema y le dijo que revisara los valores de su ecuación, pues era necesario que los cambiara.

Con la información dada, responde las preguntas 5 y 6.

5. Si Ana decidiera graficar su sistema, ¿cuál sería la gráfica que obtendría?



6. ¿Qué tipo de solución propuso Ana para resolver el sistema de ecuaciones?

- a) Compatible indeterminado
- b) Incompatible
- c) Compatible determinado
- d) Ninguna de las anteriores

Ana, tratando de solucionar su sistema de ecuaciones, replanteó el sistema anterior como sigue:

$$\begin{cases} 9x + 6y = 72 \\ 3x + 2y = 24 \end{cases}$$

Entonces, Jorge volvió a revisar el nuevo sistema y le dijo que aún faltaba cambiar algo, pues el conjunto solución no era el adecuado.

Con la información dada, responde las preguntas 7 y 8.

7. ¿Cuál es el conjunto solución que presenta este nuevo planteamiento del sistema de ecuaciones?



8. ¿Qué debemos cambiar para que el sistema de ecuaciones esté correctamente planteado y ambas variables tengan soluciones positivas y mayores que cero?

- a) En la primera ecuación, es suficiente cambiar el término independiente 72 por el número 48.
- b) En la primera ecuación, es suficiente cambiar el coeficiente de  $x$  por un 6.
- c) En la segunda ecuación, es suficiente cambiar el coeficiente de  $x$  por un 6.
- d) En la segunda ecuación, es suficiente cambiar el coeficiente de  $x$  por un 4 y el término independiente 24 por el número 28.

9. Con el viento a favor en vuelo, un avión pequeño puede recorrer 1200 km en 3 horas. Con viento en contra, el avión puede recorrer la misma distancia en 5 horas. Calcula la velocidad del avión y la velocidad del viento.

- a) Avión: 320 km/h; viento: 80 km/h
- b) Avión: 321 km/h; viento: 81 km/h
- c) Avión: 640 km/h; viento: 560 km/h
- d) Avión: 200 km/h; viento: 50 km/h

10. Una persona invierte en un producto una cantidad de dinero y obtiene un 5 % de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, logra un beneficio del 3,5 %. Sabiendo que en total invirtió 10 000 soles y que los beneficios de la primera inversión superan en 300 soles a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada producto?

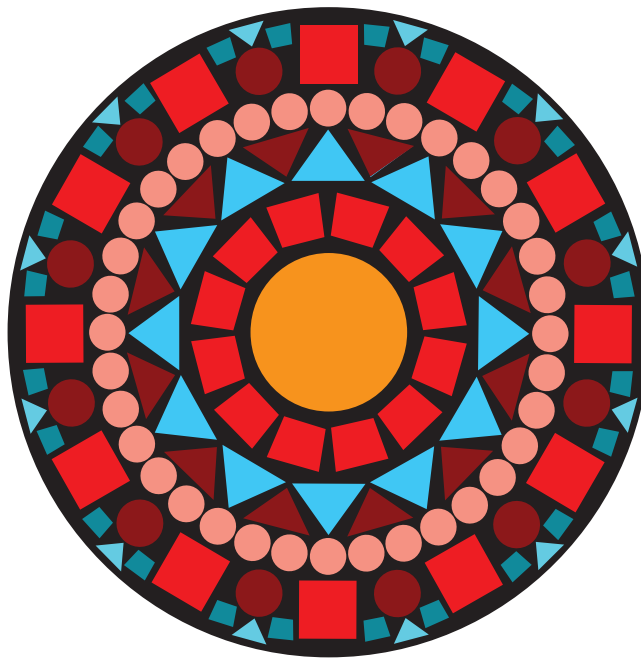


## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Describimos los movimientos de un objeto real o imaginario, así como de las transformaciones de objetos o formas geométricas mediante la combinación de traslaciones, rotaciones y simetrías. Además, empleamos estrategias o procedimientos para describir las transformaciones mediante la combinación de traslaciones y rotaciones.

### El mandala andino

Susana es una estudiante de cuarto grado de secundaria que vive en el Cusco. Ella comenta a sus compañeras de aula que su tía le ha regalado un libro de mandalas andinos. Susana explica a sus compañeras que el mandala andino es una fusión de nuestra cultura con técnicas ancestrales provenientes de la India.

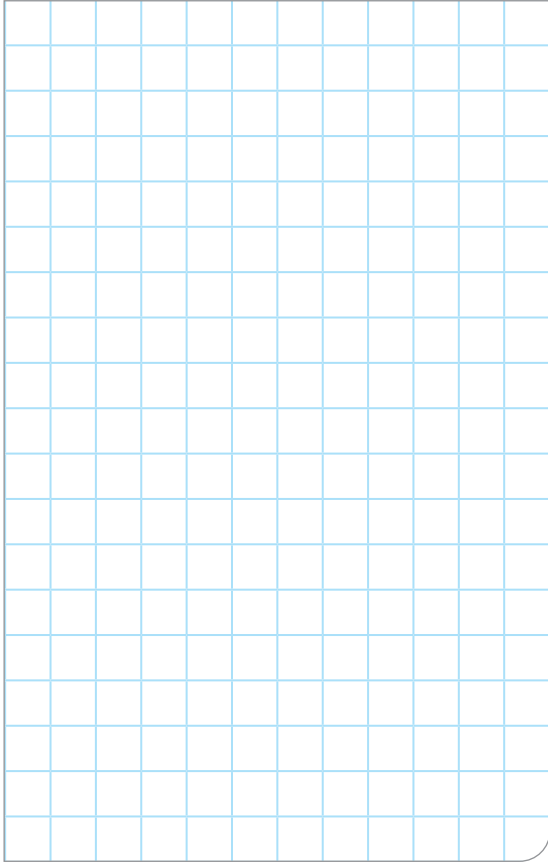


©Shutterstock

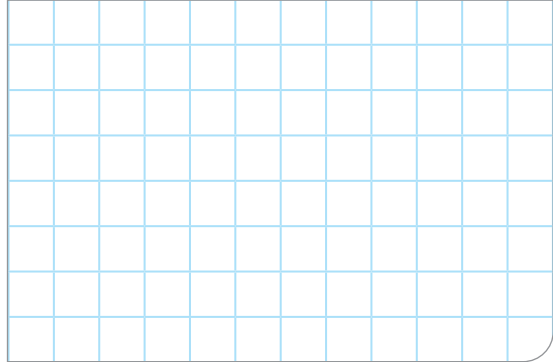
1. ¿Qué transformaciones geométricas se observa en el mandala andino?

## Comprendemos el problema

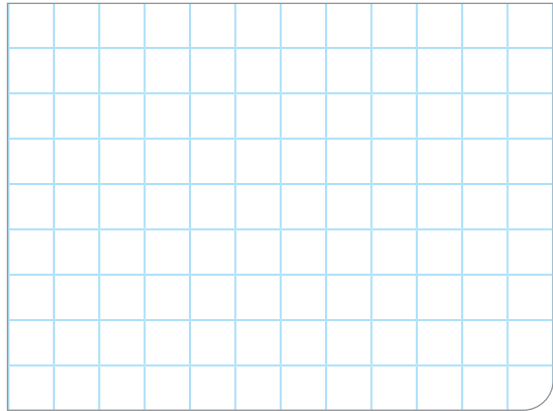
1. ¿Qué figuras geométricas se observa en la configuración del mandala andino? Dibuja.



2. ¿Cómo están organizadas las figuras geométricas en el mandala andino? Dibuja una secuencia (según el tamaño, la forma, etc.).

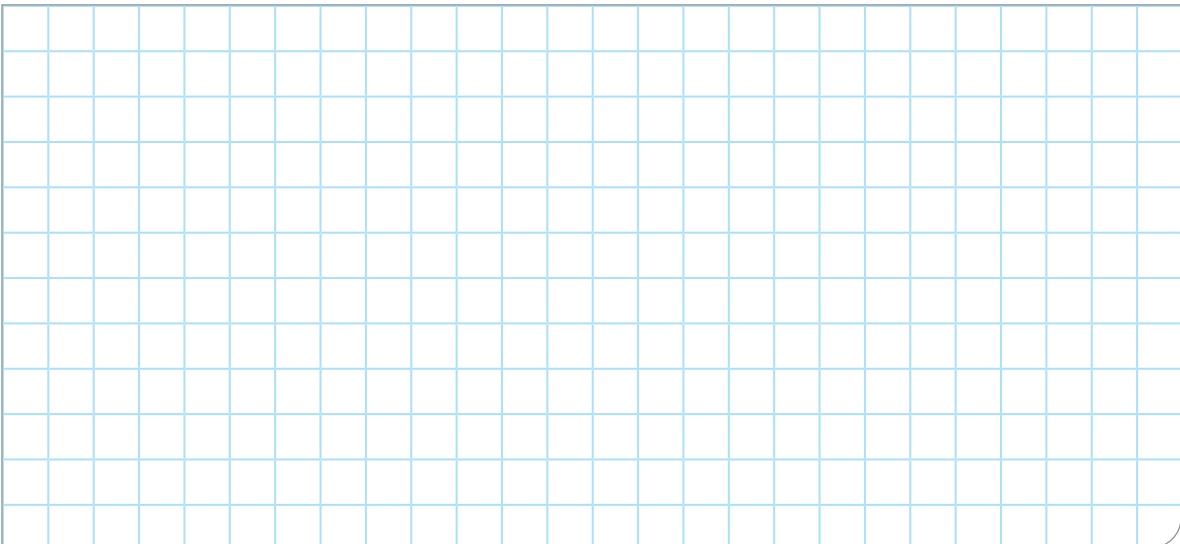


3. ¿Qué transformaciones geométricas conoces?



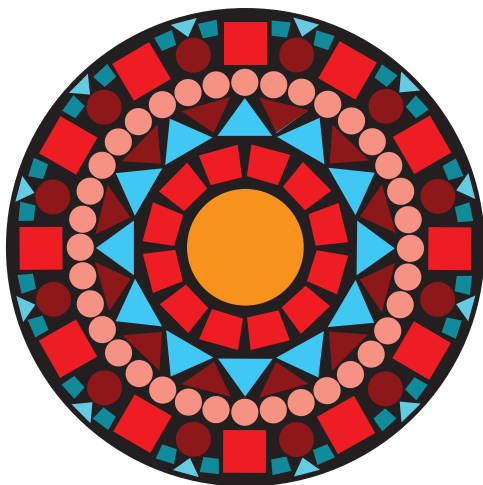
## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación.



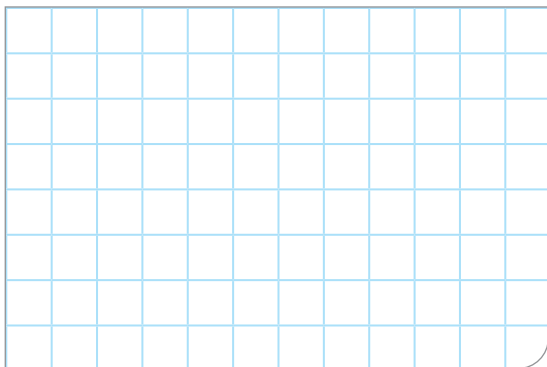
## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Traza dos ejes de simetría en mandala andino.

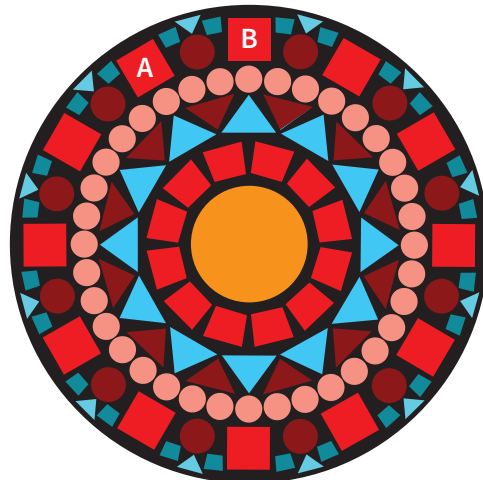


©Shutterstock

2. ¿Qué transformaciones geométricas se han desarrollado? Explica tu respuesta.

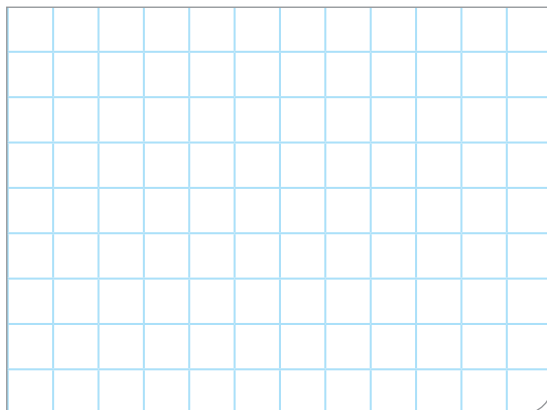


3. ¿Qué transformación geométrica se realiza en la figura A para obtener la figura B? ¿Cuál es el ángulo de giro?



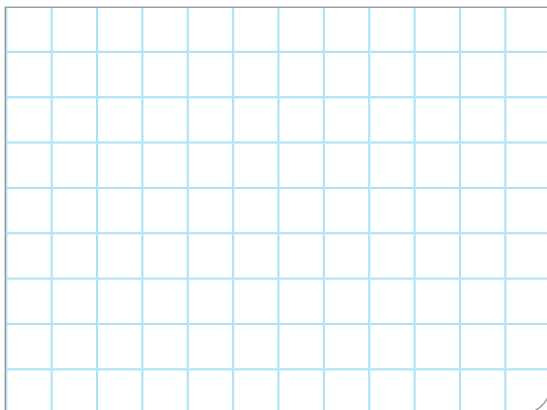
©Shutterstock

2. ¿Qué otras transformaciones se pueden observar en el mandala andino? Describe tu respuesta.



## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Por qué fue importante trazar el eje de simetría en el mandala andino? Justifica tu respuesta.



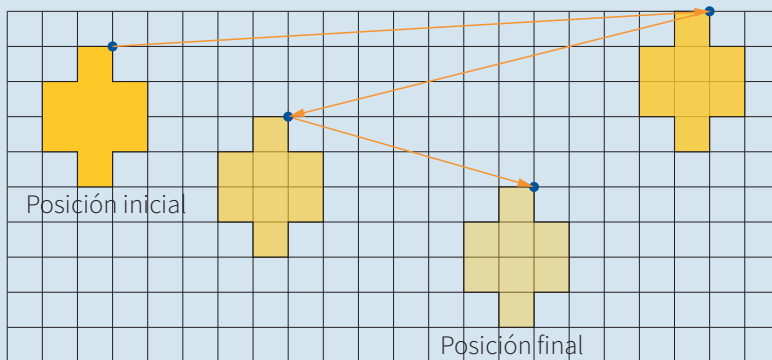


## Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con dibujos, material concreto y lenguaje geométrico, la comprensión sobre las transformaciones geométricas de una figura. Asimismo, comprobamos con ejemplos y con propiedades geométricas las afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que se descubren entre los objetos y entre las formas geométricas.

### Situación A

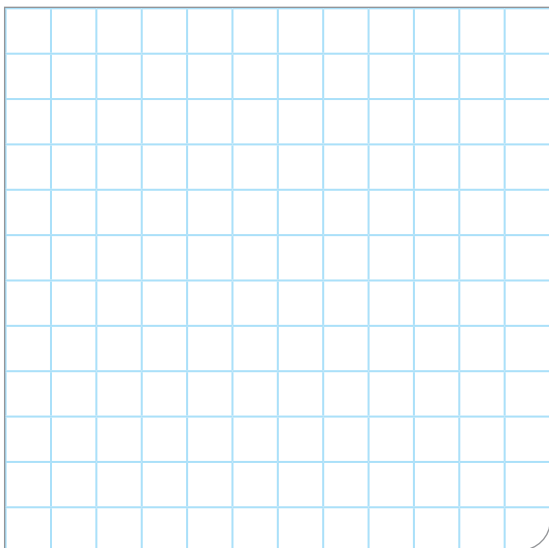
Una Institución Educativa en la ciudad de Lima, ha cambiado la posición del logo de su frontis durante los cuatro últimos años, tal como se muestra en la figura. Describe la transformación de la figura inicial para llegar a la figura final pasando por todas las demás posiciones.



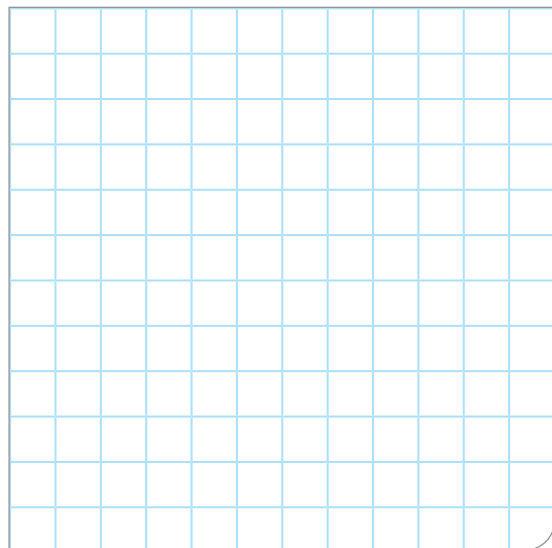
### Respuesta:

Siguiendo la trayectoria de las flechas, la primera transformación es el resultado de la traslación de  $\vec{v}(17; 1)$ ; la segunda, el resultado de la traslación de  $\vec{u}(-12; -3)$ , y la tercera, el resultado de la traslación de  $\vec{p}(7; -2)$ .

1. ¿Qué significa  $\vec{v}(17; 1)$  en la traslación de la figura?, ¿y  $\vec{u}(-12; -3)$ ?, ¿y  $\vec{p}(7; -2)$ ?



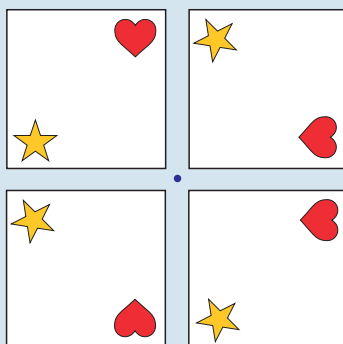
2. Describe las características de la forma geométrica al realizar una traslación.





## Situación B

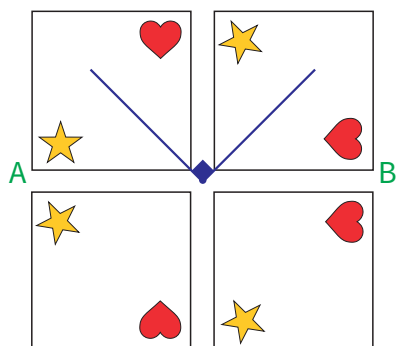
Por el día del amor y de la amistad, Juan Carlos elaboró el siguiente diseño:



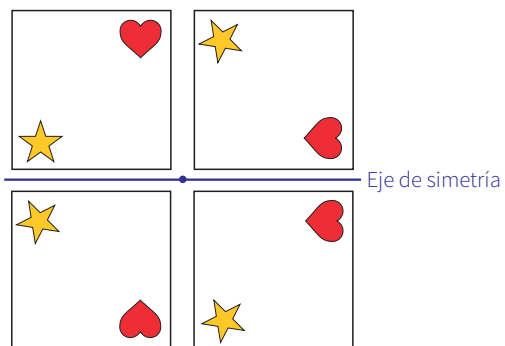
¿Qué transformaciones geométricas se pueden observar?

## Resolución

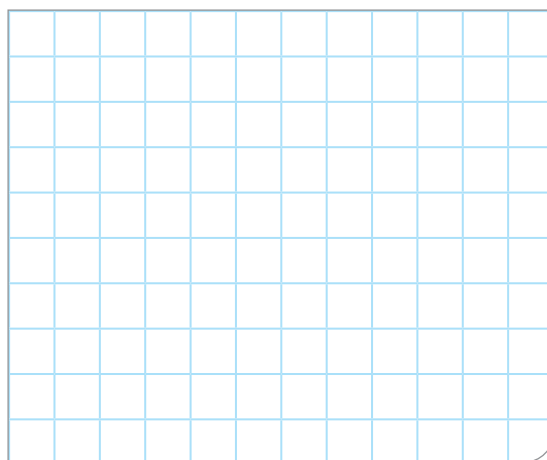
- La figura de la posición A gira  $90^\circ$  en sentido horario y forma la figura de la posición B.



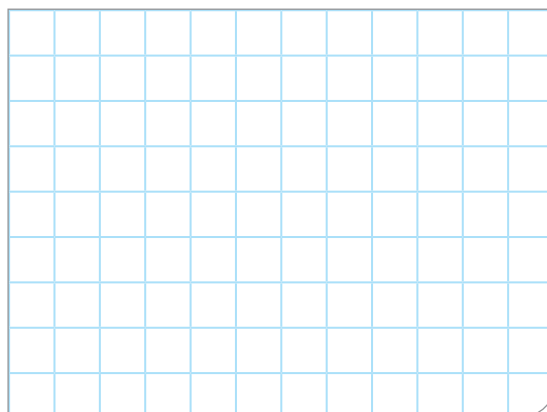
- Si trazamos un eje, este representará el eje de simetría axial.



- ¿Qué otras transformaciones se pueden observar en el diseño?

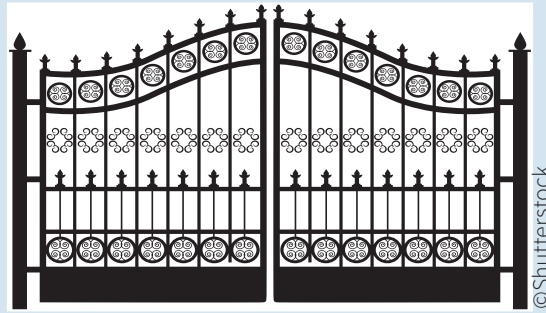


- ¿A qué transformación geométrica es equivalente la rotación de  $180^\circ$ ?



### Situación C

El Cementerio Museo General "Presbítero Matías Maestro" es un monumento histórico ubicado en Barrios Altos, Lima, Perú. Inaugurado el 31 de mayo de 1808, fue el primer panteón de la ciudad, ya que anteriormente los entierros se realizaban en las iglesias. Más que un camposanto, el Presbítero Maestro es considerado un testimonio viviente del pasado y presente de la República peruana.



©Shutterstock

Una de las entradas a dicho cementerio tiene la forma de la figura mostrada. Describe las transformaciones geométricas que se observan en la reja.

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

##### Respuesta:

- La puerta se abre por el centro, lo cual nos da la idea del eje de simetría.
- Además, todos los adornos son simétricos.

1. ¿Qué características tiene una simetría central? Explica tu respuesta.

2. ¿Qué características tiene una traslación? Explica tu respuesta.

3. ¿Qué características tiene una rotación? Explica tu respuesta.

4. De acuerdo con las características sobre simetría, traslación y rotación, ¿existe rotación en los adornos? Explica tu respuesta.



### Una chompa para Mateo

Se acerca el cumpleaños de Mateo, y su mamá le regalará una linda chompa que ella misma tejerá. Como a Mateo le gusta la matemática, su mamá hará el tejido con el siguiente diseño.

Observa el avance del tejido:

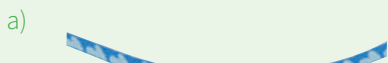


Con la información dada, responde las preguntas 2 y 3.

3. ¿Cuál de las franjas continuará en el tejido?



4. ¿Cuál de las franjas se encontraría cuatro franjas más arriba?

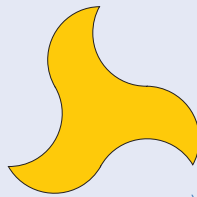




8. ¿Cuál de las siguientes figuras podría por sí sola ser una tesela para formar un mosaico? ¿Por qué?

- a) Hexágono                      b) Dodecaedro                      c) Triángulo escaleno                      d) Pentágono regular

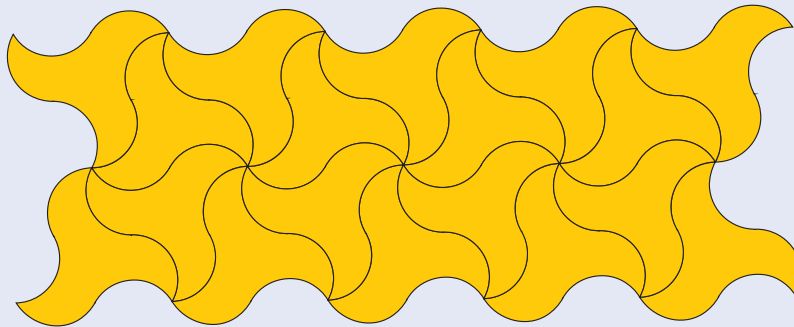
9. ¿Qué transformación se aplicó en el triángulo equilátero para obtener este polígono nazari?



- a) Rotación de arco                      c) Traslación de un arco  
b) Rotación de una semicircunferencia                      d) Traslación de una semicircunferencia

Realiza los trazos y muestra los movimientos necesarios que se deben efectuar para lograrlo.

10. Observa el mosaico formado por la tesela “la pajarita”. Describe el movimiento que se aplicó a la tesela para formar el mosaico.





## Aplicamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Determinamos las condiciones y restricciones de una situación aleatoria, analizamos la ocurrencia de sucesos independientes y dependientes, y representamos su probabilidad mediante el valor racional de 0 a 1. Así también, seleccionamos y empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos independientes y dependientes de una situación aleatoria.

### Tomamos decisiones

Enrique sabe preparar las siguientes recetas, ricas y nutritivas para la alimentación de su familia:



©Carlos Boza

Entradas	Segundos
Huevo a la rusa	Cau cau
Sopa de sémola	Estofado de pollo
Aguadito	Ají de gallina
Ceviche	Locro
	Lentejas
	Picante de res
	Adobo de cerdo

Sin embargo, no quiere destinar tiempo a decidir cada día lo que va a cocinar. Por ello, elige sus menús al azar: en una caja coloca cuatro papelitos con los nombres de las entradas y, en otra caja, siete papelitos con los nombres de los segundos.

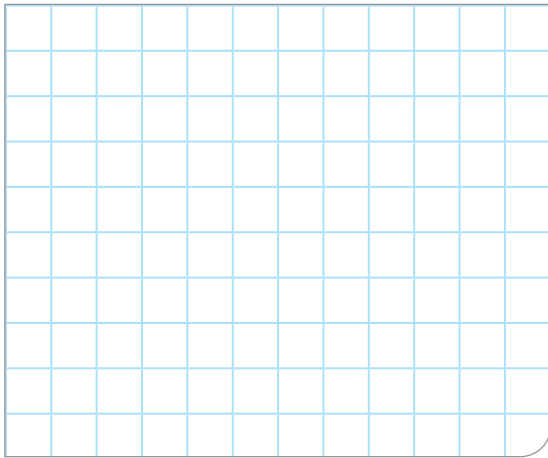
En un día cualquiera, Enrique coge un papelito de cada caja y así tiene la combinación (ENTRADA, SEGUNDO) que va a preparar ese día.

Para el caso de las entradas, coge un papelito y lo vuelve a introducir nuevamente en la caja, dado que solo dispone de cuatro. En el caso de los segundos, como tiene uno para cada día de la semana, no devuelve el papelito a la caja después de extraerlo durante esa semana.

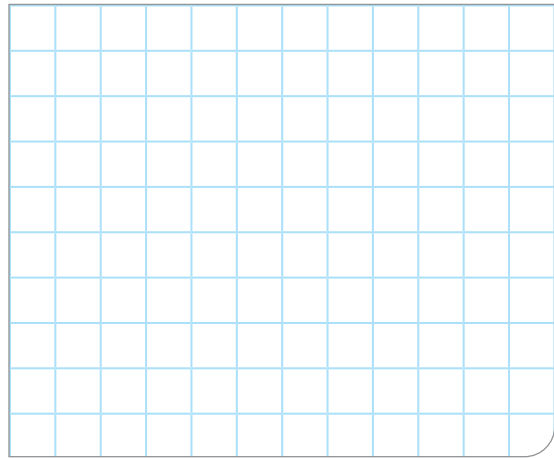
1. ¿Cuál es la probabilidad de sacar ceviche como entrada el primer día?
2. ¿Cuál es la probabilidad de sacar lenteja como segundo cualquier día?
3. Si hoy es el segundo día y el primer día Enrique preparó aguadito con ají de gallina, ¿cuál es la probabilidad de que prepare hoy cebiche de entrada y lentejas de segundo?

## Comprendemos el problema

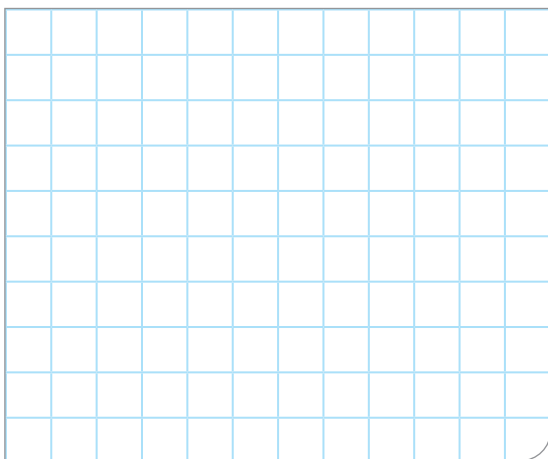
1. ¿Cuáles son las entradas que puede preparar Enrique?



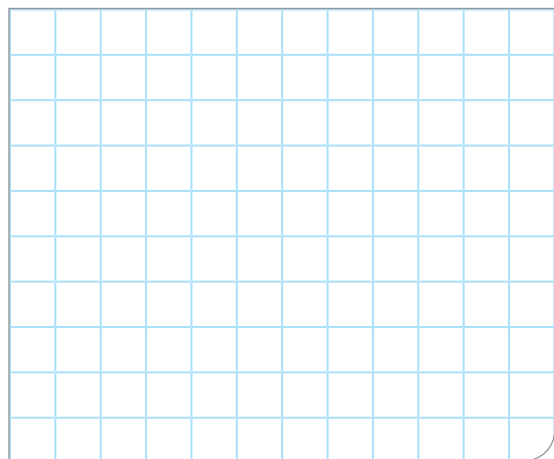
3. ¿Cómo decide Enrique qué entrada y segundo preparar cada día de la semana?



2. ¿Cuáles son los platos que Enrique puede preparar como segundo?



4. ¿Qué te piden calcular las preguntas de la situación?



## Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

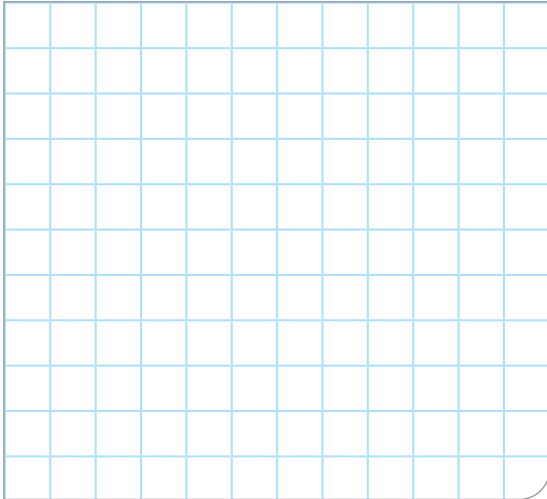
1. ¿Qué estrategias te ayudarán a resolver las preguntas de la situación?
- a) Diagrama tabular y usar una fórmula.
  - b) Diagrama de árbol y usar una fórmula.
  - c) Diagrama de árbol y el ensayo y error.





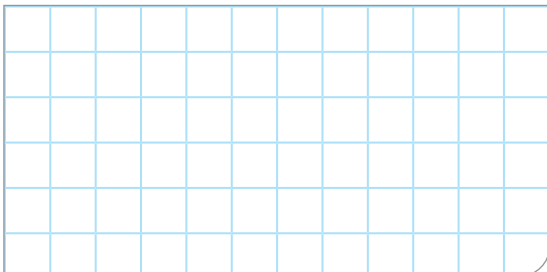
## Ejecutamos la estrategia o plan

1. Aplica la primera estrategia que seleccionaste para saber cuántas combinaciones de entrada y segundo puede preparar Enrique.



2. Según los resultados de la pregunta anterior, responde la primera y segunda pregunta de la situación.

$$\text{Probabilidad de un suceso} = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}}$$



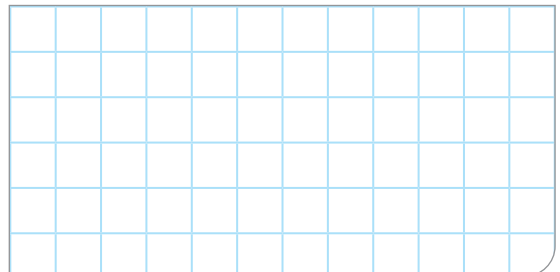
3. Si Enrique preparó aguadito el primer día, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo día prepare ceviche como entrada?



4. Si Enrique preparó ají de gallina el primer día, ¿cuál es la probabilidad de que el segundo día prepare lentejas como plato de segundo?

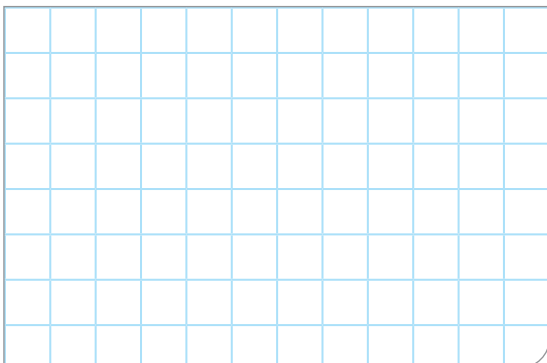


5. Según las respuestas a las preguntas 3 y 4 de esta sección, responde la tercera pregunta de la situación.

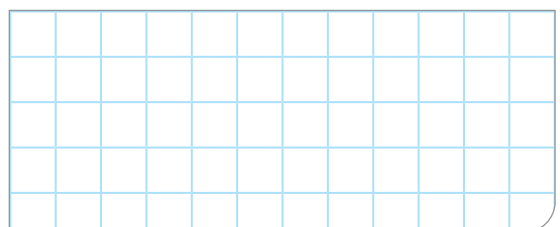


## Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Tendrás otra forma de resolver las preguntas 1 y 2 de la situación? Explica tu respuesta.



2. Para una nueva semana, Enrique decide completar la cantidad de entradas. Por ello, escribe en dos papelitos más la palabra "ceviche" y en uno más la palabra "aguadito". ¿Qué es más probable que prepare el primer día de la semana, huevo a la rusa o cebiche? Justifica tu respuesta.





# Comprobamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Expresamos con diversas representaciones y lenguaje matemático el significado del valor de la probabilidad para caracterizar la ocurrencia de sucesos dependientes e independientes de una situación aleatoria. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos sobre probabilidades, y corregimos los errores si los hubiera.

## Situación A

Dado el experimento que consiste en lanzar una moneda tres veces, ¿cuál es la probabilidad de obtener cara-sello-sello (CSS)?

## Resolución

El lanzamiento de una moneda varias veces corresponde a sucesos independientes.

Los sucesos son independientes cuando la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia del otro, entonces se cumple:

$$P(A \text{ y } B) = P(A) \times P(B)$$

- Suceso A, que salga cara.  
N.º de casos favorables A: 1  
N.º de casos posibles: 2
  - Suceso B, que salga sello.  
N.º de casos favorables B: 1  
N.º de casos posibles: 2
  - Suceso C, que salga sello.  
N.º de casos favorables C: 1  
N.º de casos posibles: 2
- $$P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{1}{2}; P(C) = \frac{1}{2}$$

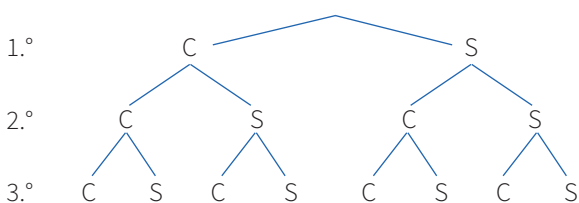
Aplicando la fórmula, la probabilidad de obtener cara, sello, sello (CSS) es:

$$P(\text{CSS}) = P(A) \times P(B) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$P(\text{CSS}) = \frac{1}{8}$$

**Respuesta:**  $\frac{1}{8}$

Otra forma de hallar este resultado es elaborando un diagrama de árbol, tal como se muestra a continuación:



El espacio muestral es:

$$\Omega = \{CCC, CCS, CSC, \text{CSS}, SCC, SCS, SSC, SSS\}$$

- Suceso A, obtener CSS.

N.º de casos favorables: 1

N.º de casos posibles: 8

$$P(\text{CSS}) = \frac{1}{8}$$

**Respuesta:**  $\frac{1}{8}$

1. ¿Cuál es el significado de la respuesta  $\frac{1}{8}$  en la situación? Describe con tus propias palabras.


2. ¿Cuál de los dos procedimientos presentados te parece más práctico? ¿Por qué?


3. Dado el mismo experimento, ¿es más probable obtener 2 caras que 3 caras? Explica por qué.


## Situación B

En la caja, se tienen 9 tarjetas de color amarillo y 7 tarjetas de color rojo. Carlos es árbitro de fútbol, extrae dos tarjetas sin reposición una por una. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos tarjetas sean de color rojo?



## Resolución

Al extraer las tarjetas una por una, se entiende que se da en forma sucesiva y sin reposición, por lo que se trata de una probabilidad de sucesos dependientes.

Dos sucesos son dependientes cuando el resultado del primero influye en la probabilidad del segundo. Se calcula multiplicando la probabilidad del primer suceso por la probabilidad del segundo suceso, habiendo ocurrido el primero.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right)$$

Del enunciado se tiene:



Suceso A, que una de las tarjetas sea roja.

N.º de casos favorables: 7

N.º de casos posibles: 16

$$P(A) = \frac{7}{16}$$

- Suceso  $\left(\frac{B}{A}\right)$ , que la siguiente tarjeta sea roja, habiendo salido roja la primera tarjeta.

N.º de casos favorables  $\left(\frac{B}{A}\right)$ : 6

N.º de casos posibles: 15

$$P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{6}{15} \rightarrow \text{Sin reposición}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que ambas tarjetas sean de color rojo es:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{7}{16} \times \frac{6}{15} = \frac{7}{40}$$

**Respuesta:**  $\frac{7}{40}$

1. ¿Qué significa que la respuesta es  $\frac{7}{40}$  en la situación significativa? Describe con tus propias palabras.


2. Considerando la misma cantidad de tarjetas en la caja, en otro momento Carlos extrae dos tarjetas con reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean de color rojo? Justifica tu respuesta.


3. Si se extraen dos tarjetas de color rojo, ¿cuál es más probable que ocurra: la extracción con reposición o la extracción sin reposición?


### Situación C

En una urna se disponen tres bolillas blancas y dos bolillas negras. Luego, se extraen tres bolillas, una a la vez, con reposición.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener solo bolillas negras en las tres extracciones?
- ¿Cuál es la probabilidad de que se obtengan bolillas blanca, negra, blanca?

### Aprendemos a partir del error

#### Resolución

Podemos graficar la situación:



Definimos los sucesos:

Suceso B, obtener una bolilla blanca.

Suceso N, obtener una bolilla negra.

a. Aplicamos la fórmula:

$P(N) = \frac{2}{5}$ , puesto que hay dos bolillas negras de cinco bolillas de la urna.

$$P(NNN) = P(N) + P(N) + P(N) = \left(\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{6}{5}$$

**Respuesta:** La probabilidad es  $\frac{6}{5}$

b. Aplicamos la fórmula:

$P(B) = \frac{3}{5}$ , ya que hay tres bolillas de color blanco de cinco bolillas de la urna.

$P(N) = \frac{2}{5}$ , pues hay dos bolillas negras de cinco bolillas de la urna.

$$P(BNB) = P(B) \cdot P(N) \cdot P(B) = \left(\frac{3}{5}\right) + \left(\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{8}{5}$$

**Respuesta:** La probabilidad es  $\frac{8}{5}$

- ¿Es correcto el procedimiento en la resolución? De no ser así, corrige y responde las preguntas de la situación.

Una cuadrícula de 15 columnas y 10 filas para escribir la respuesta a la pregunta 1.

- ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos bolillas negras sin reposición? Explica.

Una cuadrícula de 15 columnas y 10 filas para escribir la respuesta a la pregunta 2.



## Evaluamos nuestros aprendizajes

**Propósito:** Determinamos las condiciones y restricciones de una situación aleatoria, analizamos la ocurrencia de sucesos independientes y dependientes, y representamos su probabilidad mediante el valor racional de 0 a 1. Así también, expresamos con diversas representaciones y lenguaje matemático el significado del valor de la probabilidad para caracterizar la ocurrencia de sucesos dependientes e independientes de una situación aleatoria, y seleccionamos y empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de sucesos independientes, dependientes de una probabilidad condicional de una situación aleatoria. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos sobre sucesos aleatorios, y corregimos los errores si los hubiera.

### El ropero de Paola

Paola tiene las siguientes prendas en su ropero y en gavetas separadas:

- Ocho blusas: dos azules, tres rojas y tres amarillas.
- Diez pantalones: cuatro azules, dos verdes, tres negros y uno blanco.

Para vestirse un día, saca sin ver una blusa de la gaveta de blusas y luego, también sin ver, un pantalón de la gaveta de pantalones. Responde las preguntas 1; 2; 3 y 4, teniendo en cuenta que ella se cambia de pantalón y blusa todos los días.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer día saque la combinación de una blusa roja con un pantalón negro?

- a)  $\frac{9}{80}$       b)  $\frac{1}{12}$       c)  $\frac{3}{8}$       d)  $\frac{3}{10}$


2. ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo día saque una combinación de un pantalón blanco y una blusa de color amarillo, sabiendo que el primer día usó un pantalón verde y una blusa de color azul?

- a)  $\frac{1}{21}$       b)  $\frac{3}{27}$       c)  $\frac{2}{21}$       d)  $\frac{3}{80}$


3. Al tercer día ya utilizó dos pantalones de color negro y dos blusas, una azul y la otra roja. ¿Cuál es el espacio muestral del suceso compuesto por la

extracción al azar de una blusa y de un pantalón para el tercer día?

- a) 48      b) 12      c) 80      d) 60


4. Antes del quinto día ya ha usado estas prendas:

Día	Blusa	Pantalón
1	roja	negro
2	azul	negro
3	azul	azul
4	amarilla	blanco

Si Paola decide no usar pantalón verde ese día, por lo que retira los pantalones de ese color de la gaveta correspondiente, ¿qué condiciones debe mantener Paola para que el experimento siga siendo aleatorio y cuál sería su espacio muestral?


### El cobrador

Jaime trabaja como cobrador en una unidad de transporte público. A fin de disponer de sencillo para dar el vuelto, ha clasificado las monedas en dos grupos: en su bolsillo derecho ha colocado las monedas de un sol y de cincuenta céntimos, y en el izquierdo, las monedas de dos y cinco soles.

En cierto momento, Jaime tiene la siguiente cantidad de monedas:

Moneda (S/)	Cantidad
0,50	8
1,00	12
2,00	9
5,00	11

Con la información dada, responde las preguntas 5; 6; 7 y 8.

5. Si Jaime extrae sin ver dos monedas de su bolsillo izquierdo, ¿cuál es la probabilidad de que extraiga exactamente S/7?

a)  $\frac{99}{380}$

b)  $\frac{1}{10}$

c)  $\frac{99}{190}$

d)  $\frac{19}{20}$

6. Si Jaime extrae una moneda del bolsillo derecho y otra moneda del izquierdo, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de las cantidades de las monedas supere los S/3,00?

a)  $\frac{11}{50}$

b)  $\frac{11}{20}$

c)  $\frac{33}{100}$

d)  $\frac{9}{20}$

7. Si Jaime extrae sin ver tres monedas de su bolsillo derecho, ¿cuál sería el espacio muestral para dicho experimento compuesto?

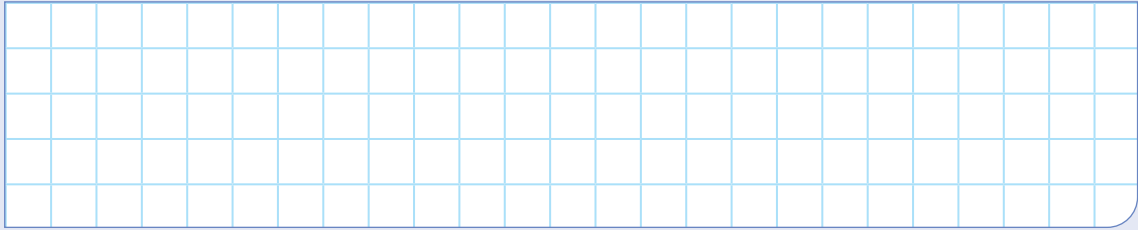
8. Si Jaime extrae sin reposición dos monedas, una después de otra, de su bolsillo derecho, ¿cuál es la probabilidad de que extraiga dos monedas idénticas en las dos extracciones?

a)  $\frac{47}{95}$

b)  $\frac{67}{380}$

c)  $\frac{77}{90}$

d)  $\frac{14}{95}$



### JUEGO DE BINGO

El juego de bingo consta de 75 fichas o bolillas distribuidas de la siguiente manera:

B	I	N	G	O
1	16	31	46	61
2	17	32	47	62
3	18	33	48	63
4	19	34	49	64
5	20	35	50	65
6	21	36	51	66
7	22	37	52	67
8	23	38	53	68
9	24	39	54	69
10	25	40	55	70
11	26	41	56	71
12	27	42	57	72
13	28	43	58	73
14	29	44	59	74
15	30	45	60	75

Cada participante recibe una cartilla de la siguiente forma:

<b>B I N G O</b>				
<b>12</b>	<b>18</b>	<b>41</b>	<b>47</b>	<b>61</b>
<b>7</b>	<b>26</b>	<b>39</b>	<b>54</b>	<b>70</b>
<b>4</b>	<b>27</b>	FREE 4785 SPACE	<b>49</b>	<b>63</b>
<b>5</b>	<b>23</b>	<b>35</b>	<b>58</b>	<b>73</b>
<b>3</b>	<b>30</b>	<b>32</b>	<b>52</b>	<b>75</b>

©Carlos Boza





# Enfoques

## transversales

### Enfoque Ambiental



Busca formar personas conscientes del cuidado del ambiente, que promuevan el desarrollo de estilos de vida saludables y sostenibles.

### Enfoque Inclusivo o de Atención a la Diversidad



Busca reconocer y valorar a todas las personas por igual, con el fin de erradicar la exclusión, discriminación y desigualdad de oportunidades.

### Enfoque de Derechos



Fomenta el reconocimiento de los derechos y deberes; asimismo, promueve el diálogo, la participación y la democracia.

### Enfoque Igualdad de Género



Busca brindar las mismas oportunidades a hombres y mujeres, eliminando situaciones que generan desigualdades entre ellos.

Son los valores y actitudes que tenemos al relacionarnos con otras personas y con nuestro entorno, con el fin de generar una sociedad más justa, inclusiva y equitativa para todos.

### Enfoque Intercultural



Promueve el intercambio de ideas y experiencias entre las distintas formas de ver el mundo.

### Enfoque Búsqueda de la Excelencia



Incentiva a los estudiantes a dar lo mejor de sí mismos para alcanzar sus metas y contribuir con su comunidad.

### Enfoque Orientación al Bien Común



Busca que el conocimiento, los valores y la educación sean bienes que todos compartimos, promoviendo relaciones solidarias en comunidad.

# CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

## I La democracia y el sistema interamericano

### Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

### Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base del estado de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

### Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

### Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

### Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

### Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia. Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

## II La democracia y los derechos humanos

### Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

### Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

### Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

### Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

## III Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

### Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

### Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

### Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

### Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

### Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

### Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

## IV Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

### Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional

democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

### Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

### Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

### Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática.

Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

### Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

### Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

## V La democracia y las misiones de observación electoral

### Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

### Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

### Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

## VI Promoción de la cultura democrática

### Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

### Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

### Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.

## EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

### **1. Democracia y Estado de Derecho**

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

### **2. Equidad y Justicia Social**

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las

personas que conformamos esta sociedad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

### **3. Competitividad del País**

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

### **4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado**

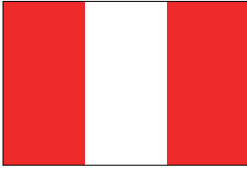
Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.



# SÍMBOLOS DE LA PATRIA

Artículo 49 de la Constitución Política del Perú



BANDERA NACIONAL



ESCUDO NACIONAL

## HIMNO NACIONAL DEL PERÚ

### CORO

Somos libres, seámoslo siempre,  
y antes niegue sus luces el sol,  
que faltemos al voto solemne  
que la patria al Eterno elevó.

HIMNO NACIONAL

## Declaración Universal de los Derechos Humanos

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

### Artículo 1

Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

### Artículo 2

Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

### Artículo 3

Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

### Artículo 4

Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

### Artículo 5

Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

### Artículo 6

Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

### Artículo 7

Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

### Artículo 8

Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

### Artículo 9

Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

### Artículo 10

Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

### Artículo 11

1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

### Artículo 12

Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

### Artículo 13

1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

### Artículo 14

1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

### Artículo 15

1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

### Artículo 16

1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

### Artículo 17

1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

### Artículo 18

Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

### Artículo 19

Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

### Artículo 20

1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

### Artículo 21

1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

### Artículo 22

Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

### Artículo 23

1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

### Artículo 24

Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

### Artículo 25

1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

### Artículo 26

1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

### Artículo 27

1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

### Artículo 28

Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

### Artículo 29

1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

### Artículo 30

Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.